Esercitazione di preparazione alla prova in itinere di Elementi di Analisi Matematica 2 del 30 novembre 2018

Parte A (Teoria)

[**T1**] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Sia data una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Dire quando la serie si dice assolutamente convergente e rispondere alle seguenti domande:
i) Se la serie è convergente, allora è assolutamente convergente?
ii) Se la serie è assolutamente convergente, allora è convergente?
Se la risposta ad una delle domande i) e ii) è negativa, portare un controesempio.

b) Siano z un numero complesso, n un numero intero maggiore o uguale a 2. Quante e quali soluzioni ha l'equazione $w^n = z$ nell'incognita $w \in \mathbf{C}$?

[**T2**] Enunciare e dimostrare almeno uno dei seguenti teoremi:

a) Formula fondamentale del calcolo integrale

b) Proprietà di omogeneità dell'integrale indefinito

Parte B (Esercizi)

[**E1**] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi.

1) Data la funzione definita dalla legge

$$F(x) = \int_{x^2}^{1} \frac{\arcsin t}{1+t^2} dt$$

scrivre l'equazione della retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

2) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} x \left(\sin x - \left| \sin x - \frac{1}{2} \right| \right) dx.$$

[**E2**] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi, giustificando la risposta.

1) Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{n^5+1} \left(e^{1/n^2} - 1 \right)$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt[3]{n^5+1} \left(e^{1/n^2} - 1 \right)^2 .$$

2) Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$z\bar{z} + 2i\mathcal{I}m(z) = \omega_0$$

essendo ω_0 la radice quadrata del numero complesso $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ avente parte reale positiva.