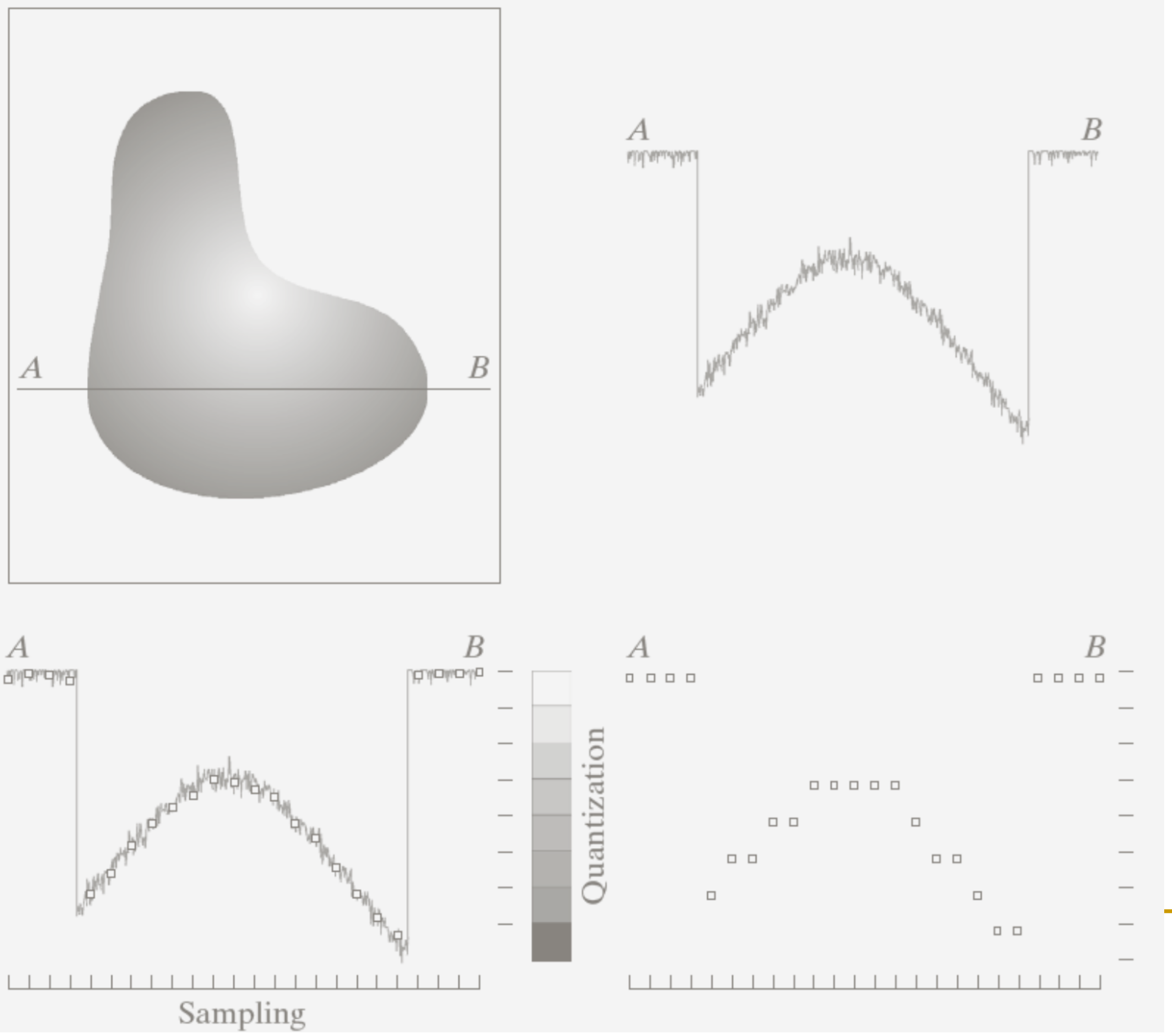
Campionamento e quantizzazione

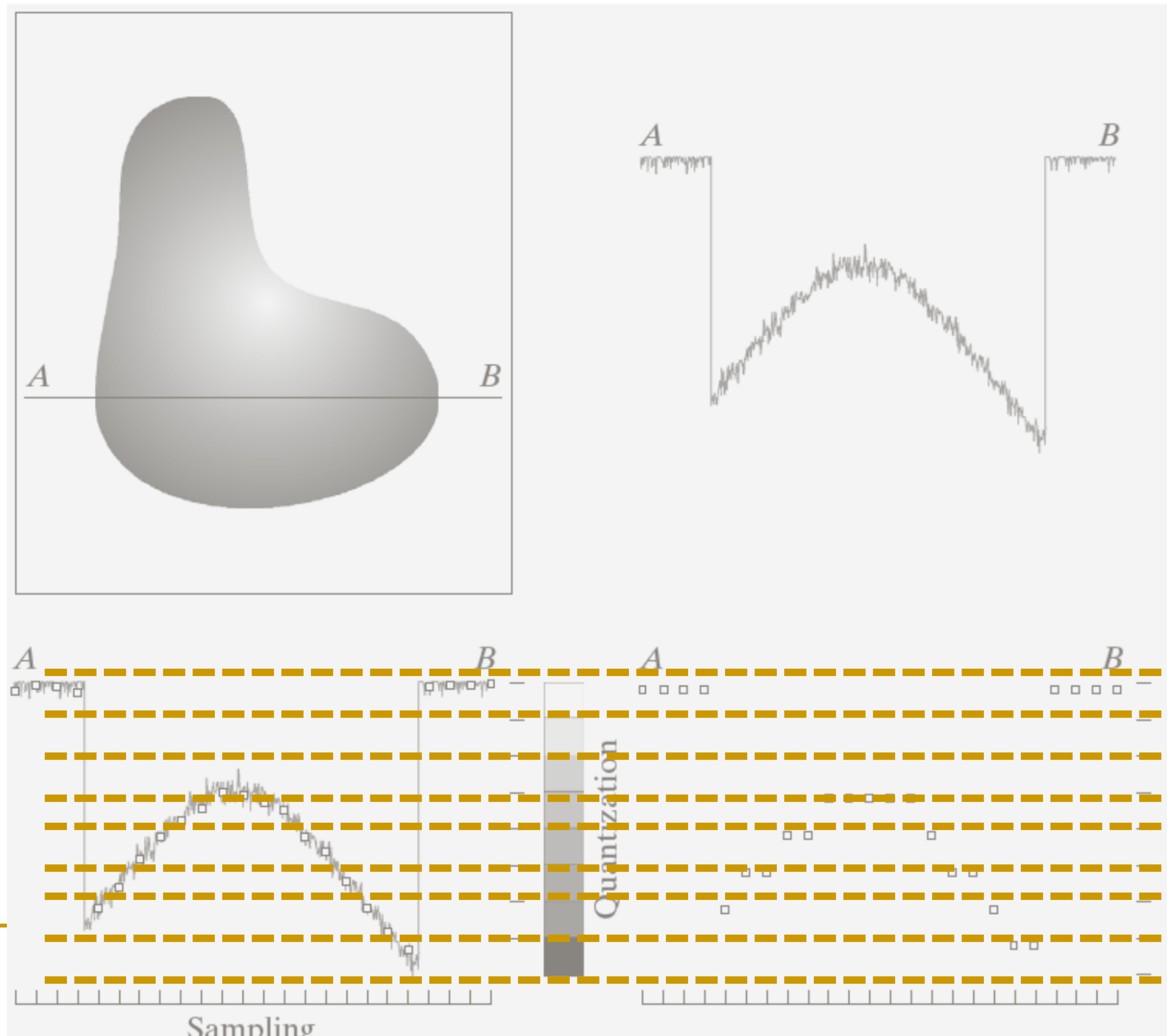
Campionamento e quantizzazione

- Dato un segnale continuo occorre scegliere un numero finito di “campioni” rappresentativi del segnale.
- Il valore in ogni singolo punto del segnale è un numero reale, occorre scegliere dei valori discreti per rappresentare correttamente il segnale.

