Prova scritta di Elementi di Analisi Matematica 2 del 30 gennaio 2020

Parte A (Teoria)

[**T1**] Rispondere ad almeno una delle seguenti domande.

a) Dare la definizione di serie numerica convergente e assolutamente convergente. Se una serie è convergente è assolutamente convergente?
Giustificare la risposta

b) Definire le derivate parziali prime di una funzione di due variabili in un punto.

[**T2**] Rispondere ad almeno uno dei seguenti quesiti:

a) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

b) Enunciare e dimostrare il teorema di integrabilità delle funzioni continue (monotone).

Parte B (Esercizi)

[**E1**] Svolgere almeno uno dei seguenti esercizi.

a) Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-1}^{2} \frac{|e^{2x} - 1|}{e^x + 2)}\, dx$$

b) Data la funzione definita dalla legge

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + xy + x$$

i) determinarne gli eventuali estremi relativi in $\mathbb{R}^2$
ii) determinarne gli eventuali estremi assoluti nel triangolo di vertici $(0,0), (0,2)e(2,0)$.

[**E2**]

a) Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[4]{2n^3 + 1} \sin \frac{1}{n^3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n+2) \left(1 - \cos \frac{n+1}{(3n+2)^2}\right).$$

b) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$y' + y \cos x = \sin x \cos x$$