"ALGORITMI"

CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

ANNO ACCADEMICO 2018/19

Prima sessione di esami (II appello) – 27 febbraio 2019

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

ESERCIZIO 5

(A) Si enuncino il Teorema Master ed il suo Corollario.

(B) Si definiscano le notazioni asintotiche $\mathcal{O}(f(n))$, $\omega(f(n))$ e $\Theta(f(n))$ per una data funzione $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

(C) Si risolva l'equazione di ricorrenza $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + \Theta\left(n \log^2 n\right)$ al variare del parametro reale $a \geq 1$.

(D) Sia $T(n)$ la funzione di cui al punto precedente. Si stabilisca per quali valori del parametro $a \geq 1$ si ha
(i) $T(n) = \mathcal{O}(n^2)$; (ii) $T(n) = \omega(n \log^3 n)$; (iii) $T(n) = \mathcal{O}(n^2)$ e $T(n) = \omega(n \log^3 n)$?

ESERCIZIO 6

Sia $\otimes$ un'operazione *associativa* su matrici di numeri reali tale che, date due matrici A e B rispettivamente di dimensioni $p \times q$ e $q \times r$, produce una matrice $A \otimes B$ di dimensione $p \times r$, effettuando $pq + qr^2$ operazioni elementari.

Sia $\mathcal{A} = (A_1, A_2, \ldots, A_n)$ una sequenza di matrici di dimensioni $p_{i-1} \times p_i$, per $i = 1, 2, \ldots, n$.

Utilizzando la metodologia della programmazione dinamica, si descriva un'algoritmo per determinare la parentesizzazione della sequenza $\mathcal{A}$ che consenta di calcolare la matrice

$$A_1 \otimes A_2 \otimes \ldots \otimes A_n$$

con il minor numero possibile di operazioni elementari.

Qual è la complessità dell'algoritmo trovato in funzione della lunghezza n della sequenza $\mathcal{A}$?