

# Olimpiadi Svizzere di Fisica

## Prima selezione

Lugano, 15 gennaio 2014

**Prima parte : Multiple Choice – 16 domande**

**Seconda parte : Problemi – 3 domande**

Materiale autorizzato : Calcolatrice non programmabile  
Materiale per scrivere e disegnare

## Buon lavoro !

Supported by :



## Domande Multiple Choice : Foglio delle risposte

Durata: 60 minuti

Valutazione: 16 punti (1 punto per ogni risposta esatta)

Segna la risposta esatta, facendo una crocetta sulla casella predisposta.

Per ogni domanda c'è solo una risposta esatta.

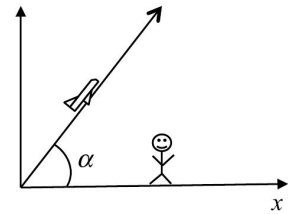
Inserire le risposte nelle caselle di questa pagina. Per ogni domanda vi è una sola risposta corretta. Rispondete a 16 delle 22 domande poste. Indicate con una croce le 6 domande per le quali non intendete indicare la risposta. **Se scegliete meno di 6 domande da non valutare, saranno detratti i punti corrispondenti al numero di risposte giuste!**

<b>Cognome</b> :
<b>Nome</b> :
<b>Totale</b> :

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	da non valutare
Domanda 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>
Domanda 8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			<input type="checkbox"/>
Domanda 11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
Domanda 21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>

**Domanda 1**

Un jet muovendosi a velocità costante  $v$  si eleva formando un angolo di  $\alpha = 60^\circ$  con il suolo. Un osservatore percepisce l'onda d'urto sonora quando il jet si trova sulla sua verticale. Qual è la velocità del jet? Si assuma una velocità del suono di  $u = 340$  m/s.



- a)  $v = 481$  m/s                      c)  $v = 1200$  m/s                      e)  $v = 170$  m/s  
 b)  $v = 240$  m/s                      d)  $v = 680$  m/s

**Domanda 2**

Considerate un pianeta di raggio  $R = 24273$  km e densità  $\rho = 1660$  kg/m<sup>3</sup> a partire da cui si desidera inviare un satellite nella spazio. La velocità di fuga è

- a) 115175 km/s                      c)  $3.9 \cdot 10^{-19}$  m/s                      e) 23.4 km/s  
 b) 4.7 km/s                      d) 14.08 m/s

**Domanda 3**

Qual è il periodo di rotazione di Marte attorno al Sole? Si conoscono le seguenti grandezze:

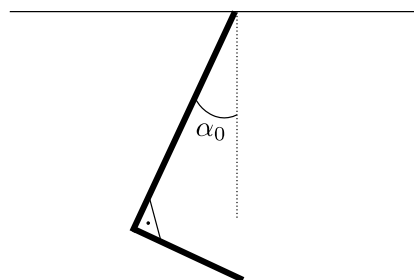
Distanza Terra-Sole	: $1.50 \cdot 10^{11}$ m
Massa della Terra	: $5.97 \cdot 10^{24}$ kg
Distanza Terra-Marte	: $7.83 \cdot 10^{10}$ m
Massa di Marte	: $6.42 \cdot 10^{23}$ kg
Temperatura sulla superficie del Sole	: 5800 K

- a)  $2.4 \cdot 10^7$  s                      c) 4665 ore                      e) 3.53 anni  
 b)  $9.8 \cdot 10^5$  min                      d) 483 giorni

**Domanda 4**

Si considerino due aste cilindriche di diametro 2 cm e lunghezza 1 m e 2 m rispettivamente. Le due aste sono assemblate ad angolo retto in modo da formare una "L". L'estremità dell'asta più lunga viene appesa così che la "L" possa muoversi liberamente in un piano verticale.

Rilasciando la "L" con un angolo  $\alpha_0$  rispetto alla verticale (v. schema), quest'ultima si mette a oscillare. Si supponga che le oscillazioni non sono smorzate. Per quale angolo  $\alpha_0$  l'ampiezza dell'oscillazione è minima?



- a)  $0^\circ$   
 b)  $7^\circ$   
 c)  $14^\circ$   
 d)  $21^\circ$   
 e) L'ampiezza è la stessa per tutti i valori di  $\alpha_0$

**Domanda 5**

Raggi luminosi paralleli all'asse ottico incidono su una lente convessa avente una distanza focale di 25 cm. A che distanza da tale lente deve essere messa una seconda lente convessa avente distanza focale di 10 cm, se i raggi luminosi dopo aver attraversato la seconda lente devono nuovamente essere paralleli all'asse ottico?

