Algorítmica: Práctica 1

Andrés Herrera Poyatos, Antonio Rafael Moya Martín-Castaño, Iván Sevillano García, Juan Luis Suárez Díaz

25 de marzo de 2015

Contents

Organización de la práctica

Se adjunta el directorio comprimido **Code** con todos los datos obtenidos. La información se organiza como sigue:

- Los códigos **.cpp** de los distintos algoritmos están disponibles en la carpeta **src**.
- En la carpeta **sh** se encuentran scripts auxiliares, cada uno especializado en la toma de datos de uno o varios algoritmos concretos.
- En la carpeta **plot**, de la misma forma, se encuentran scripts especializados en la elaboración de las distintas gráficas.
- El script de bash **ejecuciones.sh** se encarga de obtener todos los datos y gráficas para todos los algoritmos llamando a los scripts mencionados anteriormente.
- En las carpetas **Datos*Autor*** se almacenan los archivos .dat generados por cada uno de los autores, en sus respectivos PCs. Los ficheros contienen, para cada algoritmo, varias parejas *[tamaño tiempo]* correspondientes a distintas ejecuciones del programa con distintos tamaños y sus respectivos resultados. Han sido generados con **ejecuciones.sh** y son utilizados a lo largo del trabajo.
- De forma análoga, están disponibles los directorios **Tablas*Autor*** e **Imagenes*Autor*** que contienen tablas en formato **.md** con los resultados y las gráficas del comportamiento de los algoritmos generadas por *gnuplot*, respectivamente.

Cada ejercicio tiene su apartado en el pdf con su corresponiente enunciado y solución.

Los datos y gráficas tomados junto con toda la estructura jerárquica de la práctica pueden consultarse aquí.

Ejercicio 1: Cálculo de la eficiencia empírica

Enunciado:

Calcule la eficiencia empírica de los algoritmos pedidos. Defina adecuadamente los tamaños de entrada para que se generen al menos 25 datos. Incluya en la memoria tablas diferentes para los algoritmos de distinto orden de eficiencia (una con los algoritmos $O(n^2)$, otra con los $O(n \log n)$, otra con $O(n^3)$ y otra con $O((\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n)$.

A continuación se proporcionan las tablas, una para cada clase de algoritmos:

Tabla con los algoritmos cuadráticos

Tamaño del Vector	Burbuja	Seleccion	Insercion
1000	0.005971	0.003397	0.001321
2000	0.018136	0.009589	0.007588
3000	0.024143	0.014704	0.020282
4000	0.043267	0.025817	0.023064
5000	0.067684	0.037817	0.034221
6000	0.099499	0.055028	0.047872
7000	0.137072	0.073739	0.064517

Tamaño del Vector	Burbuja	Seleccion	Insercion
8000	0.181558	0.092111	0.082905
9000	0.232648	0.118624	0.103043
10000	0.290489	0.14394	0.124546
11000	0.354349	0.178614	0.151216
12000	0.433737	0.20678	0.178228
13000	0.519202	0.239558	0.209278
14000	0.59308	0.273397	0.248141
15000	0.689312	0.314147	0.276967
16000	0.789129	0.356495	0.317291
17000	0.890449	0.402106	0.358508
18000	1.01538	0.450575	0.397242
19000	1.1313	0.50472	0.435913
20000	1.26128	0.55525	0.483853
21000	1.39441	0.611367	0.541654
22000	1.55788	0.670662	0.600085
23000	1.68169	0.732809	0.644882
24000	1.84769	0.800821	0.70273
25000	1.9893	0.864984	0.762199

Tabla con los algoritmos cúbicos

Nodos del Grafo	Floyd
32	0.000596
64	0.004593
96	0.01017
128	0.017141
160	0.035407
192	0.054113
224	0.083649
256	0.116013
288	0.153556
320	0.217792
352	0.280357
384	0.362685
416	0.460287
448	0.581175

Nodos del Grafo	Floyd
480	0.703839
512	0.852424
544	1.02124
576	1.25977
608	1.44669
640	1.68365
672	1.93344
704	2.23303
736	2.54158
768	2.89293
800	3.25971

Tabla con el algoritmo de Fibonacci ($O((\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n)$)

Índice	Fibonacci
15	1.3e-05
16	2e-05
17	2.6e-05
18	4.4e-05
19	5e-05
20	0.000114
21	8.6e-05
22	0.000154
23	0.000582
24	0.00097
25	0.001314
26	0.002554
27	0.002394
28	0.003356
29	0.004289
30	0.007083
31	0.011583
32	0.017354
33	0.029313
34	0.047371
35	0.073093

Índice	Fibonacci
36	0.127835
37	0.190808
38	0.308124
39	0.498824
40	0.849934

Tabla con el algoritmo de Hanoi ($O(2^n)$))

Num. Discos	Hanoi
5	1e-06
6	3e-06
7	3e-06
8	6e-06
9	9e-06
10	1.3e-05
11	4.9e-05
12	7.6e-05
13	0.00015
14	0.00019
15	0.000393
16	0.000851
17	0.002302
18	0.003382
19	0.009191
20	0.019015
21	0.024593
22	0.041194
23	0.065421
24	0.127555
25	0.246427
26	0.483075
27	0.96832
28	1.9249
29	3.83247
30	7.63996

Tabla con los algoritmos n log n

Tamaño del Vector	Mergesort	Quicksort	Heapsort
40000	0.015087	0.006235	0.008042
80000	0.02682	0.014736	0.018251
120000	0.037756	0.02246	0.027588
160000	0.041266	0.025439	0.043
200000	0.059359	0.032775	0.048956
240000	0.057706	0.041055	0.067071
280000	0.065938	0.045861	0.065239
320000	0.082393	0.053183	0.072391
360000	0.093771	0.057395	0.095929
400000	0.107337	0.063843	0.102829
440000	0.102685	0.071064	0.104917
480000	0.122825	0.076521	0.111892
520000	0.136037	0.082585	0.120963
560000	0.141045	0.087434	0.132638
600000	0.150005	0.093448	0.143338
640000	0.1658	0.100634	0.156171
680000	0.181068	0.109131	0.165101
720000	0.211107	0.115456	0.178005
760000	0.205422	0.121493	0.188856
800000	0.226734	0.129283	0.193322
840000	0.200972	0.136155	0.207626
880000	0.211482	0.141553	0.223124
920000	0.23571	0.148845	0.229493
960000	0.240497	0.155352	0.247564
1000000	0.244299	0.178312	0.267759

Tabla con los algoritmos de ordenación

Finalmente, mostramos una tabla con la comparativa de todos los algoritmos de ordenación, tanto cuadráticos como $n \log n$. Podemos apreciar que para tamaños relativamente pequeños (25.000) ya existen notables diferencias:

Tamaño del Vector	Burbuja	Seleccion	Insercion	Mergesort	Quicksort	Heapsort
1000	0.005971	0.003397	0.001321	0.000359	0.000195	0.000114
2000	0.018136	0.009589	0.007588	0.000756	0.000269	0.000639
3000	0.024143	0.014704	0.020282	0.00074	0.000671	0.001008

