Géométrie repérée

Vecteur normal à une droite

<u>**Définition :**</u> On appelle **vecteur normal** à une droite d tout vecteur non-nul orthogonal à un vecteur directeur de la droite d.

<u>**Propriété :**</u> La droite d d'équation cartésienne $ax+by+c=0$ admet le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ comme vecteur normal.

Preuve : Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d et $\vec{u}\cdot\vec{n}=-b\times a+a\times b=0$.

<u>**Remarques :**</u>
- Tout vecteur non-nul colinéaire à $\vec{n}$ est aussi un vecteur normal à d.
- Un vecteur normal à la droite d est un vecteur directeur de toute droite perpendiculaire à d et vice-versa.

Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Pour trouver les coordonnées du projeté orthogonal d'un point M sur une droite d :
1. Je trouve une équation de la perpendiculaire à d passant par M.
2. Je trouve le point d'intersection de cette droite avec d.

Équation cartésienne d'un cercle

<u>**Propriété :**</u> Le cercle de centre $\Omega(x_\Omega ; y_\Omega)$ et de rayon r est l'ensemble des points du plan $M(x;y)$ tels que $\Omega M=r$. Il a pour équation $(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2=r^2$.

Preuve : On veut $\Omega M^2=r^2$ et $\Omega M^2=(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2$.

Équations de la forme $x^2+y^2+ax+by+c=0$

Il est possible que l'équation d'un cercle soit donnée sous forme développée. Il faut alors retrouver la forme précédente afin de connaître le centre et le rayon du cercle.
1. $x^2+ax=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}$ et $y^2+by=\left(y+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{4}$.
2. $x^2+y^2+ax+by+c=0 \quad\Leftrightarrow\quad \left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\left(y+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{4}-c$.

Cette équation correspond à un cercle dès lors que le second terme est positif, *i.e.*, $\frac{a^2+b^2}{4}-c\geq 0$.

Dans ce cas, son centre a pour coordonnées $\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$ et son rayon est $r=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$.