Física Computacional

Tarefa 7 - Questão 3

Alex Enrique Crispim

O método de Runge-Kutta de quarta ordem segue uma ideia semelhante ao caso feito para a questão 2, porém tomando a expansão até quarta ordem.

Seguindo o mesmo procedimento, com um pouco mais de álgebra, chegamos às seguintes equações:

$$x(t+h) = x(t) + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \tag{1}$$

$$\begin{cases} K_1 &= hf(t,x), \\ K_2 &= hf(t+\frac{1}{2}h, x+\frac{1}{2}K_1), \\ K_3 &= hf(t+\frac{1}{2}h, x+\frac{1}{2}K_2), \\ K_4 &= hf(t+h, x+K_3). \end{cases} \tag{2}$$

O algoritmo para o método Runge-Kutta-4 é praticamente o mesmo para o Runge-Kutta-2, como mostrado abaixo.

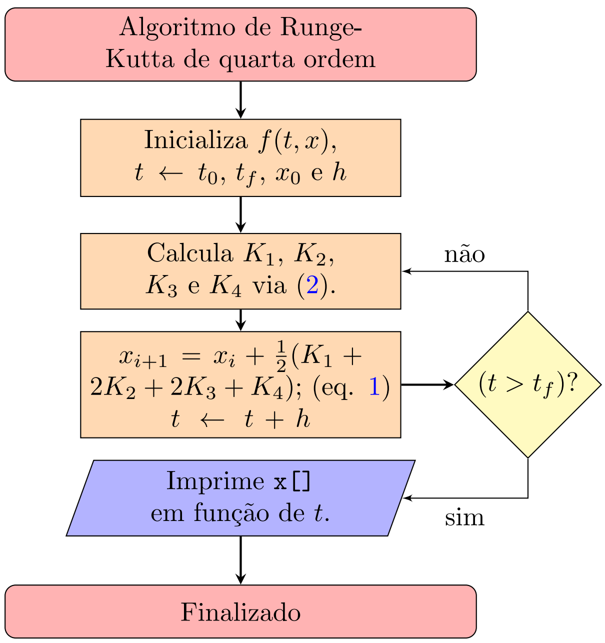

Figura 1: Algoritmo de RK4 para a solução de EDO's

Uma implementação do algoritmo RK4 pode ser encontrado na pasta *question 3* do endereço: https://github.com/AlexEnrique/comp-physics-pratice7.

É importante mencionar que, como o próprio nome do método sugere, o algoritmo RK4 tem seu erro de quinta ordem em h (a série é truncada em quarta ordem). Isso significa uma convergência muito mais rápida em comparação com RK2 (Runge-Kutta de segunda ordem). Como exemplo, considere $h = 10^{-2}$. Para RK2 temos um erro de ordem $\mathcal{O}\big(10^{-6}\big)$, enquanto que para RK4 o erro é $\mathcal{O}\big(10^{-10}\big)$.

O grande problema com o algoritmo RK4 está