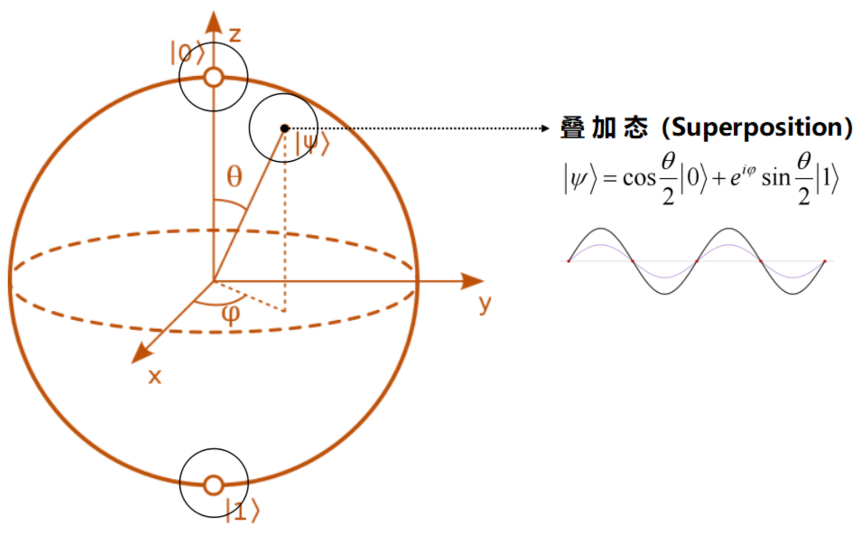
# 2.4 单量子比特门

通过对云平台的了解，目前为止，对于如何使用云平台上的量子逻辑门操作，相信您已经有了一些初步的理解。

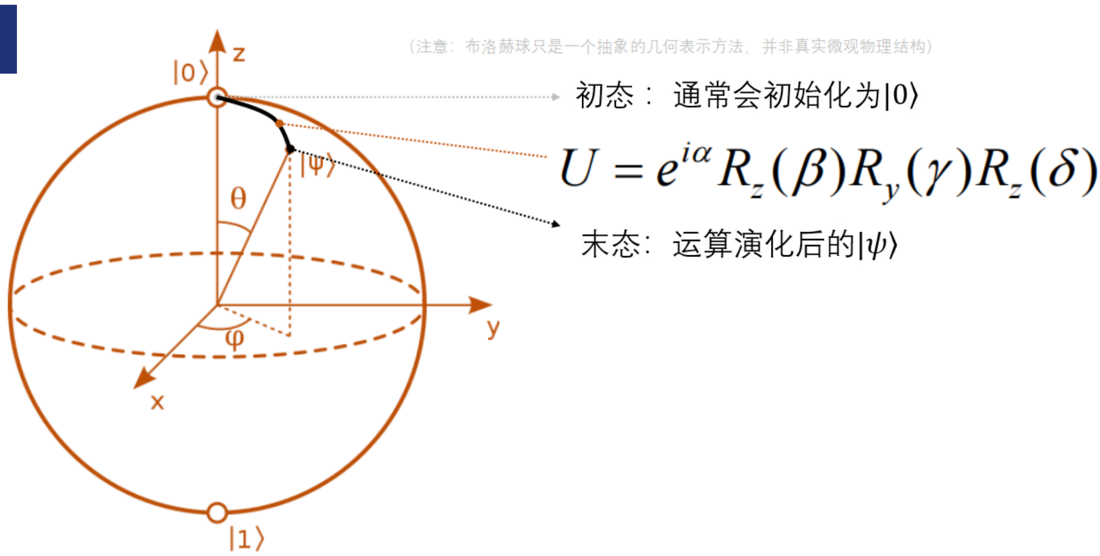
下面，我们来熟悉单量子逻辑门的操作，从而做一些基础的应用。这次演示，包括了两个部分：1. **量子门对单量子比特的操作；2.叠加态的制备和测量。**

现在开始常见逻辑门对单量子比特操作的讲解。在此之前，我们需要了解一下**布洛赫球**。通常，我们可视化单量子比特和单量子逻辑门一些特性时，会用布洛赫球来表征。布洛赫球是一种对于双态系统中纯态空间的几何表示法，球面上的点都可以表征为一个单量子比特。

