

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра общей физики

Лабораторная работа 2.1.6

Эффект Джоуля-Томсона

Преподаватель:                      доцент Игуменов А.Ю.

Обучающийся:    Готов А.А.

Долгопрудный  
2022

# 1 Введение

## 1.1 Аннотация

Данная работа посвящена изучению эффекта Джоуля–Томсона. В работе используются следующие методы: построение, линеаризация и анализ графиков зависимостей  $\Delta p(\delta T)$  и  $\mu_{\text{д-т}}(\Delta T)$ ,

**Цель работы:**

1. определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры;
2. вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса «а» и «b».

**В работе используются:** трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термопара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

## 1.2 Теоретические сведения

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа;  $\mu$  – его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к молю внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объем  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение II, газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдем

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к ее нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через ее стенки.

Второе замечание связано с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. В силу сохранения энтропии в случае реального газа получаем:

$$\mu_{\text{д-т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{(2a/RT) - b}{C_P}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нем можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших  $a$  велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении – при расширении газа – возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счет их кинетической энергии – температура газа при расширении падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях  $b$ .

Как следует из формулы (3), при температуре

$$T_i = \frac{2a}{Rb}$$

коэффициент  $\mu_{\text{д-т}}$  обращается в нуль. По формулам связи параметров газа Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами получаем:

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{д-т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{д-т}} < 0$ , газ нагревается).

Вернемся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменив в формуле (2)  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдем

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu(v_2^2 - v_1^2)/2$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P}(v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot \text{см}^3/\text{с}}{3,14 \cdot (0,3)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см/с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из нее как давление  $P_2$  относится к  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4$  атм, а  $P_2 = 1$  атм, поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = 35 \text{ см/с.}$$

Для углекислого газа  $\mu = 44$  г/моль,  $C_P = 40$  Дж/(моль·К); имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P} (v_2^2 - v_1^2) \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ К.}$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задается термостатом. Измерения проводятся при трех температурах: комнатной, 30 °С и 50 °С.

### 1.3 Схема эксперимента

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_b$ , помещенным в термостате. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_k$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиля В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь – константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребренны, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

### 1.4 Методика измерений

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.



$$\alpha_{40^{\circ}C} = 42,5 \text{ мкВ}/^{\circ}C, \quad \alpha_{50^{\circ}C} = 43,3 \text{ мкВ}/^{\circ}C.$$

$T = 16^{\circ}C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\sigma_{\Delta T}$ , К
4,00	0,05	0,154	0,001	3.86	0,02
3,50	0,05	0,134	0,001	3.36	0,02
3,00	0,05	0,111	0,001	2.79	0,02
2,50	0,05	0,090	0,001	2.26	0,02
2,00	0,05	0,067	0,001	1.68	0,02

Таблица 1: Экспериментальные данные для  $16^{\circ}C$

$T = 25^{\circ}C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\sigma_{\Delta T}$ , К
4,00	0,05	0,157	0,001	3,86	0,02
3,50	0,05	0,125	0,001	3,07	0,02
3,00	0,05	0,102	0,001	2,51	0,02
2,50	0,05	0,083	0,001	2,04	0,02
2,00	0,05	0,061	0,001	1,50	0,02

Таблица 2: Экспериментальные данные для  $25^{\circ}C$

$T = 35^{\circ}C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\sigma_{\Delta T}$ , К
4,00	0,05	0,149	0,001	3,58	0,02
3,50	0,05	0,128	0,001	3.08	0,02
3,00	0,05	0,096	0,001	2.31	0,02
2,50	0,05	0,076	0,001	1.83	0,02
2,00	0,05	0,060	0,001	1,44	0,02

Таблица 3: Экспериментальные данные для  $35^{\circ}C$

$T = 45^{\circ}C$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\sigma_{\Delta T}$ , К
4,00	0,05	0,130	0,001	3.06	0,02
3,50	0,05	0,108	0,001	2.54	0,02
3,00	0,05	0,085	0,001	2,00	0,02
2,50	0,05	0,069	0,001	1,62	0,02
2,00	0,05	0,053	0,001	1,25	0,02

Таблица 4: Экспериментальные данные для  $45^{\circ}C$

$T = 55\text{ }^{\circ}\text{C}$					
$\Delta P$ , атм	$\sigma_p$ , атм	$U$ , мВ	$\sigma_U$ , мВ	$\Delta T$ , К	$\sigma_{\Delta T}$ , К
4,00	0,05	0,127	0,001	2,93	0,02
3,50	0,05	0,105	0,001	2,42	0,02
3,00	0,05	0,087	0,001	2,01	0,02
2,50	0,05	0,065	0,001	1,50	0,02
2,00	0,05	0,052	0,001	1,20	0,02