Tamaño del Vector	Burbuja	Seleccion	Insercion	Mergesort	Quicksort	Heapsort
4000	0.043267	0.025817	0.023064	0.000748	0.00067	0.001327
5000	0.067684	0.037817	0.034221	0.002255	0.000567	0.000822
6000	0.099499	0.055028	0.047872	0.001549	0.001661	0.001141
7000	0.137072	0.073739	0.064517	0.003041	0.001953	0.001359
8000	0.181558	0.092111	0.082905	0.003166	0.002456	0.001679
9000	0.232648	0.118624	0.103043	0.004058	0.001649	0.002775
10000	0.290489	0.14394	0.124546	0.003803	0.001971	0.002436
11000	0.354349	0.178614	0.151216	0.004144	0.002048	0.003717
12000	0.433737	0.20678	0.178228	0.0041	0.003616	0.004062
13000	0.519202	0.239558	0.209278	0.005279	0.003037	0.004538
14000	0.59308	0.273397	0.248141	0.006677	0.002399	0.003738
15000	0.689312	0.314147	0.276967	0.006024	0.002247	0.006105
16000	0.789129	0.356495	0.317291	0.007461	0.002721	0.003677
17000	0.890449	0.402106	0.358508	0.006324	0.002745	0.00402
18000	1.01538	0.450575	0.397242	0.008806	0.005765	0.00688
19000	1.1313	0.50472	0.435913	0.008887	0.004034	0.003986
20000	1.26128	0.55525	0.483853	0.007868	0.003407	0.007215
21000	1.39441	0.611367	0.541654	0.00544	0.00359	0.007316
22000	1.55788	0.670662	0.600085	0.006238	0.00374	0.008641
23000	1.68169	0.732809	0.644882	0.010339	0.006076	0.008602
24000	1.84769	0.800821	0.70273	0.010512	0.006921	0.009229
25000	1.9893	0.864984	0.762199	0.009398	0.003104	0.006293

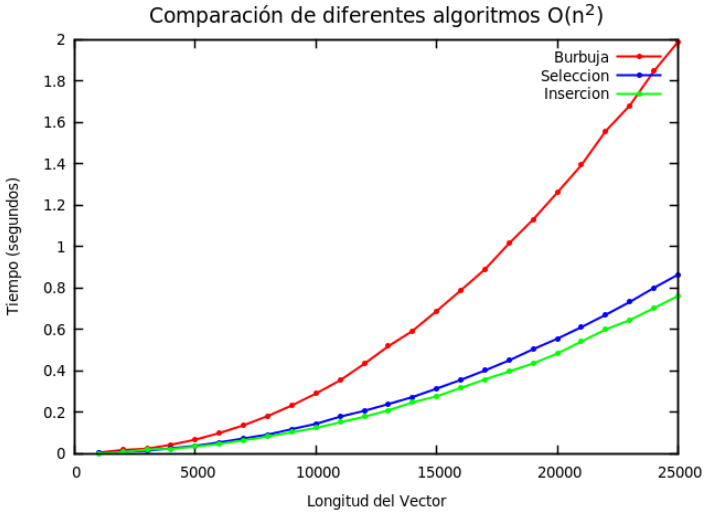
Ejercicio 2: Elaboración de gráficas

Enunciado:

Con cada una de las tablas anteriores genere un gráfico comparando los tiempos de los algoritmos. Indique claramente el significado de cada serie. Para los algoritmos que realizan la misma tarea (los de ordenación), incluya también una gráfica con todos ellos, para poder apreciar las diferencias de rendimiento de algoritmos con diferente orden de eficiencia.

No se debe pasar por alto que los datos utilizados en los algoritmos de ordenación y el de Floyd se generan de manera aleatoria. Esto influye sobre todo al comparar los algoritmos de ordenación entre sí pues es bien conocido que ciertos algoritmos operan bien cuando los datos están casi ordenados (insección, burbuja) y otros no (quicksort). Existen otros algoritmos que el tiempo dedicado es casi independiente de los datos de entrada (selección, mergesort, heapsort). Sin embargo, el error que se pueda cometer por este hecho es pequeño ya que es muy raro obtener datos casi ordenados de forma aleatoria.

Gráfica comparativa de los algoritmos cuadráticos.



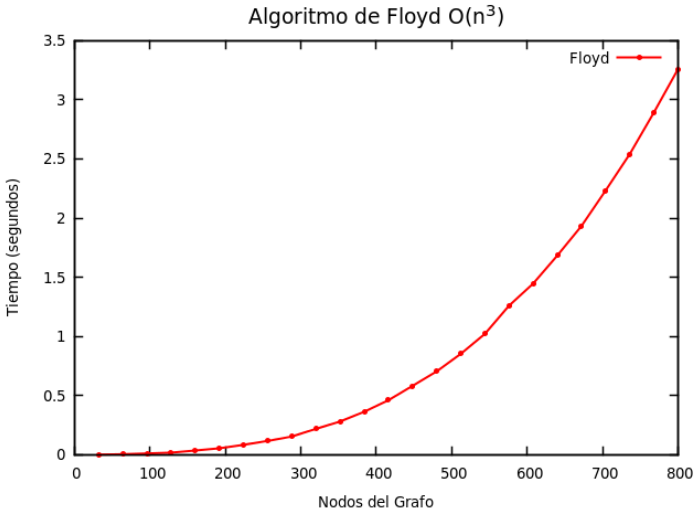
Cabe destacar, que dentro de los algoritmos cuadráticos también existen ciertas diferencias; a continuación, vamos a razonar su existencia. Como se puede observar, el algoritmo de la burbuja emplea un mayor tiempo que los otros dos. Le sigue el algoritmo de selección y de cerca el de inserción. La razón es la siguiente:

- Comparaciones e intercambios del algoritmo de selección: $\frac{n(n-1)}{2}$ y n respectivamente.
- Comparaciones e intercambios del algoritmo de burbuja: $\frac{n(n-1)}{2}$ y un intercambio por cada par de índices $i < j$ tales que $v[i] > v[j]$.
- Comparaciones e intercambios del algoritmo de inserción: $\frac{n(n-1)}{4}$ en promedio y n desplazamientos de los datos (uno por iteración) luego $\frac{n(n-1)}{4}$ asignaciones en promedio.

El número de intercambios del algoritmo burbuja suele ser mucho mayor en promedio que en el caso del algoritmo de selección, que siempre es n. Los intercambios son una operación relativamente costosa, lo que produce el mayor tiempo dedicado.

Veamos ahora, por qué el de inserción es el mejor de los tres. El algoritmo de inserción, en su peor caso (vector totalmente invertido) utiliza el mismo número de comparaciones que el de selección y en el caso promedio la mitad. Esto produce un ahorro importante de tiempo que prevalece en el total del algoritmo (los desplazamientos no son tan costosos). Al ser mejor que el de selección ya es mejor automáticamente que el algoritmo de burbuja.

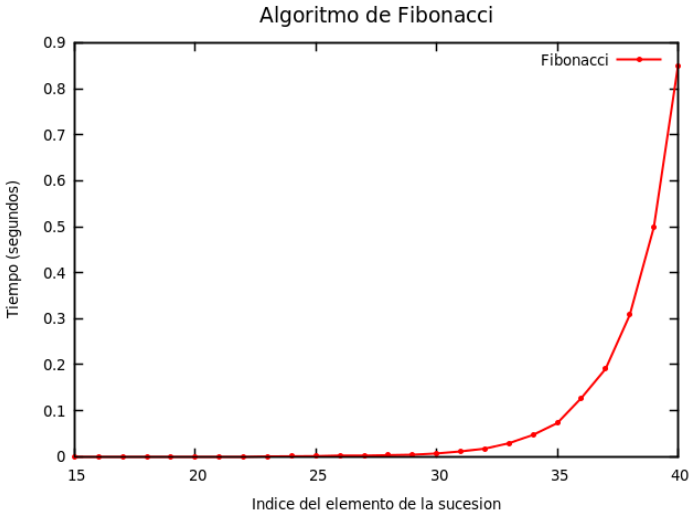
Gráfica del algoritmo cúbico (Floyd)



Contrastando con las gráficas anteriores, podemos ver que existe una gran diferencia entre los algoritmos cuadráticos y el algoritmo de Floyd, que es cúbico (éste último emplea un tiempo mucho mayor).