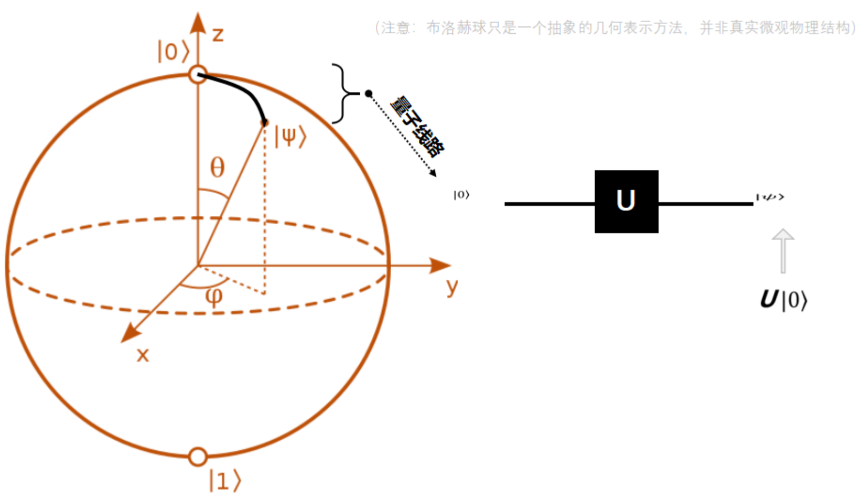
通常，我们定义状态|0>在球面的上方，也即是 Z 正方向上；|1>在球面的正下方。除了这两点为|0>和|1>外，球面上其他点都是|0>和|1>共同表示的叠加态。



接下来了解一下量子态的演化。量子程序里，对于单量子比特计算开始时，初态会从|0>开始演化。回顾我们所讲的计算过程，计算是从初态开始到末态的演化，中间的演化过程用量子逻辑门表示，**在量子力学里用酉矩阵 U 来表征量子逻辑门**。酉矩阵也就是我们平常所说的**幺正变换**，通过演化后，得到末态ψ。

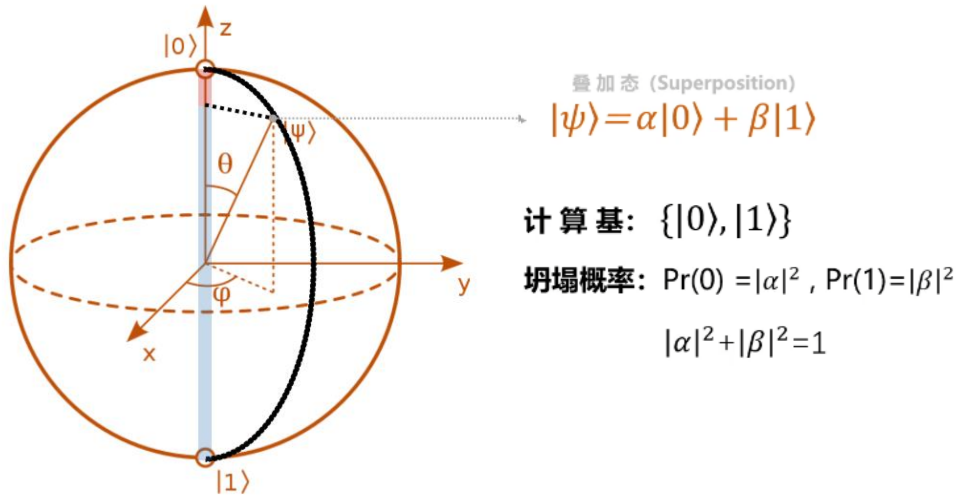



因此，这里对于单量子逻辑门就可以抽象的理解为：**从初始化的|0>态开始，通过特定的操作之后，落在球面上的某一个点，就是我们计算的末态。**当然，在计算的过程中该末态也可以是下一步演化的初态，我们用量子线路来表示这个过程，您应该立马就可以意识到为什么本源量子云平台上的各式各样图标和空白线路需要那样去设计。