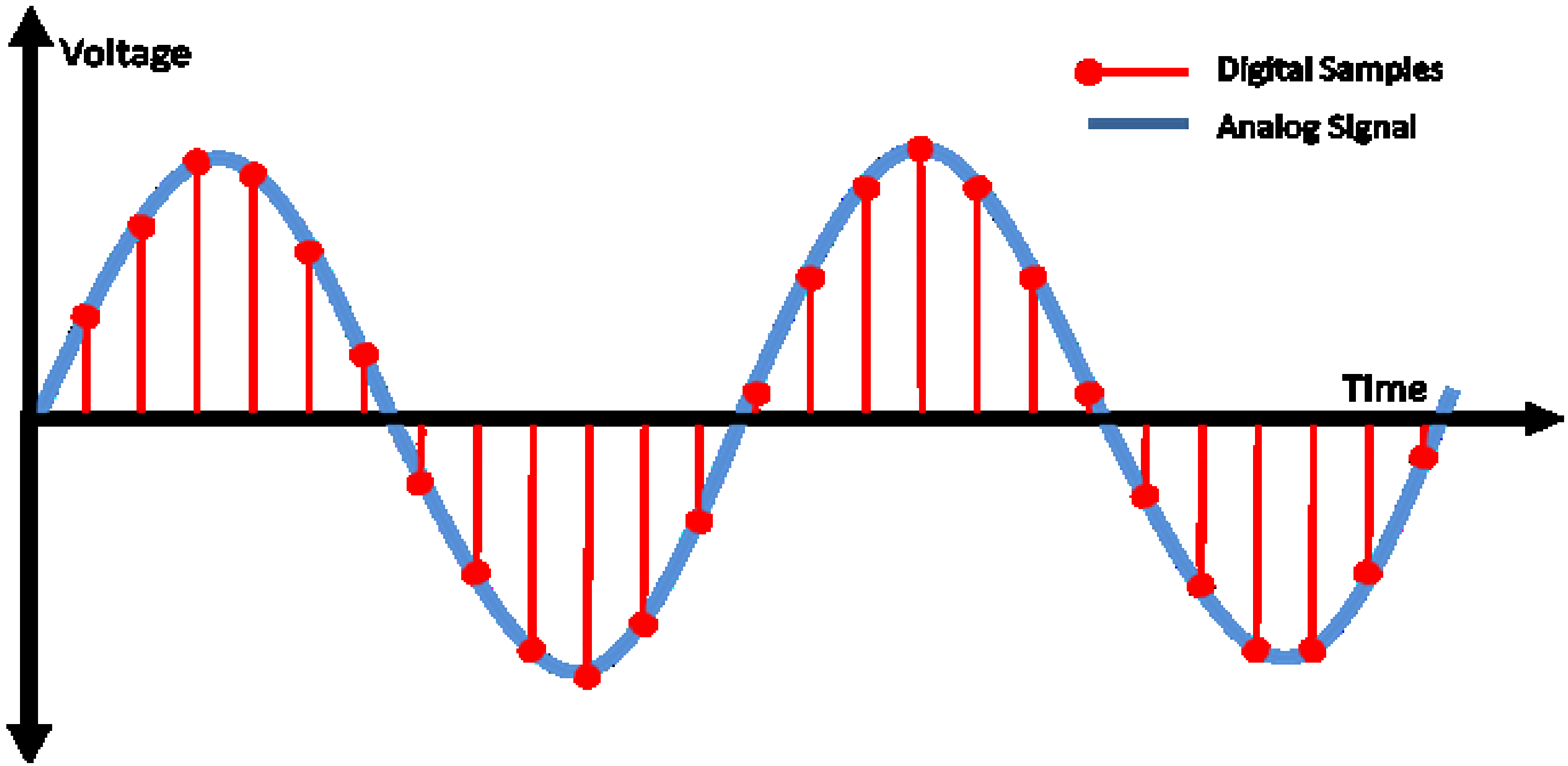
Campionamento e quantizzazione



Campionamento e quantizzazione



Campionamento - Esempio



Un errore nel tasso di campionamento può stravolgere un segnale in due modi:

a) **Un campionamento troppo basso fa perdere dettagli ed informazioni**; sebbene grave una tale perdita è spesso una necessità: non possiamo conservare milioni di campioni e ci accontentiamo di perdere informazioni pur di tenere il database delle misure ottenute in dimensioni maneggevoli.

b) **Un campionamento troppo basso può far apparire nella immagine dettagli NON PRESENTI nell'originale.** Il segnale viene "alterato" e cambiato in qualcosa di "altro". Si parla di "aliasing".
L'aliasing è un fenomeno sottile ma poiché esso è imprevedibile richiede attenzione.

Come scegliere il giusto campionamento?

- Per scegliere il giusto valore di campionamento si ricorre ad un teorema fondamentale: **il teorema di Shannon**.
- Tale teorema si basa sulla misura della frequenza di Nyquist.
- Ma cos'è?

Nyquist rate (Harry Nyquist, 1928)

- Si definisce Nyquist rate la più alta frequenza in un segnale continuo e limitato.

Nyquist rate (in pratica)

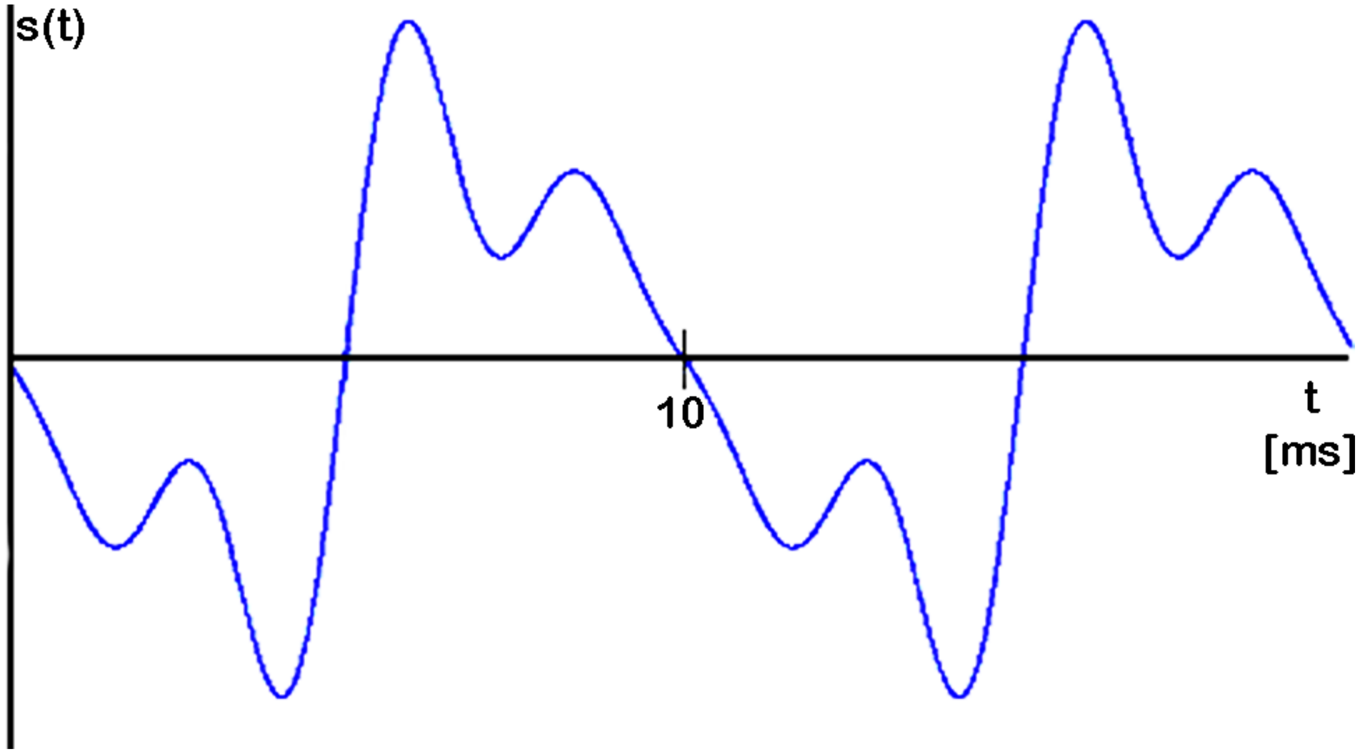
Non daremo una definizione rigorosa ma una “operativa” in 1D.
La generalizzazione a 2d è immediata.

