

---

# MINIPROJETO - ESTRUTURAS AEROESPACIAIS I

---

**Faculdade de Engenharia**  
Departamento de Ciências Aeroespaciais  
Mestrado Integrado em Engenharia Aeronáutica

**Alexandre Oliveira** Nº 46457  
**David Jorge** Nº 45632  
**João Coelho** Nº 45807  
**Grupo 13**

12 de junho de 2023

## INTRODUÇÃO

No âmbito da unidade curricular de Estruturas Aeroespaciais I, foi proposta a realização de um miniprojeto, com o intuito de dimensionar a cauda de uma fuselagem, assim como a sua ligação ao resto desta. Este miniprojeto toca em diversos aspetos lecionados em Estruturas Aeroespaciais I como aeronavegabilidade, determinação de esforços, deformações e dimensionamento.

**Palavras Chave** Cauda de Fuselagem · Dimensionamento Estrutural

## 1 Arquitetura e Planeamento

A cauda de uma aeronave é a parte traseira da fuselagem que suporta estruturalmente os estabilizadores horizontais e verticais. O objetivo da cauda é providenciar estabilidade e controle da aeronave durante o voo e suportar estruturalmente os esforços aerodinâmicos que nela surgem. O dimensionamento estrutural é o processo de determinar as dimensões, formas e tipos de materiais de forma a garantir que ela será capaz de suportar as cargas que serão sujeitas. Além disso, é crucial levar em conta as cargas de aterragem que são geradas no instante em que a aeronave toca no solo. Para dimensionar estruturalmente a cauda da fuselagem, é vital conhecer as cargas que atuam na cauda em diferentes condições de voo através do envelope de voo. Com base nessas previsões, é possível determinar as tensões de corte e diretas em função de certas dimensões da fuselagem. Assim obtém-se as tensões internas máximas e paralelamente calculam-se as deformações sofridas e a massa. Por fim, executou-se um algoritmo de otimização que permite obter dimensões que satisfazem as condições máximas e que permitem minimizar a massa da fuselagem. Com base nas dimensões obtidas, segue-se ao dimensionamento da ligação entre a cauda e a fuselagem posterior. Igualmente importante é considerar os vários materiais disponíveis à construção. A visualização do processo encontra-se na figura 1. Todos os cálculos foram registados utilizando a ferramenta de cálculo *Excel* que permite fácil visualização de valores e oferece o algoritmo de otimização usado neste mini-projeto.

## 2 Envelope de Manobra

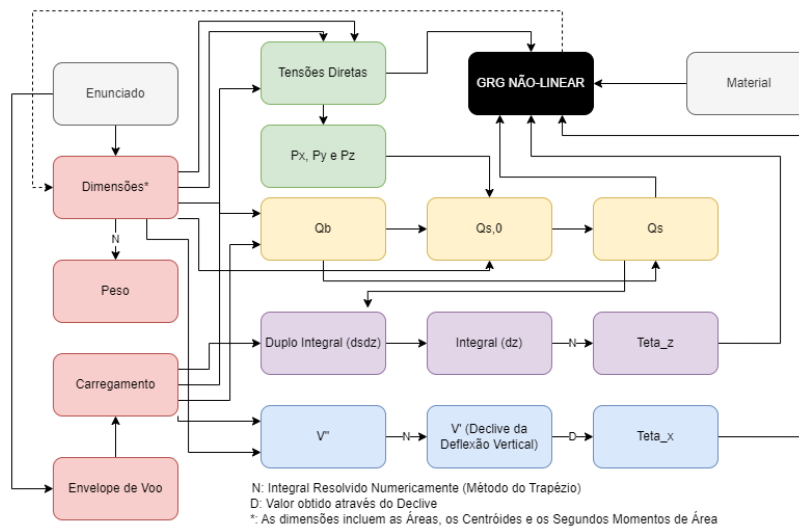
Quando se projeta uma determinada aeronave é necessário ter em conta vários aspetos da mesma. Esta não pode operar fora dos limites de sustentação, propulsão e estrutura estabelecidos. O diagrama V-n indica informações sobre as velocidades e fatores de carga máximos em condições normais e de emergência, contemplando, também, situações de voo invertido.

O fator de carga ( $n$ ) define-se como o quociente entre o peso e as forças de inércia a que o avião está sujeito:

$$n = \frac{L}{W} \quad (2.1)$$

A aeronave em estudo é uma aeronave ultraleve, cuja massa de descolagem máxima é  $m = 472.5\text{kg}$ , a corda tem o valor de  $c = 0.87\text{m}$  e a envergadura de  $b = 10.3\text{m}$  (para  $i = 13$ ). O fator de carga limite é  $n = 4$  para voo normal e  $n = -2$  para voo invertido. Para a elaboração do envelope de manobra, é necessário o cálculo da velocidade de perda  $V_{perda}$  em voo normal e invertido, que, obtida pelo rearranjo da equação do coeficiente de sustentação, pode ser determinada pela seguintes expressões:

$$V_{perda1} = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho SC_{L_{max}}}}; \quad V_{perda2} = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho SC_{L_{min}}}} \quad (2.2)$$



**Figura 1.** Fluxograma do Processo de Dimensionamento

Nesta aeronave foi considerado o  $C_{L_{max}} = 1.6$ . A determinação é dada pela equação que se segue:

$$C_{L_{min}} = -\frac{C_{L_{max}}}{2} \quad (2.3)$$

Os limites de um diagrama V-n são dependentes das velocidades de manobra,  $V_A$  (velocidade de manobra máxima) podendo ser determinados pela expressão abaixo.

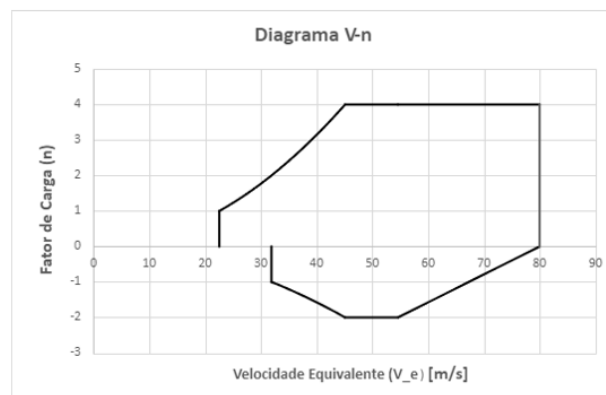
$$V_A = V_{perda} \sqrt{n_1}; \quad (2.4)$$

Este valor vai ser o valor mínimo de velocidade de manobra que a aeronave terá, visto que é necessário que a sustentação seja igual ou superior ao peso de aeronave para haver manobra.

É necessário respeitar as normas que definem uma aeronave ultraleve, em específico, normas da CS\_VLA. Destas destacam-se:

- Os fatores variam linearmente com a velocidade do valor especificado  $V_C$  até zero, em  $V_D$ ;
- $V_c$  (em m/s) deve ser menor que  $2.4\sqrt{\frac{mg}{s}}$ ;
- $V_D$  não pode ser inferior a  $1.25V_c$ ;
- $V_A$  não pode ser inferior a  $V_D\sqrt{n}$ .

**Figura 2.** Normas de CS\_VLA para o diagrama V-n



**Figura 3.** Diagrama V-n

Para se determinar as forças nas empenagens escolheram-se 5 pontos críticos do diagrama V-n, acrescido da situação de aterragem.