现在我们要获取末态的信息。通常，会使用 Z 方向来测量该末态以输出测量结果来了解末态的信息。这里所说的 Z 方向测量，也称为计算-基的测量。对于单量子比特，计算基是由狄拉克符号表示的向量{|0>，|1>}组成，因此对于单个量子比特测量的时候会以一定的概率坍塌到某一个基态上去。

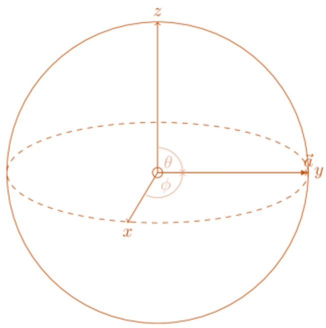
比如，我们的末态是$\psi$，如上等于$\alpha|0> + \beta\ |1>$，当我们测量该状态时就会以$\alpha$模的平方的概率得到 0，$\beta$模的平方概率得到 1。您也可参考左边图例的几何关系来感受量子比特测量时坍塌概率的比例。通过测量，我们就能获取该量子态的信息。




比如，我们的末态是$\psi$，如上等于$\alpha|0> + \beta\ |1>$，当我们测量该状态时就会以$\alpha$模的平方的概率得到 0，$\beta$模的平方概率得到 1。您也可参考左边图例的几何关系来感受量子比特测量时坍塌概率的比例。通过测量，我们就能获取该量子态的信息。

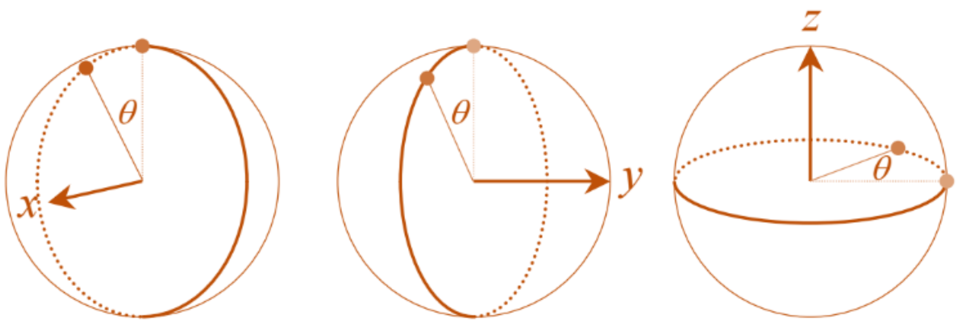
下面我们来补充一下旋转门。前面我们已经了解了初始化|0>态后通过不同的旋转去获取末态，BLH 球是三维球，故用三个旋转方向去描述，这里描述的就是 Z 轴旋转的情况。

**量子比特在球面上分别沿X,Y,Z方向的旋转可视图**




**Z 方 向 上 的 旋 转**

下面分别列出三个方向的图例以及对应的酉矩阵参数表示。




比如，我们想要得到|1>态，如图，从球面上就可以看出只需要让初态|0>沿 X 轴或者 Y 轴旋转 180°，就可以得到：

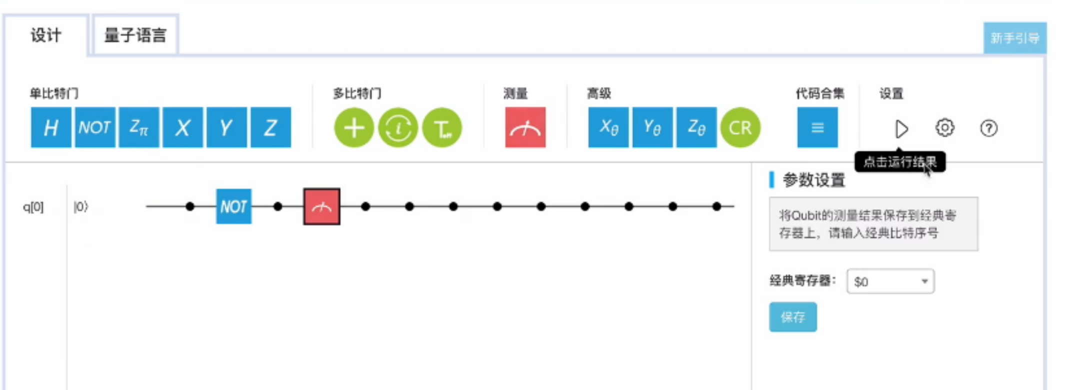
$$R_x(\theta) \equiv e^{-i\theta X/2} = \cos\frac{\theta}{2} I - i\sin\frac{\theta}{2} X = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -i\sin(\theta/2) \\ -i\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}$$