Si osservi un fenomeno che si svolge in un intervallo a…b

• Se il fenomeno è (approx) costante durante tutto l’intervallo, la frequenza di Nyquist è 1: il fenomeno si svolge in un unico ciclo.
• Altrimenti si divide l’intervallo in 2 parti e si controlla per ciascun intervallino il fenomeno si mantiene (approx) costante (esso può però variare da intervallino ad intervallino).
• Si procede in tal modo dividendo l’intervallo in 3, 4, … parti fino a trovare una suddivisione tale che entro ciascun intervallino il fenomeno sia in pratica costante.

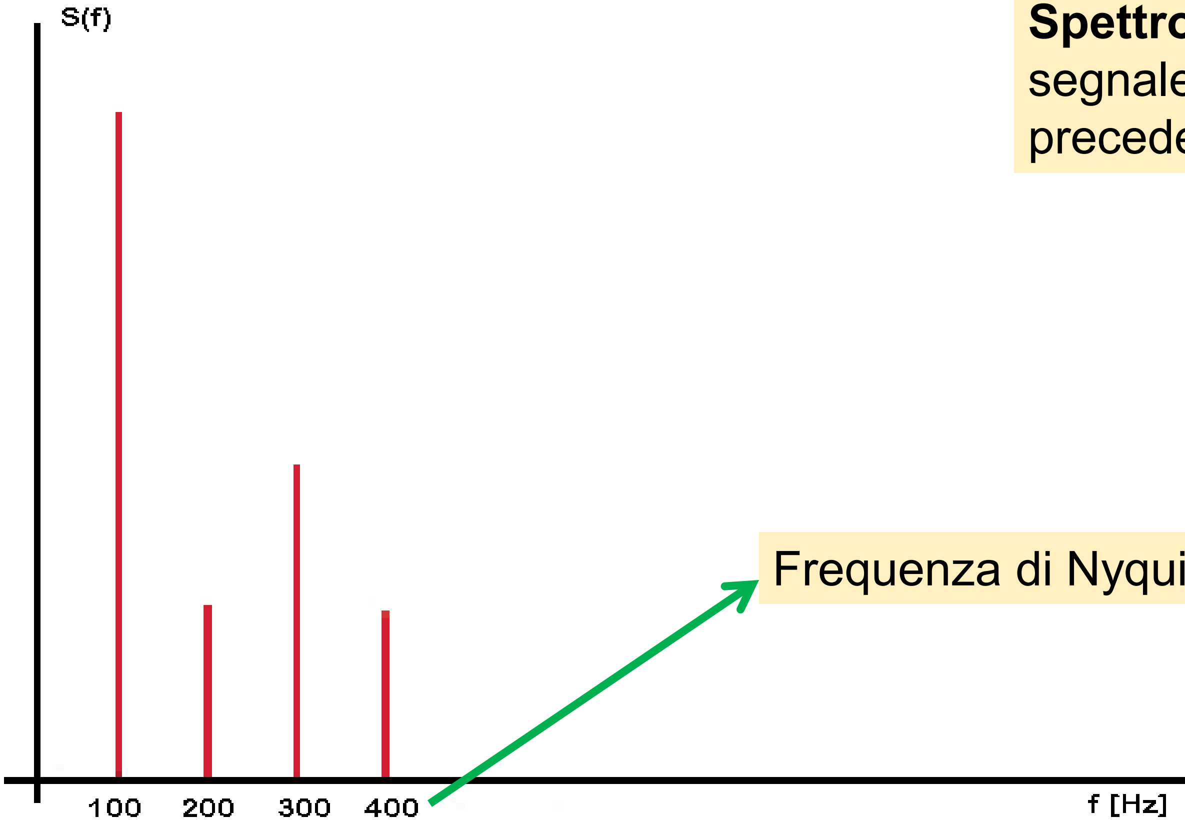
Sia tale suddivisione in N parti. N si dice frequenza di Nyquist del fenomeno sull’intervallo osservato.

