# Немного о статистической обработке текстов

Пара фактов:

- Нужно исходно для поиска
- Область называется Information Retrieval (SIGIR/CIKM/ECIR/РОМИП/RCDL/Диалог)
- Читать "Modern Information Retrieval", Ricardo Baeza-Yates, Berthier Ribeiro-Neto

Из всего этого добра нам сегодня нужно только "bag of words".

# Как можно представить текст

В IR:

**Документ:** последовательность абзацев

**Абзац:** последовательность предложений

**Предложение:** бог знает что такое, но со словами внутри

К черту подробности! Документ — банка со словами, которую еще и потрясли.

Банка бывает: бинарная, частотная, нормированная, BM25, TFIDF, etc.

# Наивный байесов классификатор

Даже в такой простой модели можно делать например так:

$$
\begin{aligned}
p(c|d) &= \frac{p(c)\prod_{w_i} p(c|w_i, w_{i-1}, \ldots, w_1)}{\prod_{w_i} p(w_i)} \\
&= \frac{1}{Z} p(c) \prod_{w_i} p(c|w_i)
\end{aligned}
$$

Такая штука называется "наивный байес" и долгое время считаласть стандартом де-факто текстового классификатора.

# Вспоминая прошлую лекцию (LSI)

Сложим всю коллекцию документов $X = (d_1, \ldots, d_m)^T$. Каждый документ: $d_i = (w_1, \ldots, w_n)$, где $w_i$ — частота слова в документе. Матрица разряжена, можно попробовать проделать фокус из прошлой лекции:

$$X = U_r^T \Sigma_r V_r$$

Тогда вектора в $U_r$ и $V_r$, можно рассматривать как образы слов и документов в общем пространстве гипотез размерности $r$. Будем предсказывать по словам запроса (клиентам) документы (товары), которые соответсвуют предыдущим покупкам (документам, где слово засветилось).

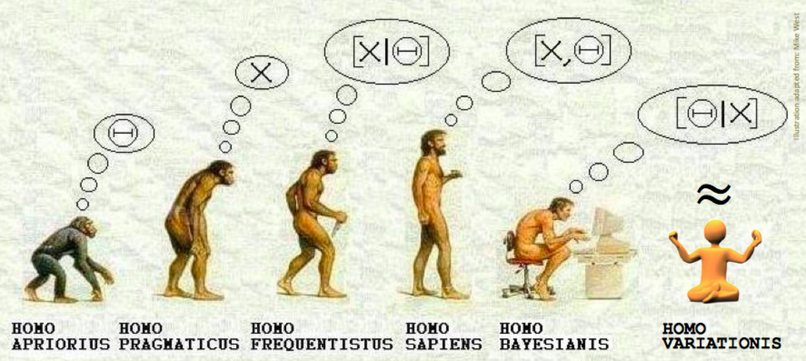
# LSI в терминах вероятностей

Мы знаем (уже), что SVD разложение работает "не очень", может быть можно все переложить в плоскость вероятностного модерелирования по следующей схеме:

- сформулируем способ получить документ с помощью некого случайного процесса;
- подберем параметры процесса так, чтобы наилучшим способом объяснить появление коллекции;
- для нового документа найдем вероятность быть "сгенерированным" полученной моделью.

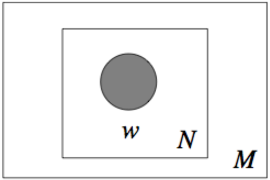
Параметров распределения может быть сильно меньше, чем данных в коллекции и в этом смысле мы делаем "понижение ранга" модели. Чтобы описывать это безобразие нам помогут графические модели.

# Вероятностные модели




картинка из презентации Kay P. Brodersen

# Униграммная модель




$$p(d) = \prod_{w_i} p(w_i)$$

1. Кинем количество слов $n$ по Пуассону
2. По полученному количеству будем независимо и с повторениями выбирать слова $p(w_i)$

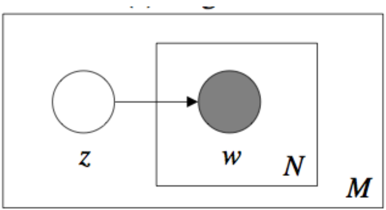
# Униграммный классификатор

1. поделим коллекцию на классы;
2. для каждого класса подберем параметры униграммной модели;
3. по новому документу сравним вероятности быть сгенерированным по соответсвующей классу модели.

$$p(d|c) = \prod_{w_i} p(w_i|c)$$

Чем отличается от Naive Bayes?

# Смесь униграмм




$$p(d) \quad = \sum_z p(z) \prod_{w_i} p(w_i|z)$$

1. Кинем топик $z$ по весам $p(z)$
2. Кинем количество слов $n$ по Пуассону
3. По полученному количеству будем независимо и с повторениями выбирать слова с вероятностями $p(w_i|z)$

Документ может относиться только к одной скрытой теме $z$.