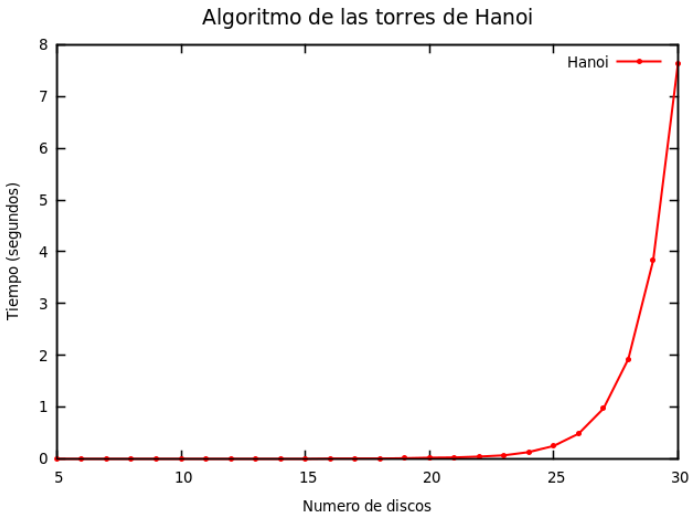
Como nota, el algoritmo de Dijkistra resuelve el mismo problema para grafos con pesos no negativos y consigue una eficiencia de $O(n^2 \log n)$, por lo que es mucho más práctico dada la diferencia que existe entre ambos órdenes de eficiencia.

Gráfica del algoritmo de Fibonacci ($O((\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n)$)



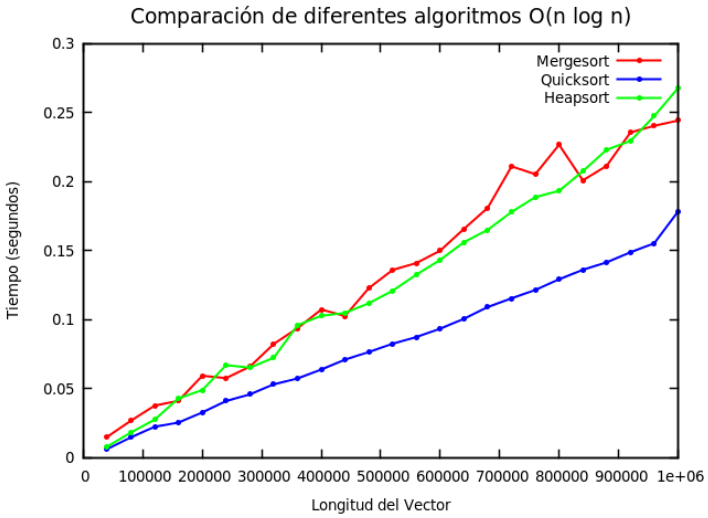
Tanto en éste algoritmo como en el de Hanoi podemos ver la naturaleza exponencial de la curva. ¡A partir de un n pequeño el tiempo ya es de segundos! Por ello se han utilizado datos pequeños en las ejecuciones. Como curiosidad, para $n = 50$ ya no terminaba en un tiempo razonable.

Gráfica del algoritmo de Hanoi ($O(2^n)$)



La naturaleza exponencial de este algoritmo es más drástica, tardando más de 7 segundos solo para $n = 30$. ¡Para $n = 40$ tardaría dos días!

Gráfica de los algoritmos $O(n \log n)$



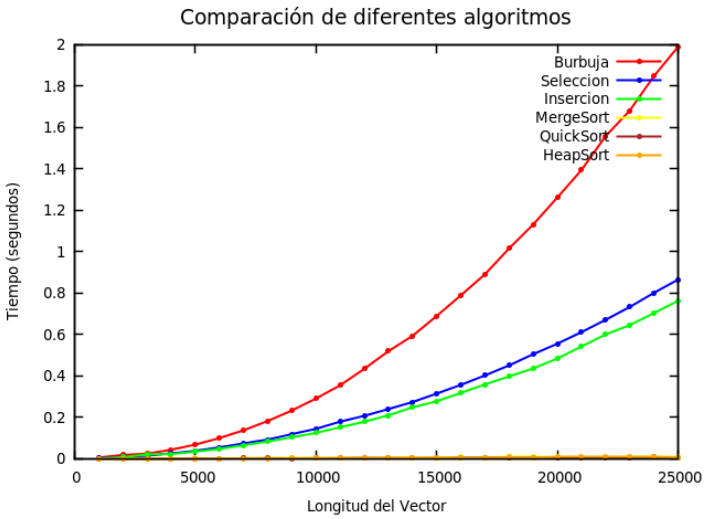
El algoritmo quicksort es claramente más rápido. Este algoritmo es de naturaleza aleatoria, así que el hecho de que los vectores se generen aleatoriamente influye en su correcto funcionamiento. Nótese que si los vectores estuviesen casi ordenados quicksort sería cuadrático. Sin embargo, esto es muy difícil que pase con vectores aleatorios.

El peor funcionamiento de mergesort se produce ya que utiliza espacio extra en la operación de *merge*, que suele ser además bastante más lenta que el particionamiento del quicksort.

En el caso del heapsort, este algoritmo en primer lugar crea el heap y luego lo ordena extrayendo el mínimo cada vez. El tener que realizar ambas operaciones hace que su constante sea casi el doble que la de quicksort que empieza a ordenar desde el primer momento.

Mergesort y heapsort operan con similar velocidad. Sin embargo, es preferible el último puesto que no utiliza memoria exta, es *in-place*.

Gráfica comparativa con todos los algoritmos de ordenación.



Por último y a modo de conclusión, podemos observar esta gráfica en la que quedan comparados los algoritmos cuadráticos y los de orden $n\log(n)$. No se compara con el resto de algoritmos por la abismal diferencia existente, hecho mostrado anteriormente. Esta diferencia es aún mayor en el caso de los exponenciales que son inviables en la práctica.

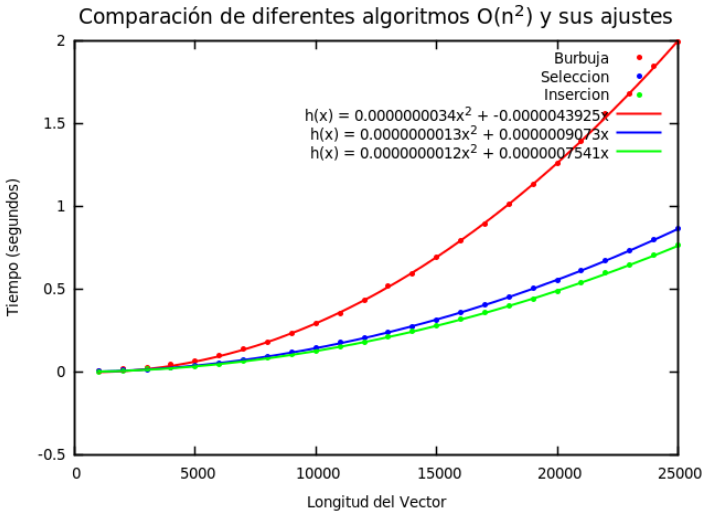
En cuanto a lo que vemos en esta gráfica, podemos observar la gran diferencia entre los algoritmos quicksort, mergesort y heapsort y los cuadráticos. Podemos ver también que dentro de este conjunto de algoritmos, como hemos explicado anteriormente, el peor de todos es el de la burbuja.