Dominio del tempo…



Attraverso l'operazione di **Serie di Fourier**…

… e della frequenza



Spettro del segnale precedente

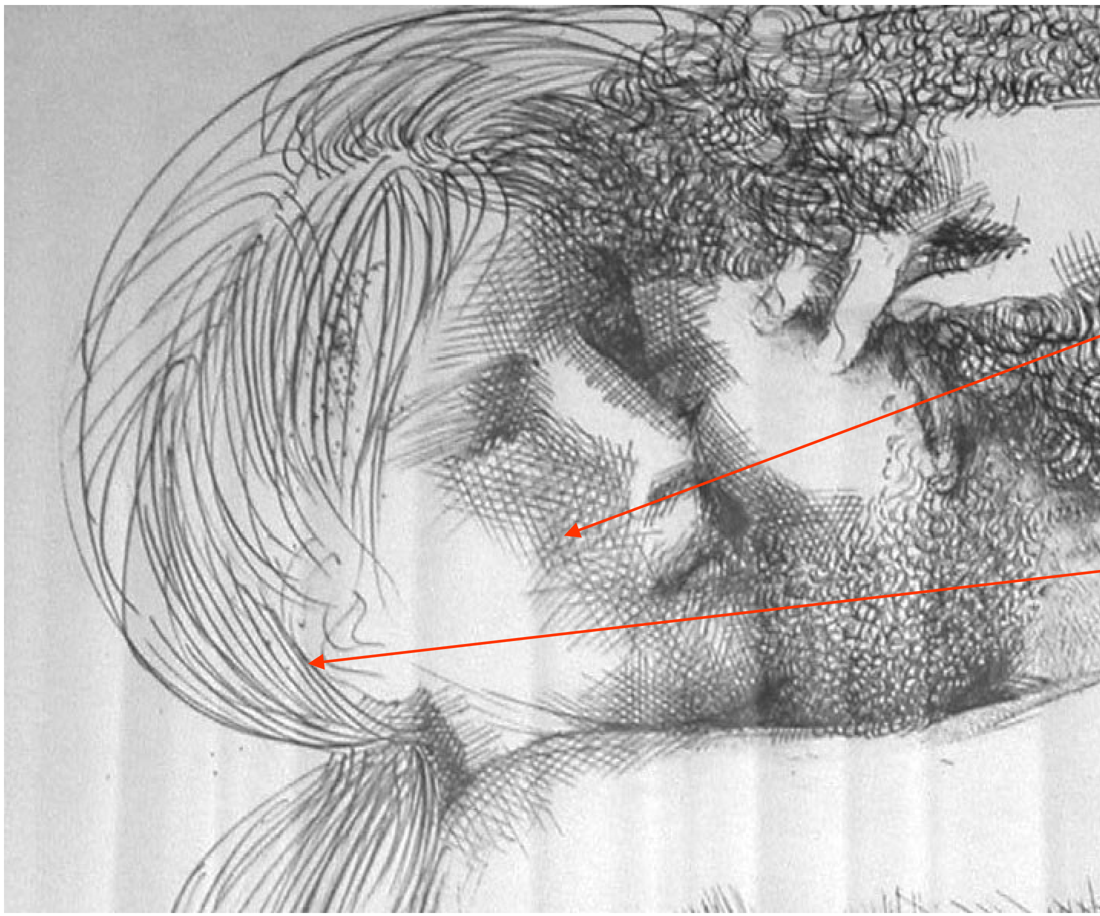
Frequenza di Nyquist

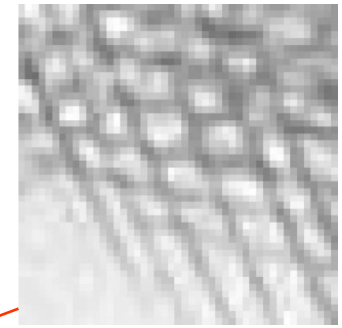
… si passa ad un dominio differente: frequenze.

Teorema del campionamento di Shannon (Claude E. Shannon, 1949)

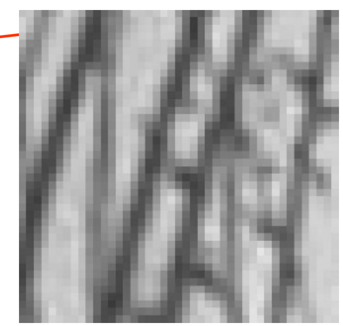
Se si raccolgono campioni con frequenza più del doppio della frequenza di Nyquist (2N nel nostro caso) il segnale può essere ricostruito FEDELMENTE in ogni suo punto!

Applicazione alle immagini





Diametro tratto: 4 pixel



Diametro tratto: 6 pixel

Campionamento corretto

Usiamo i tratti fini. Se preserviamo questi, allora abbiamo preservato anche gli altri. La nostra “freq. di Nyquist” è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 4 pixel, possiamo dividere l’intervallo in 720/4=180 tratti.
- Il doppio della frequenza di Nyquist è 360. Prenderemo allora solo 360 campioni e ricostruiremo con l’interpolazione binomiale l’immagine.

Originale con 720 x 720 campioni

Campionata con 360 x 360 campioni

Campionamento corretto

- Riscalo l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

Originale con 720 x 720 campioni

Ricostruita con 360 x 360 campioni

Campionamento sbagliato

Decidiamo di volere trascurare i tratti fini. La nostra ipotetica “freq. di Nyquist” è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 6 pixel, possiamo dividere l’intervallo in 720/6=120 tratti.
- Il doppio della frequenza di Nyquist è 240. Prenderemo allora solo 240 campioni e ricostruiremo con l’interpolazione binomiale l’immagine.

Originale con 720 x 720 campioni

Campionata con 240 x 240 campioni

Campionamento sbagliato

- Riscalo l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

Originale con 720 x 720 campioni

Ricostruita con 240 x 240 campioni

Campionamento sbagliatissimo

- Campioniamo NON al doppio della frequenza di Nyquist ma esattamente ad essa

Originale con 720 x 720 campioni

Campionata con 120 x 120 campioni

Campionamento sbagliatissimo

- Riscalo l'immagine in modo che quella campionata abbia la stessa dimensione di quella originale (uso algoritmo di interpolazione).