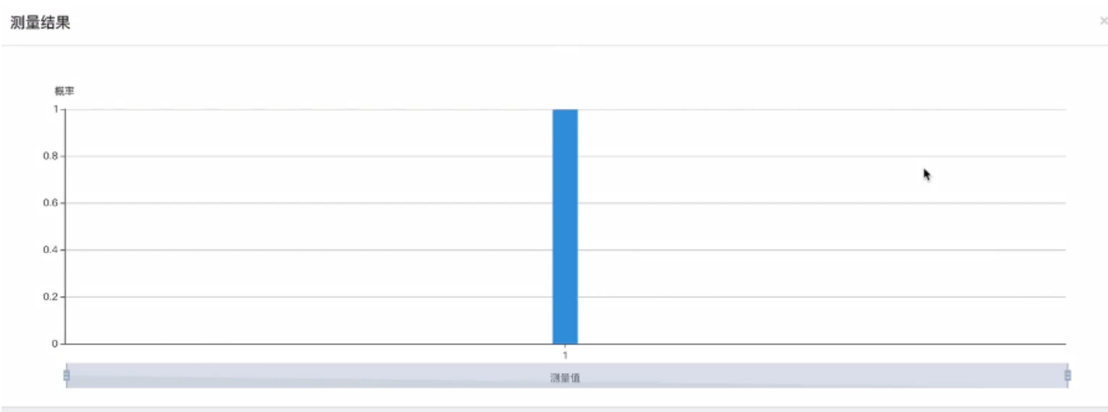
$$R_y(\theta) \equiv e^{-i\theta Y/2} = \cos\frac{\theta}{2} I - i\sin\frac{\theta}{2} Y = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) \equiv e^{-i\theta Z/2} = \cos\frac{\theta}{2} I - i\sin\frac{\theta}{2} Z = \begin{bmatrix} \exp(-i\theta/2) & 0 \\ 0 & \exp(i\theta/2) \end{bmatrix}$$

