**Практическая работа №1**

**Вычисление погрешностей величин и результатов арифметических действий**

**Задание 1:**

1. Округлить числа до четырех значащих цифр и записать в соответствии с правилом записи приближенных чисел.

2. Округлить число до третьего десятичного  (тысячных долей), указать значащие цифры.

3. Округлить до сотых и записать в форме

1. Дано:457132  
    2,1547

Решение:4571\*,2,155

1. Дано:0,00215

Решение: 0.002

1. Дано: 2,004±0,00254

Решение:

**Задание 2:**

1. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:

* В узком смысле;

а=1,111

0,002

=0,002

=

* В широком смысле.

Определить какое приближенное равенство более точно:



или



1. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:
2. В узком смысле.
3. В широком смысле.

5,01547±0,00045

=5,02 ;+=0,00045+0,047=0,04745

**Задание 3:** Произвести оценку точности вычислений:

1. Строгим методом итоговой оценки.
2. Методом строгого пооперационного учета погрешностей.
3. Нестрогим методом пооперационной оценки.

|  |  |
| --- | --- |
| х | y |
| 1,0 | 1,02 |

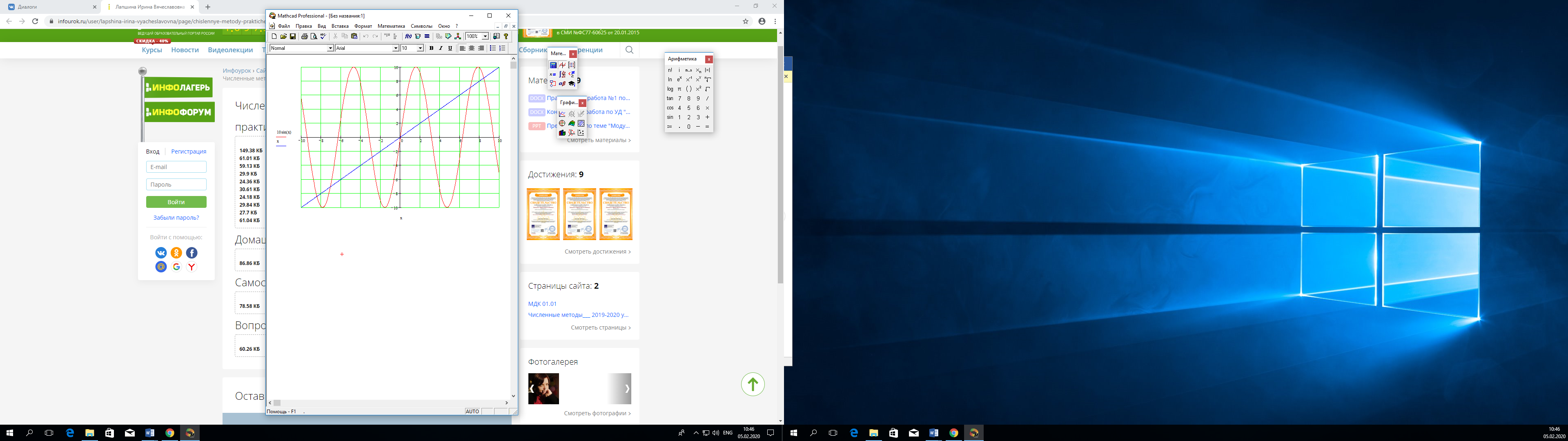


**Практическая работа №2**

**Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом простой итерации.**

**Задание 1**

Отделите корни заданного уравнения, пользуясь графическим методом. Выполните это задание с применение одного из инструментальных средств.



Решение: f(x)=:x-10

f(2)= -3,568

f(4)=11,789

**Задание 2.**

По методу половинного деления вычислите один корень заданного уравнения с точностью 10-3:

1. С помощью расчетной таблицы и калькулятора

x-10sinx=0 [2,4]

Число шагов, необходимых для достижения заданной точности определяется неравенством:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=h%20\ge%20(log_%7b2%7d\frac%7bb-a%7d%7b\epsilon%20%7d)%2B1%20=%20(log_%7b2%7d(2000))%2B1%20=%2011

Поскольку F(2)\*F(4)<0 (т.е. значения функции на его концах имеют противоположные знаки), то корень лежит в пределах [2;4].