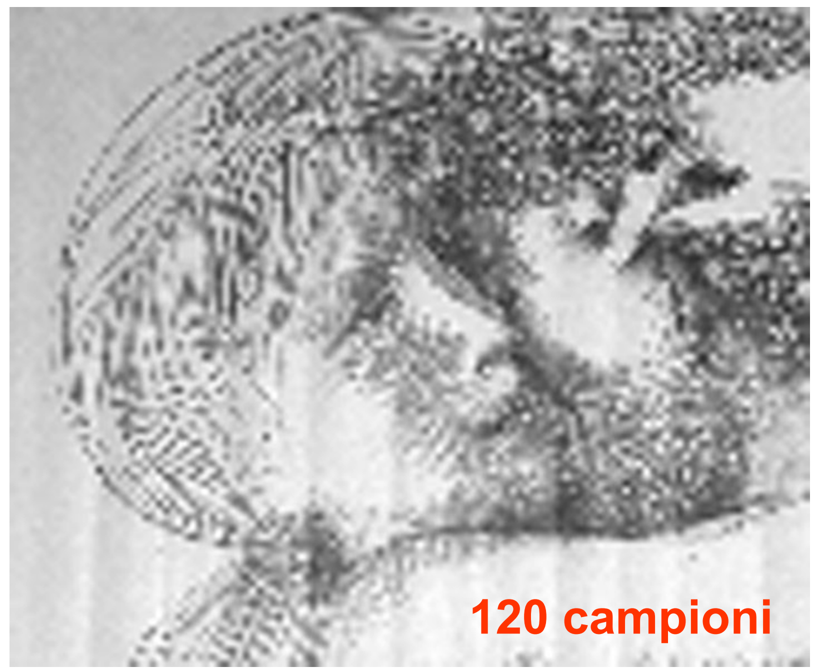
Originale con 720 x 720 campioni

Ricostruita con 120 x 120 campioni


720 campioni


360 campioni


240 campioni


120 campioni

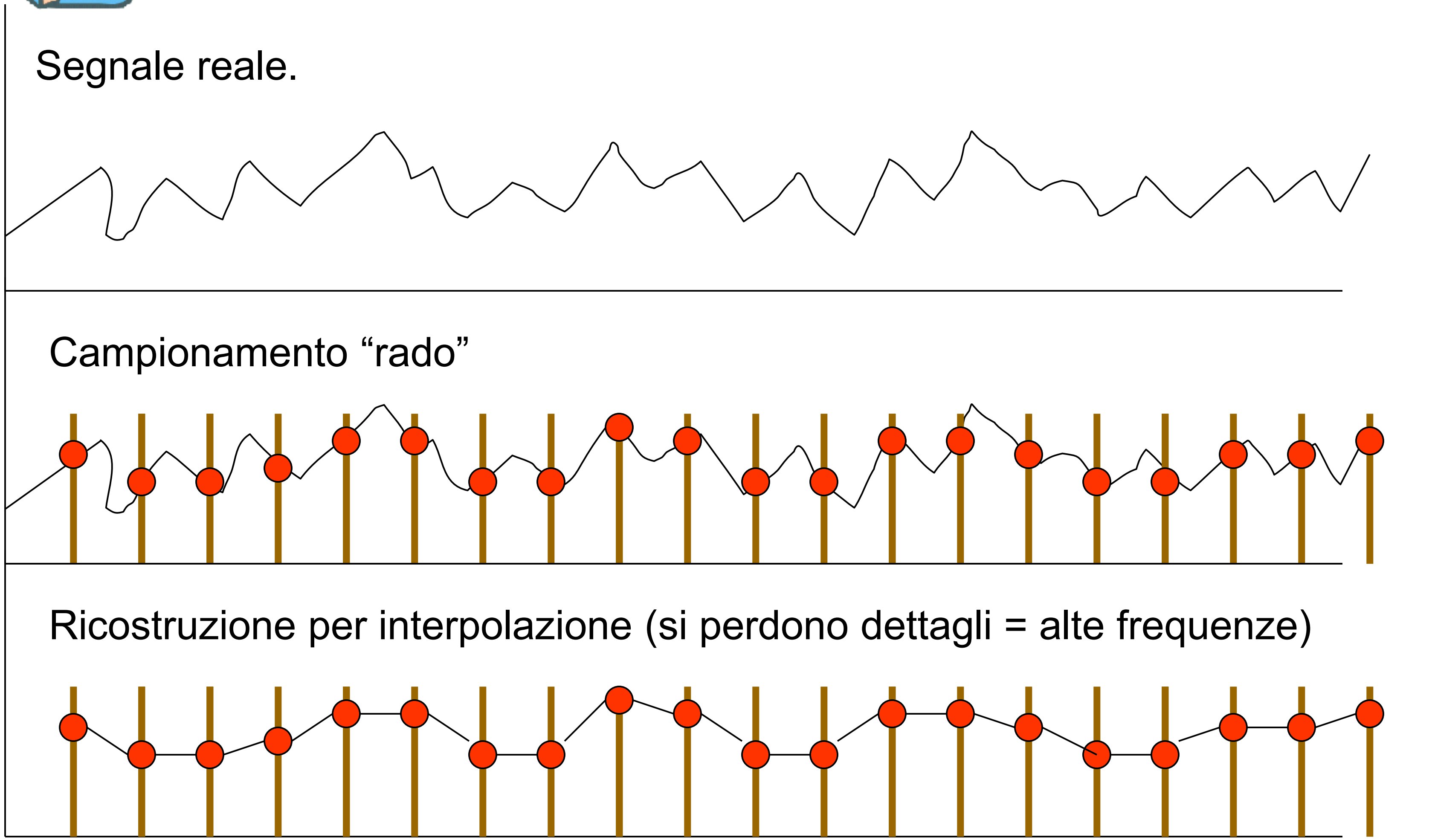
Sottocampionamento

- Ma cosa succede se si campiona ad una frequenza inferiore a quella di Nyquist?
- Si perdono dei dettagli significativi e spesso si introducono nuovi dettagli che non sono presenti nella realtà.

Aliasing

- Questo fenomeno è detto frequency aliasing o semplicemente aliasing
- Con l'aliasing le alte frequenze sono "mascherate" da basse frequenze e trattate come tali nella fase di campionamento.
- Aliasing proviene da Alias cioè falsa identità!

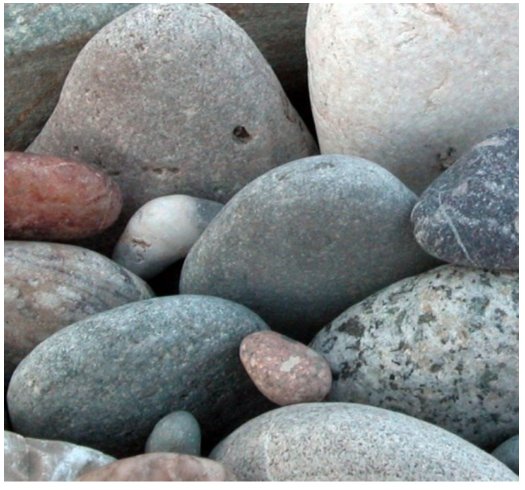
Perdita di dettagli

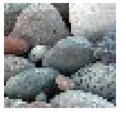


Aliasing

Campionamento
Un pixel ogni 256

Ricostruzione con interpolazione bicubica



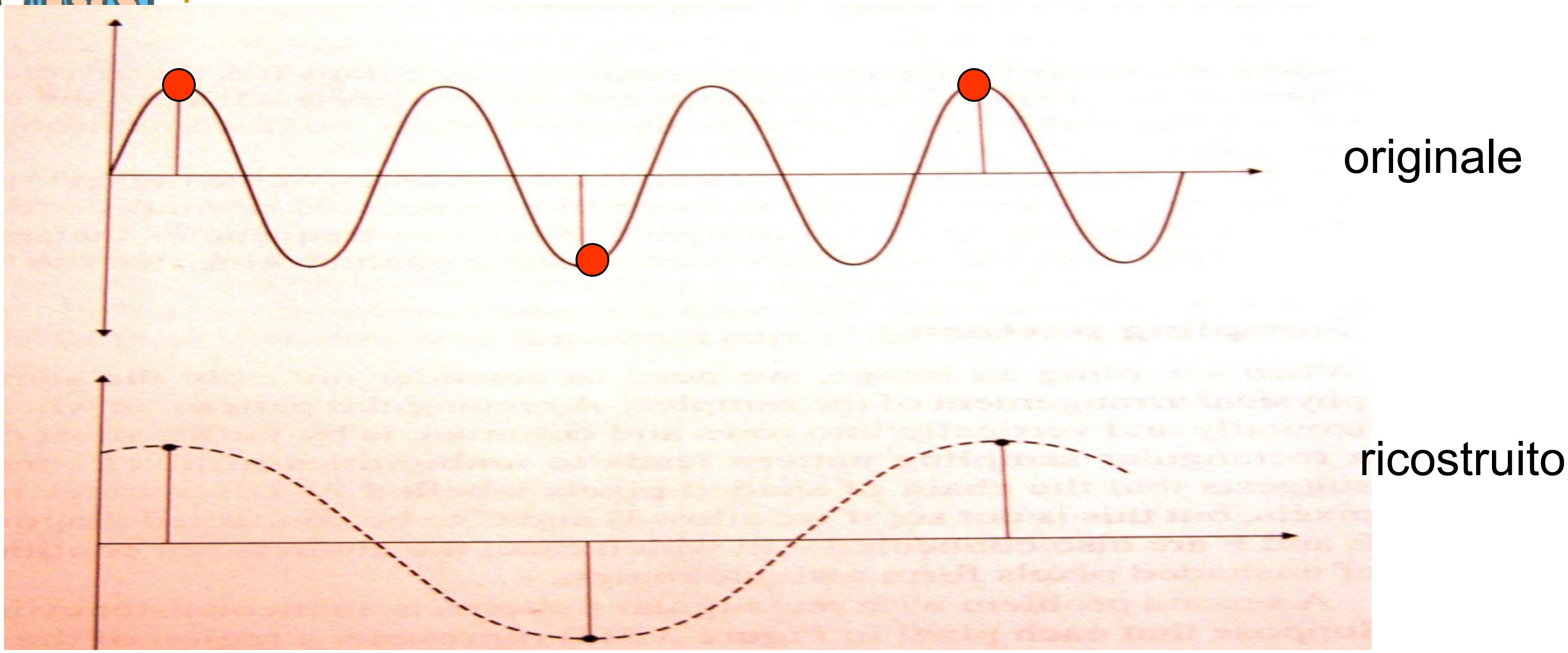


Si perdono dettagli, graffi e disegni sulle rocce sono divenuti indistinguibili e sono apparsi NUOVI dettagli!

a) Ovvie scalettature sui bordi dei sassi.

b) Fori che non erano presenti nell'originale!

Aliasing



Se si fosse trattato di una onda sonora un suono acuto sarebbe stato sostituito da un suono grave!

Quanti campioni prendere per riprodurre un suono con fedeltà accettabile? (passo essenziale per fare un CD!)

