

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра общей физики

Лабораторная работа 3.6.1

Спектральный анализ электрических сигналов

Преподаватель: Кузнецов В.Б.

Обучающийся: Готов А.А

Долгопрудный
2022

1 Введение

1.1 Аннотация

Данная работа посвящена изучению периодических электрических сигналов различной формы. Спектры этих сигналов наблюдаются с помощью промышленного анализатора спектра и сравниваются с рассчитанными теоретически.

Цель работы: изучение спектрального состава периодических электрических сигналов.

В работе используются: анализатор спектра, генератор прямоугольных импульсов, генератор сигналов специальной формы, осциллограф.

1.2 Теоретические сведения

Представление периодического сигнала в виде суммы гармонических сигналов называется разложением в ряд Фурье.

Пусть заданная функция $f(t)$ периодически повторяется с частотой $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, где T - период повторения. Ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\Omega_1 t) + b_n \sin(n\Omega_1 t)]$$

Здесь $\frac{a_0}{2}$ - среднее значение функции $f(t)$,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \cos(n\Omega_1 t) dt,$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) \sin(n\Omega_1 t) dt.$$

Рассмотрим периодические функции, которые исследуются в нашей работе.

1. **Периодическая последовательность прямоугольных импульсов** (рис. 1) с амплитудой V_0 , длительностью τ , частотой повторения $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, где T - период повторения импульсов. Найдем коэффициенты разложения ряда Фурье:

$$\frac{a_0}{2} = V_0 \frac{\tau}{T},$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0 \cos(n\Omega_1 t) dt = 2V_0 \frac{\tau}{T} \frac{\sin(n\Omega_1 \frac{\tau}{2})}{n\Omega_1 \frac{\tau}{2}} \sim \frac{\sin x}{x}.$$

Поскольку наша функция четная, все коэффициенты синусоидальных гармоник $b_n = 0$. Спектр a_n последовательности прямоугольных импульсов представлен на рис. 2 (изображен случай, когда T кратно τ).

Назовем *шириной спектра* $\Delta\omega$ расстояние от главного максимума ($\omega = 0$) до первого нуля огибающей, возникающего при $n = \frac{2\pi}{\tau\Omega_1}$. При этом

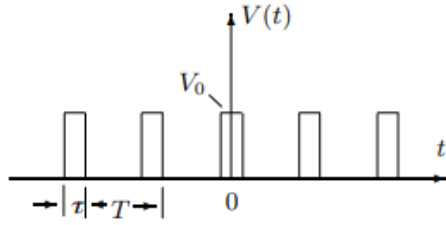


Рис. 1: Прямоугольные импульсы

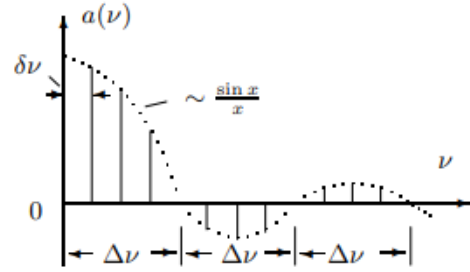


Рис. 2: Спектр последовательности прямоугольных импульсов

$$\Delta\omega\tau \simeq 2\pi \quad \text{или} \quad \Delta\nu\Delta t \simeq 1 \quad (1)$$

Полученное соотношение взаимной связи интервалов $\Delta\nu$ и Δt является частным случаем соотношения неопределенности в квантовой механике.

2. **Периодическая последовательность цугов** гармонического колебания $V_0 \cos(\omega_0 t)$ с длительностью цуга τ и периодом повторения T (рис. 3).