### 3 Carregamento

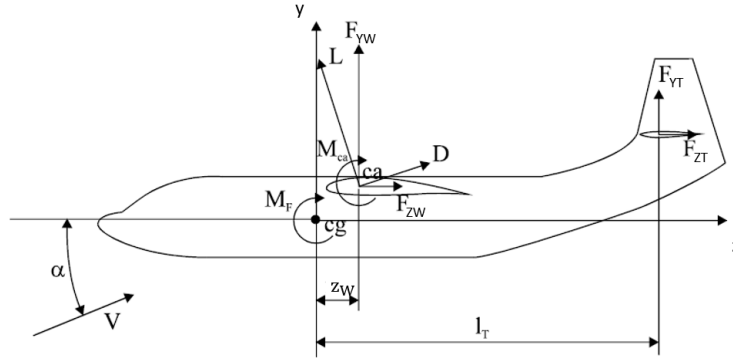
#### 3.1 Em Condição de Voo

As empenagens são sujeitas a vários tipos de cargas:

- Cargas de Rajada;

- Cargas de Balanceamento;
- Cargas de Inércia;
- Cargas de Manobra

Neste caso, não se considera uma condição de voo turbulenta devido a rajadas, pelo que não existe nenhuma alteração momentânea do fator de carga. Por conseguinte, pode dizer-se que a força na empenagem será sempre a mesma. Com isto, as cargas a ter em conta para o caso de voo nivelado serão as cargas de balanceamento, responsáveis pelo equilíbrio dos momentos no centro aerodinâmico. Através destas cargas, conseguimos determinar as forças aplicadas nas empenagens e os seus impactos na fuselagem. A figura seguinte representa as forças a atuar na aeronave em condição de voo:



**Figura 4.** Diagrama de Forças do Avião em Condições de Voo

Como o centro aerodinâmico é coincidente com o centro gravítico do avião, tem-se que  $z_{asa} = 0$ , levando à seguinte equação dos momentos:

$$M_{CA} - F_{Y_t}(l_t) = 0 \quad (3.1)$$

Com isto, tem-se o valor de  $F_{Y_t}$ :

$$F_{Y_t} = \frac{M_{CA}}{l_t} = \frac{\frac{1}{2}\rho_0 S \bar{c} C_{M_{CA}}}{l_t} V_E^2 \quad (3.2)$$

Focando no Momento no Centro Aerodinâmico, podemos recorrer ao coeficiente fornecido no enunciado ( $C_{M_{CA}} = -0.1$ ):

$$F_{Y_t} = -0.1121 V_E^2 \quad (3.3)$$

Sendo que  $\alpha$  é calculado pela seguinte fórmula:

$$C_L = \frac{0.011\pi^2 b(\alpha + 4)}{b + 2c} \Leftrightarrow \alpha = \frac{C_L(b + 2c)}{0.011\pi^2 b} - 4 \quad (3.4)$$

De seguida, criou-se uma tabela com os vários pontos críticos que determine a força  $F_{z_t}$  e  $\alpha$  em função da velocidade de voo e do fator de carga. Esta tabela está disponível na Figura 5.

### 3.2 2º Caso: Aterragem Nivelada

Ao considerar este último ponto, a análise torna-se ligeiramente diferente. De acordo com diversas normas, considera-se que uma velocidade de aterragem com uma razão de 1.3 em proporção à velocidade de perda é típica ( $V_{aterragem} = 1.3V_{perda}$ ). Como a aceleração angular é nula ( $\ddot{\theta} = 0$ ), o fator de carga vai ser dado pela fórmula:

$$(n_y)_T = n_y \quad (3.5)$$

Segundo as normas do CS-VLA, no pior dos casos de aterragem,  $L$  da aeronave é  $\frac{2W}{3}$ . Assim, a expressão do fator de carga é:

$$n = n_g + \frac{\frac{2W}{3}}{W} \quad (3.6)$$

onde  $n$  será o fator de carga na aterragem e  $n_g = 3.5$  será o fator de carga no solo.

O peso  $\Delta W$  considerado não será do avião todo, mas somente da empenagem. Assim, para a determinação da força vertical na empenagem considera-se a seguinte expressão:

$$F_{Y_t} = -n\Delta W = \left(n_g + \frac{2}{3}\right) \Delta W \quad (3.7)$$

### 3.3 Cargas de Corte consideradas

As reações do trem de aterragem não são consideradas nesta análise dado que estão colocadas depois da raiz e o seu momento é desprezado dado que a aceleração angular é nula.

Há que ter em especial atenção que as forças de corte  $S_y, S_z$  dependem do ângulo de ataque da aeronave, visto que a direção da força da empenagem é dada pelo ângulo  $\alpha$ , e onde  $S_z$  trata-se da força paralela ao eixo  $z$ . Portanto, é possível aplicar as seguintes fórmulas:

$$S_y = F_{z_t} \cos \alpha \quad S_x = \frac{S_y}{2} \quad S_z = F_{z_t} \sin \alpha \quad (3.8)$$

Com isto, obteve-se a tabela das cargas nas várias condições:

n_z	Em Voo Nivelado					Aterragem
	4	4	-2	-2	0	
Ve[m/s]	45.601935	80	45.601935	54.58438395	80	4.166666667
Fz_t[N]	-233.0981176	-717.3848451	-233.0981176	-333.9712255	-717.3848451	-408.75
S_y[N]	-226.6667586	-717.0753425	-227.3547898	-328.7918778	-715.6373316	-408.75
S_x[N]	-113.3333793	-358.5376713	-113.6773949	-164.3959389	-357.8186658	-204.375
S_z[N]	-52.87718648	-21.06148271	50.15794718	57.68046113	49.92033674	0
L[N]	18540.9	18540.9	-9270.45	-9270.45	0	19313.4375
C_L	1.624432608	0.527822947	-0.812216304	-0.566893424	0	0.654832347
$\alpha$ [°]	13.49035122	1.683097395	-12.74517561	-10.10377127	-4	0

Figura 5. Pontos escolhidos no diagrama V-n

## 4 Propriedades da Secção

As propriedades da secção são um conjunto de características geométricas que determinam o seu comportamento mecânico. Destas características, destacam-se o centroide ( $\bar{x}, \bar{y}$ ) e os segundos momentos de área ( $I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}$ ). As propriedades da secção são fundamentais para a determinação do seu comportamento quando sujeito a cargas externas, permitindo conhecer esforços internos e deformações.

A secção em estudo é composta por duas barras verticais(BV), uma barra horizontal(BH) e um semicírculo(BSC). As dimensões específicas da secção dependem da sua posição axial ( $z$ ), pelo que a análise das propriedades é feita considerando essa posição.

Nesta análise, é permitida a idealização dos *tensores*. Considerou-se que toda a área deles está concentrada num só ponto, correspondente à interseção da linha média com os mesmos. Para além destas considerações,  $B_{Tensores} = A_{Tensores}$ . A idealização parcial é importante porque oferece uma boa aproximação do resultado real facilitando a análise.

As dimensões usadas são:  $w$  - o diâmetro;  $t_1$  - espessura da barra vertical;  $t_2$  - espessura da barra horizontal;  $A_1$  - a área dos booms de cima;  $A_2$  - a área dos booms de baixo;  $h$  - a altura da barra vertical.