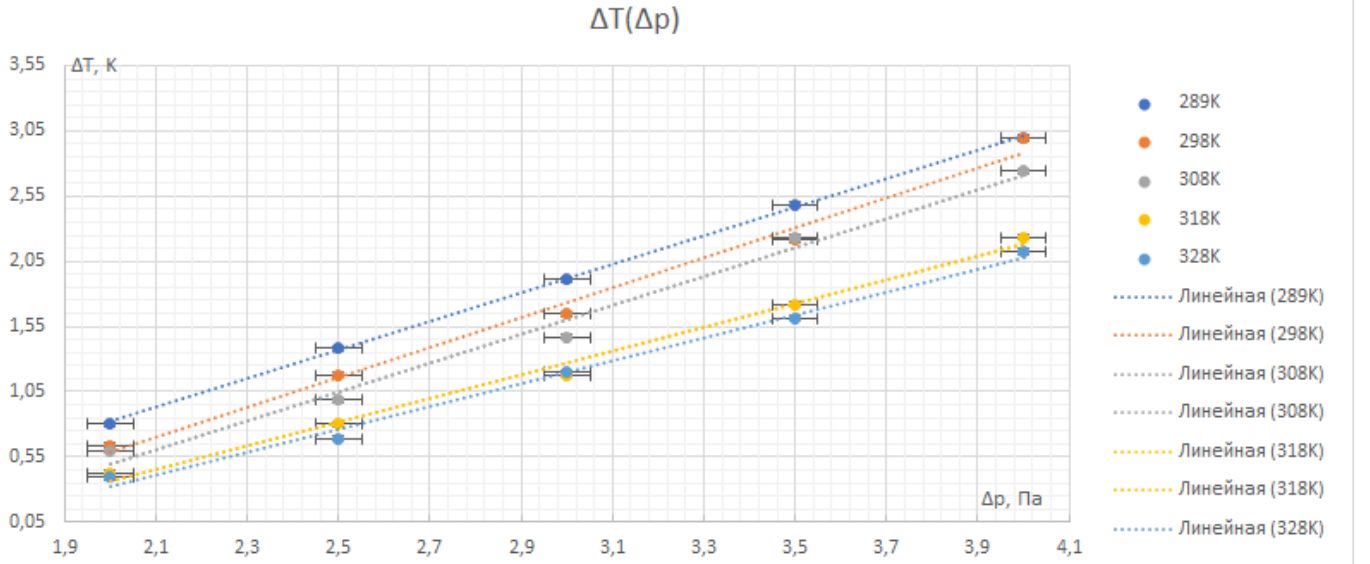
Таблица 5: Экспериментальные данные для 55 °С

Также необходимо учесть, что при  $\Delta P = 0$  показания вольтметра составляли  $U(0) = 0,035$  мВ. Поэтому для корректной обработки данных сделаем необходимую поправку, вычитая из полученных показаний  $U(0)$ .

Кроме того, при вычислении  $\Delta T$  погрешность этого вычисления определяем по формуле:

$$\sigma_{\Delta T} = \Delta T \frac{\sigma_U}{U}.$$

Изобразим полученные точки на графике



По имеющимся данным проведём аппроксимацию зависимости  $\Delta T$  от  $\Delta P$ , чтобы определить коэффициент Джоуля-Томсона.

Вычислим  $\mu_{Д-Т} = \frac{dT}{dP}$ , используя метод наименьших квадратов:

$$\mu_{Д-Т} = \frac{\langle \Delta P \Delta T \rangle - \langle \Delta P \rangle \langle \Delta T \rangle}{\langle \Delta P \rangle - \langle \Delta P \rangle^2}.$$

Случайную погрешность определения этого коэффициента вычислим по следующей формуле:

$$\sigma_{\mu_{Д-Т}}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \left( \frac{\langle (\Delta T - \langle \Delta T \rangle)^2 \rangle}{\langle (\Delta P - \langle \Delta P \rangle)^2 \rangle} \right) - \mu_{Д-Т}^2},$$

где  $N$  – количество измерений.

Систематические погрешности оценим по следующим формуле:

$$\sigma_{\mu_{\text{д-т}}}^{\text{сист}} = \mu_{\text{д-т}} \sqrt{\varepsilon_{\Delta P}^2 + \varepsilon_{\Delta T}^2}.$$

Таким образом, полная погрешность измерения определяется следующим соотношением:

$$\sigma_{\mu_{\text{д-т}}} = \sqrt{(\sigma_{\mu_{\text{д-т}}}^{\text{сист}})^2 + (\sigma_{\mu_{\text{д-т}}}^{\text{случ}})^2}.$$

Результаты вычислений заносим в таблицу 6.

$T, ^\circ\text{C}$	$\mu_{\text{д-т}}, \text{K/атм}$	$\sigma_{\mu_{\text{д-т}}}, \text{K/атм}$	$\varepsilon, \%$
16	1.10	0.03	2.3
25	1.15	0,06	4.8
35	1.11	0,06	5.4
45	0.91	0,03	3.1
55	0,88	0,03	3,4

Таблица 6: Результаты измерений  $\mu_{\text{д-т}}$

### 3.2 Вычисление параметров газа Ван-дер-Ваальса

Вычислим параметры газа Ван-дер-Ваальса, используя коэффициенты  $\mu_{\text{д-т}}$ , полученные в 3.1, для разных пар температур.