Aliasing

originale

ricostruito

Appaiano nuovi inesistenti dettagli (“artifacts”)

Aliasing

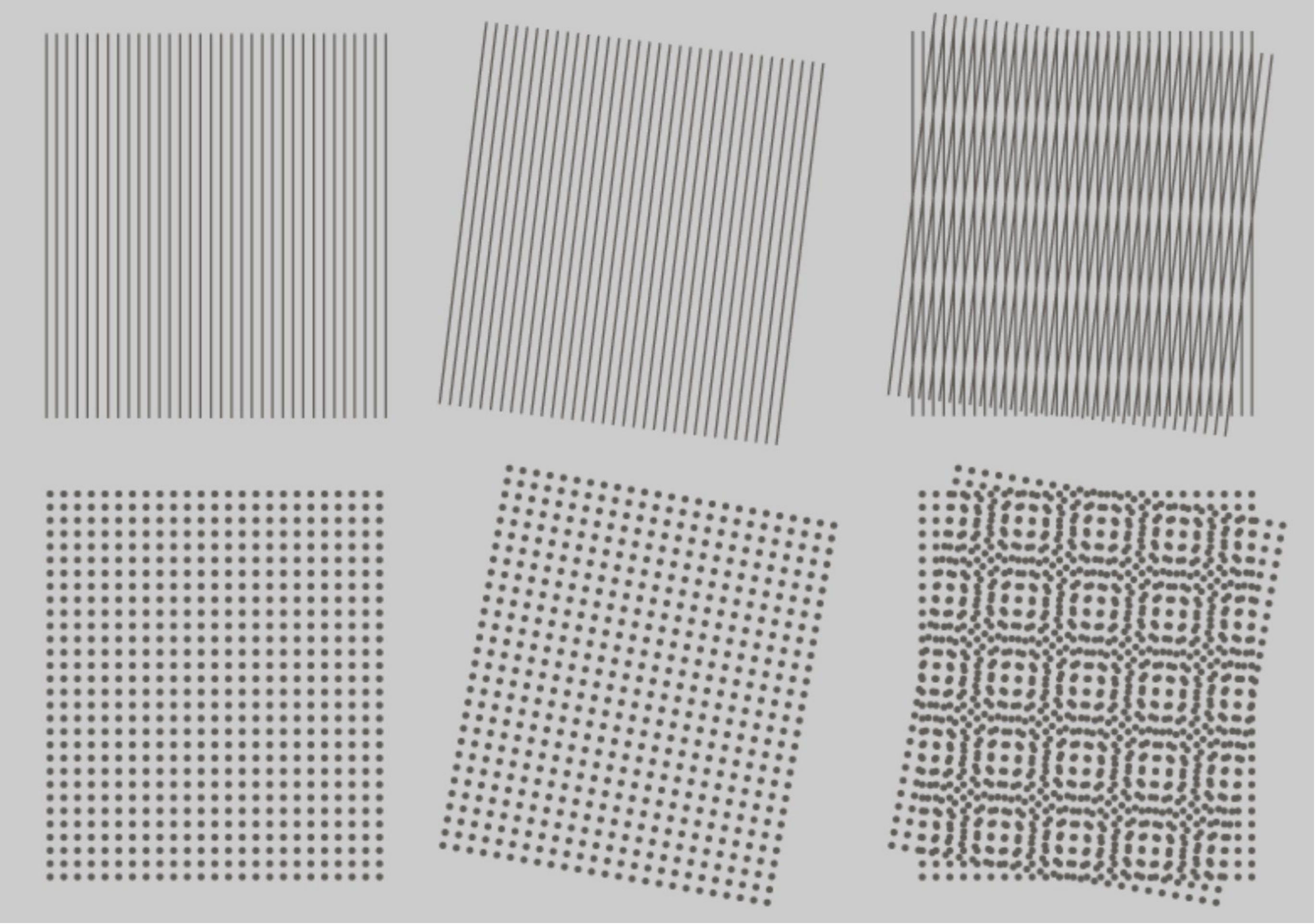
- Nella realtà l’aliasing è sempre presente anche se in condizioni minime.
- Esso viene introdotto quando si impone che il segnale sia limitato per essere campionato.
- L’aliasing può essere ridotto applicando una funzione di smussamento sul segnale originario prima del campionamento (anti-aliasing).

Aliasing

a b c

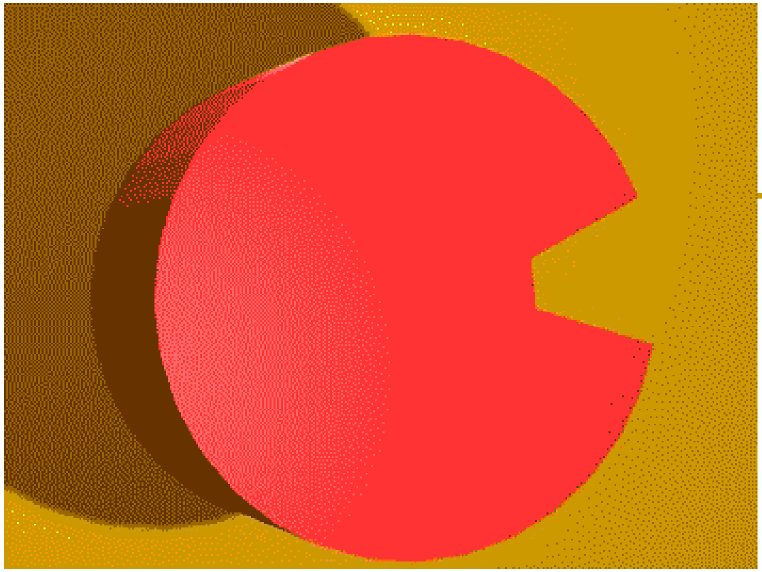
FIGURE 4.17 Illustration of aliasing on resampled images. (a) A digital image with negligible visual aliasing. (b) Result of resizing the image to 50% of its original size by pixel deletion. Aliasing is clearly visible. (c) Result of blurring the image in (a) with a 3×3 averaging filter prior to resizing. The image is slightly more blurred than (b), but aliasing is not longer objectionable. (Original image courtesy of the Signal Compression Laboratory, University of California, Santa Barbara.)

Moirè

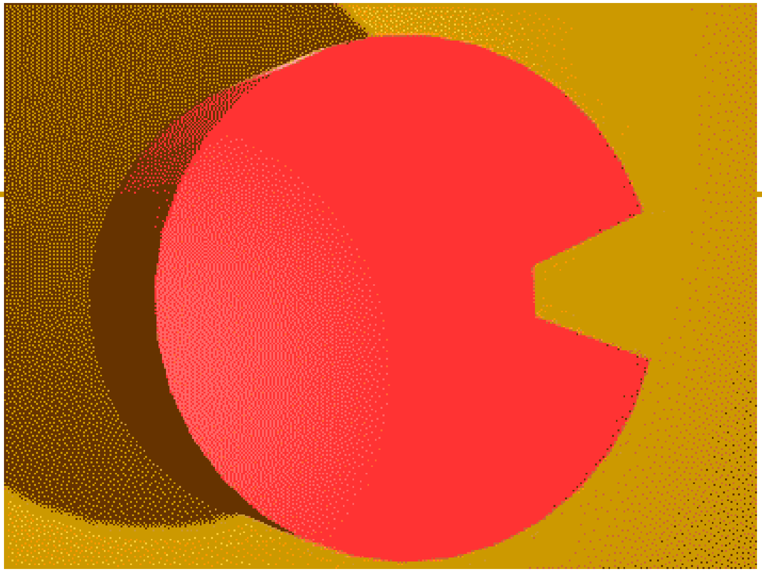


Cintura Moirè

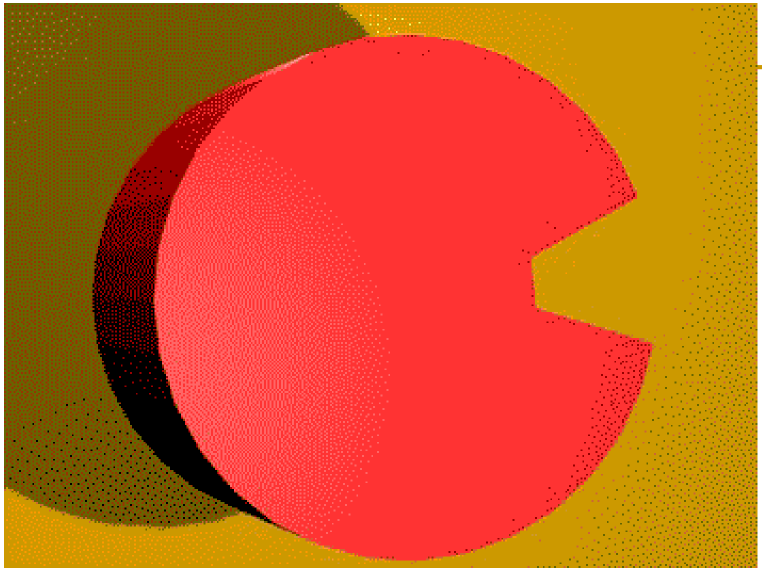
Immagini reali da Facebook



Animazione costruita
con tutti i campioni disponibili



Animazione costruita
Usando un campione ogni 4



Animazione costruita
Usando un campione ogni 25

Essa viene percepita come retrograda!
(Alias temporale: un movimento viene sostituito ad un altro!)