### 4.1 Linha Média

Para maior precisão na análise geométrica, consideram-se as distâncias a partir da linha média da secção, incluindo a espessura do segmento em estudo. Para facilitar futuros cálculos, assumimos:

$$w' = \frac{w}{2} - \frac{t_1}{2} \quad h' = h - \frac{t_2}{2} \quad (4.1)$$

### 4.2 Centroide

O centroide é a posição geométrica média de uma secção transversal de uma estrutura (ou objeto). É o ponto de interseção de todos os eixos de simetria da secção e é dado pela seguinte expressão:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (4.2)$$

No cálculo do centroide é necessário saber qual o valor das áreas de cada barra.

$$A_{BH} = (w - 2t_1)t_2 \quad A_{BV} = ht_1 \quad A_{BSC} = \frac{1}{2}\pi \left( \left( \frac{w}{2} \right)^2 - \left( \frac{w}{2} - t_1 \right)^2 \right) \quad (4.3)$$

Com isto, pode-se calcular o valor da área total:

$$A_{Total} = A_{BSC} + 2A_{BV} + A_{BH} + 2A_1 + 2A_2 \quad (4.4)$$

Na determinação do centroide é necessário saber a localização do centro de massa de cada elemento que a compõe.

Barra Horizontal: $(x; y) = (0; -h')$	Tensor de cima direita: $(x; y) = (\frac{w}{2}; 0); A = A_1$
Barra Vertical(direita): $(x; y) = (w'; \frac{-h}{2})$	Tensor de cima esquerda: $(x; y) = (-\frac{w}{2}; 0); A = A_2$
Barra Vertical(esquerda): $(x; y) = (-w'; -h')$	Tensor de baixo direita: $(x; y) = (\frac{w}{2}; -h); A = A_1$
Barra em Semicirculo: $(x; y) = (0; \frac{w-t_1}{\pi})$	Tensor de baixo esquerda: $(x; y) = (-\frac{w}{2}; -h); A = A_2$

Desta forma, aplicando as fórmulas na figura 4.2, obteve-se o centroide da secção.

### 4.3 Segundos Momentos de Área

O segundo momento de área é uma medida da distribuição da massa ou densidade numa secção transversal. É usado no cálculo dos esforços e das deformações.

Sabe-se que  $I_{xx} = I'_{xx} + Ay^2$ , onde  $I'_{xx}$  trata-se segundo momento de área da barra individual e  $Ay^2$  refere-se ao segundo momento de área devido ao Teorema dos Eixos Paralelos. Não substituiu-se diretamente as equações e deixou-se em função dos centroides e das áreas anteriormente definidas.

$$I_{xx_{BV}} = \frac{h^3 t_1}{12} + A_{BV}(\bar{y}_{BV} - \bar{y})^2 \quad I_{xx_{BH}} = \frac{t_1(w - 2t_1)^3}{12} + A_{BH}(\bar{y}_{BH} - \bar{y})^2 \quad (4.5)$$

$$I_{xx_{BSC}} = \frac{\pi}{8} \left( \left( \frac{w}{2} \right)^4 - \left( \frac{w - 2t_1}{2} \right)^4 \right) + A_{BSC}(\bar{y}_{BSC} - \bar{y})^2 - A_{BSC}(\bar{y}_{BSC})^2 \quad (4.6)$$

$$I_{yy_{BV}} = \frac{t_1^3 h}{12} + (t_1 h)(w')^2 \quad I_{yy_{BH}} = \frac{(w - 2t_1)^3 t_2}{12} \quad I_{yy_{BSC}} = \frac{\pi}{8} \left( \frac{w}{2} \right)^4 - \left( \frac{w - 2t_1}{2} \right)^4 \quad (4.7)$$

Calculando os segundos momentos de área referentes aos tensores:

$$I_{xx_4} = I_{xx_1} = A_1(\bar{y} - 0)^2 \quad I_{xx_3} = I_{xx_2} = A_2(\bar{y} - (-h'))^2 \quad (4.8)$$

$$I_{yy_1} = A_1 \left( \bar{x} - \left( \frac{w}{2} - t_1 \right) \right) \quad I_{yy_2} = A_2(\bar{x} - (w')) \quad I_{yy_3} = A_2(\bar{x} - (-w')) \quad I_{yy_4} = A_2(\bar{x} - (-w')) \quad (4.9)$$

Com isto, somando os segundos momentos de área dos tensores obteve-se a seguinte equação válido para x e para y:

$$I = I_{BH} + 2I_{BV} + I_{BSC} + I_{B1} + I_{B2} + I_{B3} + I_{B4} \quad (4.10)$$

O  $I_{xy}$  é nulo devido à existência de um eixo de simetria.

Em seguida, apresentamos alguns valores de relativo interesse, para  $t_1 = 0.122mm$ ,  $t_2 = 0.122mm$ ,  $A_1 = 9mm^2$  e  $A_2 = 9mm^2$ :

	$\bar{x}[m]$	$\bar{y}[m]$	$A_{Total}[m^2]$	$I_{xx}[m^4]$	$I_{yy}[m^4]$	$I_{xy}[m^4]$
Raíz (z=0)	0	-0.192520872	0.00045302	7.36142E-05	5.94389E-05	0
Ponta (z=L)	0	-0.113003569	0.000198256	7.44664E-06	4.35495E-06	0

**Figura 6.** Dimensões para a ponta ( $z = 0[m]$ ) e para a raiz ( $z = L[m]$ )

## 5 Esforços

O cálculo da discretização do fluxo de corte e das tensões diretas em função do  $s$  será aplicado com maior detalhe nas secções críticas (na raiz e na ponta) de forma a obter os esforços máximos.

No capítulo das deformações, vai ser necessário discretizar a fuselagem em várias secções, obtendo o fluxo de corte em cada secção.

### 5.1 Tensões Diretas

Primeiramente, é necessário saber a equação das tensões diretas:

$$\sigma_z = \frac{M_y I_{xx} - M_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} x + \frac{M_x I_{yy} - M_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} y + \frac{S_z}{A} \quad (5.1)$$

Devido à simetria ( $I_{xy} = 0$ ), a equação 5.1 simplifica para:

$$\sigma_z = \frac{M_y}{I_{yy}} x + \frac{M_x}{I_{xx}} y + \frac{S_z}{A} \quad (5.2)$$

Onde  $M_x = -S_y (L - z)$  e  $M_y = -S_x (L - z)$ . Temos de considerar a análise de tensões diretas na casca, visto que a idealização efetuada é parcial, pelo que a totalidade das tensões não é suportada pelos *tensores*, tendo a skin um papel importante nesse suporte. De forma a considerar a contribuição dos *tensores*,  $S_{y,w}$  e  $S_{x,w}$  devem ser calculados.

### 5.2 Cosiderações de Afilamento

O cone de cauda é afilado, sendo a secção na raiz maior que a ponta. Assim, sabe-se que o valor dos segundos momentos de área não é constante ao longo da fuselagem e, por consequência, os valores das forças de corte variam, transmitindo-se numa variação do fluxo de corte ao longo da fuselagem. É, portanto, necessário calcular novas forças de corte com estas considerações:  $S_{y,w}$  e  $S_{x,w}$ .

