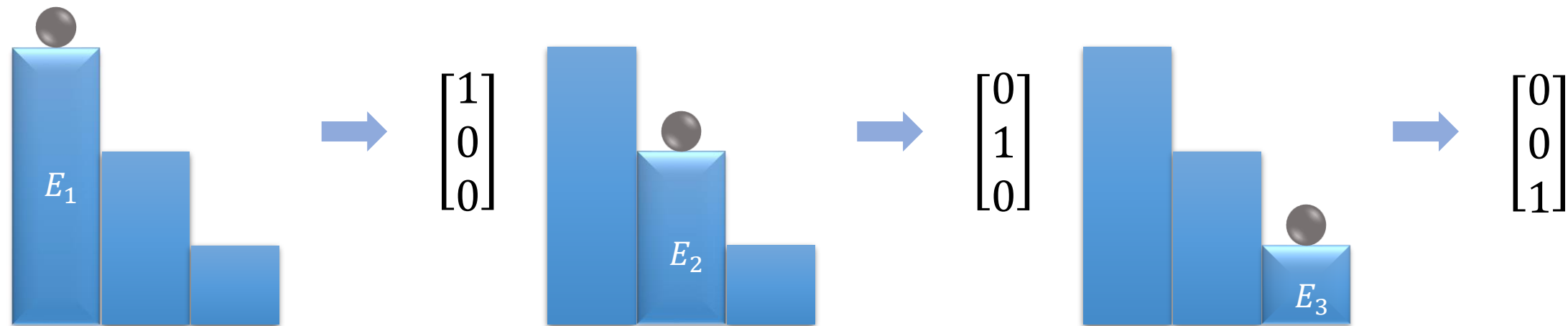


课程三：哈密顿量

• QAOA



$$H = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 哈密顿量

	状态	值
布尔变量 a	a	$True(1)$
	$\neg a$	$False(0)$

• QAOA | 哈密顿量

	状态	值
布尔变量 a	a	$True(1)$
	$\neg a$	$False(0)$
$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$ 0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	1
	$ 1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	-1

• QAOA | 哈密顿量

状态	哈密顿量	泡利表达式	布尔变量
$ 0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) = \frac{I + \sigma^z}{2}$	a
$ 1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$I - \frac{I + \sigma^z}{2} = \frac{I - \sigma^z}{2}$	$\neg a$

• QAOA | 练一练

计算逻辑表达式 $a \wedge b$ 的哈密顿量

$a \wedge b$		b	
		true	false
a	true	1	0
	false	0	0

$$H_{a \wedge b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 练一练

计算逻辑表达式 $a \wedge b$ 的哈密顿量

$a \wedge b$ $a, b \equiv 0\rangle$ $\neg a, \neg b \equiv 1\rangle$		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	1	0
	$ 1\rangle$	0	0

$a \wedge b$ $a, b \equiv 1\rangle$ $\neg a, \neg b \equiv 0\rangle$		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	0	0
	$ 1\rangle$	0	1

$$H_{a\wedge b} = \frac{I + \sigma_0^z}{2} \cdot \frac{I + \sigma_1^z}{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{a\wedge b} = \frac{I - \sigma_0^z}{2} \cdot \frac{I - \sigma_1^z}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 练一练

计算逻辑表达式 $a \vee b$ 的哈密顿量

$a \vee b$		b	
		true	false
a	true	1	1
	false	1	0

$$H_{a \vee b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 练一练

计算逻辑表达式 $a \vee b$ 的哈密顿量

$a \vee b$ $a, b \equiv 0\rangle$ $\neg a, \neg b \equiv 1\rangle$		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	1	1
	$ 1\rangle$	1	0

$a \vee b$ $a, b \equiv 1\rangle$ $\neg a, \neg b \equiv 0\rangle$		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	0	1
	$ 1\rangle$	1	1

$$a \vee b = \neg(\neg a \wedge \neg b)$$

$$H_{a\vee b} = I - \frac{I - \sigma_0^Z}{2} \cdot \frac{I - \sigma_1^Z}{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{a\vee b} = I - \frac{I + \sigma_0^Z}{2} \cdot \frac{I + \sigma_1^Z}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 练一练

