ALBERI BINARI

Il numero totale di nodi di un albero (incluse le foglie) di profondità n è al massimo $2^{n+1} - 1$

Dimostrazione

Proviamo l'asserto per induzione (su n)

Se l'albero ha profondità $n = 0$ c'è un solo nodo (la radice)

$2^{0+1} - 1 = 2 - 1 = 1$ ok

Supponiamo che la tesi sia vera per alberi di profondità $n = k$

Proviamo la tesi per $n = k+1$

Un albero di profondità $k+1$ contiene (al massimo) i nodi di un albero di profondità k, più i nodi del livello $k+1$

Questo vuol dire

$$\underbrace{\left(2^{k+1} - 1\right)}_{\text{ipotesi induttiva}} + \underbrace{2^{k+1}}_{\text{nodi del livello } k+1} = 2^{k+2} - 1$$

COSTO DELLA PROCEDURA INORDER

Per uso si supponga che la procedura INORDER venga invocata su un nodo x che abbia k discendenti nel sottoalbero sinistro e $n-k-1$ discendenti nel sottoalbero destro

Chiaramente

$T(0) = c \qquad c > 0$

$T(n) \leq T(k) + T(n-k-1) + d$

$d \neq c$

d : costante positiva che costituisce un limite superiore al tempo richiesto per eseguire il corpo di INORDER (senza contare il costo delle chiamate ricorsive)

Proviamo che $T(n) \leq (c+d)\,n + c$

(per induzione)

Per $n = 0$ $T(n) = c$

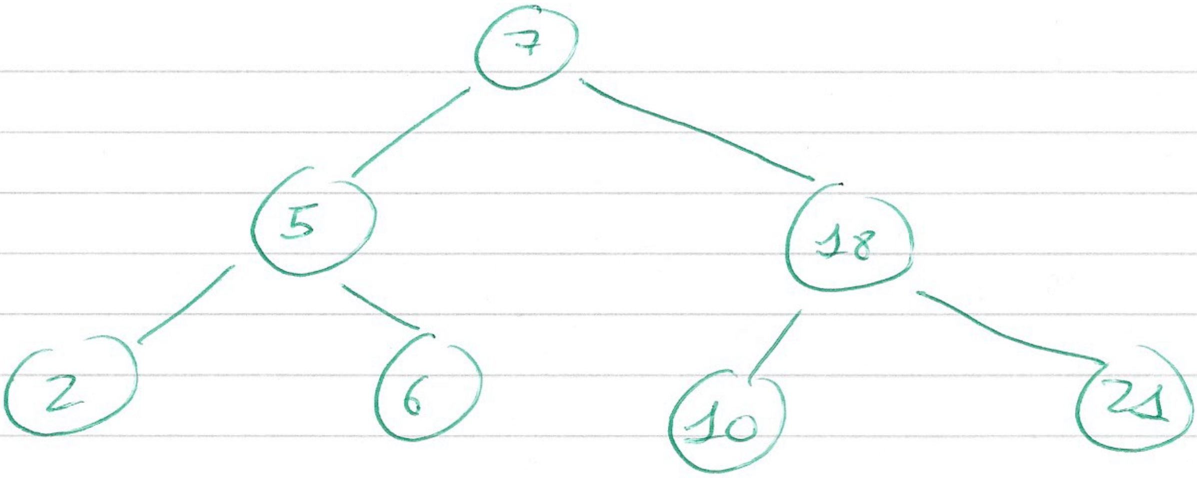
Supponiamo la tesi vera $\forall m < n$ e testiamo il caso n

$$T(n) \leq T(k) + T(n-k-1) + d \leq$$

$$\leq (c+d)k + c + (c+d)(n-k-1) + c + d =$$

$$= \cancel{(c+d)k} + c + (c+d)n - \cancel{(c+d)k} - \cancel{(c+d)} + \cancel{(c+d)}$$

$$= (c+d)n + c$$



PREORDER : ~~7,18~~

7, 5, 2, 6, 18, 10, 21

INORDER:

2, 5, ~~7~~ 6, 7, 10, 18, 21

POSTORDER

2, 6, 5, 10, 21, 18, 7