通常，在旋转量子逻辑门的构造过程中，我们只需要选取两个方向的旋转，在特定参数设置下，就可以表达出任意量子态的量子门操作。

下面，我们在量子云平台上演示一下，这里初始化一个量子比特即可，首先我们将 NOT 门拖入，测量，运行。

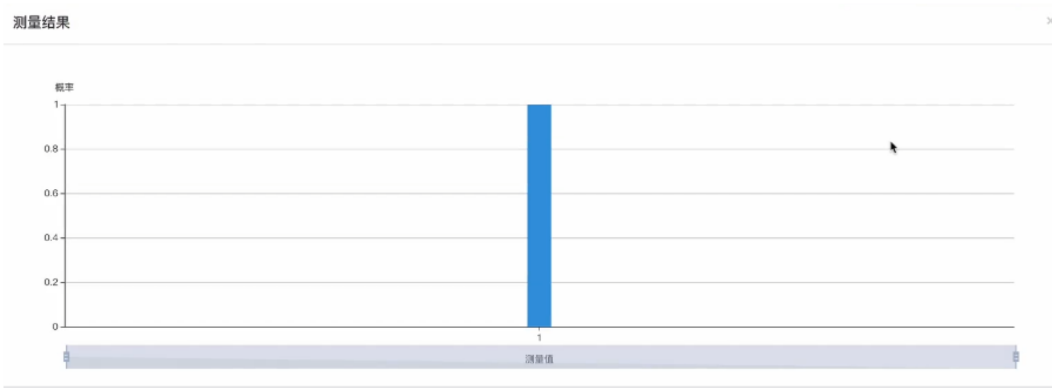



可以看到，发生了翻转，初始态|0>翻转到|1>态。注意，沿 X 轴旋转 180° 等价于云平台上的 NOT 门，鼠标移动上去可以看到参数。

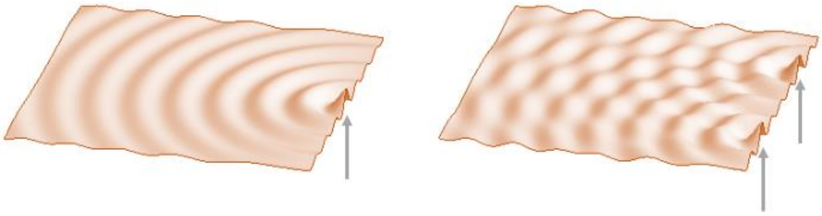
您需要注意的是云平台的上 X 门所用的参数，它的旋转角度是π/2，同理 Y 和 Z。您还需要留心的是在自己设计的算法当中采用的逻辑门所使用的旋转角度的参数，从而拖动或设置对应的量子逻辑门。

下面，我们测试一下 Y 门，由于我们要旋转 180°，所以需要使用旋转 Y 门来设置参数。这里我们设置参数为π，然后测量，得出结果和预期一致。

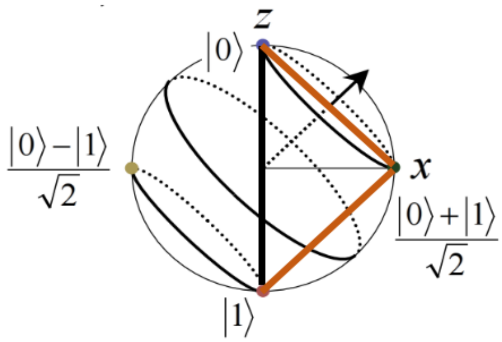




紧接着我们来了解一下叠加态的制备和测量。首先，简要的理解什么是叠加态。刚才提到布洛赫球面上除了|0>和|1>的点，其他都可以理解为是|0>和|1>的叠加状态。在自然界里，感受叠加态最好的方法就是波纹的叠加。

如图，单一的水波源，没有叠加状态，但两个波源彼此作用时，就产生了波的叠加。通常，我们说一个量子系统的几个量子态归一化线性组合后得到的状态即是叠加态，叠加态允许两个状态同时存在。更详细的知识，期望您参考相关的阅读，更深入去理解。



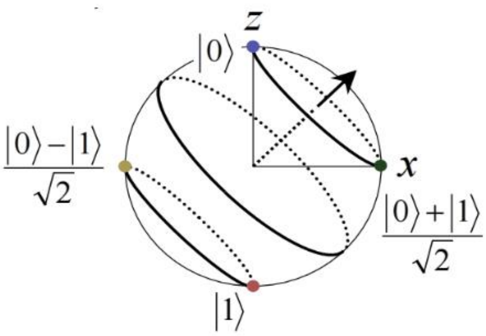
下面来看一个重要的量子逻辑门-Hadamard 门，在量子计算里，常用 Hardamad 门来构造叠加态。简单来理解 H 门操作，它是 Z 方向和 X 方向的垂直平分线上的旋转操作。Hardamad 门是非常重要的普适量子逻辑门之一，当单量子比特经过 H 门操作之后，会得到一个叠加态。




$$H|0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |+\rangle$$

$$H|1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \equiv |-\rangle$$

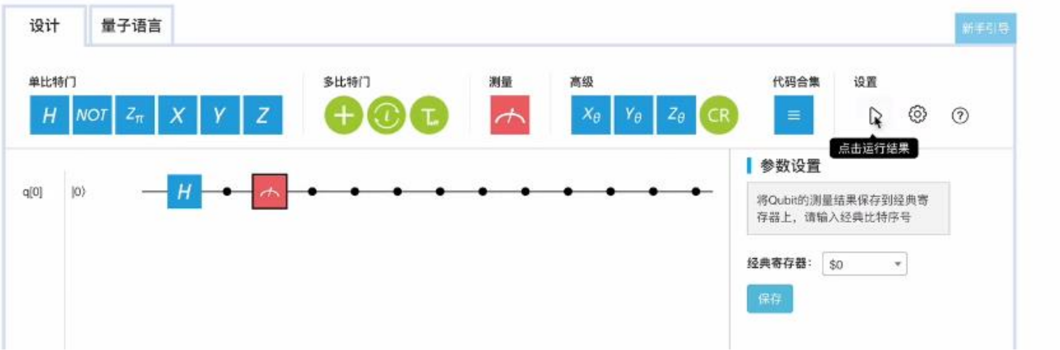
测量的时候，会以相同的概率坍塌到|0>和|1>上。通过简单的几何关系，就能够体现出坍塌概率的均等性。