- |          |          |                                  |
|----------|----------|----------------------------------|
| a) 35 cm | c) 15 cm | e) Una tale distanza non esiste. |
| b) 25 cm | d) 10 cm |                                  |

**Domanda 6**

Di quale fattore aumenta l'angolo critico per la riflessione totale, se un diamante si trova nell'acqua invece che nell'aria? Gli indici di rifrazione sono  $n_d = 2.4$  per il diamante,  $n_{ac} = 1.3$  per l'acqua e  $n_{ar} = 1.0$  per l'aria.

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| a) 0.9 | c) 1.3 | e) 1.7 |
| b) 1.1 | d) 1.5 | f) 1.9 |

**Domanda 7**

Quale di queste relazioni definisce una massa  $m$ ?

a)  $m = \frac{k_B T}{\omega r^2}$

con  $T$  una temperatura,  $\omega$  una velocità angolare e  $r$  un raggio

b)  $m = \sqrt{\frac{m_0}{L}} E t^2$

con  $m_0$  una massa,  $L$  un'induttanza,  $E$  un campo elettrico e  $t$  un intervallo di tempo

c)  $m = p \sqrt{\frac{B}{U_0}}$

con  $B$  un campo magnetico,  $U_0$  una tensione,  $p$  una quantità di moto

d)  $m = \frac{F r^2}{G m_0} \sin(\omega t_0 + t_1)$

con  $F$  una forza,  $r$  un raggio,  $m_0$  una massa,  $\omega$  una velocità angolare,  $t_0$  e  $t_1$  intervalli di tempo

**Domanda 8**

La soluzione di un calcolo è espressa in  $\text{J} \cdot \text{N} \cdot \text{W}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Semplificando le unità, queste diventano

- |      |                   |                   |
|------|-------------------|-------------------|
| a) s | c) kg             | e) m/s            |
| b) m | d) m <sup>2</sup> | f) s <sup>2</sup> |

**Domanda 9**

Stimate il numero di fotoni emessi ogni secondo da una normale lampadina ad incandescenza.

- |              |              |             |
|--------------|--------------|-------------|
| a) $10^{13}$ | c) $10^{27}$ | e) Una mole |
| b) $10^{18}$ | d) $10^{35}$ |             |

**Domanda 10**

Un chilogrammo di metallo viene immerso in un recipiente contenente dell'acqua. Con quale materiale si alza di più il livello dell'acqua?

- |              |             |
|--------------|-------------|
| a) Alluminio | c) Oro      |
| b) Ferro     | d) Mercurio |

**Domanda 11**

Qual è l'ordine di grandezza del numero di atomi sulla Terra?

- |              |              |               |
|--------------|--------------|---------------|
| a) $10^{30}$ | c) $10^{70}$ | e) $10^{100}$ |
| b) $10^{50}$ | d) $10^{90}$ |               |

**Domanda 12**

In una stanza ci sono due sorgenti radioattive. Al tempo  $t_0$  la prima sorgente radioattiva ha un'attività  $A_1$  e la seconda sorgente un'attività  $A_2 = 3A_1$ . Entrambe hanno un tempo di dimezzamento di 50 ore. Approssimativamente dopo quanto tempo è possibile entrare nella stanza, sapendo che l'attività totale ammissibile è  $0.1A_1$ ?

- |            |            |              |
|------------|------------|--------------|
| a) 170 ore | c) 270 ore | e) 20 giorni |
| b) 245 ore | d) 340 ore |              |

**Domanda 13**

$0.025 \text{ m}^3$  di un gas ideale si trovano alla pressione di 20 kPa. Al gas viene fornita una quantità di calore di 1000 J, cosicché il volume aumenta fino a  $0.050 \text{ m}^3$ . In questo processo l'energia interna varia di

- |            |           |            |
|------------|-----------|------------|
| a) -1000 J | c) 0 J    | e) +1000 J |
| b) -500 J  | d) +500 J |            |

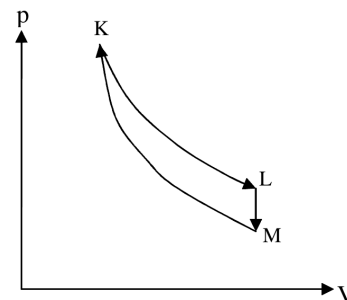
**Domanda 14**

In un contenitore chiuso, sono contenute  $n$  moli di un gas ideale alla temperatura  $T_1$  e sotto una pressione  $p_1$ . In un altro contenitore di ugual volume, si trovano  $2n$  moli di un gas ideale alla temperatura  $T_2 = 2T_1$ . Quanto è grande la pressione  $p_2$ ?

