UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Anno Accademico 2020 - 2021
Corso di Laurea in INFORMATICA
ELementi di Analisi Matematica 2
(Proff. R. Cirmi e O.Naselli)

---

1) Stabilire il carattere delle seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \frac{3n^2+1}{(n+2)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (1-n^2)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^4+8}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+2}{(n+1)^5}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{(n+6)^8}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{2n+1}{n^2+3}\right)}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n-1}{n^2+3}\right)}{n^2+5},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\cos\frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{n^2+4},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+8}{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n+3},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sin\frac{1}{2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{1}{4^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n^3}{3^n+n^2 2^n}$$

---

2) Stabilire, al variare del parametro reale x, il carattere delle seguenti serie, e in caso di convergenza calcolarne la somma

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1-2x)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} 3^{4nx-1}$$

---

3) Stabilire, al variare del parametro reale x, il carattere delle seguenti serie,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2n+1)\sqrt{n^5+6}} x^n$$

---

4) Quali delle seguenti serie sono geometriche?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\cos 3)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \cos 3^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^3}}{2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n)}{n^2},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n+1}}$$

5) Quali delle seguenti serie numeriche sono convergenti?

$$(1)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}\log(n+1)};\quad (2)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{3^{2n}};\quad (3)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^2(n-1)!};\quad (4)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n\sqrt[5]{n}}\right]$$

- ☐ *a)* (1) e (2) ;
- ☐ *b)* (2) e (3) ;
- ☐ *c)* (3) e (4) ;
- ☐ *d)* (1) e (4) .

---

6) Quali delle seguenti serie numeriche sono convergenti?

$$(1)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}\tan\frac{1}{n};\quad (2)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{(-1)^n}{3^{n+2}} - n\Big(1-\cos\frac{1}{n}\Big)\right];\quad (3)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(2n)!};\quad (4)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \Big(1+\frac{1}{n}\Big)^{n\sqrt{n}}$$

- ☐ *a)* (1) e (2) ;
- ☐ *b)* (1) e (4) ;
- ☐ *c)* solo la (1) ;
- ☐ *d)* (1) e (3) .

---

7) Data la serie (*) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + 3^{2nx}\right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- ☐ *a)* la (*) diverge per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- ☐ *b)* la (*) converge solo se $x < 0$;
- ☐ *c)* la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- ☐ *d)* la (*) converge per ogni $x < 1$.

---

8) Quali delle seguenti serie numeriche <u>non</u> sono convergenti?

$$(1)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^{n^2} n!},\quad (2)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\operatorname{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{n}+2}\right),\quad (3)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \ln\left(1+\frac{1}{n}\right),\quad (4)\ \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan\frac{\pi^{n^2+1}}{\ln(n^2+1)}$$

- ☐ *a)* (2) e (4) ;
- ☐ *b)* (2) e (3) ;
- ☐ *c)* (1) e (3) ;
- ☐ *d)* (1) e (4) .

---

9) Quali delle seguenti serie numeriche sono divergenti positivamente?

$$(1)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \Big(\frac{1}{n} - \operatorname{sen}\frac{1}{n}\Big)n^2;\quad (2)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \tan\frac{n+1}{n\sqrt{n}+1};\quad (3)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{n^{n+1}}$$

- ☐ *a)* (1) e (2) ;
- ☐ *b)* (2) e (3) ;
- ☐ *c)* (1) e (3) ;
- ☐ *d)* solo una delle tre.