Esercitazione di Elementi di Analisi Matematica 2 del 4 dicembre 2019

## Parte A (Teoria)

[**T1**] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Dopo aver dato la definizione di primitiva di una funzione, portare un esempio di funzione non datata di primitive. Enunciare, poi, una condizione sufficiente affinché una funzione sia dotata di primitive.

b) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

- ☐ Se $a_n \to S$ allora $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge a $S$;
- ☐ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge se e solo se $a_n \to 0$ ;
- ☐ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=20}^{+\infty} a_n$ hanno lo stesso carattere ;
- ☐ se $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|$ diverge positivamente allora $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge positivamente o negativamente.

[**T2**] Enunciare e dimostrare almeno uno dei seguenti teoremi:

a) Formula fondamentale del calcolo integrale

b) Criterio del rapporto per le serie.

## Parte B (Esercizi)

[**E1**] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Stabilire se la funzione

$$F(x) = \int_{-x}^{0} e^{-t^3} dt$$

é derivabile nel punto $x_0 = 0$ e, in caso affermativo calcolare $F'(0)$.

b) Studiare al variare del parametro reale $x$ il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{2+x}{1-x}\right)^n .$$

In caso di convergenza calcolarne la somma.

[**E2** ] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Determinare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sin n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n - \sqrt{n}}{n^4+2}.$$

b) Determinare $F(x)$ primitiva della funzione

$$f(x) = xe^{|x|}$$

in $\mathbb{R}$ e tale che $F(0) = 0$