

Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea in Informatica
Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica 2
Esempio

PARTE A (TEORIA)

T1 Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

- (1) Definire il raggio e l'intervallo di convergenza di una serie di potenze ed enunciare il criterio di D'Alembert per la ricerca del raggio di convergenza.
- (2) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dotata di derivate parziali prime nulle nel punto $(0,0)$. Allora
 - ☐ f è costante
 - ☐ f ha un estremo relativo in $(0,0)$
 - ☐ f è continua in $(0,0)$
 - ☐ f è differenziabile in $(0,0)$
 - ☐ f ha un punto stazionario in $(0,0)$.

T2 Enunciare e dimostrare almeno uno dei seguenti teoremi.

- (1) Criterio del confronto per le serie numeriche.
- (2) Formula fondamentale del calcolo integrale.

T3 Rispondere, **motivando la risposta**, ad almeno una delle seguenti domande.

- (1) Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie numerica. Stabilire se la seguente implicazione é vera o falsa.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ convergente} \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ assolutamente convergente.}$$

- (2) Siano $X \subseteq \mathbb{R}^2$ un insieme aperto e non vuoto e $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile in $(x_0, y_0) \in X$. É vero che f é continua in (x_0, y_0) ?

PARTE B (ESERCIZI)

E1 Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

- (1) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + y' - 6 = x^2 + 3e^{2x}$$

- (2) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita dalla legge:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

È vero che

- ☐ f è continua in $(0, 0)$;
- ☐ f è differenziabile in $(0, 0)$;
- ☐ f ha un estremo relativo in $(0, 0)$;
- ☐ f ha un punto stazionario in $(0, 0)$.

E2 Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

- (1) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3 + 1} (x - 2)^n.$$

- (2) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+x-6)} dx.$$