Para a determinação do  $S_{y,w}$  e  $S_{x,w}$  temos de considerar, primeiramente, as forças de tração/compressão que estão aplicadas nos tensores:

$$P_{z,r} = \sigma_z A_{tensores} \quad (5.3)$$

Deste modo, determinaram-se as forças transversais, através das seguintes fórmulas:

$$P_{y,r} = P_{z,r} \frac{\delta y}{\delta z} \quad P_{x,r} = P_{z,r} \frac{\delta x}{\delta z} \quad (5.4)$$

Onde,

$$\frac{\delta y}{\delta z} = \frac{y_{ponta} - y_{raiz}}{z_{ponta} - z_{raiz}} \quad \frac{\delta x}{\delta z} = \frac{x_{ponta} - x_{raiz}}{x_{ponta} - x_{raiz}} \quad (5.5)$$

Assim, desta forma conseguiu-se obter os valores de  $S_{y,w}$  e  $S_{x,w}$ , possibilitando a definição as forças aplicadas pela empenagem na ponta da fuselagem:

$$S_{y,w} = S_y - \sum_{n=1}^4 P_{y,r} \quad S_{x,w} = S_x - \sum_{n=1}^4 P_{x,r} \quad (5.6)$$

### 5.3 Fluxo de Corte

Na determinação dos fluxos de corte, como temos uma secção fechada foi necessária a abertura da mesma em C, como mostra na Figura 7 de modo a conseguirmos calculá-la. Desta forma, temos a seguinte equação:

$$q_s = q_b + q_{s,0} \quad (5.7)$$

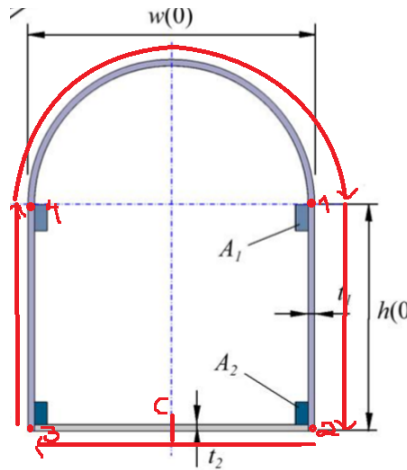
Primeiramente, calculou-se o fluxo de corte em secção aberta pela seguinte fórmula:

$$q_b = A \left( \int_0^s t_D y \, ds + \sum_{r=1}^n B_r y_r \right) + B \left( \int_0^s t_D x \, ds + \sum_{r=1}^n B_r x_r \right) \quad (5.8)$$

O  $I_{xy} = 0$  dado que a secção é simétrica, ou seja:

$$A = -\frac{S_{y,w}}{I_{xx}} \quad B = -\frac{S_{x,w}}{I_{yy}} \quad (5.9)$$

Neste caso, analisou-se o fluxo de corte de acordo com a seguinte figura:



**Figura 7.** Secção da fuselagem

**Troço C-3:**

$$\begin{aligned} q_{b_{C3}} &= A \left( \int_0^s t_2 y_2 \, ds + 0 \right) + B \left( \int_0^s t_2 (0 - s) \, ds + 0 \right) \\ q_{b_{C3}} &= A (t_2 y_2 s) + B t_2 \left( -\frac{s^2}{2} \right) \\ s &= \{0, w'\} \end{aligned}$$

**Troço 3-4:**

$$\begin{aligned} q_{b_{34}} &= A \left( \int_0^s t_1 (y_3 - s) \, ds + B_3 y_3 \right) + B \left( \int_0^s t_1 x_3 \, ds + B_3 x_3 \right) + q_3 \\ q_{b_{34}} &= A \left( t_1 y_3 s + t_1 \frac{s^2}{2} + B_3 y_3 \right) + B (t_1 x_3 s + B_3 x_3) + q_3 \\ s &= \{0, h'\} \end{aligned}$$

**Troço 1-4:**

Utilizando uma mudança de variável:  $ds = w' d\theta$

$$\begin{aligned}
q_{b_{41}} &= A \left( \int_0^s t_1 (y_1 + w' \sin \theta) w' d\theta + B_4 y_4 \right) + B \left( \int_0^s t_1 (-w' \cos \theta) w' d\theta + B_4 x_4 \right) + q_4 \\
q_{b_{41}} &= A (t_1 w' y_1 \theta + t_1 w'^2 [1 - \cos \theta] + B_4 y_4) + B (-t_1 w'^2 \sin \theta + B_4 x_4) + q_4 \\
\theta &= \{0, \pi\}
\end{aligned}$$

**Troço 1-2:**

$$\begin{aligned}
q_{b_{12}} &= A \left( \int_0^s t_1 (y_1 - s) ds + B_1 y_1 \right) + B \left( \int_0^s t_1 x_1 ds + B_1 x_1 \right) + q_1 \\
q_{b_{12}} &= A \left( t_1 \left( y_1 s - \frac{s^2}{2} \right) + y_1 B_1 \right) + B (t_1 x_1 s + B_1 x_1) + q_1 \\
s &= \{0, h'\}
\end{aligned}$$

**Troço 2-C:**

$$\begin{aligned}
q_{b_{2c}} &= A \left( \int_0^s t_2 y_2 ds + B_2 y_2 \right) + B \left( \int_0^s t_2 (x_2 - s) ds + B_2 x_2 \right) + q_2 \\
q_{b_{2c}} &= A (t_2 y_2 s + B_2 y_2) + B \left( t_2 \left( x_2 s - \frac{s^2}{2} \right) + B_2 x_2 \right) + q_2 \\
s &= \{0, w'\}
\end{aligned}$$

#### 5.4 Cálculo do $q_{s,0}$

Recorrendo à equação dos momentos, e considerando equilíbrio estático, tem-se que o momento provocado pelos esforços externos será igual ao momento provocado pelos internos.

$$T_{ext} = T_{int} \iff T + S_x \eta_0 + S_y \xi_0 = \oint_s p q_b(s) ds + 2A q_{s,0} - \sum_{r=1}^m P_{x,r} \eta_0 + \sum_{r=1}^m P_{y,r} \xi_0 \quad (5.10)$$

Para a resolução desta equação, consideraram-se os momentos externos em torno do centro do semicírculo, possibilitando o cálculo do integral do semicírculo. É anulada igualmente a contribuição do  $S_y$  visto que a linha de ação coincide com o centro da circunferência.  $S_x$  provoca um momento positivo, uma vez que arbitrou-se o sentido anti-horário como o sentido positivo dos momentos. A torção pura é nula.  $\eta_0$  vai ser assumido como sendo igual a 0.75 e consideramos  $I = \int q_b ds$ . Observe-se caso a caso:

**Troço C-3:**

$$\begin{aligned}
I_{C3} &= \int_0^{w'} q_{b_{C3}} ds = \int_0^{w'} A y_2 s + B \left( -\frac{s^2}{2} \right) ds \\
&= \frac{A y_2 s^2}{2} - \frac{B s^3}{6} \\
&= \frac{A y_2 w'^2}{2} - \frac{B w'^3}{6}
\end{aligned}$$

