COMPLESSITÀ DEL SORTING

Ad ogni confronto otteniamo 3 possibili risposte $(\leq, =, \geq)$

La sequenza di n numeri di partenza ha $n!$ ordinamenti possibili

Per trovare quello giusto dobbiamo poter discernere tra $n!$ situazioni

Dunque sia t il numero di confronti si dovrà avere

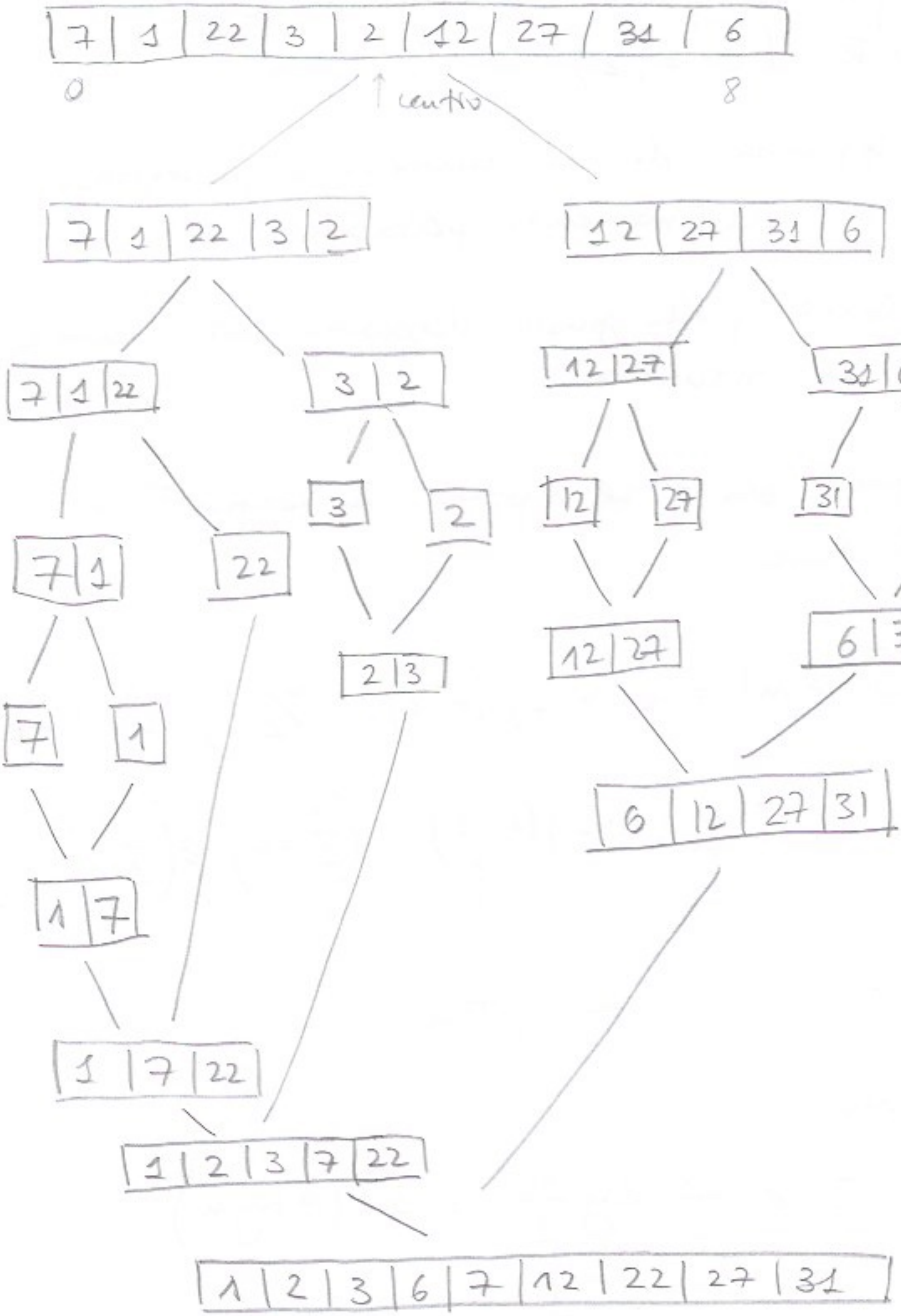
$$3^t \geq n! = n(n-1)(n-2)\dots \frac{n}{2}\left(\frac{n}{2}-1\right)\dots 1 \geq$$

$$\geq \underbrace{\underset{\geq \frac{n}{2}}{n}\ \underset{\geq \frac{n}{2}}{(n-1)}\ \underset{\geq \frac{n}{2}}{(n-2)}\dots \underset{\geq n/2}{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}_{\frac{n}{2}\text{ fattori}} \geq \left(\frac{n}{2}\right)^{n/2}$$

da cui

$$t \geq \frac{n}{2}\log\frac{n}{2} = \Omega(n\log n)$$

MERGE SORT Intuizione



COMPLESSITÀ DEL MERGE SORT

La complessità della procedura merge-sort è

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ 2\,T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n) & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