- |                  |                 |                 |
|------------------|-----------------|-----------------|
| a) $p_2 = p_1/4$ | c) $p_2 = p_1$  | e) $p_2 = 4p_1$ |
| b) $p_2 = p_1/2$ | d) $p_2 = 2p_1$ |                 |

**Domanda 15**

Una certa quantità di un gas ideale descrive il processo rappresentato nel diagramma  $p$ - $V$  qui accanto, da  $K$  ad  $L$  ad  $M$  e di nuovo a  $K$ . La curva  $KL$  è una isoterma e  $MK$  una adiabatica.



Quali delle affermazioni seguenti sono corrette?

1. Lungo il cammino da L ad M il gas produce lavoro.
  2. La temperatura nello stato K è maggiore che nello stato L.
  3. La temperatura nello stato K è maggiore che nello stato M.
- a) Tutte e tre                      c) Solo 2 e 3                      e) Solo 3  
b) Solo 1 e 2                      d) Solo 1

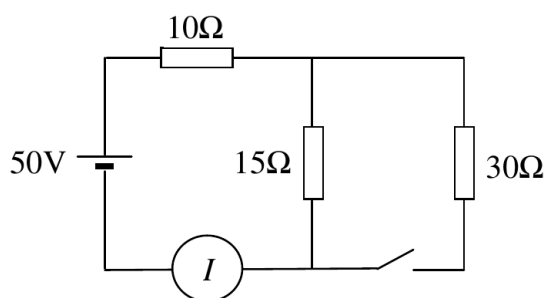
**Domanda 16**

Il manometro di una bombola di ossigeno con una capacità di 100 l indica una pressione di  $1.0 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ . La densità dell'ossigeno alla temperatura presente nella bombola e alla pressione di 1000 hPa ha il valore di  $1.4 \text{ kg/m}^3$ . Qual è il valore della densità dell'ossigeno nella bombola?

- a)  $0.14 \text{ kg/m}^3$                       c)  $0.14 \text{ g/cm}^3$                       e)  $140 \text{ g/cm}^3$   
b)  $1.4 \text{ kg/m}^3$                       d)  $1.4 \text{ g/cm}^3$

**Domanda 17**

Come varia la corrente  $I$  quando l'interruttore viene chiuso? Trascurate la resistenza interna della batteria.



- a) Aumenta di 1.0 A  
b) Aumenta di 0.50 A  
c) Resta uguale  
d) Cala di 0.50 A  
e) Cala di 1.0 A

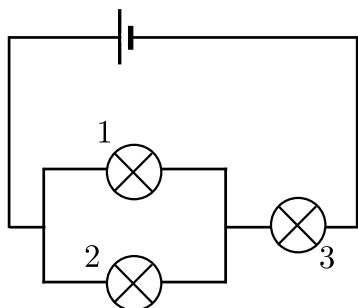
**Domanda 18**

Un condensatore piano è composto da due placche uguali con una carica di 1 C ciascuna. Tra le placche viene misurato un campo elettrico di  $2 \text{ V/m}$ . Quanto è la superficie di una placca?

- a)  $\varepsilon_0$                       c)  $\frac{\varepsilon_0}{2}$                       e)  $\frac{2}{\varepsilon_0}$   
b)  $2\varepsilon_0$                       d)  $\frac{1}{\varepsilon_0}$                       f)  $\frac{1}{2\varepsilon_0}$

**Domanda 19**

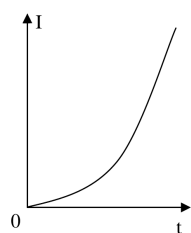
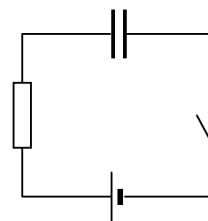
Considerate un semplice circuito con 3 lampadine. Le prime due sono connesse in parallelo tra di loro, e la terza è connessa in serie al blocco formato dalle prime due. Se la prima lampadina si fonde, cosa succede alle altre due?



