

Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea in INFORMATICA
Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica 2
24 settembre 2020

PARTE A (TEORIA)

[T1] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Sia

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

una serie numerica. Cosa vuol dire che è convergente? Cosa vuol dire che è assolutamente convergente?

b) Siano $A \subseteq \mathbb{R}^2$ aperto, $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $(x_0, y_0) \in A$. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false e per quelle false portare un controesempio.

- (1) se f è dotata di derivate parziali prime in (x_0, y_0) allora f è differenziabile in (x_0, y_0) ;
- (2) se f è differenziabile in (x_0, y_0) allora f è continua e dotata di derivate parziali prime in (x_0, y_0) .

[T2] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande

a) Enunciare e dimostrare il teorema di integrabilità delle funzioni continue/monotone.

b) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

PARTE B (ESERCIZI)

[E1] Svolgere almeno uno dei seguenti esercizi:

a) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y' = -2\frac{x}{1+x^2}y + \frac{1}{x(1+x^2)}.$$

b) Data la funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4y + 5$$

determinarne gli eventuali estremi assoluti nel triangolo di vertici $(0, 3)$, $(3, 0)$ e $(-3, 0)$.

[E2] Svolgere almeno uno dei seguenti esercizi:

a) Studiare il carattere della serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \sin \frac{4}{n^4}.$$

b) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_{-1}^2 [|x-1| + \log(1+x^2)] dx.$$