Функция $f(t)$ снова является четной относительно $t = 0$. Коэффициент при n -й гармонике равен

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0 \cos(\omega_0 t) \cos(n\Omega_1 t) dt = V_0 \frac{\tau}{T} \left(\frac{\sin[(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}} + \frac{\sin[(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}} \right)$$

Зависимость для случая, когда $\frac{T}{\tau}$ равно целому числу, представлена на рис. 4. Сравнивая спектр последовательности прямоугольных импульсов и цугов мы видим, что они аналогичны по частоте на

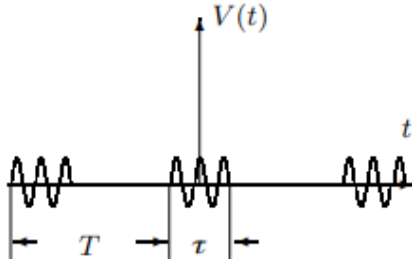


Рис. 3: Последовательность цугов

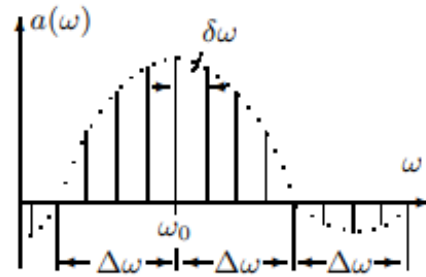


Рис. 4: Спектр последовательности цугов

3. **Амплитудно-модулированные колебания.** Рассмотрим гармонические колебания высокой частоты ω_0 , амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой Ω ($\Omega \ll \omega_0$) (рис. 5):

$$f(t) = A_0[1 + m \cos \Omega t] \cos \omega_0 t.$$

Коэффициент m называют **глубиной модуляции**. При $m < 1$ амплитуда колебаний меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представлена в виде

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \quad (2)$$

Простым тригонометрическим преобразованием можно найти спектр амплитудно - модулированных колебаний:

$$f(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t. \quad (3)$$

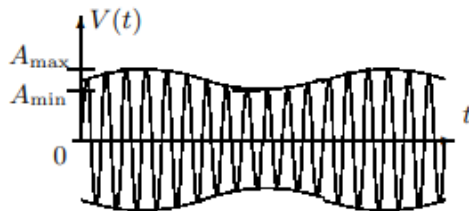


Рис. 5: Модулированные гармонические колебания

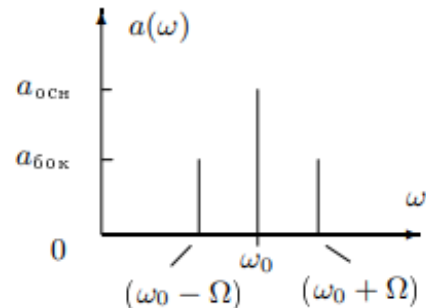


Рис. 6: Спектр модулированных гармонических колебаний

Спектр таких колебаний содержит три составляющих основную компоненту и две боковых (рис. 6). Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с основной (несущей) частотой ω_0 и амплитудой $a = A_0$. Второе и третье слагаемые соответствуют новым гармоническим колебаниям с частотами $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$. Амплитуды этих двух колебаний одинаковы и составляют $\frac{m}{2}$ от амплитуды немодулированного колебания: $a = \frac{A_0 m}{2}$. Начальные фазы всех трех колебаний одинаковы.

1.3 Методика измерений

Для исследования спектров в работе используется гетеродинный анализатор спектра типа СК4-56. Упрощённая структурная схема, поясняющая последовательный супергетеродинный метод спектрального анализа внешнего сигнала, изображена на рис. 7.

