

Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica 2 del 30 gennaio 2020

PARTE A (TEORIA)

[T1] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Dare la definizione di serie numerica convergente e assolutamente convergente. Se una serie è convergente è assolutamente convergente?

Giustificare la risposta

b) Definire le derivate parziali prime di una funzione di due variabili in un punto.

[T2] Rispondere ad almeno uno dei seguenti quesiti:

a) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

b) Enunciare e dimostrare il teorema di integrabilità delle funzioni continue (monotone).

PARTE B (ESERCIZI)

[E1] Svolgere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-1}^2 \frac{|e^{2x} - 1|}{e^x + 2} dx$$

b) Data la funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + x$$

i) determinarne gli eventuali estremi relativi in  $\mathbb{R}^2$

ii) determinarne gli eventuali estremi assoluti nel triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$  e  $(2, 0)$ .

[E2]

a) Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[4]{2n^3 + 1} \sin \frac{1}{n^3} ; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n + 2) \left(1 - \cos \frac{n+1}{(3n+2)^2}\right)$$

b) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$y' + y \cos x = \sin x \cos x$$