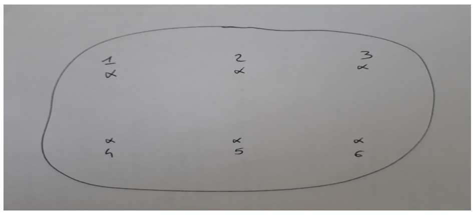
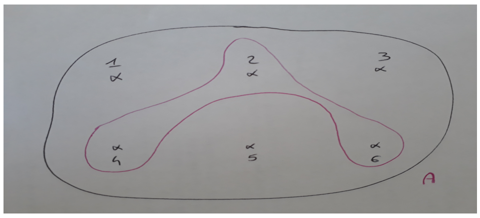
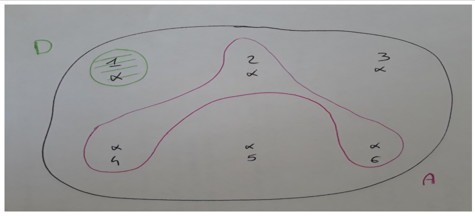
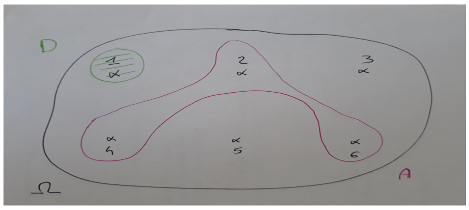
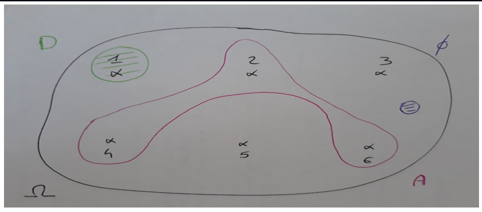
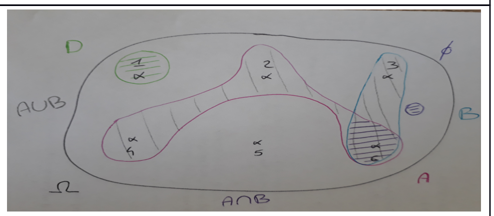
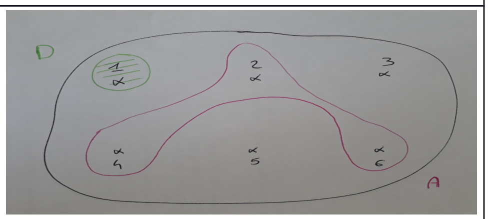
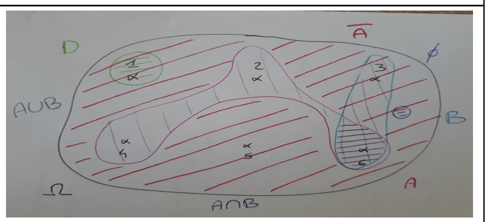
Probabilités

On réalise une expérience aléatoire : on lance au hasard un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Définition	Exemple	Représentation
L'**univers** est l'ensemble des issues de l'expérience aléatoire. Il est noté Ω.	L'univers est l'ensemble $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$	
Un **événement** est une partie de l'univers.	A : « Obtenir un numéro pair. » $A=\{2;4;6\}$	
Un **évènement élémentaire** est un événement qui contient une seule issue.	D : « Obtenir un UN. » $D=\{1\}$	
Un **évènement certain** est un événement qui contient toutes les issues.	L'évènement certain est Ω. Il s'agit de l'univers tout entier.	
Un **évènement impossible** est un événement qui ne contient aucune issue.	L'évènement impossible est noté $\emptyset$. Il ne doit contenir aucune issue réalisable.	
Une **réunion d'évènements** $A\cup B$ est formée de toutes les issues qui sont au moins dans l'un des deux évènements A ou B.	B : « Obtenir un multiple de 3. » $B=\{3;6\}$ et $A\cup B=\{2;3;4;6\}$	
Une **intersection d'évènements** $A\cap B$ est formée de toutes les issues qui sont à la fois dans A et B.	$A\cap B=\{6\}$	
Deux évènements sont **incompatibles** ou **disjoints** s'ils n'ont aucune issue commune.	Les évènements A et D sont incompatibles. B et D aussi, mais pas A et B.	
L'**événement contraire** de A, noté $\overline{A}$, est l'événement constitué de toutes les issues qui ne sont pas dans A.	$\overline{A}$: « Obtenir un numéro <u>**im**</u>pair. » $\overline{A}=\{1;3;5\}$	

Lois de probabilités

Soit une expérience aléatoire d'univers fini $\Omega = \{e_1 ; e_2 ; \dots ; e_n\}$.

Définition : Définir une **loi de probabilité** sur Ω, c'est associer à chaque issue $\{e_i\}$ un réel positif, noté p_i, tel que la somme des p_i soit égale à 1 : $\boldsymbol{p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1}$.

Le réel p_i est appelé **probabilité de l'événement élémentaire** e_i et on note $p_i = p(\{e_i\})$.

Définition : Lorsqu'une loi de probabilité est définie sur Ω, la **probabilité d'un événement *A***, notée $p(A)$, est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires réalisant A.

Remarque : $p(\varnothing) = 0$ et $p(\Omega) = 1$.

Pour tout événement A, on a $0 \leq p(A) \leq 1$.

Définition : Lorsque les n issues de l'expérience aléatoire ont la **même probabilité,** c'est-à-dire que $p_i = \frac{1}{n}$, on dit qu'elles sont **équiprobables** et que la loi de probabilité sur Ω est **équirépartie.**

Propriété : Si la loi de probabilité est équirépartie, la probabilité d'un évènement A est donnée par

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A}{\text{nombres d'issues dans } \Omega}.$$

Propriétés :

- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
  Si les événements A et B sont disjoints, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.
- $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.

Exemple : On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes

1) Déterminer la probabilité de l'évènement A : « On obtient un as. »
2) Déterminer la probabilité de l'évènement B : « On obtient un coeur. »
3) Décrire par une phrase l'évènement $A \cap B$ puis calculer sa probabilité.
4) Décrire par une phrase l'évènement $A \cup B$ puis calculer sa probabilité.

Réponses : $p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$, $p(B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$, la probabilité d'obtenir un as de coeur est $p(A \cap B) = \frac{1}{32}$ et la probabilité de tirer un as ou un coeur est $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$.