**Troço 3-4:**

$$\begin{aligned}
I_{34} &= \int_0^{h'} q_{b_{34}} ds = \int_0^{h'} A \left( t_1 y_3 s + t_1 \frac{s^2}{2} + B_3 y_3 \right) + B (t_1 x_3 s + B_3 x_3) + q_3 ds \\
&= A \left( \frac{t_1 y_3 s^2}{2} + t_1 \frac{s^3}{6} + B_3 y_3 s \right) + B \left( \frac{t_1 x_3 s^2}{2} + B_3 x_3 s \right) + q_3 s \\
&= A \left( \frac{t_1 y_3 h'^2}{2} + t_1 \frac{h'^3}{6} + B_3 y_3 h' \right) + B \left( \frac{t_1 x_3 h'^2}{2} + B_3 x_3 h' \right) + q_3 h'
\end{aligned}$$

**Troço 4-1:**



$$\begin{aligned}
I_{41} &= \int_0^\pi w' q_{b_{41}} d\theta = \int_0^\pi w' A (t_1 w' y_1 \theta + t_1 w'^2 [1 - \cos \theta] + B_4 y_4) + w' B (-t_1 w'^2 \sin \theta + B_4 x_4) + w' q_4 d\theta \\
&= A \left( \frac{t_1 w'^2 y_1 \theta^2}{2} + t_1 w'^3 [\theta - \sin \theta] + B_4 y_4 w' \theta \right) + B (-t_1 w'^3 [1 - \cos \theta] + B_4 x_4 w' \theta) + q_4 \theta w' \\
&= A \left( \frac{t_1 w'^2 y_1 \pi^2}{2} + t_1 w'^3 \pi + B_4 y_4 w' \pi \right) + B (-2t_1 w'^3 + B_4 x_4 w' \pi) + q_4 \pi w'
\end{aligned}$$

Troço 1-2:

$$\begin{aligned}
I_{12} &= \int_0^{h'} q_{b_{12}} ds = \int_0^{h'} A \left( t_1 y_1 s - \frac{t_1 s^2}{2} + y_1 B_1 \right) + B (t_1 x_1 s + B_1 x_1) + q_1 \\
&= A \left( \frac{t_1 y_1 s^2}{2} - \frac{t_1 s^3}{6} + y_1 B_1 s \right) + B \left( \frac{t_1 x_1 s^2}{2} + B_1 x_1 s \right) + q_1 s \\
&= A \left( \frac{t_1 y_1 h'^2}{2} - \frac{t_1 h'^3}{6} + y_1 B_1 h' \right) + B \left( \frac{t_1 x_1 h'^2}{2} + B_1 x_1 h' \right) + q_1 h'
\end{aligned}$$

Troço 2-C:

$$\begin{aligned}
I_{2C} &= \int_0^{w'} q_{b_{2C}} ds = \int_0^{w'} A (t_2 y_2 s + B_2 y_2) + B \left( t_2 \left( x_2 s - \frac{s^2}{2} \right) + B_2 x_2 \right) + q_2 ds \\
&= A \left( \frac{t_2 y_2 s^2}{2} + B_2 y_2 s \right) + B \left( \frac{t_2 x_2 s^2}{2} - t_2 \frac{s^3}{6} + B_2 x_2 s \right) + q_2 s \\
&= A \left( \frac{t_2 y_2 w'^2}{2} + B_2 y_2 w' \right) + B \left( \frac{t_2 x_2 w'^2}{2} - t_2 \frac{w'^3}{6} + B_2 x_2 w' \right) + q_2 w'
\end{aligned}$$

Não se aplicaram diretamente as equações no integral circular uma vez que estas continuam a ser úteis no cálculo da torção. Aplicou-se a fórmula no centro da semicircunferência, integrando no sentido horário.

$$\oint_s p q_b(s) ds = -h' I_{C3} - w' I_{34} - w' I_{41} - w' I_{12} - h' I_{2C} \quad (5.11)$$

A equação do  $q_{s,0}$  fica, assim:

$$q_{s,0} = \frac{S_x \eta_0 - \oint_s p q_b ds + \sum P_{x,r} \eta_r - \sum P_{y,r} \xi_r}{2A} \quad (5.12)$$

Por fim, o fluxo de corte para qualquer ponto da secção fechada se descreve por:

$$q_{s_i} = q_{b_i} + q_{s,0} \quad (5.13)$$

## 6 Deformações

De seguida, estudar-se-á como o cone de cauda reage a estas tensões. Quando se dimensiona a estrutura de uma aeronave é importante saber se as cargas aplicadas não causam deformação que ultrapasse as deformações máximas pré-definidas.

### 6.1 Ângulo de Torção

Uma aeronave em voo está constantemente sujeita à torção. Na fuselagem, isto pode ocorrer quando se realizam manobras ou quando a aeronave é sujeita a rajadas, sendo importante que a mesma tenha capacidade de resistir a estes momentos de torção. A taxa de torção é dada pela equação geral:

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{2A} \oint_s \frac{q}{Gt} ds \quad (6.1)$$

O módulo elástico transversal,  $G$ , é constante e varia de acordo com as características do material considerado. Para um material isotrópico, que é o caso em estudo,  $G$  é dado pela seguinte expressão:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6.2)$$

, onde  $\nu$  se refere ao Coeficiente de Poisson e  $E$  ao Módulo de Young para um material isotrópico. Assim, integrando a expressão 6.1, conseguimos obter a seguinte fórmula do ângulo de torção,  $\theta_z$ .

$$\theta_z = \frac{1}{2G} \int_0^L \left( \frac{1}{A} \oint_s \frac{q}{t} ds \right) dz \quad (6.3)$$

Dado que o fluxo de corte e a área não são constantes ao longo da fuselagem, o integral exterior é notoriamente difícil de resolver recorrendo a métodos analíticos. Teve-se, então, que recorrer a uma aproximação do integral original através de métodos computacionais. O mais simples de implementar no *Excel* é o Método dos Trapézios, um caso particular das Fórmulas de Newton-Cotes Compostas.

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \frac{h}{2} \left[ f(z_1) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(z_i) + f(z_n) \right] \quad (6.4)$$

$$f(x) = \frac{1}{A} \oint_s \frac{q}{t} ds \quad (6.5)$$

Ou seja, vai ser necessário obter uma equação algébrica do integral circular apenas em função de  $z$ . Equações similares já foram obtidas no cálculo do  $q_{s,0}$  na equação 5.11. A derivação fica:

$$\begin{aligned} \oint_s \frac{q_s}{t} ds &= \oint_s \frac{q_b}{t} + \frac{q_{s,0}}{t} ds \\ &= \left( \frac{I_{C3} + I_{2C}}{t_2} + \frac{I_{34} + I_{41} + I_{12}}{t_1} \right) + q_{s,0}(z) \left( \frac{2h' + \pi w'}{t_1} + \frac{2w'}{t_2} \right) \end{aligned}$$

Estes integrais dependem apenas das dimensões da secção a estudar, tal como a segunda parte da equação, possibilitando a integração numérica. Note-se que  $q_{s,0}$  também depende de  $z$ , logo foi necessário implementar o fluxo de corte nos pontos 1,2,3,4,C e usar a fórmula 5.11 para todas secções estudadas. A implementação no *Excel* utilizou 100 pontos que equivale a 100 secções. Juntou-se tudo numa tabela, de elevadas dimensões, com todas características geométricas e estruturais necessárias para cada secção. O número de pontos utilizado foi escolhido tendo em conta que quanto maior o número de pontos, maior a precisão do resultado obtido. No entanto corre-se o risco de tornar o programa computacionalmente pesado e pouco ágil, dificultando o desenvolvimento.