Ejercicio 3: Eficiencia híbrida.

Enunciado:

Calcule la eficiencia híbrida de los algoritmos. Pruebe también con otros ajustes que no se correspondan con la eficiencia teórica y compruebe la variación en la calidad del ajuste.

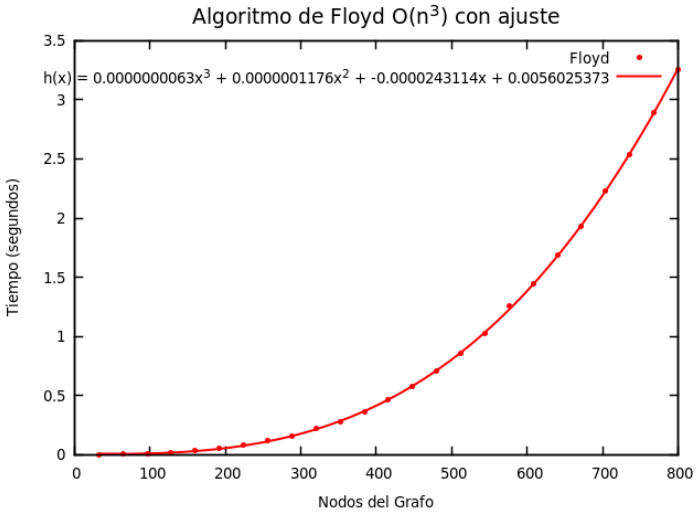
Ajustes de los algoritmos de ordenación cuadráticos:



En esta gráfica podemos observar la parábola a la que se ajusta el comportamiento de cada uno de los algoritmos de ordenación cuadráticos. La constante oculta (el término que acompaña a los coeficientes líder) es casi el triple en para el algoritmo de la burbuja con respecto al de selección y al de inserción. También podemos ver que el algoritmo de selección y de inserción tienen un comportamiento muy similar en el ajuste, variando la constante oculta en un 8.33 %.

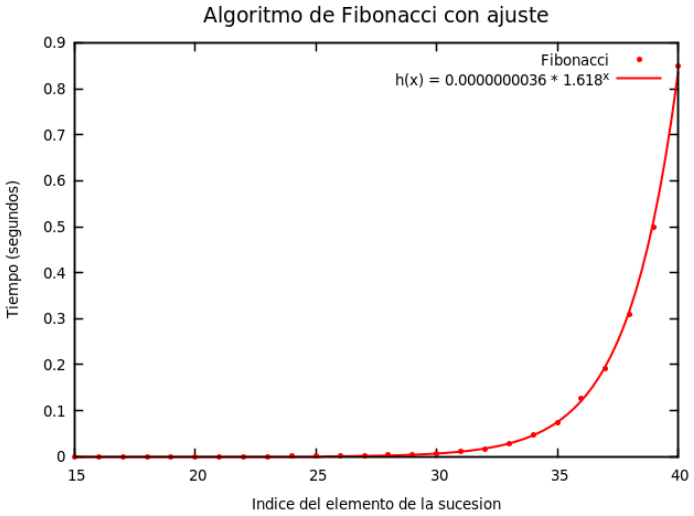
Con todo esto, lo que queda en evidencia es que, como ya presagiamos en los ejercicios 1 y 2, el algoritmo de la burbuja es el más lento de los 3. La explicación, ya dada en el ejercicio anterior pero que nunca viene mal recordar, es que el número de intercambios es mucho mayor en el caso del algoritmo de burbuja que en el de selección a pesar de que realizan el mismo número de comparaciones. En el caso del algoritmo de inserción, en media realiza la mitad de comparaciones que los otros dos pero también $\frac{n(n-1)}{4}$ asignaciones. Un total de $\frac{n(n-1)}{2}$ operaciones en media ganando n intercambios que sí realiza el algoritmo de selección. Si hacemos proporciones esto explica los coeficientes obtenidos de forma empírica.

Ajuste del algoritmo de Floyd:



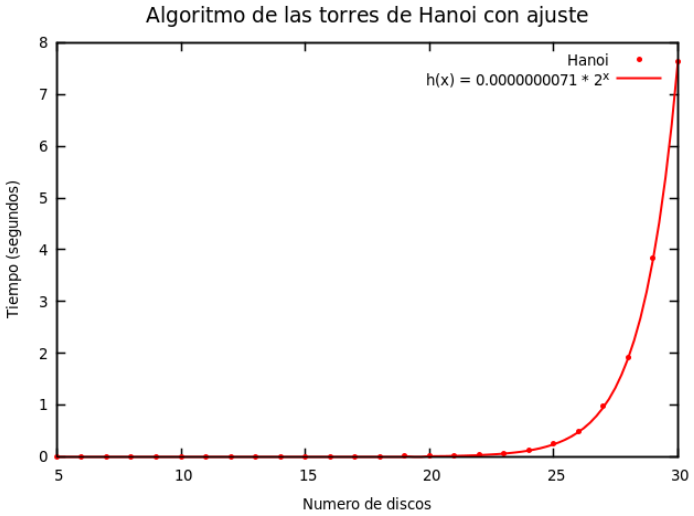
En este caso, podemos ver de nuevo que el comportamiento del algoritmo se ajusta bastante bien a un polinomio de grado 3. De nuevo queda bastante claro que este algoritmo, que es de orden cúbico, emplea tiempos mucho mayores que los algoritmos cuadráticos, basta observar que incluso el coeficiente del término de grado dos es mayor que los anteriores.

Ajuste del algoritmo de Fibonacci:



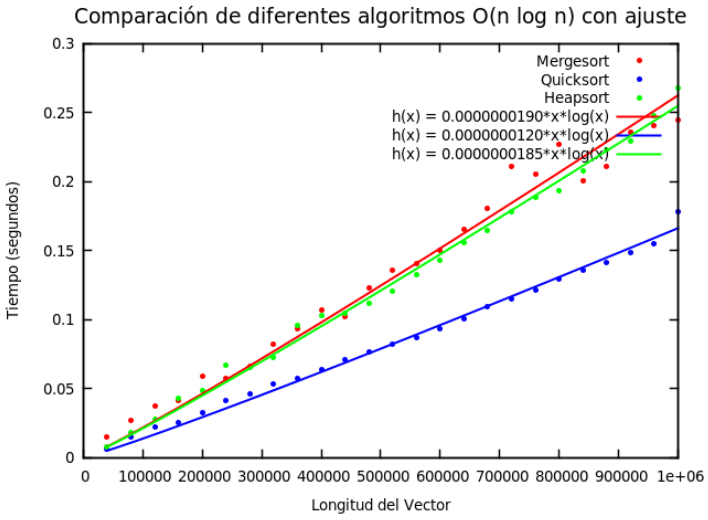
En este caso, podemos ver de nuevo que el comportamiento del algoritmo se ajusta bastante bien con el de esta función. Hemos visto que tanto en casos cuadráticos, cúbicos como exponenciales, el ajuste realizado es de gran calidad, cosa que no ocurre exactamente con los $n \log n$ como veremos más adelante. Esto se produce debido a que las llamadas al Sistema Operativo propocan poca varianza en relación con el trabajo realizado. Además, existen otros condicionantes, en el caso de los $n \log n$ que se explicarán en el apartado de ajuste de éstos últimos, que necesitarán un n muy grande para conseguir unos datos decentes.