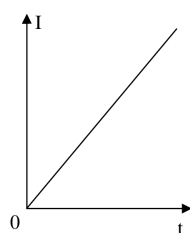
- a) Entrambe diventano più luminose
- b) Non succede niente alla terza, ma la seconda diventa più luminosa
- c) Non succede niente alla seconda, ma la terza diventa più luminosa
- d) La seconda diventa più luminosa, ma la terza diminuisce di intensità
- e) Non succede niente ad entrambe

**Domanda 20**

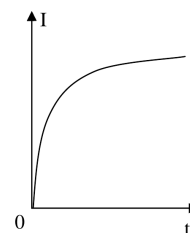
Un circuito senza diramazioni consiste di una batteria, una resistenza, un interruttore aperto ed un condensatore scarico (vedi schizzo). All'istante  $t = 0$  l'interruttore viene chiuso. Quale dei diagrammi seguenti descrive al meglio la variazione della corrente in funzione del tempo?



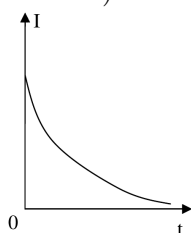
a)



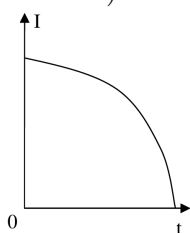
b)



c)



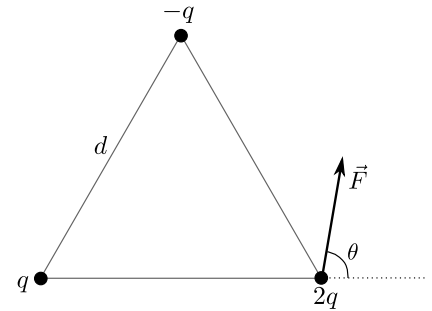
d)



e)

**Domanda 21**

Tre particelle cariche sono disposte agli angoli di un triangolo equilatero di lato  $d$  (v. schema). Definendo  $A := \left| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \right|$ , quanto sono l'intensità e la direzione della forza risultante sulla carica  $2q$ ?



a)  $\|\vec{F}\| = A, \quad \theta = 60^\circ$

d)  $\|\vec{F}\| = 2A, \quad \theta = 54.7^\circ$

b)  $\|\vec{F}\| = A, \quad \theta = 30^\circ$

e)  $\|\vec{F}\| = 2A, \quad \theta = 30^\circ$

c)  $\|\vec{F}\| = 2A, \quad \theta = 60^\circ$

f)  $\|\vec{F}\| = \sqrt{2}A, \quad \theta = 75^\circ$

**Domanda 22**

Come si può completare la seguente frase?

Sia la luce ultravioletta che gli ultrasuoni...

- a) ... possono trasportare energia nel vuoto.
- b) ... possono essere polarizzati.
- c) ... possono espellere elettroni dai metalli.
- d) ... possono essere diffratti e possono generare interferenza.
- e) ... possono propagarsi alla velocità della luce.



## Problemi teorici

Durata : 120 minuti

Valutazione : 48 punti

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

### Costanti fondamentali

Velocità della luce nel vuoto	$c$	$=$	$299\,792\,458\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Permeabilità magnetica del vuoto	$\mu_0$	$=$	$4\pi \times 10^{-7}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-2}\cdot\text{s}^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	$\varepsilon_0$	$=$	$8.854\,187\,817 \dots \times 10^{-12}\,\text{A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
Costante di Planck	$h$	$=$	$6.626\,069\,57 \times 10^{-34}\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	$=$	$1.602\,176\,565\,(35) \times 10^{-19}\,\text{A}\cdot\text{s}$
Costante gravitazionale	$G$	$=$	$6.673\,84\,(80) \times 10^{-11}\,\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
Accelerazione terrestre	$g$	$=$	$9.81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
Numero di Avogadro	$N_A$	$=$	$6.022\,141\,29\,(27) \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$
Costante di Boltzmann	$k_B$	$=$	$1.380\,648\,8\,(13) \times 10^{-23}\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$=$	$5.670\,373\,(21) \times 10^{-8}\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Massa dell'elettrone	$m_e$	$=$	$9.109\,382\,6\,(16) \times 10^{-31}\,\text{kg}$
Massa del protone	$m_p$	$=$	$1.672\,621\,71\,(29) \times 10^{-27}\,\text{kg}$
Massa del neutrone	$m_n$	$=$	$1.674\,927\,28\,(29) \times 10^{-27}\,\text{kg}$

