Расчёт коэффициента теплоотдачи прямого канала прямоугольного сечения

А.С. Губкин

Июль, 2024 г.

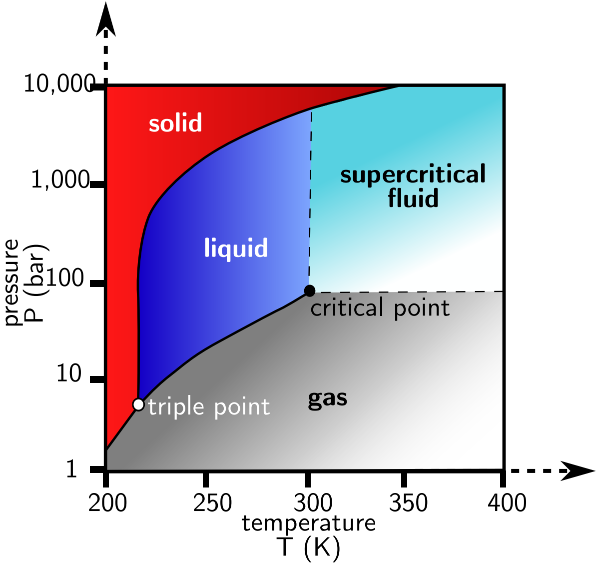
Задача

Определить коэффициент теплоотдачи α прямого канала длиной $l = 400$ мм прямоугольного сечения ширины $w = 15$ мм и высоты $h = 8$ мм с толщиной стенки $\delta = 1$ мм при протекании через него диоксида углерода. Скорость и температура газа на входе в канал соответственно $u_{inlet} = 20$ м/с, $T_{inlet} = 423.15$ К. Давление на выходе из канала $p_{outlet} = 4$ МПа. Канал обменевается энергией с внешней средой при температуре $T_{ext} = 723.15$ К с коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{ext} = 1000$ Вт/м^{2}К.

Фазовая диаграмма CO_2

Из фазовой диаграммы диоксида углерода видно, что при данном режиме фазовые переходы отсутствуют. Течение будет происходить в газовой фазе.

Параметры критической точки: $p_c = 7.3773$ МПа, $T_c = 304.128$ К, $V_c = 0.09412$ м^3/кмоль.



Уравнение состояния

Будем использовать уравнение Пенга - Робинсона (англ. Peng–Robinson, 1976)

$$\rho = \frac{p}{Z(p,T)\bar{R}T}$$

$$Z^3 - (1-B)Z^2 + \left(A - 2B - 3B^2\right)Z - \left(AB - B^2 - B^3\right) = 0$$

$$A = \frac{\alpha a p}{R^2T^2},\ B = \frac{bp}{RT}$$

$$a = \Omega_a \frac{R^2T_c^2}{p_c},\ \Omega_a = \frac{8+40\eta_c}{49-37\eta_c} b = \Omega_b \frac{RT_c}{p_c},\ \Omega_b = \frac{\eta_c}{3+\eta_c}$$

$$\eta_c = \left(1 + \left(4-\sqrt{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(4+\sqrt{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$$

$$\alpha = \left(1 + \kappa\left(1-\sqrt{T_r}\right)\right)^2,\ T_r = \frac{T}{T_c}$$

$$\kappa = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2$$

Оценка числа Рейнольдса и величины подслоя

$$Re = \frac{u_0 d}{\nu} = \frac{20\sqrt{0.008^2 + 0.015^2}}{1.5 \cdot 10^{-5}} \approx 22666$$

$$\delta = \delta_T \approx \frac{0.37x}{Re_x^{\frac{1}{5}}} = \left.\frac{0.37x}{\left(\frac{u_0 x}{\nu}\right)^{\frac{1}{5}}}\right|_{x=l} = \frac{0.37x}{\left(\frac{20 \cdot 0.4}{1.5 \cdot 10^{-5}}\right)^{\frac{1}{5}}} = \approx 0.011$$

Математическая модель

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+\boldsymbol{\nabla}\cdot\rho\mathbf{u}=0\\
&\frac{\partial\rho\mathbf{u}}{\partial t}+\boldsymbol{\nabla}\cdot\rho\mathbf{u}\otimes\mathbf{u}=-\boldsymbol{\nabla}p+\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\tau}\\
&\frac{\partial\rho E}{\partial t}+\boldsymbol{\nabla}\cdot\rho\mathbf{u}E+\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{u}p=-\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{q}+\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{u}\\
&\boldsymbol{\tau}=\mu_{eff}\left[\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}+(\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u})^T-\frac{2}{3}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{u})\,\mathbf{I}\right],\ \mu_{eff}=\mu+\mu_t
\end{aligned}\right\}\quad \mathbf{x}\in\Omega_{flow}$$

$$\frac{\partial\rho_s c_s T}{\partial t}+\boldsymbol{\nabla}\cdot\lambda_s\boldsymbol{\nabla}T=0\quad \mathbf{x}\in\Omega_{Solid}$$

$$\mu = \frac{A_s\sqrt{T}}{1 + \frac{T_s}{T}}$$

$$\lambda = \mu c_v \left(1.32 + 1.77\frac{R}{c_v}\right)$$

$$A_s = 1.67212 \cdot 10^{-6},\ T_s = 170.6$$

$$c_p = ((((a_4 T + a_3)T + a_2)T + a_1)T + a_0) + c_{p,eos}$$

Модель турбулентности

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot \rho k \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + 2\mu_t \mathbf{S} : \mathbf{S} \ - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \varepsilon \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t \mathbf{S} : \mathbf{S} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.44,\ C_{2\varepsilon} = 1.92,\ C_\mu = 0.09,\ \sigma_k = 1.0,\ \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Граничные условия

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{u} &= 0\\ \boldsymbol{\nabla} p &= 0\end{aligned}\right. \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{wall}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u} &= 0\\ p &= p_1\end{aligned}\right. \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{in}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u} &= 0\\ p &= p_2\end{aligned}\right. \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{out}$$