计算 $a + b$ 的哈密顿量，其中 $a, b \in \{0,1\}$

$a + b$		b	
		0	1
a	0	0	1
	1	1	2

$$H_{a+b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

QAOA | 练一练

计算 $a + b$ 的哈密顿量，其中 $a, b \in \{0,1\}$

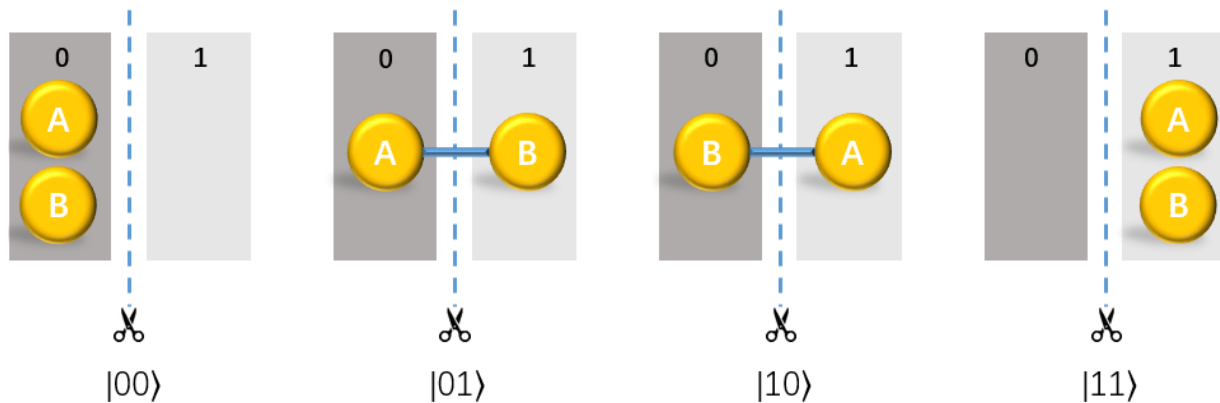
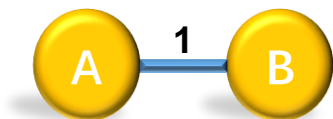
<div> $a + b$ $a, b \text{取} 1 \equiv 0\rangle$ $a, b \text{取} 0 \equiv 1\rangle$ </div>		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	2	1
	$ 1\rangle$	1	0

$$H_{a+b} = \frac{I + \sigma_0^Z}{2} + \frac{I + \sigma_1^Z}{2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

<div> $a + b$ $a, b \text{取} 1 \equiv 1\rangle$ $a, b \text{取} 0 \equiv 0\rangle$ </div>		b	
		$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
a	$ 0\rangle$	0	1
	$ 1\rangle$	1	2

$$H_{a+b} = \frac{I - \sigma_0^Z}{2} + \frac{I - \sigma_1^Z}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

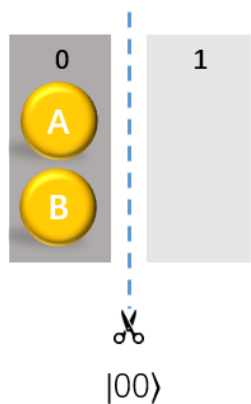
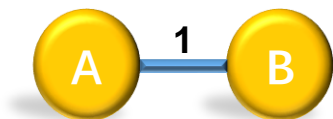
• QAOA | 哈密顿量



$$C_{ij} = \frac{1}{2} (1 - z_i z_j) \quad \text{其中} \quad \begin{cases} z_i, z_j \in 0 \text{组}, & z_i, z_j = 1 \\ z_i, z_j \in 1 \text{组}, & z_i, z_j = -1 \end{cases}$$

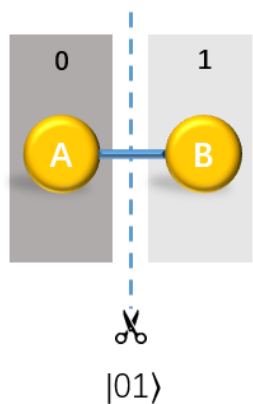
$$MaxCut = \sum_{ij} C_{ij}$$

QAOA | 哈密顿量



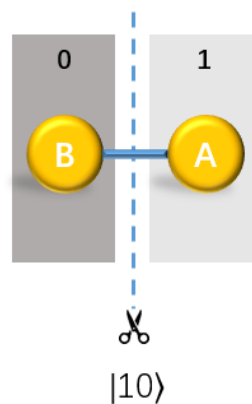
$$|00\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{|00\rangle} = 0$$



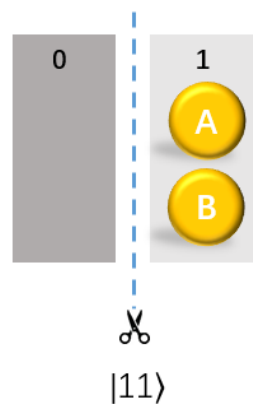
$$|01\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{|01\rangle} = 1$$