Ajuste del algoritmo de las torres de Hanoi



En este caso, de nuevo, podemos ver que el algoritmo se ajusta bastante bien a la función que se observa en la gráfica. En este apartado, cabe destacar que se ve claramente que, pese a ser el algoritmo de las torres de Hanoi y el de Fibonacci ambos exponenciales, el de Fibonacci es más rápido que el de las torres de Hanoi (1.6 vs 2). Otro detalle que merece la pena destacar, tanto para este algoritmo como el de Fibonacci, ambos exponenciales, es que a pesar del pequeño tamaño de la constante oculta obtenida (en torno a $3 * 10^{-9}$), los tiempos se disparan enseguida, quedando los algoritmos inoperables con tamaños relativamente pequeños, como la media centena. Esto nos pone de manifiesto, además, que aunque hubiésemos usado una máquina mucho más potente, por mucho que logremos disminuir la constante oculta, la naturaleza exponencial del algoritmo va a terminar por disparar el tiempo para tamaños no demasiado grandes.

Ajuste de los algoritmos de ordenación $O(n \log n)$

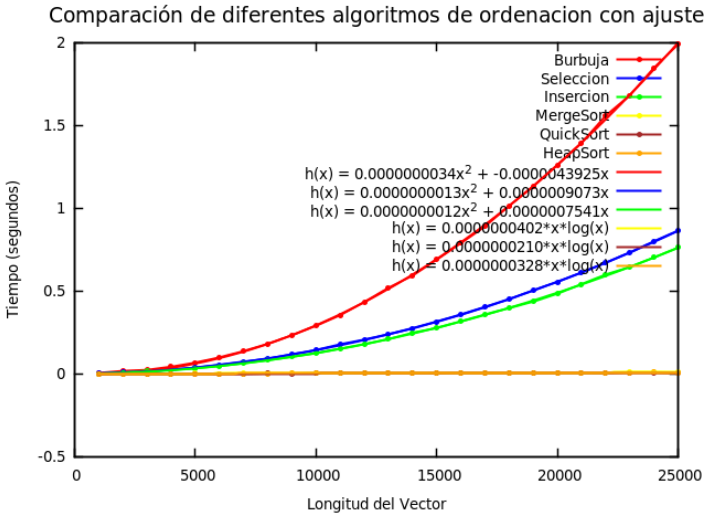


Para comenzar, comentar que se ve de nuevo, al igual que comentamos anteriormente, que el mergesort y el heapsort son bastante similares, mientras que el quicksort es el más rápido de los tres. Ésto, como ya explicamos antes en el ejercicio 2, se debe pricipalmente a las reservas de memoria extra que se realizan en el mergesort y menor número de operaciones en media del quicksort. Decíamos en su momento que el heapsort

tardaba casi el doble que el quicksort pues también tenía que crear el heap previamente. Ahora, podemos comprobarlo de forma empírica, siendo su constante oculta un 54.17% mayor. Por tanto, todo lo explicado queda de manifiesto al observar el ajuste de cada una de estas gráficas, probando que la teoría funciona en la práctica.

Por otra parte, es necesario comentar a qué se debe que el ajuste sea menos preciso que en casos anteriores y que, además, sea distinto para los 3 casos. Por un lado, como ya explicamos anteriormente, el hecho de que se tarde menos tiempo en realizar estos algoritmos hace que existan ciertas variaciones en las medidas. Por otro lado, podemos ver que el ajuste en el caso del mergesort es peor que en el caso del resto. Ésto último se debe a las variaciones que hay en la medida, ya que, en función del tamaño del vector, se realizan unas particiones distintas. Podemos observar también que el ajuste es algo mejor en el heapsort que en el quicksort, y ésto se puede deber a la aleatoriedad de éste último.

Comparativa de ajustes de todos los algoritmos de ordenación

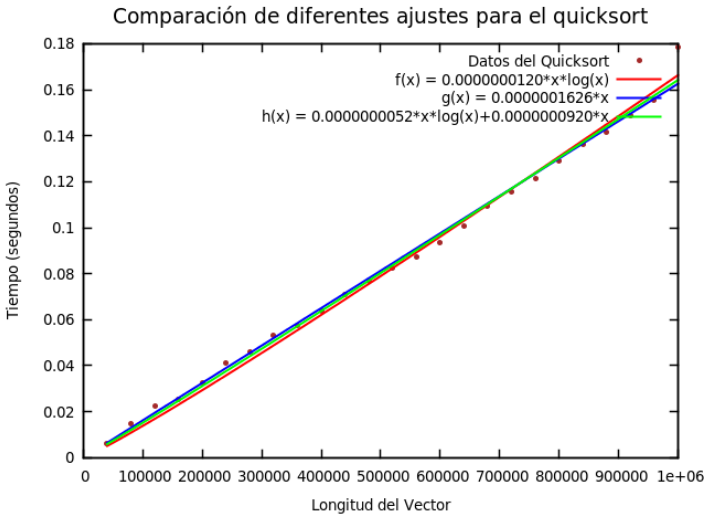


Con esta última comparativa, queda de manifiesto todo lo dicho anteriormente comparando las gráficas de los algoritmos del mismo orden, mientras que se observa también, que los algoritmos cuadráticos son mucho más lentos que los de orden $n \log n$.

Probando otros ajustes

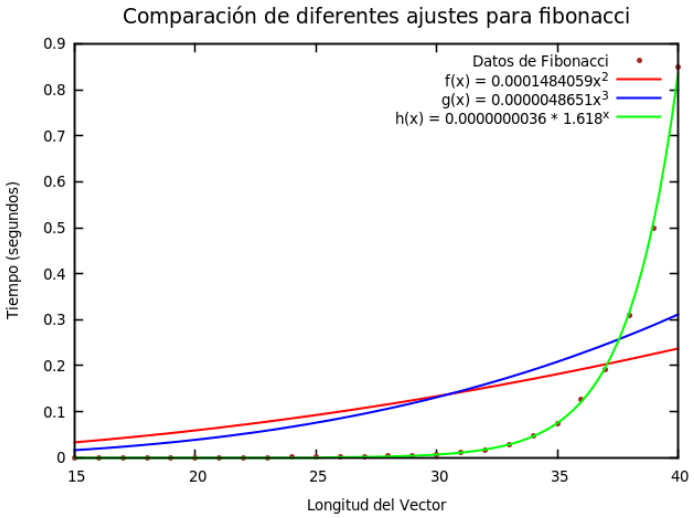
Finalmente, vamos a probar a realizar otros ajustes sobre ciertos algoritmos, para ver la calidad de estos en comparación con el ajuste teórico, que es el que se ha establecido anteriormente. Por un lado, vamos a intentar ajustar el quicksort, representante de $O(n \log n)$ con ajustes lineales, para observar qué influencia tiene la parte logarítmica del $n \log n$. Por otra parte, intentaremos realizar un ajuste polinomial de un algoritmo exponencial, como es el de Fibonacci.

Ajuste lineal del quicksort



En esta comparativa, podemos observar que el algoritmo quicksort, en la práctica se ajusta a una función lineal con una alta constante. Al final asintóticamente el $n \log n$ es más alto, razón por la cual termina teniendo bastante más valor, pero para datos prácticos se ajusta incluso mejor con la función lineal. Concluimos que en la práctica los logaritmos se pueden incluso despreciar, dando un valor añadido a los algoritmos de este estilo.