Wagon wheel

- Cercate i video su YouTube inserendo "wagon wheel aliasing"…

La quantizzazione

Quantizzazione

- I sensori sono apparecchiature analogiche: forniscono misure di luminosità come numeri REALI.
- È utile arrotondare tali valori e mantenerli in un certo range.
- Tale processo si chiama QUANTIZZAZIONE

Quantizzazione

- **In più le misure sono sempre soggette a ERRORE a causa di difetti nel sensore o di perturbazioni termiche ("rumore").**
- **Nei CCD anche a obiettivo chiuso ci sono correnti parassite che inducono rumore dentro il dispositivo elettronico dette "dark current".**

Quantizzazione: procedura generale

Se i valori da quantizzare sono numeri reali nel range [a, b] e si vuole quantizzare su n livelli:

Si fissano n+1 numeri in [a, b]:

$$\mathbf{t_0=a < t_1 < t_2 < \ldots < t_n < t_{n+1}=b}$$

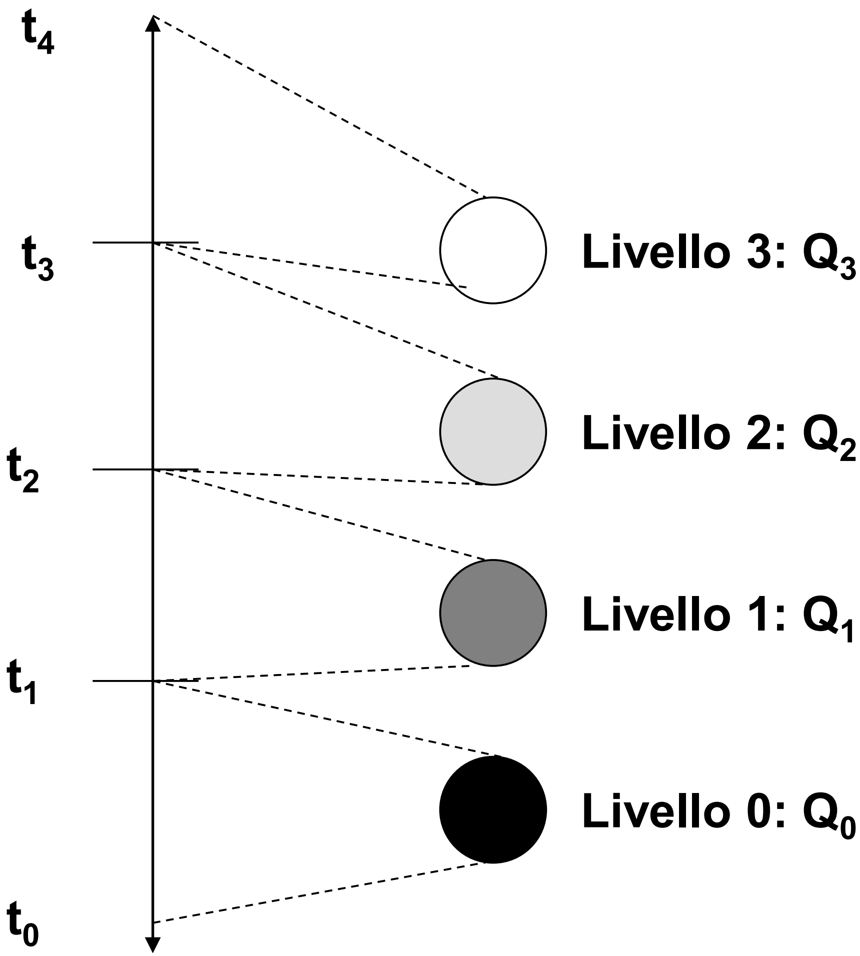
Il numero x in [a,b] verrà assegnato al livello di quantizzazione k se risulta:

$$\mathbf{t_k <= x < t_{k+1}}$$

(b viene assegnato al livello n.)

A ciascun livello si assegna un valore rappresentativo Q_i

Quantizzazione: diagramma



Fissato il numero di livelli di quantizzazione si pone il problema di come rappresentare in memoria tali livelli. Ovviamente utilizzeremo delle etichette numeriche.

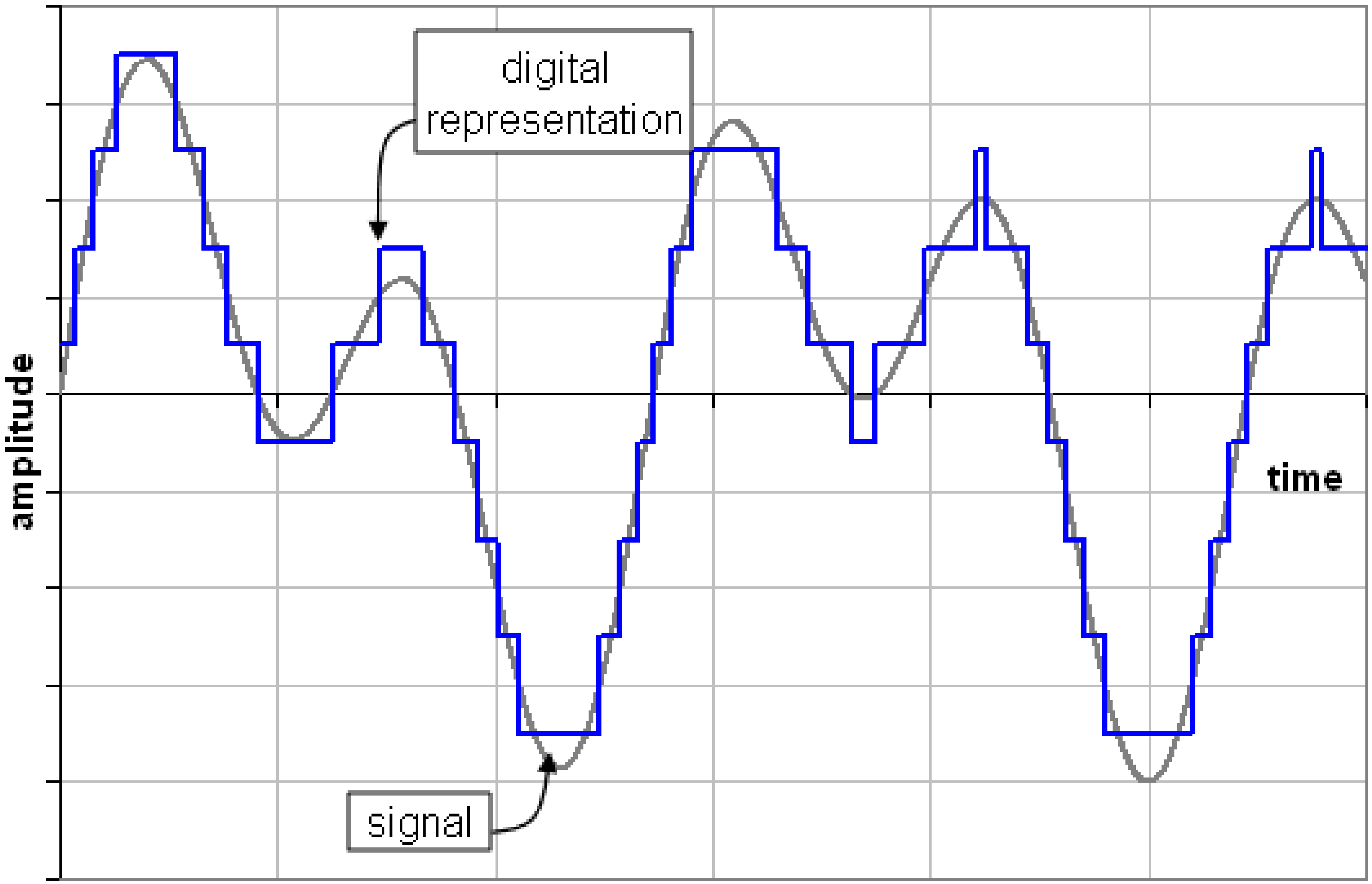
Quanti bit sono necessari per ricordare quale livello di luminosità si misura in un punto?

