

PARTE A (TEORIA)

[T1] Rispondere, **motivando la risposta**, ad almeno una delle seguenti domande.

a) Assegnato un numero complesso α siano z_0 e z_1 le sue radici quadrate. Quale delle seguenti affermazioni è l'unica corretta?

☐ $z_0 + z_1 = \alpha$

☐ $z_0 z_1 = \alpha$

☐ $z_0 z_1 = -\alpha$

☐ $z_0 z_1 = -\alpha^2$

b) Siano $A \subseteq \mathbb{R}^2$, $A \neq \emptyset$, $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e (x_0, y_0) un punto interno ad A .

i) definire le derivate parziali prime di f nel punto (x_0, y_0) ;

ii) se f è dotata di derivate parziali prime nel punto (x_0, y_0) è ivi continua?

[T2] Enunciare e dimostrare almeno uno dei seguenti teoremi:

a) Integrabilità delle funzioni monotone.

b) Relazioni tra convergenza e convergenza assoluta di una serie numerica.

PARTE B (ESERCIZI)

[E1] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_4^5 \frac{\log(x^2 + 1)}{(x - 2)^2} dx$$

b) Data l'equazione differenziale

$$y' = e^x \sqrt{y - 1}$$

determinarne le soluzioni, precisandone l'insieme di definizione.

[E2] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n + \sin n}{n^2 \log n}$$

b) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 3y}{x^2 - y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin^2(xy)}{3x^2 + 2y^2}$$