### Esercizio 1 : Vapori di elio (16 punti)

Rivolgiamo ora l'attenzione al funzionamento basilare di un "1-K pot", un apparecchio che permette d'ottenere delle temperature tra 1 K e 5 K, usato come primo stadio di raffreddamento in sistemi a bassissime temperature. Questa apparecchiatura è normalmente in contatto termico con ciò che si desidera raffreddare, ma in questo problema si considererà che un "1-K pot" isolato.

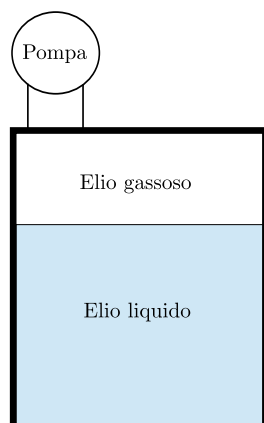


Fig. 1: Normale

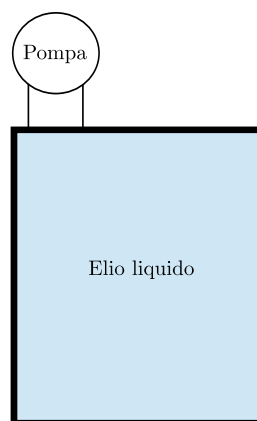


Fig. 2: Pieno

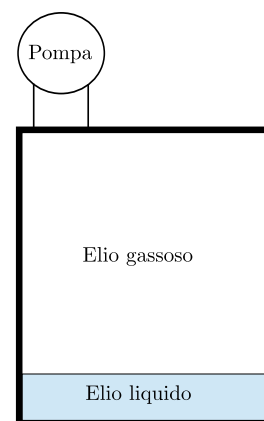


Fig. 3: Vuoto

Consideriamo una vasca d'elio liquido isolata dall'ambiente esterno che potrebbe portarlo a ebollizione (fig. 1), alla pressione del vapore saturo. La parte superiore della vasca è collegata ad una pompa in grado di aspirare l'elio gassoso nella parte alta della vasca, ma non l'elio liquido. Fintanto che la pompa è in funzione, si può considerare che ci sia il vuoto nella parte superiore della vasca.

**Indicazione :** la *pressione del vapore saturo* è la pressione alla quale le transizioni tra la fase

liquida (o solida) e gassosa sono in equilibrio. Se la pressione di un gas è più elevata rispetto alla pressione del vapore saturo, si verificherà della condensazione finché non ci sarà equilibrio tra la pressione del gas e quella del vapore saturo. Potete attenervi all'ipotesi che la pressione di questo vapore saturo cambi molto poco in funzione della temperatura.

- i. (3 pt) Spiegate perché l'elio inizia ad evaporare quando si accende la pompa.
- ii. (3 pt) Siano 300 ml d'elio liquido a 4.3 K ed a pressione atmosferica. Quale quantità di calore è necessaria per far evaporare questo liquido?
- iii. (4 pt) Usando il bilancio di calore, dimostrate che, se la pompa è in funzione, la temperatura dello strato di liquido nei pressi della superficie cala. Quali sono i due fattori legati a questo strato che hanno il maggior influsso sulla temperatura del resto della vasca? Spiegate soprattutto qualitativamente. Una spiegazione matematica dà diritto ad un bonus.
- iv. (3 pt) Cosa si può dire del tasso di raffreddamento dell'elio liquido delle figure 2 e 3? Qual'è il più elevato? E perché?
- v. (3 pt) Si desidera utilizzare questo principio per realizzare un frigorifero. Cosa impedisce al frigo di mantenere una temperatura permanente

(stabile nel tempo) nel modello illustrato nella figura 1? Cos'è necessario fare per rimediare a ciò? Bonus: quali sono i parametri termici che permettono di regolare la temperatura?