$$H = \frac{X + Z}{\sqrt{2}}$$

注意：这里逻辑门X,Z 的旋转角度都是 $\pi$。

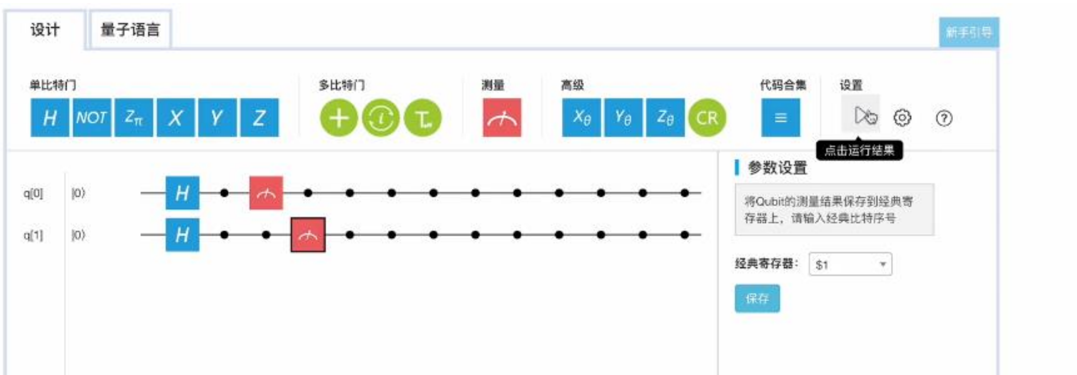
可以看下面在云平台上的演示，拖动量子逻辑门，测量操作，运行。

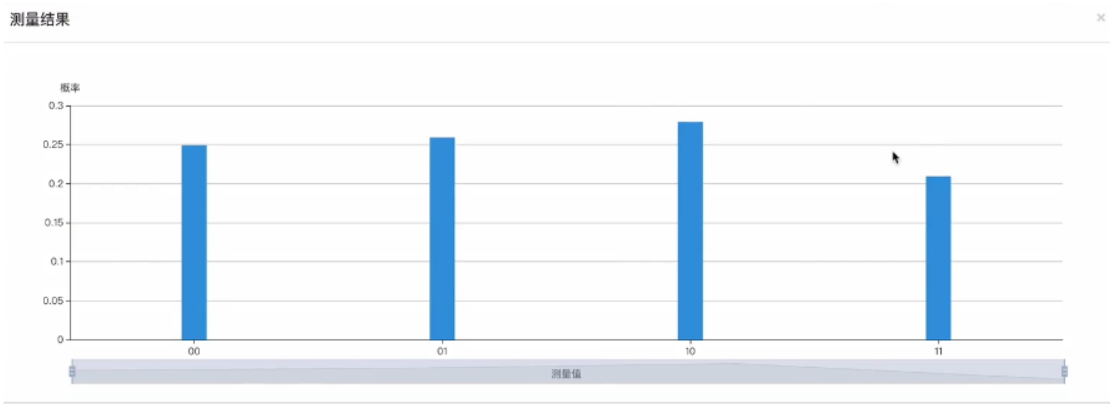




您会发现，得到的结果不是一个，而是 0 和 1 的状态，差不多各占一半。当然 H 门可以推广到任意数目的量子比特上，从而产生所有计算基态的平衡叠加。它的效率非常高，用 n 个量子比特就能产生 $2^n$ 个状态的叠加。

比如我们初始化 2 个量子比特，对每一个初始化的量子比特都执行 H 门操作，然后测量，运行。






您看就会得到四个基态的概率分布，分别为：00，01，10 和 11，其概率差不多各占 25%；有个细节我们需要说明一下，您可能会疑问，为什么测量之后的概率不完全相等？我们知道，物理环境下的量子态受到噪音以及测量次数等的影响，因此会出现测量结果的不均等，**正是这样的不可预测性，测量叠加态就可以方便的用作制备真随机数。**