Prova *in itinere* di Elementi di Analisi Matematica 2 del 5 dicembre 2018

Parte A (Teoria)

[**T1**] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Sia $\sum_{n=1}^{\infty}$ una serie a termini positivi. Quale fra le seguenti affermazioni è l'unica corretta?

☐ Se la successione $\{a_n\}$ è crescente, la serie diverge

☐ Se la successione $\{a_n\}$ è decrescente, la serie converge

☐ Se la successione $\{a_n\}$ è convergente, la serie converge

☐ Se la serie diverge, la successione $\{a_n\}$ è crescente

☐ Se la serie converge, la successione $\{a_n\}$ è decrescente

b) Siano f, g due funzioni dotate di primitive in (a, b), h, k due numeri reali nn nulli. Quale fra le seguenti affermazioni è l'unica corretta?

☐ $\int f(x)g(x)dx = \left(\int f(x)dx\right)\left(\int g(x)dx\right)$

☐ $\int (hf(x))\ (kg(x))\ dx = (hk)\int f(x)g(x)\ dx$

☐ $\int f(g(x))dx = [\int f(t)dt]_{t=g(x)}$

☐ $\int (hf(x) + kg(x))dx = (h + k)\int (f(x) + g(x))\ dx$

☐ $\int f(x)g(x)dx = f(x)\ \int g(x)dx$

[**T2**] Enunciare e dimostrare almeno uno dei seguenti teoremi:

a) Teorema sulle serie assolutamente convergenti

b) Teorema di integrabilità delle funzioni monotone

Parte B (Esercizi)

[**E1**] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi, giustificando la risposta.

a) Determinare la funzione F, primitiva in $[1,4]$ della funzione $f(x) = \sin\frac{1}{x^2}$ e tale che $F(\frac{\pi}{2}) = e$

b) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \int_{2x}^{x^2} e^{-t^2}\,dt$ nel punto $x = 0$.

[**E2**] Risolvere almeno uno dei seguenti esercizi, giustificando la risposta.

a) Determinare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{n^2+4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\sin\left(\log\frac{2n^6+5}{n^8+11}\right)\right)\frac{2n^2+3}{n^4+7}$$

b) Risolvere la seguente equazione nel campo complesso:

$$Rez - iz + |z|^2 = i + 1$$