■ Activité 3 : Etablir le lien entre le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de y

1. Le tableau de variations de f est :

x	0		47,5		80
$f(x)$	0	$\nearrow$	374,04	$\searrow$	–198,93

2. a) $f'(x) = -\dfrac{373}{2250} \times 2x + \dfrac{7087}{450} = -\dfrac{746}{2250}x + \dfrac{7087}{450}$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{746}{2250}x + \dfrac{7087}{450} = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{746}{2250}x = -\frac{7087}{450}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\frac{7087}{450}}{-\frac{746}{2250}} = 47{,}5$$

c) f' est une fonction affine de coefficient directeur $a = -\dfrac{746}{2250} < 0$, donc f' est décroissante et son signe est :

x	0		47,5		80
$f'(x)$		+	0	–	

3. Il semble que lorsque la dérivée est positive, la fonction est croissante et, inversement, lorsque la dérivée est négative, la fonction est décroissante.

■ Activité 4 : Établir le lien entre $f'(a) = 0$ et la présence d'extremums de f en a

1. a) f semble avoir deux extremums locaux atteints en –2 et en 1.

g ne semble pas avoir d'extremum local.

b) $f'(x) = \dfrac{1}{3} \times 3x^2 + 2 \times 2x = x^2 + 4x$

$g'(x) = -3x^2 + 3 \times 2x - 3 = -3x^2 + 6x - 3$

c) $f'(x) = x(x+4)$

$g'(x) = -3\left(x^2 - 2x + 1\right) = -3(x-1)^2$

d) Les racines de f' sont donc 0 et –4.

La racine (double) de g' est 1.

e) f' est un polynôme du 2nd degré dont le coefficient $a = 1 > 0$, donc le tableau de signe de f' est :

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	0	+	

g' est un polynôme du 2nd degré dont le coefficient $a = -3 < 0$, donc le tableau de signe de g' est :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		–	0	–	

2. Il semble qu'une fonction possède un extremum local atteint en une valeur c lorsque :

– sa dérivée s'annule en cette valeur c ($f'(c) = 0$) ;

– sa dérivée change de signe de part et d'autre de cette valeur c.