**Итерация 1**.  
Находим середину отрезка: c = (2 + 4)/2 = 3  
F(x) = 1.589  
F(c) = -7.093  
Поскольку F(c)•F(a) < 0, то b=3

**Итерация 2**.  
Находим середину отрезка: c = (2 + 3)/2 = 2.5  
F(x) = -3.485  
F(c) = 1.589  
Поскольку F(c)•F(b) < 0, то a=2.5

**Итерация 3**.  
Находим середину отрезка: c = (2.5 + 3)/2 = 2.75  
F(x) = -1.067  
F(c) = -3.485  
Поскольку F(c)•F(b) < 0, то a=2.75  
**Итерация 4**.  
Находим середину отрезка: c = (2.75 + 3)/2 = 2.875  
F(x) = 0.241  
F(c) = -1.067  
Поскольку F(c)•F(a) < 0, то b=2.875  
Остальные расчеты сведем в таблицу.

**Итерация 3**.  
Находим середину отрезка: c = (2.5 + 3)/2 = 2.75  
F(x) = -1.067  
F(c) = -3.485  
Поскольку F(c)•F(b) < 0, то a=2.75  
**Итерация 4**.  
Находим середину отрезка: c = (2.75 + 3)/2 = 2.875  
F(x) = 0.241  
F(c) = -1.067  
Поскольку F(c)•F(a) < 0, то b=2.875  
Остальные расчеты сведем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | c | a | b | f(c) | f(x) | ε |
| 1 | 3 | 3 | 4 | -7.093 | 1.5888 | 1 |
| 2 | 2.5 | 2.5 | 3 | 1.5888 | -3.4847 | 0.5 |
| 3 | 2.75 | 2.75 | 3 | -3.4847 | -1.0666 | 0.25 |
| 4 | 2.875 | 2.875 | 3 | -1.0666 | 0.2405 | 0.125 |
| 5 | 2.8125 | 2.8125 | 2.875 | 0.2405 | -0.4193 | 0.0625 |
| 6 | 2.8438 | 2.8438 | 2.875 | -0.4193 | -0.09084 | 0.03125 |
| 7 | 2.8594 | 2.8594 | 2.875 | -0.09084 | 0.07451 | 0.01563 |
| 8 | 2.8516 | 2.8516 | 2.8594 | 0.07451 | -0.00825 | 0.00781 |
| 9 | 2.8555 | 2.8555 | 2.8594 | -0.00825 | 0.03311 | 0.00391 |
| 10 | 2.8535 | 2.8535 | 2.8555 | 0.03311 | 0.01243 | 0.00195 |

Таким образом, в качестве корня можно принять:  
x=(2.8516+2.8535)/2 = 2.8525  
**Ответ**:x = 2.8525; F(x) = 0.01243  
**Количество итераций**, N = 10  
**Параметр сходимости**.  
Сходимость метода дихотомии линейная с коэффициентом α = 0.5.  
Таким образом, в качестве корня можно принять:  
x=(2.8516+2.8535)/2 = 2.8525  
**Ответ**:x = 2.8525; F(x) = 0.01243  
**Количество итераций**, N = 10  
**Параметр сходимости**.  
Сходимость метода дихотомии линейная с коэффициентом α = 0.5.

1. С помощью программы для компьютера (C#, python)

**Задание 3.**

Вычислите один корень заданного уравнения используя метод простой итерации. Можно использовать программу для компьютера на C# или python

**Практическая работа №3**

**Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом хорд и касательных**

**Задание:**

Вычислить корень уравнения f(x)=0 с точностью Е=0,001 тремя способами (метод хорд, касательных, комбинированный метод).

**Метод хорд**



Корень лежит в пределах [-10;10].



В точке x=x1, y=0, в результате получим первое приближение корня



Проверяем условия:

1. f(x1)f(b)<0,

2. f(x1)f(a)<0.

Если выполняется условие (1), то в формуле точку a заменяем на x1, получим:



Продолжая этот процесс, получим для n-го приближения:



Пусть f(xi)f(a)<0. Записав уравнение хорды, мы на первом шаге итерационного процесса получим x1. Здесь выполняется f(x1)f(a)<0. Затем вводим b1=x1 (в формуле точку b заменяем на x1), получим:





xn – xn-1|< ε, ξ = xn.