## 6.2 Deflexão Vertical

Como é natural, a existência de forças de corte implicam o aparecimento da deflexão no cone de cauda. Para o cálculo do declive da deflexão vertical, partiu-se das equações:

$$\begin{aligned} v'' &= -\frac{I_{yy}M_x - I_{xy}M_y}{E(I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2)} = -\frac{M_x}{EI_{xx}} \\ v' &= -\int_0^L \frac{M_x(z)}{EI_{xx}(z)} dz + C_1 \end{aligned}$$

Utilizando a equação 6.4 para:

$$f(x) = \frac{M_x(z)}{EI_{xx}(z)} \quad (6.6)$$

Como a deflexão na raíz é nula, tem-se:

$$v'(z=0) = 0 \iff C_1 = 0 \quad (6.7)$$

Similarmente à torção, o integral terá de ser feito por métodos numéricos dada a ausência de linearidade do segundo momento de área.

## 7 Dimensionamento

Com todas as propriedades, esforços e deformações calculadas, é agora possível obter um valor ótimo que permita satisfazer as condições críticas, otimizando a massa da fuselagem. O valor a minimizar é a massa, dada pela fórmula:

$$dm = dV = \rho A dz \quad (7.1)$$

$$M = \rho \int_0^L A(z) dz \quad (7.2)$$

Utiliza-se novamente integração numérica (equação 6.4) aproveitando a tabela de 100 pontos necessária para as integrações numéricas anteriores.

É necessário, primeiro, determinar quais as condições críticas. Decidiu-se implementar uma tabela onde  $s$  varia em toda a secção, calculando o fluxo de corte e a tensão direta para a secção da raiz. Notou-se constantemente que as tensões na ponta eram menores que as tensões na raiz, portanto apenas se usaram as tensões na raiz para otimizar a estrutura. Com isto, é possível comparar a tensão de corte máxima e a tensão de corte do material, a tensão direta máxima com a tensão de tração do material, a tensão direta mínima com a tensão de compressão do material e a tensão de limite elástico com a tensão equivalente de Von Mises (VM). As fórmulas seguintes são aplicadas a todos os pontos e é determinado o máximo de cada um.

A tensão de corte máxima é dada por:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (7.3)$$

As tensões diretas máximas  $\sigma_1$  e mínimas  $\sigma_2$  são dadas por:

$$\sigma_1 = \sigma_z + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad \sigma_2 = \sigma_z - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (7.4)$$

E a tensão de Von Mises é :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (7.5)$$

1. As condições serão então:

- |                                     |                                     |                                |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sigma_1 < \frac{\sigma_t}{FS}$ | b) $\sigma_2 < \frac{\sigma_c}{FS}$ | c) $\sigma_{VM} < \sigma_{yt}$ |
| d) $\tau_{max} < \tau_i$            | e) $\theta_z < 2$                   | f) $\theta_x < 1$              |

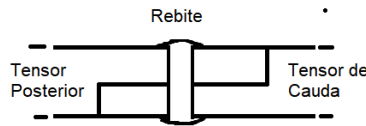
O algoritmo de otimização usado é o *GRG Não-linear* disponível no programa *Excel*. *GRG Não-linear* é um algoritmo de otimização utilizado para resolver problemas de otimização não linear. Conhecido como "*Generalized Reduced Gradient Nonlinear*", é um algoritmo iterativo que encontra a solução ótima possível, movendo-se ao longo do gradiente da função objetivo e ajustando as variáveis de decisão até encontrar uma solução satisfatória. Definimos a espessura mínima considerada como a menor espessura disponível: 0.122 mm. Todos os resultados estão disponíveis no capítulo referente aos Resultados e Comentários e valores da ligação tornam-se mais claros neste capítulo.

## 8 Ligação à Fuselagem

A ligação de fuselagem é uma conexão estrutural que garante a continuidade da mesma. Existem diversas maneiras de realizar essa conexão, mas é importante avaliar as vantagens e desvantagens de cada uma delas.

### 8.1 Tensores

A conexão dos tensores será realizada através da utilização da formas "L" nas pontas dos mesmos, seguida de união mediante rebiteagem.



**Figura 8.** Ligação em "L" dos Tensores

De acordo com o dimensionamento, os tensores não são estruturalmente necessários, uma vez que a sua ausência não afeta a integridade estrutural da fuselagem, visto que as tensões de rotura continuam a não ser atingidas. No entanto, a sua presença é necessária para evitar flambagem.

Corte do Rebite no Tensor				
Pz Caso 1	[N]	45.71633508	CORTE MAX	
Pz Caso 2	[N]	144.6266618	207	AL 6061-T6
Pz Caso 3	[N]	45.85510384	283	AL 2024-T3
Pz Caso 4	[N]	66.31391279		
Pz Caso 5	[N]	144.3366299		
Pz Caso 6	[N]	82.44063701		
Pz MAX	[N]	144.6266618		
Corte Tensor	[MPa]	0.276216578		

**Figura 9.** Cálculos das Forças de Corte no Parafuso

Há três condições que determinam o dimensionamento desta ligação:

1. A tensão de rotura no parafuso não pode ser excedida;
2. A superfície onde o parafuso está colocado deve obedecer ao Princípio de Saint-Venant;
3. O rebite deve ter um tamanho que seja produzível em termos práticos.

Pelo princípio de Princípio de Saint-Venant:

*"... as tensões que podem ser produzidas num corpo pela aplicação, numa pequena parte da sua superfície, de um sistema de forças equivalente estaticamente a força zero e conjugado zero, são de magnitude desprezável a distâncias que são maiores se comparadas com as dimensões lineares do corpo."*

Deste modo, a largura do tensor deve ser, pelo menos, três vezes maior que o diâmetro do parafuso. O material que vamos atribuir ao parafuso é a liga de alumínio 6061-T6. Numa primeira iteração considerámos a altura mínima existente para um rebite de 1mm. Para satisfazer a primeira condição, a tensão no parafuso é calculada. Em parafusos, é típico usar-se um fator de segurança de 3 já contabilizado na  $\tau_{adm}$

$$\tau_{adm} > \tau_p = \frac{4P_{Z_{max}}}{\pi D^2} \quad (8.1)$$

No entanto, esta equação revelou-se menos linear que o esperado, dado que  $P_z$  depende do tamanho do tensor. De forma a satisfazer a segunda condição, a largura do tensor terá de ser o triplo do diâmetro do parafuso, ou seja, a área do tensor será 3x3 mm.

De acordo com a tabela 9, a primeira condição está satisfeita, o que significa que apenas um parafuso de 1mm é necessário com um tensor de 3x3mm. Infelizmente, existe um aumento de massa de 350 g. Discutiu-se esta decisão nas conclusões.

## 8.2 Caverna

Foram avaliadas três possibilidades de conexão de casca: rebites com chapa, cavernas com parafusos e soldadura.

A soldadura é um processo no qual duas ou mais peças de metal são unidas através de calor, pressão ou uma combinação dos dois. Este processo foi descartado devido à falta de manutenção, à dificuldade da soldadura em alumínio e, principalmente, à falta de regulamentação aeronáutica nesse processo.