$$|10\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{|10\rangle} = 1$$

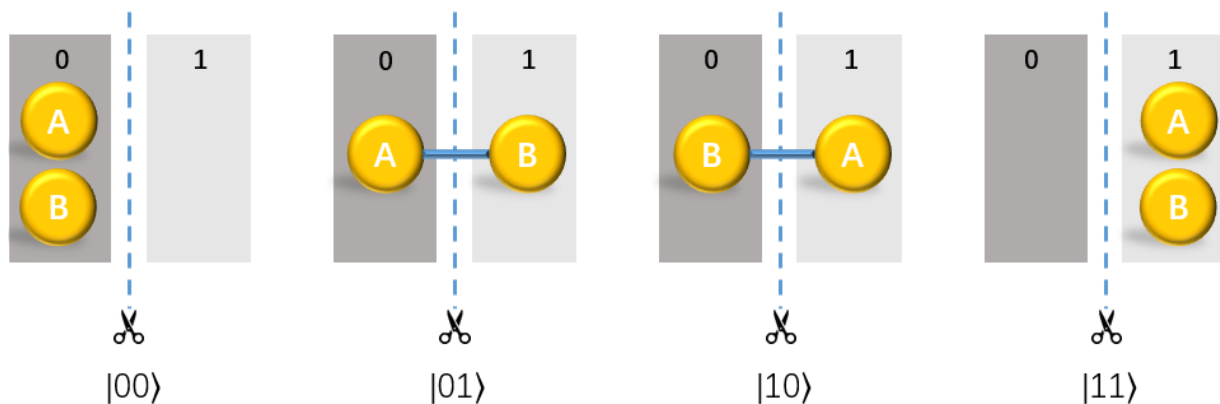
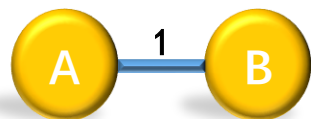


$$|11\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E_{|11\rangle} = 0$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• QAOA | 哈密顿量

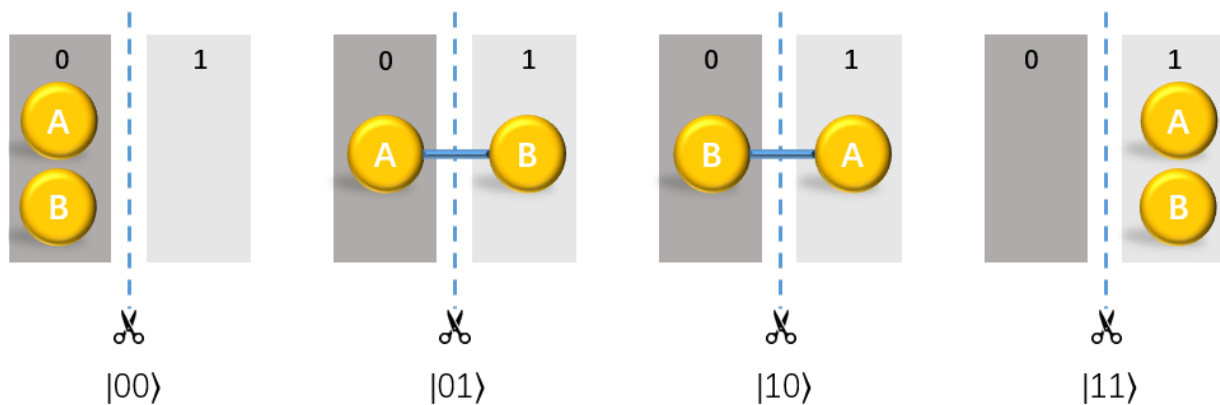
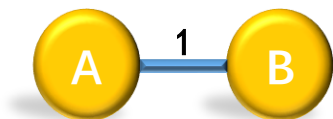


$a \oplus b$		b	
		0	1
a	0	0	1
	1	1	0

$$a \oplus b = a \wedge \neg b + \neg a \wedge b$$

$$\begin{aligned}
 H_{a \oplus b} &= \frac{I + \sigma_0^Z}{2} \cdot \frac{I - \sigma_1^Z}{2} + \frac{I - \sigma_0^Z}{2} \cdot \frac{I + \sigma_1^Z}{2} \\
 &= \frac{I - \sigma_0^Z \sigma_1^Z}{2} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

• QAOA | 哈密顿量

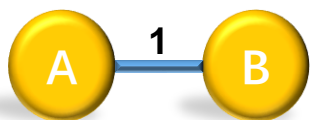


$$H_{MaxCut} = H_1 + H_2 + \cdots + H_n = \sum_{ij} \frac{1}{2} (I - \sigma_i^z \sigma_j^z)$$

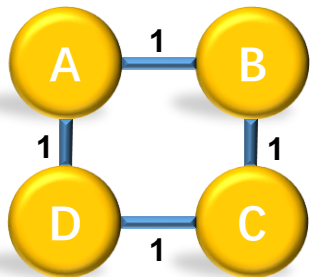
• QAOA | 哈密顿量



如何在QPanda中构造最大切割问题的哈密顿量？



$$\frac{I - \sigma_i^z \sigma_j^z}{2} \quad \{ \text{"Z0 Z1", 1} \}$$



$$\{ \{ \text{"Z0 Z1", 1} \}, \{ \text{"Z1 Z2", 1} \}, \{ \text{"Z2 Z3", 1} \}, \{ \text{"Z3 Z0", 1} \} \}$$

• QAOA | 练习题

计算 $a + b$ 的哈密顿量，其中 $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$

计算 $a * b$ 的哈密顿量，其中 $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$



追本溯源 高掌远跖

支持与交流

<https://github.com/OriginQ/QPanda-2>

<https://www.originqc.com.cn>