Находим первую производную:

dF/dx = 1-10•cos(x)

Находим вторую производную:

d2F/dx2 = 10•sin(x)

Поскольку F(-10)\*F(10)<0 (т.е. значения функции на его концах имеют противоположные знаки), то корень лежит в пределах [-10;10].  
Вычисляем значения функций в точке a = -10  
f(-10) = -15.44  
f''(-10) = 5.44  
Поскольку f(a)•f''(a) < 0, то x0 = b = 10  
Остальные расчеты сведем в таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | x | F(x) | h = F(x)\*(b-x)/(f(b)-f(x)) |
| 1 | -10 | -15.4402 | -10 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |

Ответ: x = 0-(0) = 0; F(x) = 0

**Метод касательных**

Пусть корень ξ уравнения f(x)=0 отделен на отрезке [a,b]. Предположим мы нашли (n-1)-ое приближение корня xn-1. Тогда n-ое приближение xn мы можем получить следующим образом. Положим:

xn = xn-1 + hn-1

Раскладывая в ряд f(x=ξ) в точке xn-1, получим:

f(xn) = f(xn-1+hn-1) = f(xn-1) + f’(xn-1)hn-1=0

Находим первую производную:

dF/dx = 1-10•cos(x)

Находим вторую производную:

d2F/dx2 = 10•sin(x)

**Решение.**

Поскольку F(-10)\*F(10)<0 (т.е. значения функции на его концах имеют противоположные знаки), то корень лежит в пределах [-10;10].

Вычисляем значения функций в точке a = -10

f(-10) = -15.44

f''(-10) = 5.44

Критерий остановки итераций.

|f(xk)| < εm1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x | F(x) | dF(x) | h = f(x) / f'(x) |
| 1 | 10 | 15.4402 | 9.3907 | 1.6442 |
| 2 | 8.3558 | -0.4113 | 5.8102 | -0.07079 |
| 3 | 8.4266 | 0.02167 | 6.4182 | 0.00338 |
| 4 | 8.4232 | 4.8E-5 | 6.3898 | 8.0E-6 |

Ответ: x = 8.4232 - 4.8E-5 / 6.3898 = 8.4232039310477; F(x) = 0

**Комбинированный метод**

Находим первую производную:

dF/dx = 1-10•cos(x)

Находим вторую производную:

d2F/dx2 = 10•sin(x)

Решение.

Поскольку F(-10)\*F(10)<0 (т.е. значения функции на его концах имеют противоположные знаки), то корень лежит в пределах [-10;10].

Вычисляем значения функций в точке a = -10

f(-10) = -15.44

f''(-10) = 5.44

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x | F(x) | b | F(b) | h = f(b)\*(b-x)/(f(b)-f(x)) | hb = f(b)/f'(b) |
| 1 | -10 | -15.4402 | 10 | 15.4402 | -10 | 1.6442 |
| 2 | 0 | 0 | 8.3558 | -0.4113 | -0 | -0.07079 |

Ответ: x = 0; F(x) = 0

**Практическая работа №4**

**Решение систем линейных алгебраических методом Гаусса**

**Задание:** Решить систему методом Гаусса:

1. Вручную по схеме единственного деления, получить решение с точностью 0,001. Определить невязки.
2. С помощью ЭВМ получить значения корней с точностью 0,000005 
3. Вычислить погрешности результатов:  полученных в результате ручных расчетов.



**Практическая работа №5**

**Решение систем линейных алгебраических уравнений приближенными методами**

**Задание**

Решить систему линейных уравнений вида методом простых итераций с точ­ностью до 0,0001, предварительно оценив число достаточных для этого итераций. Коэффициенты и свободные члены системы взять из таблицы соответственно номеру варианта.