Ajuste polinomial de un algoritmo exponencial (Fibonacci)



En este caso, podemos observar que hasta una longitud de algo más de 35 elementos, el comportamiento es mejor para el ajuste exponencial que para los ajustes cuadráticos y cúbicos, pero a partir de ahí se adapta mucho mejor al crecimiento que los anteriores, que no sirven para este cometido. De esta forma queda de manifiesto que su comportamiento no se ajusta al de éstas funciones polinómicas. También se aprecia bastante bien que en el momento en que la función exponencial decide crecer, no vamos a poder encontrar un polinomio que pueda mantener el ritmo de crecimiento de la exponencial asintóticamente. Lo hemos representado para grados 2 y 3, pero por mucho que hagamos crecer este grado, siempre encontraremos un momento en el que la gráfica exponencial decide arrasar, en términos de crecimiento, con la gráfica polinómica. Por esta razón intentamos rehuir los algoritmos exponenciales.

Ejercicio 4: estudio de la eficiencia empírica en función de parámetros externos.

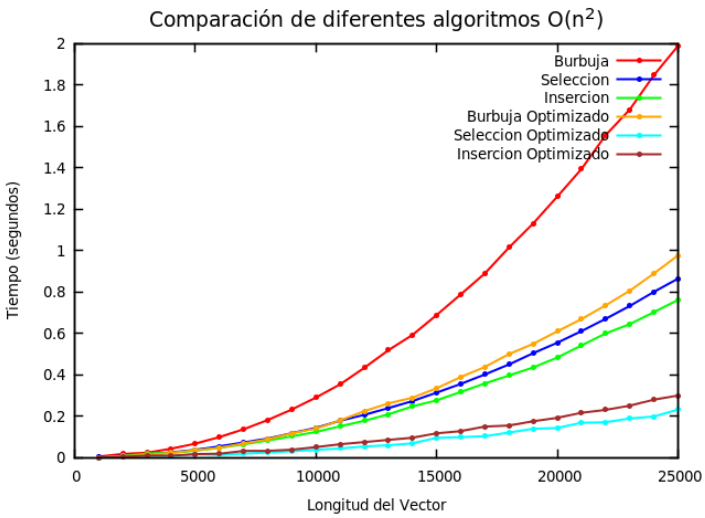
Enunciado:

Otro aspecto interesante a analizar mediante este tipo de estudio es la variación de la eficiencia empírica en función de parámetros externos tales como: las opciones de compilación utilizadas, el ordenador donde se realizan las pruebas, el sistema operativo, etc. Sugiera algún estudio de este tipo, consulte con el profesor de prácticas y llévelo a acabo.

Comparación de ejecuciones con y sin optimización

A continuación se muestran las comparaciones de los algoritmos dados para distintos niveles de optimización: sin optimización, y con la optimización *O2* proporcionada por el compilador de *g++*.

Optimización de los algoritmos cuadráticos



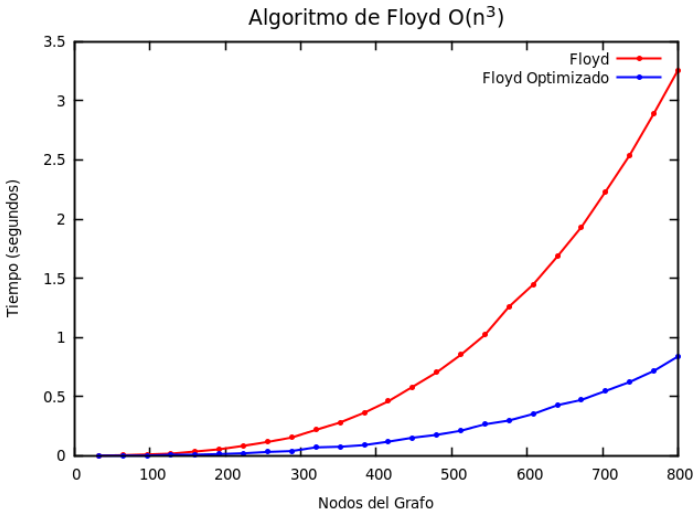
Para comenzar, podemos ver que los algoritmos, como es lógico, requieren menor tiempo de ejecución que los casos sin optimización. A pesar de ello, es bueno recordar que para esta comparación que la ejecución con optimización depende de varios factores, tales como la caché del ordenador y los datos que ésta pueda almacenar, el nivel de optimización del compilador utilizado, el registro del lenguaje máquina utilizado y del procesador, etc.

Por otra parte, podemos ver que el algoritmo de burbuja, en este caso, incluso optimizado es mucho peor que el resto. Esto se debe a que la optimización no consigue suficiente mejora, no consigue introducir todos los datos en caché ni disminuir lo suficiente el código como para minimizar las faltas de páginas.

Nótese que con optimización el algoritmo de selección ha superado al de inserción. Decíamos que realizaba en media n intercambios más. Sin embargo, su código es mucho más compacto y sencillo y por obtiene una mayor mejora con obtimización.

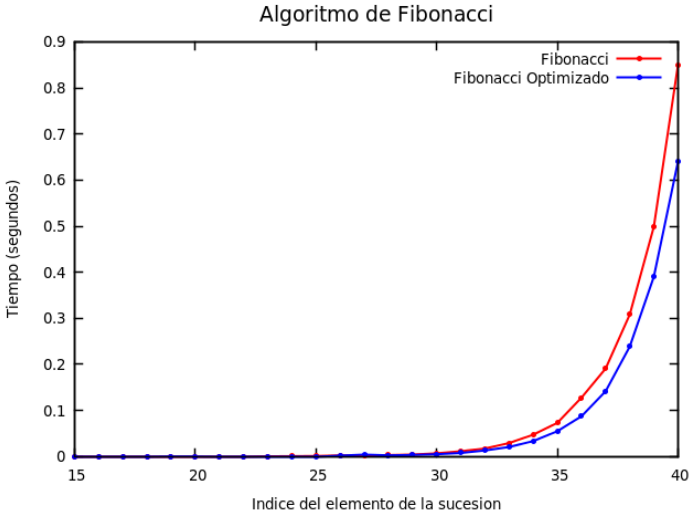
A pesar de las mejoras del tiempo la gráfica deja en evidencia que el algoritmo sigue siendo de orden cuadrático. Una optimización a nivel de compilador no cambia el comportamiento asintótico del algoritmo.

Optimización del algoritmo de Floyd



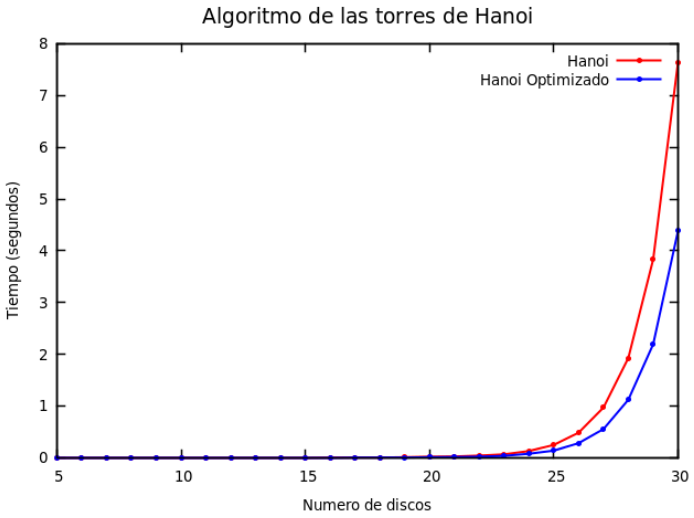
En este caso, podemos ver cómo la optimización reduce mucho el tiempo de ejcución. Comparando para un cierto tamaño, podemos ver cómo para un tamaño de 800 nodos del grafo, sin optimización se requieren más de tres segundos mientras que, con optimización, se requiere menos de un segundo. Esto se produce porque el algoritmo consiste en un triple bucle sobre una matriz. Al ser tan sencillo se pueden conseguir grandes mejoras a nivel de ensamblador. A pesar de todo, el algoritmo sigue siendo de orden cúbico.

