

Calculatrice autorisée - Le barème est donné à titre indicatif.
La rédaction et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans la notation.

TOUTES LES RÉPONSES DOIVENT ÊTRE RÉDIGÉES ET JUSTIFIÉES.

Exercice 1 : (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (-2x+9)^2$ et h un nombre réel non-nul.

1. a) Exprimer en fonction de h le taux de variation de f entre 2 et $2+h$.
b) En déduire que la fonction f est dérivable en 2 et déterminer $f'(2)$.
2. a) Justifier, à l'aide des propriétés sur les ensembles de dérivabilité, que f est dérivable sur \mathbb{R} .
b) Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x et retrouver le résultat de la question 1. b).

Exercice 2 : (4 points)

Déterminer pour chacune des fonctions suivantes, l'ensemble I sur lequel elle est dérivable, puis sa fonction dérivée sur I .

$$m(x) = -\frac{2}{9}x^3 + 4x^2 - 5, \quad n(x) = -\frac{7x}{2}(8x+1), \quad j(x) = \frac{1}{5x^5}, \quad p(x) = -\frac{\sqrt{4x+3}}{2}.$$

Exercice 3 : (2 points)

f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des réels. C_f est sa courbe représentative dans un repère (O, I, J) . On sait que C_f passe par l'origine du repère et que la droite d'équation $y = 3x - 5$ est tangente à C_f au point A d'abscisse -2 .

1. Déterminer le réel c .
2. Déterminer les coordonnées du point A .
3. En déduire les réels a et b , puis l'expression de f .

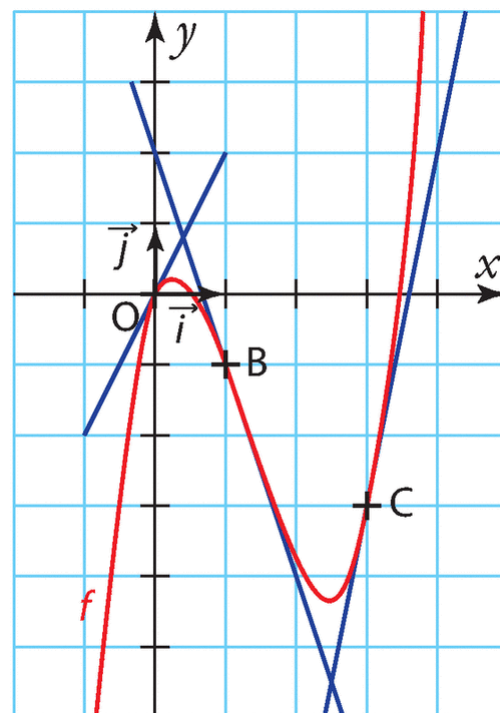
Exercice 4 : (3 points)

Dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-contre, la courbe C_f représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} et les droites tracées représentent les tangentes à C_f respectivement au point O , au point B d'abscisse 1 et au point C d'abscisse 3.

1. Déterminer graphiquement $f'(0)$, $f'(1)$ et $f'(3)$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point C .
3. La courbe C_f est la représentation graphique de la fonction

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x.$$

Retrouver par le calcul les résultats des questions 1. et 2. .



Exercice 5 : (3 points)

On considère les points $A(4;-1)$, $B(-3;-1)$ et $C(-1;3)$.

1. Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
2. On appelle H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) . En calculant autrement, à l'aide du point H , le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, en déduire la longueur AH .
3. Donner une valeur en degrés, arrondie à 0,1 près, de l'angle \widehat{BAC} .

Exercice 6 : (3 points)

Soient les points $D(5;-3)$, $E(2;3)$, $F(-2;1)$ et $G(-2;-3)$.

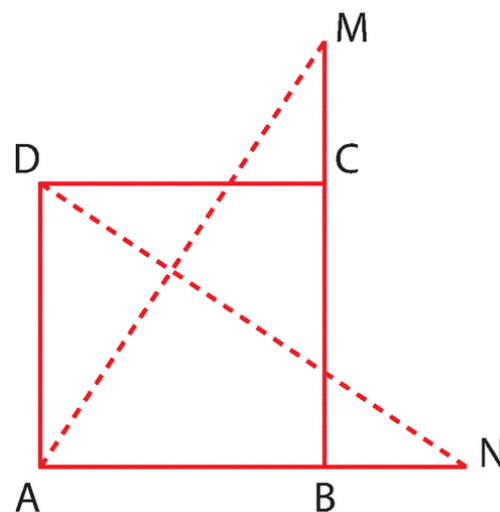
1. Calculer le produit scalaire $\vec{ED} \cdot \vec{EF}$.
2. Que peut-on en déduire pour le triangle DEF ?
3. Les droites (DF) et (EG) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.

Exercice 7 : (3 points)

$ABCD$ est un carré et les points M et N sont tels que

$$\vec{CM} = \frac{1}{2} \vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \vec{AB}.$$

1. En décomposant les vecteurs \vec{DN} et \vec{AM} à l'aide de la relation de Chasles, montrer que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.
2. En prenant le repère (A, B, D) , montrer de même que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.

**Exercice 8 :** (3 points)

On considère un carré $ABCD$ de côté 1 et un point M quelconque sur le segment $[BD]$. On construit les projetés orthogonaux H et K du point M respectivement sur les côtés $[AB]$ et $[AD]$.

1. On veut démontrer que les droites (CK) et (DH) sont perpendiculaires par deux méthodes :
 - a) En utilisant le repère (A, B, D) .
On notera $(x; y)$ les coordonnées du point M .
 - b) En utilisant la relation de Chasles pour décomposer les vecteurs.
2. Démontrer que les longueurs CK et DH sont égales :
 - a) avec des coordonnées.
 - b) sans coordonnées.