Пусть x0=β, тогда:

x1=b - a x0

x2=b - a x1

xk+1=b - a xk

N=1

x1=2.2 - 0\*0.3 - 0\*0.08 - 0\*0.08=2.2

x2=-8.333 - 0\*(-0.633) - 0\*0.6 - 0\*(-0.167)=-8.333

x3=-16 - 0\*1 - 0\*2 - 0\*(-12.5)=-16

x4=3.643 - 0\*0.571 - 0\*(-0.357) - 0\*(-0.214)=3.643

N=2

x1=2.2 - (-8.333)\*0.3 - (-16)\*0.08 - 3.643\*0.08=5.689

x2=-8.333 - 2.2\*(-0.633) - (-16)\*0.6 - 3.643\*(-0.167)=3.267

x3=-16 - 2.2\*1 - (-8.333)\*2 - 3.643\*(-12.5)=44.002

x4=3.643 - 2.2\*0.571 - (-8.333)\*(-0.357) - (-16)\*(-0.214)=-4.019

N=3

x1=2.2 - 3.267\*0.3 - 44.002\*0.08 - (-4.019)\*0.08=-1.979

x2=-8.333 - 5.689\*(-0.633) - 44.002\*0.6 - (-4.019)\*(-0.167)=-31.802

x3=-16 - 5.689\*1 - 3.267\*2 - (-4.019)\*(-12.5)=-78.461

x4=3.643 - 5.689\*0.571 - 3.267\*(-0.357) - 44.002\*(-0.214)=10.988

x1=2.2 - (0.3x2+0.08x3+0.08x4)

x2=-8.333 - (-0.63x1+0.6x3-0.17x4)

x3=-16 - (x1+2x2-12.5x4)

x4=3.643 - (0.57x1-0.36x2-0.21x3)

a = 1+2+12.5 = 15.5

Поскольку 15.5>1, то скорость итерационного процесса будет низкой.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2.2 | -8.333 | -16 | 3.643 |
| 2 | 5.689 | 3.267 | 44.002 | -4.019 |
| 3 | -1.979 | -31.802 | -78.461 | 10.988 |
| 4 | 17.138 | 39.321 | 186.935 | -23.397 |
| 5 | -22.679 | -113.539 | -404.247 | 47.95 |
| 6 | 64.766 | 227.843 | 833.136 | -110.572 |
| 7 | -123.958 | -485.625 | -1918.596 | 226.536 |
| 8 | 283.252 | 1102.073 | 3910.903 | -510.089 |
| 9 | -600.487 | -2260.497 | -8879.514 | 1073.433 |
| 10 | 1304.836 | 5117.972 | 18523.389 | -2363.295 |
| 11 | -2825.999 | -10689.853 | -41097.969 | 5055.167 |
| 12 | 6092.58 | 23703.176 | 87379.297 | -11006.013 |

**Практическая работа №6**

**Составление интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона**

**Задание 1:**

По заданной таблице значений функции

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | x0 | x1 | x2 | x3 |
| y | y0 | y1 | y2 | y3 |

составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа. Построить его график и

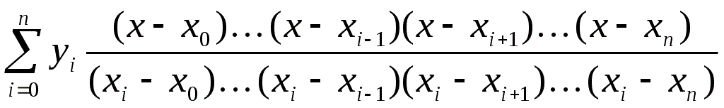
отметить на нем узловые точки.

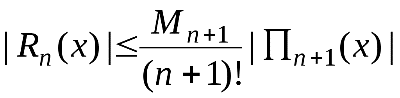
L2 ( x) = y 0 + y1 + y2

**Задание 2:**

Вычислить с помощью калькулятора одно значение заданной функции для промежуточного значения аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа и оценить погрешность интерполяции

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **вариант** | X0 | X1 | X2 | X3 | Y0 | Y1 | Y2 | Y3 |
| **6.** | 1 | 2 | 4 | 7 | -3 | -7 | 2 | 8 |





Где https://studfile.net/html/2706/248/html_1lGytreYbF.wAQD/img-3nJ5rR.png

a=0,57

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://studfile.net/html/2706/248/html_1lGytreYbF.wAQD/img-Jj8prN.png | 0.65 | 0.70 | 0.75 | 0.80 | 0.85 | 0.90 | 0.95 |
| https://studfile.net/html/2706/248/html_1lGytreYbF.wAQD/img-d_upuD.png | 0.605 | 0.644 | 0.681 | 0.71 | 0.75 | 0.783 | 0.813 |

**Практическая работа №7**

**Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами**

С помощью таблицы, содержащей 5 узлов, задана функция у = f(x). Требуется:

**а)** построить для нее интерполяционный полином Лагранжа (найти его коэффициенты):

**б)** построить кубический сплайн с непрерывной второй производной;

**в)** нарисовать графики полученных полинома Лагранжа и сплайна.

Из верхней таблицы выбрать значения f(x) в 5 узлах. Номера узлов определить из нижней таблицы по номеру варианта. Например, варианту 7 соответствуют узлы с номерами 1, 3, 6, 8, 10.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **N узла** | **x** | **y** |
| **1** | 0,2 | 0,6 |
| **2** | 0,55 | 0,35 |
| **3** | 0,65 | 0,45 |
| **4** | 1,0 | 0,2 |
| **5** | 1,1 | 0,3 |
| **6** | 1,45 | 0,05 |
| **7** | 1,55 | 0,85 |
| **8** | 1,9 | 0,6 |
| **9** | 2,0 | 0,7 |
| **10** | 2,35 | 0,45 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 3 | 6 |

|  |
| --- |
| 8 |
| 9 |

**Практическая работа №8**

**Вычисление интегралов по формулам Ньютона - Котеса.**

**Задание:**

1. Вычислить интеграл методом средних прямоугольников с точностью 0,001. Предварительно определить число частей разбиения отрезка [а,b] на основе априорной оценки.
2. Вычислить этот же интеграл методом Трапеций при n = 16. Произвести оценку вычислений.
3. Вычислить этот же интеграл методом Симпсона при n = 16. Произвести оценку точности полученного значения путем двойного просчета.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **a** | **b** | **f(x)** |
| **2,2** | **3,4** | tg(sin x) |

1)

**https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\int\limits_%7ba%7d%5e%7bb%7d%7bf(x)%20dx%7d%20\approx%20h%20f(c)**

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%20\frac%7ba%2Bb%7d%7b2%7d

h = b - a = 3.4-2.2 = 1.2

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%20\frac%7b2.2%2B3.4%7d%7b2%7d%20=%202.8

f(c) = 0.348

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\int\limits_%7b2.2%7d%5e%7b3.4%7d%7btg(sin(x))%20dx%7d%20\approx%20%201.2\cdot%200.348%20=%200.418

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R_%7bn%7d%20=%20\frac%7bb-a%7d%7b24%7d\cdot%20h\cdot%20f%5e%7b\prime%20\prime%7d(c)

f''(x) = (-sin(x)+2·cos(x)2·tg(sin(x)))(tg(sin(x))2+1)

max[f''(x)] = max((-sin(x)+2·cos(x)2·tg(sin(x)))(tg(sin(x))2+1)), x[2.2;3.4] =

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R_%7bn%7d%20=%20\frac%7bb-a%7d%7b24%7d\cdot%20h\cdot%20f%5e%7b\prime%20\prime%7d(c)%20=%20\frac%7b3.4-2.2%7d%7b24%7d\cdot%201.2%5e%7b2%7d\cdot%20%20=%200

2)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\int\limits_%7ba%7d%5e%7bb%7d%7bf(x)%20dx%7d%20\approx%20%20\frac%7bb-a%7d%7bn%7d%20%5b\frac%7by_%7b0%7d%2By_%7bn%7d%7d%7b2%7d%20%2B%20y_%7b1%7d%20%2B%20y_%7b2%7d%20%2B%20...%20%2B%20y_%7bn-1%7d%5d

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=h=\frac%7bb-a%7d%7bn%7d%20=%20\frac%7b3.4-2.2%7d%7b16%7d%20=%200.075

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | xi | yi |
| 0 | 2.2 | 1.0473 |
| 1 | 2.275 | 0.9545 |
| 2 | 2.35 | 0.8621 |
| 3 | 2.425 | 0.771 |
| 4 | 2.5 | 0.6819 |
| 5 | 2.575 | 0.595 |
| 6 | 2.65 | 0.5105 |
| 7 | 2.725 | 0.4283 |
| 8 | 2.8 | 0.3481 |
| 9 | 2.875 | 0.2697 |
| 10 | 2.95 | 0.1928 |
| 11 | 3.025 | 0.1169 |
| 12 | 3.1 | 0.0416 |
| 13 | 3.175 | -0.03341 |
| 14 | 3.25 | -0.1086 |
| 15 | 3.325 | -0.1844 |
| 16 | 3.4 | -0.2613 |





f''(x) = (-sin(x)+2·cos(x)2·tg(sin(x)))(tg(sin(x))2+1)