### Costanti fisiche

- Temperatura d'evaporazione dell'elio a pressione atmosferica :  $T_v = 4.3 \text{ K}$
- Calore latente dell'elio alla pressione del vapore saturo :  $L_v = 81 \text{ J/mol}$
- Massa atomica dell'elio :  $m_a = 4.0026 \text{ uma}$
- Densità dell'elio in funzione della temperatura :

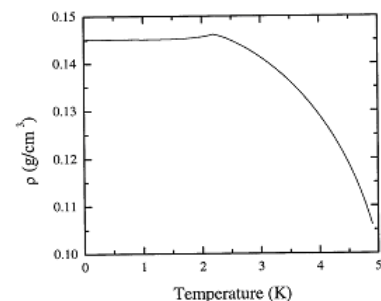


Fig. 4: Source : "The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure" by Russell J. Donnelly and Carlo F. Barenghi

## Esercizio 2 : La traversata di Venere (16 punti)

Dopo la pubblicazione della terza legge di Keplero nel 1619, le distanze dei pianeti nel sistema solare erano conosciute relative alla distanza Terra-Sole (1 AU). La misurazione di una sola di queste distanze fu quindi sufficiente per determinare l'unità astronomica (AU).

Una delle prime misure è stata possibile con il transito di Venere nel 1761, come proposto dall'astronomo britannico Edmond Halley. Lo scopo di questo esercizio è di ripetere questi calcoli, e ottenere una stima dell'unità astronomica (AU).

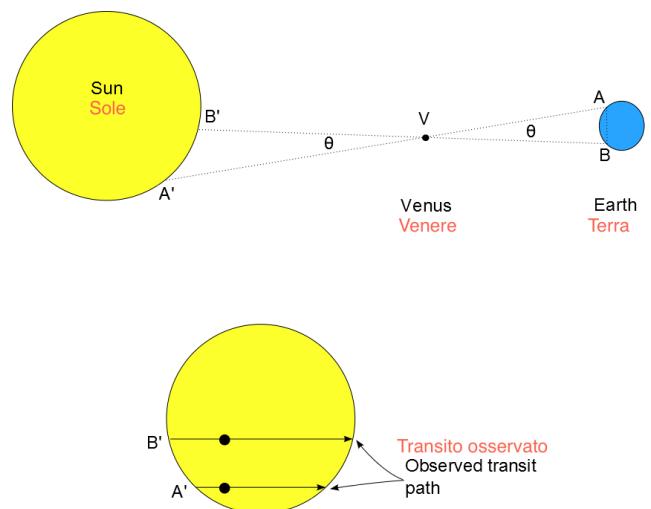


Fig. 5: Geometria del sistema Sole, Terra, Venere. [Image credit: <http://brightstartutors.com/blog/2012/the-transit-of-venus>]

Come raffigurato in Fig. 5 il transito di Venere viene visto diversamente da diversi luoghi sulla Terra. Conoscendo il parallasse di Venere  $\theta$  e la distanza tra gli osservatori  $A$  e  $B$  si può calcolare la distanza Terra-Venere. Halley propose di ottenere l'angolo  $\theta$  in modo indiretto con l'ausilio delle misurazioni dei tempi di transito in due posti diversi  $A$  e  $B$ .

Per stimare l'unità astronomica in questo esercizio useremo i dati del transito di Venere nel 2004, osservato al Cairo (A) e a Durban (B).

Luogo	Inizio del transito	Fine del transito
Cairo (A)	5:39:09	11:04:35
Durban (B)	5:35:52	11:10:07

Tab. 1: Dati misurati [credit: <http://www.phy6.org/stargaze/Svenus3.htm>]

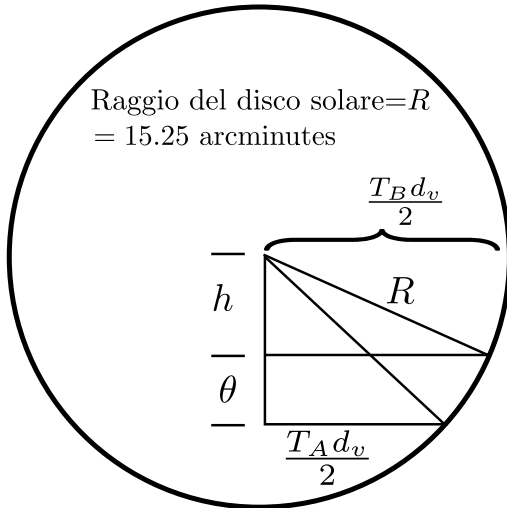


Fig. 6: Geometria del transito di Venere. [Image credit: <http://brightstartutors.com/blog/2012/the-transit-of-venus>]