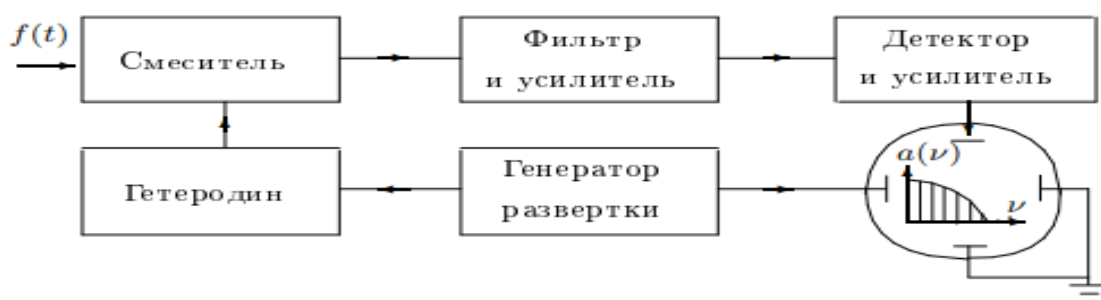


Рис. 7: Структурная схема анализатора спектра

Восстановление спектрального состава заданным периодом $f(t)$ происходит периодически с некоторым заданным периодом. Это время является периодом повторения пилообразного напряжения, которое вырабатывается генератором развёртки. Линейно нарастающее во времени напряжение с генератора развёртки подаётся на гетеродин, который генерирует переменное напряжение с частотой пропорциональной этому напряжению, но с постоянной амплитудой. При изменении пилообразного напряжения от нуля до некоторого максимального значения частота

сигналов, вырабатываемых гетеродином, изменяется в пределах от 128 до 188 кГц. Исследуемый сигнал $f(t)$ и переменное напряжение с гетеродина одновременно поступают на смеситель. При нелинейном сложении этих колебаний на выходе смесителя возникают сигналы суммарной и разностной частоты. Для анализа используется только разностный сигнал.

Со смесителя сигнал поступает на фильтр, который настроен на частоту 128 кГц. Таким образом мы "извлекаем" из спектра входного сигнала $f(t)$ переменное напряжение с частотой равной разности частот гетеродина и фильтра. За время, равное периоду повторения пилообразного напряжения, фильтр пропускает колебания с частотами от нуля до 60 кГц. Затем эти колебания детектируются, усиливаются и подаются на вертикальный вход электронно-лучевой трубки (ЭЛТ). Одновременно сигнал генератора развертки поступает на горизонтальный вход ЭЛТ. На экране анализатора возникает, таким образом, график, изображающий зависимость амплитуды гармоник от частоты, т.е. фурье-спектр исследуемого сигнала.

1.4 Экспериментальные установки

1. **Экспериментальная установка А** для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов представлена на рис. 8. Сигнал с выхода генератора прямоугольных импульсов Г5-54 подается на вход анализатора спектра и одновременно на вход Y осциллографа. С генератора импульсов на осциллограф подается также сигнал синхронизации, запускающий ждущую развертку осциллографа. При этом на экране осциллографа можно наблюдать саму последовательность прямоугольных импульсов, а на экране ЭЛТ анализатора спектра распределение амплитуд спектральных составляющих этой последовательности.

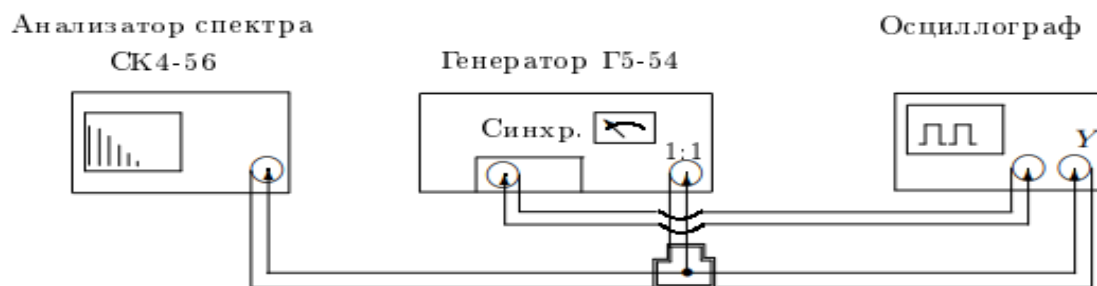


Рис. 8: Схема для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

2. **Экспериментальная установка Б** для исследования спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний (рис. 9) Генератор Г6-34 вырабатывает синусоидальные колебания высокой частоты. На вход АМ (амплитудная модуляция) генератора Г6-34 подаются прямоугольные импульсы с генератора Г5-54 и синусоида модулируется - "нарезается" на отдельные куски - цуги. Эти цуги с выхода генератора Г6-34 поступают на вход спектроанализатора и одновременно на вход Y осциллографа. Сигнал синхронизации подается на осциллограф с генератора импульсов.