Найдем максимальное значение второй производной функции на интервале [2.2;3.4].  
max[f''(x)] = max((-sin(x)+2·cos(x)2·tg(sin(x)))(tg(sin(x))2+1)), x[2.2;3.4] =

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R_%7bn%7d%20=%20-%20\frac%7bb-a%7d%7b12%7d\cdot%20h%5e%7b2%7d\cdot%20f%5e%7b\prime%20\prime%7d(c)%20=%20\frac%7b3.4-2.2%7d%7b12%7d\cdot%200.075%5e%7b2%7d\cdot%20%20=%200

Таким образом, I = 0.438 ± 0

3)





|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | xi | yi |
| 0 | 2.2 | 1.0473 |
| 1 | 2.275 | 0.9545 |
| 2 | 2.35 | 0.8621 |
| 3 | 2.425 | 0.771 |
| 4 | 2.5 | 0.6819 |
| 5 | 2.575 | 0.595 |
| 6 | 2.65 | 0.5105 |
| 7 | 2.725 | 0.4283 |
| 8 | 2.8 | 0.3481 |
| 9 | 2.875 | 0.2697 |
| 10 | 2.95 | 0.1928 |
| 11 | 3.025 | 0.1169 |
| 12 | 3.1 | 0.0416 |
| 13 | 3.175 | -0.03341 |
| 14 | 3.25 | -0.1086 |
| 15 | 3.325 | -0.1844 |
| 16 | 3.4 | -0.2613 |



https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R_%7bn%7d%20=%20-%20\frac%7bb-a%7d%7b180%7d\cdot%20h%5e%7b4%7d\cdot%20f%5e%7b(4)%7d(c)

(4)(x) = (tg(sin(x))2+1)(-12(tg(sin(x))2+1)·sin(x)·cos(x)2+16(tg(sin(x))2+1)·cos(x)4·tg(sin(x))+6·sin(x)2·tg(sin(x))-24·sin(x)·cos(x)2·tg(sin(x))2+sin(x)+8·cos(x)4·tg(sin(x))3-8·cos(x)2·tg(sin(x)))

Найдем максимальное значение четвертой производной функции на интервале [2.2;3.4].

max[f''(x)] = max((tg(sin(x))2+1)(-12(tg(sin(x))2+1)·sin(x)·cos(x)2+16(tg(sin(x))2+1)·cos(x)4·tg(sin(x))+6·sin(x)2·tg(sin(x))-24·sin(x)·cos(x)2·tg(sin(x))2+sin(x)+8·cos(x)4·tg(sin(x))3-8·cos(x)2·tg(sin(x)))), x[2.2;3.4] =

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R_%7bn%7d%20=%20-%20\frac%7bb-a%7d%7b180%7d\cdot%20h%5e%7b4%7d\cdot%20f%5e%7b(4)%7d(c)%20=%20\frac%7b3.4-2.2%7d%7b180%7d\cdot%200.075%5e%7b4%7d\cdot%20%20=%200

Таким образом, I = 0.438 ± 0

**Практическая работа №9**

**Решение обыкновенных дифференциальных уравнений**

**Задание:**

Решить дифференциальное уравнение с заданным начальным условием методом Эйлера, усовершенствованным методом Эйлера и методом Рунге-Кутта. Расчет провести на отрезке [с,d] дважды: с шагом 0,1 и 0,05. Сделать оценку погрешности полученного решения в точке d методом двойного просчета.

y'=(1- y2)⋅ cos x +0,6y

x∈[0; 1]; y(0)=0

**Практическая работа №10**

**Численное решение задачи оптимизации.**

**Задание:**

Найдите минимум функции f(x) на указанном отрезке двумя способами: половинного деления и золотого сечения:

1. «Вручную» с точностью, доступной за 2 шага вычислительного процесса;
2. С помощью программ для ЭВМ с точностью 1\*10-6
3. С помощью одного из инструментальных средств с точностью 10-6

|  |  |
| --- | --- |
| **F(x)** | **Отрезок** |
|  | [-4; 0] |