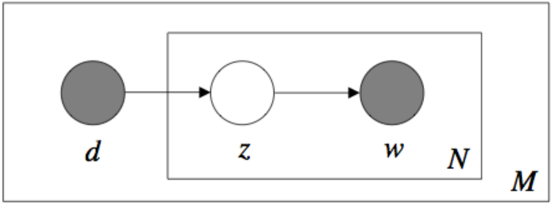
# Как подбирать смесь униграмм?

Пускай класс документа является скрытой переменной.

**Expectation** исходя их текущих представлений о $p(w_i|z)$ найдем к какому классу пренадлежит документ

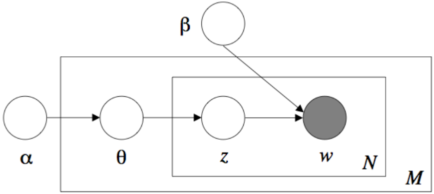
**Maximization** с учетом того, как распределились документы по классам, максимизируем правдоподобие коллекции

# Probabilistic latent semantic allocation (pLSA)




1. Выберем для документа топик $z$ по весам $p(z|d)$
2. Кинем количество слов $n$ по Пуассону
3. По полученному количеству будем независимо и с повторениями выбирать слова с вероятностями $p(w_i|z)$

# Latent Dirichlet Allocation (LDA)




1. Сгенерируем распределения весов топиков $\theta \sim Dir(\alpha)$
2. Кинем количество слов $n$ по Пуассону
3. Для каждого слова:
   1. Выберем $z_i \sim Multinomial(\theta)$
   2. Получим слово с вероятностью $p(w|z_i, \beta)$

# Вывод LDA I

Теперь все стало сильно сложнее:

$$p(d|\alpha,\beta) = \int p(\theta|\alpha)\left(\prod_1^n \sum_z p(z_i|\theta)p(w_i|z_i,\beta)\right)d\theta$$

Или, с учетом известных распределений:

$$p(d|\alpha,\beta) = \int \left(\prod_1^k \theta_i^{\alpha_i-1}\right)\left(\prod_{i=1}^n \sum_{t=1}^k \prod_{j=1}^m (\theta_t\beta_{tj})^{w_i^j}\right)d\theta$$

А для коллекции еще и так:

$$\arg\max_{\alpha,\beta} \sum_d \log p(d|\alpha,\beta)$$

# Variational bayes

$$
\begin{aligned}
\log(p(d)) &= \log\left(\frac{p(y,\theta)}{p(\theta|y)}\right) \\
&= \int q(\theta) \log \frac{p(y,\theta)}{p(\theta|y)} d\theta \\
&= \int q(\theta) \log \frac{p(y,\theta)}{p(\theta|y)} \frac{q(\theta)}{q(\theta)} d\theta \\
&= \int q(\theta) \left(\log \frac{q(\theta)}{p(\theta|y)} + \log \frac{p(y,\theta)}{q(\theta)}\right) d\theta \\
&= {\color{red}\left(\int q(\theta) log \frac{q(\theta)}{p(\theta|y)} d\theta\right)} + {\color{blue}\left(\int q(\theta) log \frac{p(y,\theta)}{q(\theta)} d\theta\right)}
\end{aligned}
$$

Красная часть называется Kullback–Leibler divergence ($KL(p\|q) = D_{KL}(p\|q)$). Можно искать не точное распределение $p$, а его приближение $q$.

# Вывод LDA II

В нашем случае $q$ выберем так:

$$q(\theta, z|\gamma, \phi) = q(\theta|\gamma) \prod_{i=1}^{n} q(z_i|\phi_i)$$

где $\gamma \sim Dir$, и решим проблему:

$$(\hat{\gamma}, \hat{\phi}) = \arg\min_{(\gamma,\phi)} D_{KL}(q(\theta, z|\gamma, \phi) \| p(\theta, z|d, \alpha, \beta))$$

# Вывод LDA III

Expectation: для каждого документа найдем параметры $\{\hat{\gamma}, \hat{\phi}\}$

Maximization: используя $q(\theta, z|\gamma, \phi)$ вместо $p(\theta, z|d, \alpha, \beta)$

В нашем случае $q$ выберем так:

$$q(\theta, z|\gamma, \phi) = q(\theta|\gamma) \prod_{i=1}^{n} q({}_i|\phi_i)$$

где $\gamma \sim Dir$, и решим проблему:

$$(\hat{\gamma}, \hat{\phi}) = \arg\min_{(\gamma,\phi)} D_{KL}(q(\theta, z|\gamma, \phi) \| p(\theta, z|d, \alpha, \beta))$$

# Проблемы LDA

Закон Zipffa не позволяет расчитывать на хорошую оценку $p(w_i)$.