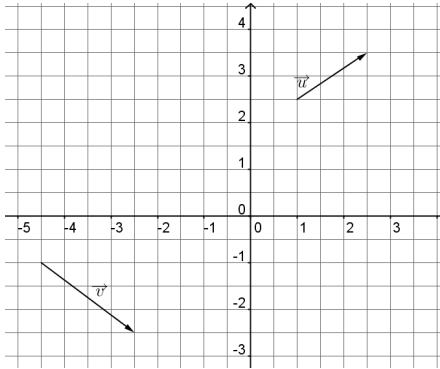


Vecteurs - Coordonnées

On se place dans un repère $(O; I, J)$.

Les coordonnées d'un vecteur \vec{u} sont les coordonnées du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.



Remarque : Le repère $(O; I, J)$ peut aussi se noter $(O; \vec{i}; \vec{j})$ où $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$.

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan.

Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ noté aussi $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Propriété : Soient $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs.

\vec{u} et \vec{v} sont égaux si et seulement si $x = x'$ et $y = y'$.

Implication directe : Si \vec{u} et \vec{v} sont égaux, alors $x = x'$ et $y = y'$.

Implication réciproque : Si $x = x'$ et $y = y'$, alors \vec{u} et \vec{v} sont égaux.

Contraposée : Si $x \neq x'$ ou $y \neq y'$, alors \vec{u} et \vec{v} ne sont pas égaux.

• Opération sur les vecteurs

Soient $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ deux vecteurs et k un réel. Les vecteurs suivants ont pour coordonnées

$$\rightarrow \vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y'), \quad k\vec{u} = (kx; ky),$$

Donc $-\vec{u} = (-x; -y)$.

Propriétés : On considère trois vecteurs quelconques \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} et deux réels k et k' .

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $k(k'\vec{u}) = (k \times k')\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $k = 0$ OU $\vec{u} = \vec{0}$.

Applications :

On considère les points du plan $A(1; 1)$, $B(3; 5)$ et $C(-3; -1)$ dans un repère $(O; I, J)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
3. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

• Norme d'un vecteur

Définition : La norme d'un vecteur est la longueur de ce vecteur. Il s'agit donc de la distance entre les deux extrémités de la flèche. La norme d'un vecteur \vec{u} est notée $\|\vec{u}\|$.

Exemple : Pour un vecteur \overrightarrow{AB} , il s'agit simplement de la distance entre A et B , c'est-à-dire AB .

Pour les vecteurs de la base orthonormée, on a $\|\vec{i}\|=1$ et $\|\vec{j}\|=1$.

Propriété : Soit un vecteur \vec{u} et k un réel non-nul.

Si $k > 0$, alors la norme du vecteur $k\vec{u}$ est $\|k\vec{u}\|=k\|\vec{u}\|$. Mais si $k < 0$, alors $\|k\vec{u}\|=(-k)\|\vec{u}\|$.

En effet, la norme doit rester **positive** puisqu'il s'agit d'une distance, et si $k < 0$, alors $(-k)$ est positif.

En conclusion, pour tout k réel, $\|k\vec{u}\|=|k|\|\vec{u}\|$, (c'est une nouvelle utilisation de la valeur absolue).

Propriété : Soit un vecteur \vec{u} ayant pour coordonnées dans une base orthonormée $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. La norme du vecteur \vec{u} est

donnée par la formule $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$.

Application : Dans le cas d'un vecteur \overrightarrow{AB} , on retrouve la formule

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=AB.$$