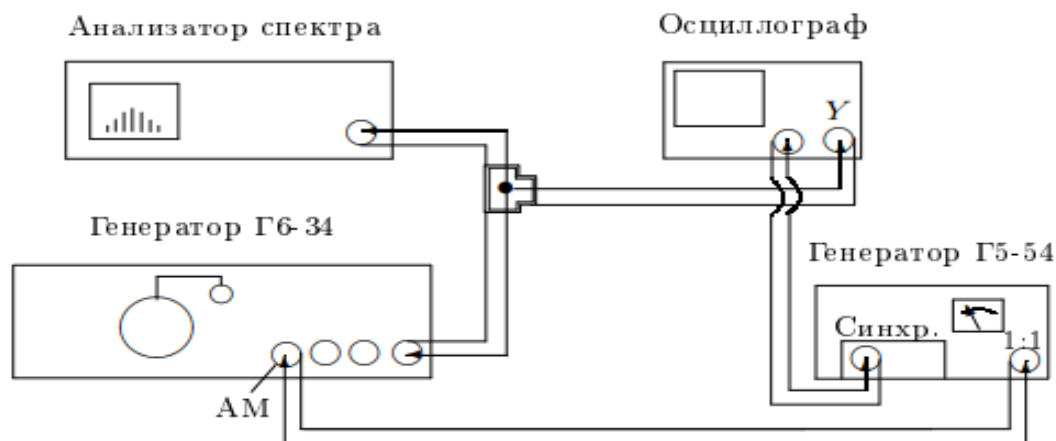


Рис. 9: Схема для исследования спектра периодической последовательности цугов высокочастотных колебаний

3. **Экспериментальная установка В** для исследования амплитудно - модулированного сигнала (рис. 10). В генератор сигналов встроен модуляционный генератор, который расположен в левой части Г6-34. Синусоидальный сигнал с частотой модуляции $f = 1$ кГц подается с модуляционного генератора на вход АМ (амплитудная модуляция) генератора, вырабатывающего синусоидальный сигнал высокой частоты (частота несущей $\nu_0 = 25$ кГц). Амплитудно-модулированный сигнал с основного выхода генератора поступает на осциллограф и на анализатор спектра.

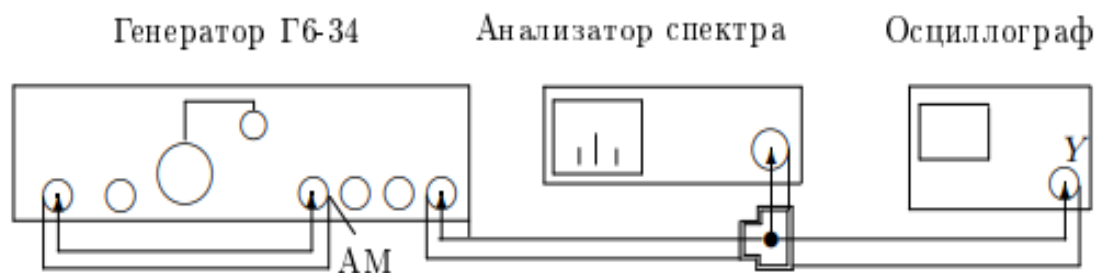


Рис. 10: Схема для исследования спектра высокочастотного гармонического сигнала, промодулированного по амплитуде низкочастотным гармоническим сигналом

2 Ход работы