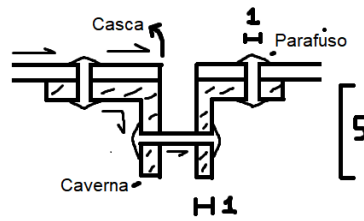
A técnica de rebites com chapa consiste em colocar uma chapa entre duas fuselagens e fixá-las com rebites, intercalando uma linha de rebites em cada fuselagem. Essa técnica permite a transmissão das forças de corte e de tração. De forma semelhante, a utilização de cavernas com parafusos oferece a mesma funcionalidade, mas com a vantagem adicional de manter a forma da secção da raiz, sendo amplamente utilizado na indústria aeronáutica em configuração semi-monocoque.

Com isto, a conexão a dimensionar será uma caverna na raiz aparafusada a outra caverna presente na parte posterior da fuselagem. Os parafusos são comuns às duas cavernas. A caverna será ininterrupta, ou seja a sua altura terá de ser superior à altura dos tensores.

De forma a dimensionar os parafusos, é necessário conhecer os esforços que vão sofrer. A distribuição de tensões de corte e das tensões diretas vão causar respetivamente uma força direta e uma força tangencial que terá de ser transmitida pelos parafusos. O valor exato é calculado a partir do integral circular das tensões em estudo, em função da área. Podemos usar valores conservadores, utilizando apenas a tensão máxima na secção da raiz.

$$P_{max} = \sigma_{max} A_{sec} \quad V_{max} = \tau_{max} A_{sec} \quad (8.2)$$

As forças diretas e tangenciais serão transmitidas para os parafusos o que significa que a tensão sentida nesses será a força sobre a área total dos parafusos. Sendo  $n$  a quantidade de parafusos, a equação 8.2 simplifica para:



**Figura 10.** Vista Lateral das 2 Cavernas conectadas por um parafuso comum

$$A_{total_{par}} \sigma_{adm} = A_{sec} \sigma_{max}$$

$$\frac{n\pi D^2}{4} = A_{sec} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{adm}}$$

$$n = \frac{4A_{sec}\sigma_{max}}{D^2\pi\sigma_{adm}}$$

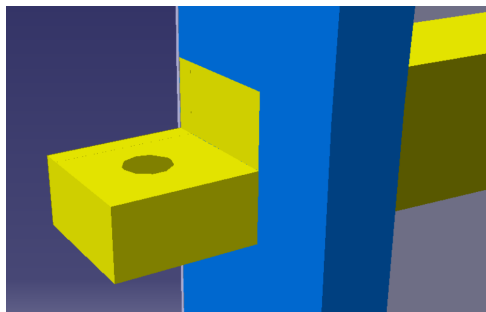
Como a área é constante para uma dada tensão máxima, a massa total não depende do diâmetro escolhido. Pelo o princípio de Saint-Venant, a altura da caverna deve ser, pelo menos, três vezes superior ao diâmetro do parafuso. Para reduzir a altura necessária, é recomendável usar parafusos com diâmetros menores, sendo o mínimo disponível de 1mm. Pela equação anterior, e utilizando 1mm de diâmetro, podemos obter o número de parafusos mínimos necessários. Semelhante ao dimensionamento anterior, usou-se um fator de segurança de 3 já contabilizado na  $\tau_{adm}$ .

Tamanho Parafuso [m]					
0.001	N_Z	MAX		MAX	[-]
N. Min. Parafuso	VELOCIDADE	AL 6061-T6	Min. Parafuso	AL 2024-T3	[m/s]
112	TRAÇÃO	206.7	72	322	[Mpa]
130	COMPRESSÃO	198	83	308	[Mpa]
68	CORTE MAX	207	50	283	[Mpa]
94	VON_MISSES	276	75	345	[Mpa]
-	ÂNGULO V.	1	-	1	[Graus]
-	ÂNGULO H.	inf	-	inf	[Graus]
-	ÂNGULO TORÇÃO	2	-	2	[Graus]

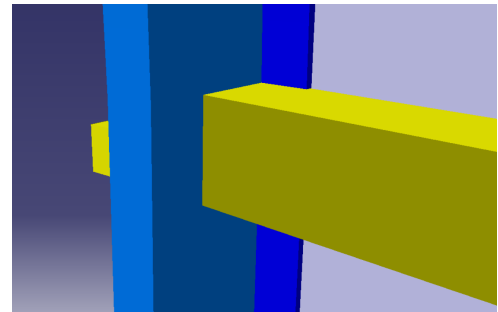
**Figura 11.** Numero Mínimo de Parafusos

Concluimos que o numero mínimo de parafusos é 112. O tamanho mínimo requerido da altura da caverna é o triplo do diâmetro do parafuso, logo 3mm. No entanto, é importante ter em conta a altura adicional necessária para os tensores, que é de 3mm. Para garantir uma margem de segurança, utilizou-se 5mm de altura de caverna, como mostra a figura 10.

Foi desenhado uma representação 3D da ligação em específico no tensor. Na imagem, os tensores são representados a amarelo, as cavernas a azul e a casca a cinzento.



**(a)** Conexão dos Tensores - Vista Frontal



**(b)** Conexão dos Tensores - Vista Traseira

**Figura 12.** Representação 3D da Caverna a Intersectar o tensor

## 9 Resultados, Comentários e Sugestões

Após a conclusão da execução do algoritmo de otimização, obtiveram-se os seguintes resultados apresentados nas tabelas 13a e 14a.

		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	
N_Z	[°]	4	4	-2	-2	0	4.16666667	MAX	4	4	-2	-2	0	4.16666667	MAX
VELOCIDADE	[m/s]	45.601935	80	45.601935	54.58438395	80	29.3219895	AL 6061-T6	45.601935	80	45.601935	54.58438395	80	29.32198945	AL 2024-T3
TRAÇÃO	[Mpa]	8.381571517	26.52122709	8.411001647	12.16308371	26.4707917	15.1181937	206.7	8.381571517	26.52122709	8.411001647	12.16308371	26.47079169	15.11819369	322
COMPRESSÃO	[Mpa]	9.433810082	29.52904416	9.239887223	13.39439825	29.3168435	16.8063649	198	9.433810082	29.52904416	9.239887223	13.39439825	29.31684347	16.80636493	308
CORTE MAX	[Mpa]	5.182101203	16.25056846	5.096806188	7.385316337	16.1485532	9.25145621	207	5.182101203	16.25056846	5.096806188	7.385316337	16.14855324	9.251456212	283
VON_MISSES	[Mpa]	9.54402185	29.88155622	9.353187547	13.55784361	29.6705469	17.0076252	276	9.54402185	29.88155622	9.353187547	13.55784361	29.67054693	17.00762525	345
ÂNGULO V.	[Graus]	1.33E-02	4.20E-02	1.33E-02	1.93E-02	4.19E-02	2.40E-02	1	3.40E-02	1.07E-01	3.41E-02	4.93E-02	1.07E-01	6.13E-02	1
ÂNGULO H.	[Graus]	1.25E-02	3.94E-02	1.25E-02	1.81E-02	3.93E-02	2.24E-02	inf	4.41E-04	1.40E-03	4.43E-04	6.40E-04	1.39E-03	7.96E-04	inf
ÂNGULO TORÇÃO	[Graus]	-9.47E-03	-3.00E-02	-9.50E-03	-1.37E-02	-2.99E-02	-1.71E-02	2	-4.11E-02	-1.30E-01	-4.12E-02	-5.96E-02	-1.30E-01	-7.41E-02	2