Пользуясь формулой (3), получим

$$\begin{cases} a = \frac{(\mu_1 - \mu_2) C_P R T_1 T_2}{2 (T_2 - T_1)}, \\ b = \frac{C_P (\mu_2 T_2 - \mu_1 T_1)}{T_1 - T_2}. \end{cases}$$

Погрешности этих вычислений можно оценить используя следующие формулы:

$$\sigma_a = a \sqrt{\varepsilon_{\mu_1 - \mu_2}^2 + \varepsilon_{T_1}^2 + \varepsilon_{T_2}^2 + \varepsilon_{T_2 - T_1}^2},$$

$$\sigma_b = b \sqrt{\varepsilon_{\mu_2 T_2 - \mu_1 T_1}^2 + \varepsilon_{T_1 - T_2}^2},$$

где

$$\sigma_{x \pm y} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}.$$

Для температур 20°C и 30°C, а также для 30°C и 50°C, вычисляем параметры «а» и «b» газа Ван-дер-Ваальса. Результаты вычислений заносим в таблицу 7.



$T, ^\circ C$	$a, \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$	$\sigma_a, \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}$	$\varepsilon_a, \%$	$b \cdot 10^{-4}, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	$\sigma_b \cdot 10^{-4}, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	$\varepsilon_b, \%$
25 – 16	0.80	0,07	8,4	11.0	0,89	8,1
35 – 16	0.08	0,01	10,6	5.04	0,50	9,9
45 – 16	1.00	0,10	9,5	3.93	0,36	9,1
55 – 16	0.89	0,07	7,5	3.00	0,22	7,3
35 – 25	0.61	0,05	7,9	0.33	0,02	7,2
45 – 25	1.89	0,18	9,4	10.66	0,92	8,6
55 – 25	1,46	0,14	9,8	7.21	0,68	9,4
45 – 35	3.26	0,26	7,9	10.5	0,79	7,5
55 – 35	1,93	0,20	10,4	10.65	1,03	9,7
55 – 45	0.52	0,04	7,2	3.82	0,26	6,7

Таблица 7: Результаты измерения параметров газа Ван-дер-Ваальса

### 3.3 Вычисление температуры инверсии

Используя формулу (4), по полученным параметрам газа Ван-дер-Ваальса вычислим  $T_{\text{инв}}$ . Также оценим погрешность по следующей формуле:

$$\sigma_{T_{\text{инв}}} = T_{\text{инв}} \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$

Результаты вычислений занесём в таблицу 8.

$T, ^\circ C$	$T_{\text{инв}}, ^\circ K$	$\sigma_{T_{\text{инв}}}, ^\circ K$	$\varepsilon, \%$
25-16	175	22	12,5
35-16	38	6	15,0
45-16	612	86	14,1
55-16	714	79	11,0
35-25	4447	480	10,8
45-25	427	55	12,9
55-25	487	69	14,1
45-35	747	84	11,3
55-35	436	64	14,6
55-45	327	33	10,1

Таблица 8: Результаты вычисления температуры инверсии

Для углекислого газа, согласно справочнику

$$T_{\text{инв}} = 2053 \text{ K}.$$

Полученные результаты снова сильно отличаются от табличных.

## 4 Обсуждение результатов и выводы

В ходе работы были достигнуты следующие цели:

- экспериментальным методом измерили коэффициенты газа Ван-дер-Ваальса «а» и «b»;
- вычислили  $T_{\text{инв}}$  для углекислого газа.

В ходе работы мы получили значения, очень сильно отличающиеся от табличных. Согласно справочнику для углекислого газа

$$a = 0,36 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2},$$

$$b = 0,42 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

. Полученные экспериментально значения «а» и «b» довольно значительно расходятся между собой и в несколько раз отличаются от табличных. При этом погрешность вычисления параметров газа Ван-дер-Ваальса хоть и была относительно небольшой (не выходящей за разумные пределы). Такая большая ошибка может говорить нам о неприменимости уравнения Ван-дер-Ваальса в условия лабораторной работы. Действительно, это уравнение используется лишь для качественного описания процессов, происходящих с реальными газами. Количественный подход к этому уравнению неприменим.

Необходимо отметить, что опыт является довольно чувствительным, поэтому требует особой точности при проведении, а также тщательного наблюдения за параметрами установки, что крайне проблематично сделать в условиях данной лабораторной работы.

Также для увеличения точности измерений можно использовать более точные методы измерения температуры. Повысить точность необходимо как у термостата, так и у вольтметра, т.к. температура на них колебалась на протяжении эксперимента, несмотря на то, что условия оставались неизменными.