

Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Теоретическая постановка задачи для задания по алгоритму имитации отжига

Выполнил:
Студент 421 группы
Гудис Александр Вячеславович

Москва, 2025

Прикладная задача

Дано N независимых работ, для каждой работы задано время выполнения. Требуется построить расписание выполнения работ без прерываний на M процессорах. На расписании должно достигаться минимальное значение *критерия K1*.

Критерий K1: разбалансированность расписания.

Формальная постановка задачи

Дано:

- N – количество работ.
- M – количество процессоров.
- $P = \{p_i\}$ – множество работ, где $p_i = \{N_i, W_i\}$ и $i = \overline{1, N}$. N_i – номер i -й работы, W_i – её время выполнения.
- $PU = \{m_j\}$ – множество процессоров, где m_j – j -й процессор, и $j = \overline{1, M}$.

Расписание

Расписанием является булева матрица $HP \in B^{N \times M}$, в которой $hm_{ij} \in \{0, 1\}$, где $i \in \overline{1, N}$, а $j \in \overline{1, M}$. Значение $hm_{ij} = 1$ означает, что работа с номером i выполняется на процессоре с номером j , а $hm_{ij} = 0$ — что работа с номером i не выполняется на процессоре с номером j .

Требуется

Построить расписание $HP^{N \times M}$, при котором будет минимизирован критерий. При этом все задания будут выполнены на множестве процессоров PU без прерываний, с учётом ограниченных ресурсов, и не будет пересечений в использовании процессоров, т.е.

$$\forall i \in \overline{1, N} \exists! j \in \overline{1, M} : hm_{ij} = 1$$

что эквивалентно системе условий:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M hp_{ij} = N, \\ \forall i \in \overline{1, N} \quad \sum_{j=1}^M hm_{ij} = 1. \end{cases}$$

Минимизируемый критерий:

Критерий разбалансированности расписания:

$$K_1 = T_{\max} - T_{\min},$$

где

$$T_{\max} = \max_{j=1..M} T_j, \quad T_{\min} = \min_{j=1..M} T_j.$$

Требуется:

Найти такое корректное расписание S^* , что

$$S^* = \arg \min_{S \in \Omega} K_1(S),$$

где Ω — множество всех корректных расписаний.