



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

Dipartimento di Matematica e Informatica

Anno Accademico 2016-2017

Corso di Laurea in Informatica (L-31)

Simulazione della seconda prova in itinere di **Elementi di Analisi Matematica 1** (6 CFU)

30 Maggio 2017

Tempo a disposizione. 120 minuti.

1 Sia data la funzione reale di variabile reale definita dalla legge

$$f(x) = \pi^x + \log_3(x^4 + 10).$$

- (a) Provare che f è invertibile nell'intervallo $]0, +\infty[$.
- (b) Determinare l'insieme di definizione della funzione inversa f^{-1} di f nell'intervallo $]0, +\infty[$.
- (c) Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(\pi + \log_3 11)$.

2 Sia data la funzione reale di variabile reale definita dalla legge

$$f(x) = \frac{e^x - \cos x - x\sqrt{1-x}}{x^2}.$$

- (a) Provare che f è prolungabile per continuità in $x = 0$ e si indichi con \tilde{f} tale prolungamento.
- (b) Studiare la continuità e la derivabilità di \tilde{f} nel suo insieme di definizione.

3 Dimostrare che per ogni $x \in]0, +\infty[$ vale la seguente disuguaglianza:

$$\ln(1 + \sqrt{1+x^2}) < \frac{1}{x} + \ln x.$$

4 • Sia data la funzione reale di variabile reale definita dalla legge

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } x \in [-1, 1] \\ -x^2 + 2x & \text{se } x \in]1, 2] \\ \ln(x-1) & \text{se } x \in]2, +\infty[\end{cases}.$$

Tracciare il grafico di f e da esso dedurre quello della funzione

$$g(x) = \sup_{t \leq x} f(t).$$

• Sia data la funzione reale di variabile reale definita dalla legge

$$f(x) = \frac{|3-x|}{3-x} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} + 3-x \right).$$

Studiare f e tracciarne il grafico.