Dimostriamo che $T(n) = n \log n$ nel caso (più semplice) in cui $O(n) = n$

La prova è per induzione

Per $n = 1$ l'algoritmo fa un solo passo in quanto sin = des e dunque l'unico passo è il controllo dell' IF

$$T(1) = 1$$

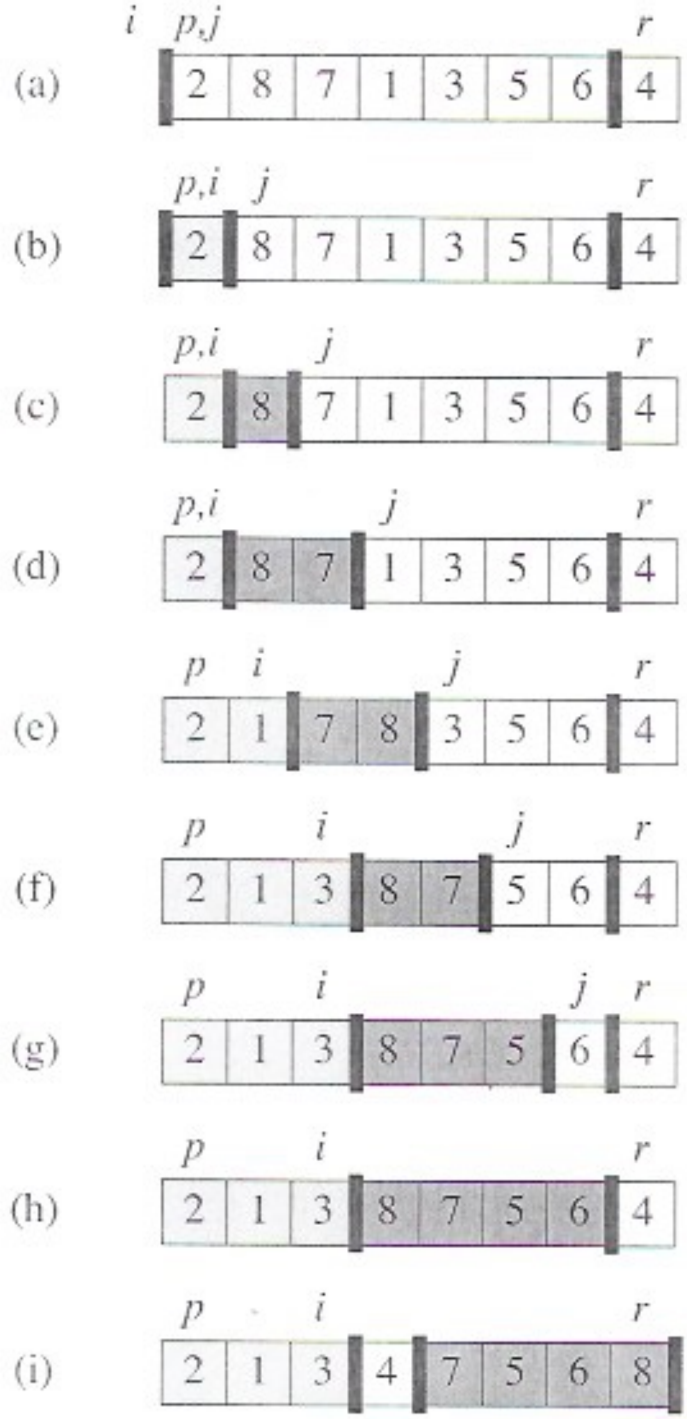
Supponiamo adesso la tesi vera per $n = k$ e proviamola per $n = 2k$

$$T(2k) = 2\,T(k) + 2k =$$

$$= 2(k \log k) + 2k =$$

$$= 2k\,(\log k + 1) =$$

$$= 2k \log 2k$$


(a) i p,j r
2 8 7 1 3 5 6 4
(b) p,i j r
2 8 7 1 3 5 6 4
(c) p,i j r
2 8 7 1 3 5 6 4
(d) p,i j r
2 8 7 1 3 5 6 4
(e) p i j r
2 1 7 8 3 5 6 4
(f) p i j r
2 1 3 8 7 5 6 4
(g) p i j r
2 1 3 8 7 5 6 4
(h) p i r
2 1 3 8 7 5 6 4
(i) p i r
2 1 3 4 7 5 6 8

COMPLESSITÀ DELLA RICERCA BINARIA

Sia $T(n)$ il numero di confronti che devono essere fatti per determinare se l'elemento cercato è nel vettore (ordinato)

$$T(n) = T(n/2) + 1$$

Se $n=1$ si fa un solo confronto (nel primo if)

Supponiamo allora che per $n=k$

$$T(k) = \log k$$

per $n=2k$ si avrebbe

$$T(2k) = T(k) + 1 = \log k + 1 = \log 2k$$

Possiamo fare meglio? No!

$n+1$ situazioni possibili

- La chiave cercata è uno degli n elementi dell'array oppure no

Come prima

$$3^t \geq (n+1) \qquad t \text{ num di confronti}$$

$$\Rightarrow \quad t \geq \log n$$