Optimización del algoritmo de Fibonacci



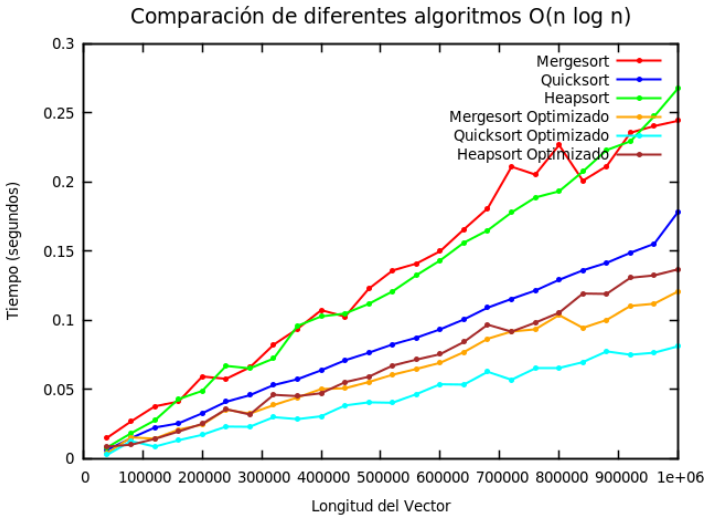
En el algoritmo de Fibonacci, a la "larga" (entre comillas, pues como ya vimos, al tratarse de un algoritmo de orden exponencial no se pueden calcular elementos muy elevados de la sucesión, pues de lo contrario el tiempo sería inabordable), la optimización también mejora bastante el algoritmo, pasando de necesitar más de 0.8 segundos para calcular el elemento 40, a necesitar menos de 0.6. Sin embargo, cabe destacar que el algoritmo sigue siendo exponencial; simplemente se consigue una leve mejora de las constantes ocultas. Nótese que la mejora en este caso es mucho menor que en los anteriores. Esto prueba que lo que verdad importa es la eficiencia del algoritmo y no las optimizaciones realizadas al código.

Optimización del algoritmo de las torres de Hanoi



Al igual que en el caso anterior, el algoritmo de las torres de Hanoi solo nota la optimización a partir de un determinado valor (en este caso, la diferencia empieza a notarse a partir de 25 discos), de tal forma que el tiempo también se mejora bastante. Un claro ejemplo es que para 30 discos, sin optimizar se necesitaron más de 7 segundos, mientras que con optimización se han necesitado menos de 5. También, como ocurría antes, la optimización supone una mejora, pero el orden del algoritmo sigue siendo exponencial y marcando su comportamiento. No importa que el algoritmo sea el doble de rápido si de todas formas para $n = 100$ es incalculable. Como se ha comentado varias veces, una mejora en las constantes ocultas apenas puede frenar el despegue de la exponencial durante un número muy escaso de discos añadidos, haciéndolo igualmente inabordable para tamaños grandes.

Optimización de los algoritmos de ordenación $O(n \log n)$



En este último caso (recordemos que hablamos para el caso de las ejecuciones en el ordenador de Andrés, que en otro ordenador por los factores nombrados anteriormente, los resultados podrían ser distintos), y a diferencia de lo que ocurría anteriormente en el caso de los algoritmos cuadráticos, los tres algoritmos optimizados son más rápidos que el mejor de ellos sin optimizar (quicksort).

También, podemos ver cómo el comportamiento sigue siendo similar al comparar las tres funciones: mergesort y heapsort muy similares mientras que el quicksort algo más rápido. Los motivos siguen siendo los mismos que los explicados anteriormente. Por último, destacar, como en los casos anteriores, que pese a la mejora de las constantes ocultas a casi la mitad, el comportamiento asintótico sigue siendo de $n \log n$ en los tres casos.

Conclusión acerca de la optimización

Como conclusión se puede sacar el hecho de que la optimización supone una mejora en tiempo y una modificación de las constantes ocultas, pero no supone un cambio en el comportamiento asintótico del algoritmo.

Comparación de ejecuciones entre los componentes del grupo.

En ésta última sección, vamos a comparar las ejecuciones realizadas en los 4 ordenadores de los componentes del grupo, y veremos las diferencias. Para ello, dentro de cada apartado, vamos a realizar una tabla de tres filas, teniendo cada una los datos para cierto n fijado de antemano.

Características de los ordenadores

Se proporcionan las características del ordenador de cada integrante del grupo.

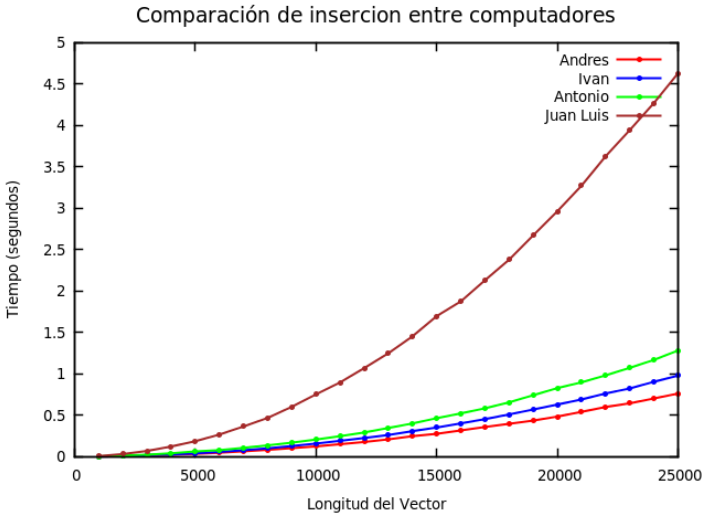
- **Andrés :** Toshiba - 8 GB de RAM - Intel(R) Core(TM) i5-3210M CPU @ 2.50GHz
- **Iván :** HP - 4 GB de RAM - Intel(R) Core(TM) i7-3630QM CPU @ 2.40GHz
- **Antonio :** Acer - 4 GB de RAM - Intel(R) Core(TM) i5 CPU M 450 @ 2.40GHz
- **Juan Luis :** Olidata - 1 GB de RAM - Intel(R) Atom(TM) CPU N450 @ 1.66GHz

Presentamos una comparación por cada tipo de eficiencia estudiado, presentando un único algoritmo en cada caso para evitar una mayor complejidad de las gráficas. Preferimos gráficas sencillas para facilitar su comprensión.

Comparación: algoritmos cuadráticos

En el caso de los cuadráticos, cogemos el método de inserción.

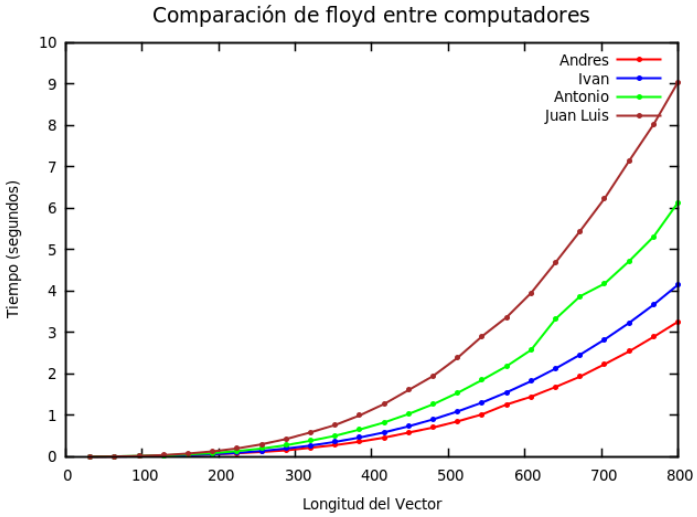
Tamaño del Vector	Andrés	Antonio	Iván	Juan Luis
1000	0.001321	0.003619	0.001556	0.010846
13000	0.209278	0.34684	0.262103	1.26515
25000	0.762199	1.28187	0.978268	4.59284



Como podemos observar, los ordenadores de Andrés, Iván y Antonio tienen diferencias de tiempo más o menos razonables, siendo el de Andrés el más rápido mientras que la diferencia con el ordenador de Juan Luis es bastante notoria, siendo este último el más lento.