Nell'esempio ne bastano 2 = log(4)

In generale se ci sono N livelli occorre rappresentare N etichette numeriche e avremo bisogno di un numero di bit pari a:

$$B = \log(N)$$

Quantizzazione - Esempio



La quantizzazione

La quantizzazione effettuata dagli scanner commerciali e dalla fotocamere digitali è non uniforme e logaritmica:
ciò permette di assegnare più livelli nella area dei toni scuri e meno livelli nella area dei toni chiari.

Questo è particolarmente importante quando si elaborano dati medici (es.radiografie)

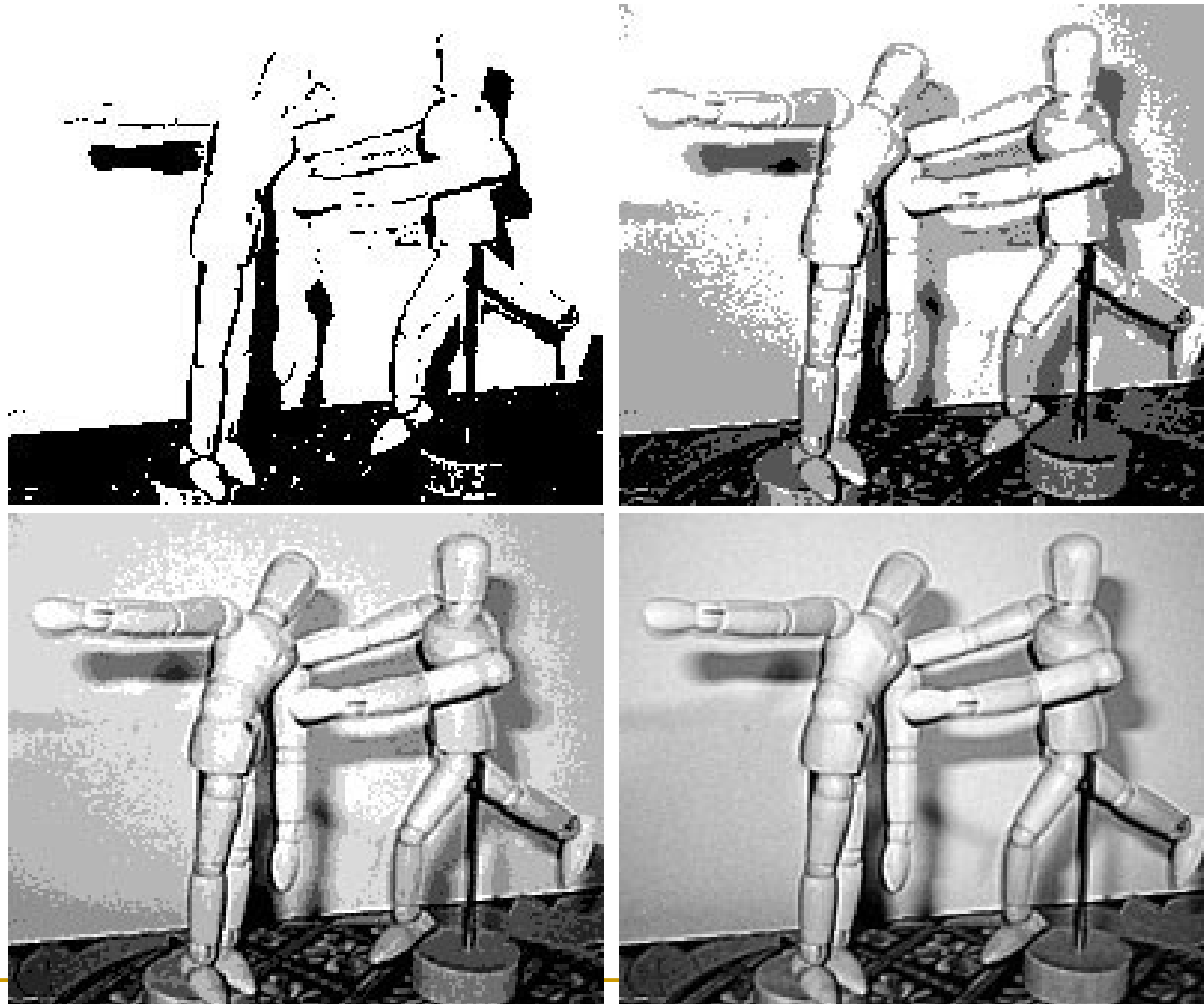
Quantizzazione uniforme

Quantizzazione logaritmica

Quantizzazione: effetti sulle immagini

2 livelli
1 bit

4 livelli
2 bit



8 livelli
3 bit

256
livelli
8 bit

Quantizzazione

Quantizzazione uniforme:
- range in ingresso 0…N-1,
- range in uscita 0…K-1 con K<=N.

Se ***L*** è il livello di ingresso rappresentato da un intero il livello ***L'*** corrispondente dopo la quantizzazione è:

$$L' = (L*K)/N$$

Esempio: *portare 0…255 in 0…7 con quantizzazione uniforme.*
*Il livello 10 diviene (10*8)/256 = 0*
*Il livello 20 diviene (20*8)/256 = 0*
*il livello 30 diviene (30*8)/256 = 0*
*Il livello 32 diviene (32*8)/256 = 1 eccetera…*

Quantizzazione

Quantizzazione non uniforme:
- range in ingresso 0…N-1,
- range in uscita 0…K-1 con K<=N.

Se ***L*** è il livello di ingresso rappresentato da un intero il livello ***L'*** corrispondente dopo la ri-quantizzazione è:

$$L' = f(L,N,K)$$

La funzione f(L,N,K) definisce lo schema di riquantizzazione, e può avere le forma più varie. Tra le più comuni è la

Quantizzazione logaritmica: $f(L,N,K) = (\log_2 (L)*K)/\log_2(N)$ (si intende per log la parte intera del logaritmo in base 2)

Nel caso più comune N=256, log(N)=8 e K=8, o comunque in generale log(N)=K, per cui $f(L,N,K)=\log_2 (L)$.

Tuttavia si potrebbe volere portare il range 0…255 in 0…15 e in tal caso la formula di cui sopra ritorna utile.


quantizzazione uniforme
quantizzazione non uniforme