

**“ALGORITMI”**  
**CORSO DI STUDIO IN INFORMATICA (laurea triennale)**  
**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
**ANNO ACCADEMICO 2017/18**

Prima sessione di esami – 28 febbraio 2018

Si svolgano i seguenti esercizi, argomentando adeguatamente le risposte.

**ESERCIZIO 1**

- (A) Si enuncino il Teorema Master e il suo Corollario.
- (B) Si definiscano le notazioni asintotiche  $\mathcal{O}(f(n))$ ,  $o(f(n))$  e  $\omega(f(n))$  per una data funzione  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .
- (C) Si risolva l'equazione di ricorrenza  $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n^3 \log n)$  al variare del parametro reale  $a \geq 1$ .
- (D) Sia  $T(n)$  la funzione di cui al punto precedente. Per quali valori del parametro  $a \geq 1$  si ha:
- (i)  $T(n) = o(n^5)$ ;      (ii)  $T(n) = \mathcal{O}(n^3 \log n)$ ;      (iii)  $T(n) = \omega(n^3 \log^2 n)$ ?

**ESERCIZIO 2**

Si consideri il grafo orientato  $\mathcal{G}$  rappresentato dalle seguenti liste di adiacenza:

$A \rightarrow B$	$D \rightarrow C$	$G \rightarrow D, E$	$L \rightarrow H$
$B \rightarrow C, D$	$E \rightarrow B, F, H$	$H \rightarrow F, G$	$M \rightarrow G$
$C \rightarrow A$	$F \rightarrow B, G$	$I \rightarrow L, M, N$	$N \rightarrow E, L$

- (a) Si descriva l'algoritmo di visita in profondità, fornendone anche lo pseudo-codice e determinandone la complessità computazionale. Quindi si effettui la visita in profondità del grafo  $\mathcal{G}$  a partire dal vertice  $A$  (e poi procedendo lessicograficamente in *tutte le scelte successive*), indicando per ogni vertice i tempi di inizio e fine visita e classificando tutti gli archi.
- (b) Quanti archi sono stati classificati come *archi d'albero*? quanti come *archi all'indietro*? quanti come *archi in avanti*? e quanti come *archi trasversali*?

**ESERCIZIO 3**

- (a) Si illustri la struttura dati degli alberi rosso-neri.
- (b) Si definisca l'*altezza nera* di un nodo in un albero rosso-nero. Quindi si enunci una minorazione del numero di nodi interni in un sottoalbero radicato in un nodo  $x$  di un albero rosso-nero e la si utilizzi per dimostrare un limite superiore all'altezza di un albero rosso-nero con  $n$  nodi interni.

**ESERCIZIO 4**

- (a) Si enunci in dettaglio il problema della moltiplicazione di una sequenza di matrici.
- (b) Utilizzando la metodologia della programmazione dinamica, si illustri una soluzione della variante del problema della moltiplicazione di una sequenza di matrici in cui si è interessati a minimizzare il numero complessivo di prodotti e di somme scalari, dove si ricorda che *per moltiplicare due matrici  $p \times q$  e  $q \times r$  di numeri reali occorrono  $pqr$  moltiplicazioni scalari e  $p(q-1)r$  somme scalari.*
- Qual è la complessità dell'algoritmo trovato in funzione della lunghezza della sequenza di matrici?