

Расчёт коэффициента теплоотдачи прямого канала прямоугольного сечения

А.С. Губкин

Июль, 2024 г.

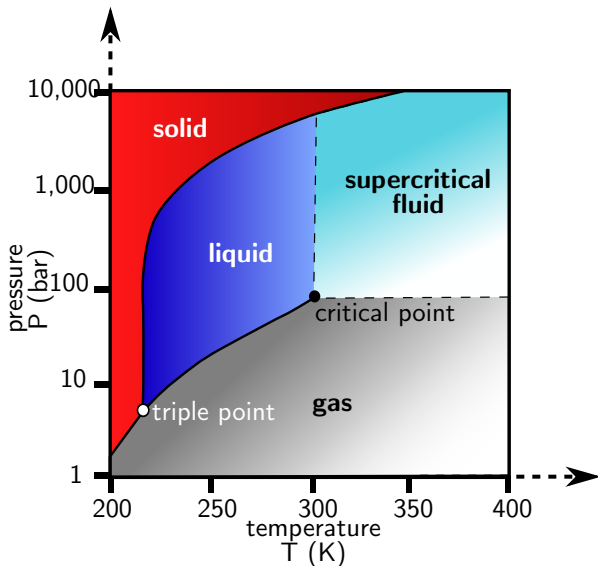
Задача

Определить коэффициент теплоотдачи α прямого канала длиной $l = 400$ мм прямоугольного сечения ширины $w = 15$ мм и высоты $h = 8$ мм с толщиной стенки $\delta = 1$ мм при протекании через него диоксида углерода. Скорость и температура газа на входе в канал соответственно $u_{inlet} = 20$ м/с, $T_{inlet} = 423.15$ К. Давление на выходе из канала $p_{outlet} = 4$ МПа. Канал обменивается энергией с внешней средой при температуре $T_{ext} = 723.15$ К с коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{ext} = 1000$ Вт/м²К.

Фазовая диаграмма CO_2

Из фазовой диаграммы диоксида углерода видно, что при данном режиме фазовые переходы отсутствуют. Течение будет происходить в газовой фазе.

Параметры критической точки:
 $p_c = 7.3773 \text{ МПа}$, $T_c = 304.128 \text{ К}$,
 $V_c = 0.09412 \text{ м}^3/\text{кмоль}$.



Уравнение состояния

Будем использовать уравнение Пенга - Робинсона (англ. Peng–Robinson, 1976)

$$\rho = \frac{p}{Z(p, T) \bar{R} T}$$

$$Z^3 - (1 - B) Z^2 + (A - 2B - 3B^2) Z - (AB - B^2 - B^3) = 0$$

$$A = \frac{\alpha a p}{R^2 T^2}, \quad B = \frac{b p}{R T}$$

$$a = \Omega_a \frac{R^2 T_c^2}{p_c}, \quad \Omega_a = \frac{8 + 40\eta_c}{49 - 37\eta_c} b = \Omega_b \frac{R T_c}{p_c}, \quad \Omega_b = \frac{\eta_c}{3 + \eta_c}$$

$$\eta_c = \left(1 + \left(4 - \sqrt{8} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(4 + \sqrt{8} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{-1}$$

$$\alpha = \left(1 + \kappa \left(1 - \sqrt{T_r} \right) \right)^2, \quad T_r = \frac{T}{T_c}$$

$$\kappa = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2$$

Оценка числа Рейнольдса и величины подслоя

$$Re = \frac{u_0 d}{\nu} = \frac{20\sqrt{0.008^2 + 0.015^2}}{1.5 \cdot 10^{-5}} \approx 22666$$

$$\delta = \delta_T \approx \frac{0.37x}{Re_x^{\frac{1}{5}}} = \frac{0.37x}{\left(\frac{u_0 x}{\nu}\right)^{\frac{1}{5}}} \bigg|_{x=l} = \frac{0.37x}{\left(\frac{20 \cdot 0.4}{1.5 \cdot 10^{-5}}\right)^{\frac{1}{5}}} \approx 0.011$$

Математическая модель

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} &= -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} E + \nabla \cdot \mathbf{u} p &= -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\tau} &= \mu_{eff} \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right], \mu_{eff} = \mu + \mu_t \end{aligned} \right\} \mathbf{x} \in \Omega_{flow}$$
$$\frac{\partial \rho_s c_s T}{\partial t} + \nabla \cdot \lambda_s \nabla T = 0 \quad \mathbf{x} \in \Omega_{Solid}$$

$$\mu = \frac{A_s \sqrt{T}}{1 + \frac{T_s}{T}}$$

$$\lambda = \mu c_v \left(1.32 + 1.77 \frac{R}{c_v} \right)$$

$$A_s = 1.67212 \cdot 10^{-6}, T_s = 170.6$$

$$c_p = (((a_4 T + a_3)T + a_2)T + a_1)T + a_0 + c_{p,eos}$$

```
thermodynamics
{
    Tlow          0;
    Thigh         5000;
    Tcommon       1000;
    highCpCoeffs  (3.85746 0.00441437 -2.21481e-06 5.2349e-10 -4.72084e-14 -48759.2 2.27164);
    lowCpCoeffs   (2.35677 0.0089846 -7.12356e-06 2.45919e-09 -1.437e-13 -48372.0 9.90105);
}
```

Модель турбулентности

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot \rho k \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + 2\mu_t \mathbf{S} : \mathbf{S} - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \varepsilon \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t \mathbf{S} : \mathbf{S} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Граничные условия

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= 0 \\ \nabla p &= 0\end{aligned}\quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{wall}$$

$$\begin{aligned}\nabla \mathbf{u} &= 0 \\ p &= p_1\end{aligned}\quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{in}$$

$$\begin{aligned}\nabla \mathbf{u} &= 0 \\ p &= p_2\end{aligned}\quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{out}$$