(a) Tensão internas e Deformações após otimização

		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	
N_Z	[°]	4	4	-2	-2	0	4.16666667	MAX	4	4	-2	-2	0	4.16666667	MAX
VELOCIDADE	[m/s]	45.601935	80	45.601935	54.58438395	80	29.3219895	AL 6061-T6	45.601935	80	45.601935	54.58438395	80	29.32198945	AL 2024-T3
TRAÇÃO	[Mpa]	7.719381581	24.42575193	7.746378227	11.20199259	24.379227	13.9236738	206.7	7.719381581	24.42575193	7.746378227	11.20199259	24.379227	13.92367375	322
COMPRESSÃO	[Mpa]	8.530864339	26.69553368	8.350444465	12.10578251	26.50018	15.1030892	198	8.530864339	26.69553368	8.350444465	12.10578251	26.50018597	15.1030892	308
CORTE MAX	[Mpa]	4.708826511	14.75167377	4.625838377	6.703105125	14.6579952	8.3979528	207	4.708826511	14.75167377	4.625838377	6.703105125	14.65799518	8.397952808	283
VON_MISSES	[Mpa]	8.698528556	27.23179809	8.522796351	12.35441664	27.03825027	15.49925549	276	8.698528556	27.23179809	8.522796351	12.35441664	27.03825027	15.49925549	345
ÂNGULO V.	[Graus]	1.13E-02	3.58E-02	1.14E-02	1.64E-02	3.58E-02	2.04E-02	1	3.11E-02	9.82E-02	3.11E-02	4.50E-02	9.80E-02	5.60E-02	1
ÂNGULO H.	[Graus]	1.06E-02	3.36E-02	1.07E-02	1.54E-02	3.35E-02	1.92E-02	inf	3.77E-04	1.19E-03	3.78E-04	5.46E-04	1.19E-03	6.79E-04	inf
ÂNGULO TORÇÃO	[Graus]	-8.95E-03	-2.83E-02	-8.97E-03	-1.30E-02	-2.82E-02	-1.61E-02	2	-3.90E-02	-1.24E-01	-3.92E-02	-5.66E-02	-1.23E-01	-7.04E-02	2

(b) Tensão internas e Deformações após ligação

Figura 13. Tensão internas e Deformações

t1	0.122 [mm]
t2	0.122 [mm]
A1	0 [mm2]
A2	0 [mm2]
F.S	1.5 [-]
i	13 [-]
	MASSA
AL 6061-T6	3.31 [Kg]
AL 2024-T3	3.40 [Kg]

(a) Espessuras e Massa após otimização

t1	0.122 [mm]
t2	0.122 [mm]
A1	9 [mm2]
A2	9 [mm2]
F.S	1.5 [-]
i	13 [-]
	MASSA
AL 6061-T6	3.67 [Kg]
AL 2024-T3	3.78 [Kg]

(b) Espessuras e Massa após ligação

Figura 14. Espessuras e Massa

É importante destacar que o algoritmo foi projetado para minimizar a massa, verificando constantemente se os critérios estavam a ser satisfeitos. Como nenhum critério se tornou crítico, o algoritmo de otimização foi capaz de alcançar a espessura mínima e atingir uma massa de 3.31Kg. Além disso, como não foi definida nenhuma área mínima, a área dos tensores reduziu-se a 0. À espessura mínima de 0.122mm e sem nenhum tensor em uso, a carga da empenagem não é suficiente para a estrutura falhar. Em primeira análise, o valor nulo dos tensores, assim como o valor reduzido da espessura da casca, revelaram-se excêntricos. Isto pode ser explicado pelo facto de que a teoria usada para fazer a análise estrutural neste mini-projeto não contempla os efeitos da flambagem, assumindo que as secções da estrutura são rígidas e deformam-se todas de igual forma. Notámos que os valores de tensão máxima tanto de corte como direta são particularmente baixos. A explicação para o sucedido é análoga à anterior, em conjunto com a carga reduzida aplicada nas empenagens.

Não foi necessário correr o algoritmo de otimização para cada material dado que as condições nunca se tornaram críticas e as dimensões são iguais para cada material. Assim, o material escolhido é o de menor massa específica, ou seja a liga de alumínio 6061-T6. Uma das vantagens de usar este material é o baixo custo de produção e, dado o menor modulo elástico, a fácil maneabilidade e manufatura da estrutura, diminuindo consecutivamente os custos de produção da peça.

De forma a evitar a flambagem, achou-se importante não assumir o valor nulo sugerido para os tensores pelo algoritmo de otimização. Essa assunção implicou criar uma ligação para os tensores semelhante à ligação da casca. No entanto, o processo de ligação descrito no capítulo dedicado implicou um aumento de peso em cerca 12% para 3.67 Kg para Al 6061-T6 o que pode ser um aumento significativo ao nível da peça em si mas comparado com o peso da aeronave de 472.5 Kg, pode ser considerado desprezável. Além disso, a colocação de cavernas na fuselagem é obrigatória para manter a sua forma num dimensionamento mais pormenorizado o que torna a nossa análise válida para uma estudo futuro.

Relativamente à metodologia adotada, achamos importante salientar algumas das suas limitações. A falha principal prende-se com a idealização parcial estrutural efetuada. Ao idealizar os tensores, não se está a considerar a distribuição de tensão ao longo da sua secção transversal. Outra característica desta metodologia é o facto de o fluxo de corte não variar de forma contínua, tendo um aumento brusco na passagem pelos tensores, aumentando a concentração de tensões locais.

Numa nota final, de forma a tornar a estrutura mais eficiente, propomos várias alterações à estrutura atual. Uma delas passaria por substituir os tensores que avaliamos por tensores cujas áreas transversais variem ao longo da envergadura, sendo menores na ponta da fuselagem. Outra sugestão seria alterar os perfis dos tensores para uma secção em "L" ou outra mais eficiente com

arredondamentos para evitar  $s$  pontos de tensão nas pontas da secção. Sugerimos a colocação de cavernas com um espaçamento com o objetivo de manter a forma original e evitar a flambagem. É possível adicionar mais tensores ao longo da casca.

## 10 Conclusão

Em suma, todos os objetivos do trabalho foram cumpridos, desde o dimensionamento da cauda da fuselagem até à apresentação de possíveis melhorias na estrutura, passando pela apresentação de algumas limitações. Na execução deste trabalho, foi necessário aplicar os conhecimentos referentes a outras unidades curriculares, nomeadamente de Matemática Computacional, com o Teorema dos Trapézios, e de Órgãos de Máquinas, com informações auxiliares ao correto dimensionamento das rebites.

## Referências

- [1] P.V. Gamboa, Apontamentos da unidade curricular - Estruturas Aeroespaciais I, UBI, 2022-2023.
- [2] T. Megson, “Aircraft Structures for Engineering Students”, 6th edition; Butterworth- Heinemann; 2017
- [3] F. Beer, E. Johnston, J. DeWolf, and D. Mazurek, “Mechanics of Materials”, 5th edition, McGraw-Hill Science; 2008.
- [4] “CS-VLA Amendent 1”, EASA, European Union Aviation Safety Agency, através de <https://www.easa.europa.eu/certification-specifications/cs-vla-very-light-aeroplanes>, acedido em 12 de dezembro, 2021.