Comparación: algoritmos cúbicos

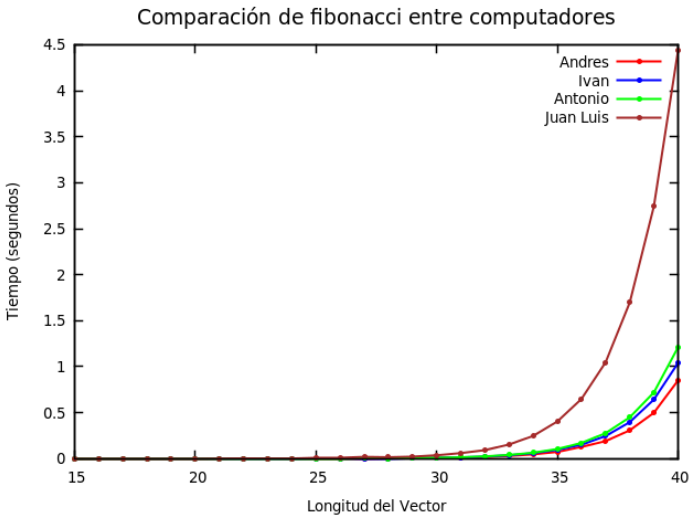
Nodos del grafo	Andrés	Antonio	Iván	Juan Luis
32	0.000596	0.000961	0.000298	0.001617
416	0.460287	0.825125	0.586223	2.27139
800	3.25971	6.14008	4.15313	9.1081



Las conclusiones son similares a las obtenidas en el apartado anterior, reafirmando que no fue un hecho puntual.

Comparación: algoritmo de Fibonacci

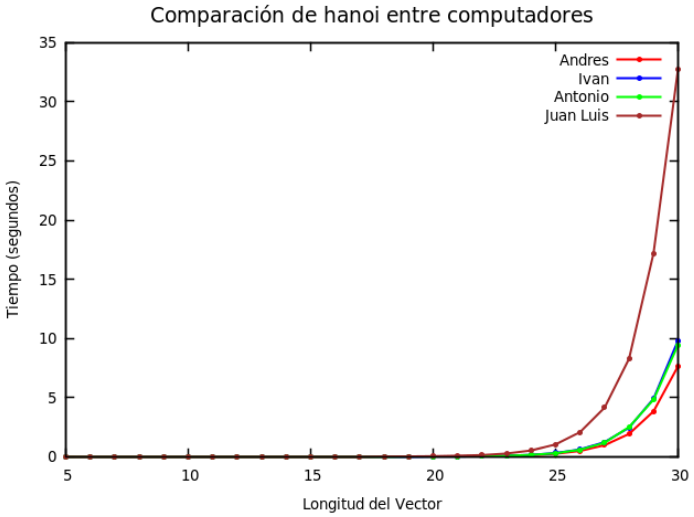
Índice	Andrés	Antonio	Iván	Juan Luis
15	1.3e-05	1.5e-05	7e-06	3.2e-05
27	0.002394	0.004638	0.003859	0.020256
40	0.849934	1.21011	1.03951	4.43443



Las pocas prestaciones del ordenador de Juan Luis también afectan a los algoritmos exponenciales. Sin embargo, esto no es muy importante pues de todas formas el algoritmo no es viable ni en un computador de altas prestaciones. Como ya se ha dicho ya varias veces, cuando tratamos con algoritmos exponenciales, una mejora en los ordenadores solo puede retrasar el despegue de la curva para un escaso aumento del tamaño del input. Todos terminan por dispararse bastante pronto, por lo que ningún ordenador resulta útil para la ejecución del algoritmo con tamaños grandes.

Comparación: algoritmo de las Torres de Hanoi

Número de discos	Andrés	Antonio	Iván	Juan Luis
5	1e-06	1e-06	1e-06	4e-06
17	0.002302	0.002542	0.00182	0.005348
30	7.63996	9.44513	9.81995	32.7569

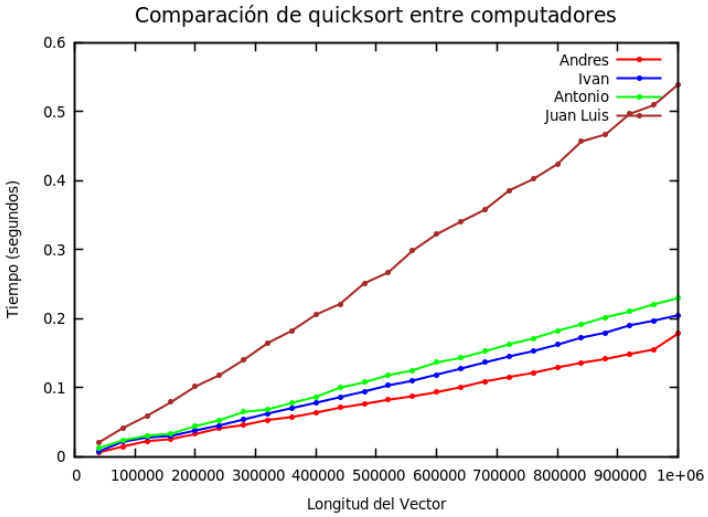


Las observaciones son análogas al caso anterior.

Comparación: algoritmos n logn

El algoritmo que comparamos es el quicksort.

Tamaño del Vector	Andrés	Antonio	Iván	Juan Luis
40000	0.006235	0.012287	0.007532	0.03168
520000	0.082585	0.118127	0.103365	0.272054
1000000	0.178312	0.229693	0.204994	0.583711



En este caso el ordenador de Juan Luis es incluso peor ya que debe mantener en memoria un vector con más componentes (hasta 1000000), no teniendo espacio para ello. Cuando un algoritmo requiere más recursos en forma de memoria, pila, etc, se nota en aquellos ordenadores que no pueden proporcionárselos.

Comentarios

Tras ver los resultados de las distintas tablas, observamos que las prestaciones del ordenador de Andrés son superiores a los demás, y que la máquina utilizada por Juan Luis es muy lenta, que era lo que se esperaba previamente al experimento. Aun así, pese a la mejora de las prestaciones del ordenador de Andres, es claro que si el algorítmo es cúbico o exponencial, el tiempo de espera puede ser eterno para un n lo suficientemente grande, como es el caso de las torres de hanoi. Igualmente, un algoritmo muy rápido como el quicksort al compararlo en varias máquinas vemos que los tiempos siguen siendo muy pequeños y que es mucho más importante el algoritmo que las prestaciones del computador.

Conclusión

Como conclusión, a lo largo de todo el trabajo se ha observado que la eficiencia es mucho más importante que la máquina en la que se utilice el algoritmo o el nivel de optimización del compilador. En ningún caso un algoritmo de mayor orden de eficiencia obtiene mejores resulados que otro de menor orden. Esto puede quedar incluso más claro con esta página web sobre algoritmos de ordenación, que muestra una ejecución simultánea y gráfica de los algoritmos estudiados.