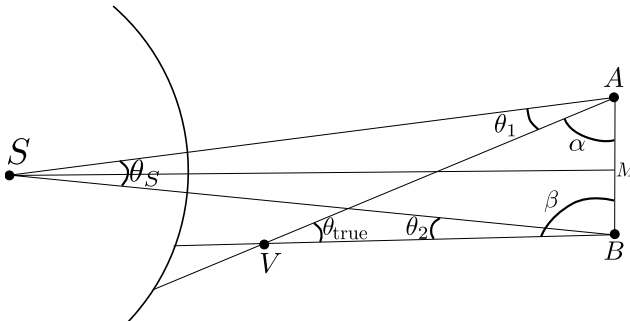


Fig. 7: Effetto del parallasse del Sole sulla misura del parallasse di Venere.

Per risolvere l'esercizio si assumano le seguenti supposizioni:

1. La Terra non ruota.
2. Il transito di Venere avviene quando Venere è sotto il piano Terra-Sole.

**i. (5 pt)** Determinate il parallasse di Venere  $\theta$  approssimando per angoli piccoli ( $\sin(\phi) \approx \phi$ ) usando lo schema in Fig. 6 e Tab. 1. Il diametro del Sole è  $R = 15.25$  arcmin (si tratta dell'angolo sotto cui osserviamo il raggio del Sole dalla Terra) e la velocità angolare di Venere rispetto alla Terra ("velocità di transito") è  $d_v = 0.0669$  arcsec/sec.

**Nota:**  $1^\circ = 60$  arcmin =  $3600$  arcsec

**ii. (4 pt)** Il parallasse di Venere calcolato nell'esercizio precedente non tiene conto del fatto che i due osservatori, stando in due punti diversi sulla Terra, vedono il Sole con angoli diversi. Considerando lo schema in Fig 7, che angolo è stato calcolato nella domanda **i.**? Determinate il vero parallasse di Venere  $\theta_{\text{true}}$  in funzione dell'angolo del punto (i) e il parallasse del Sole  $\theta_S$ .

**iii. (7 pt)** Determinate dapprima l'angolo di parallasse del Sole  $\theta_S$ , in seguito l'unità astronomica utilizzando  $D_{AB} = 5840$  km e la terza legge di Keplero

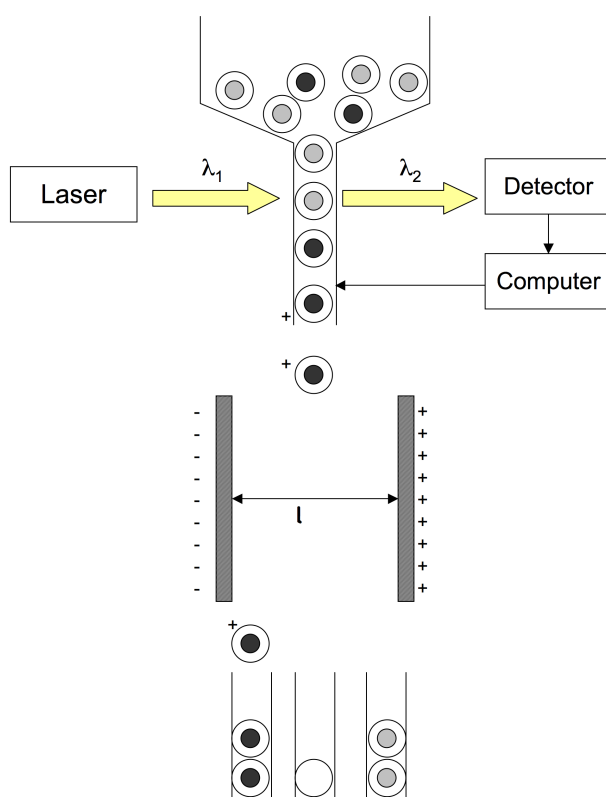
$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const}, \quad (1)$$

dove  $T$  è il periodo e  $a$  è la lunghezza del semi-asse maggiore dell'orbita planetaria, con  $T_{\text{Venere}} = 224$  giorni e  $T_{\text{Terra}} = 365$  giorni. Le orbite planetarie sono da considerarsi circolari. Viste le dimensioni del sistema solare la seguente approssimazione è lecita,  $SA, SB, VA, VB \gg AB$ .

### Esercizio 3 : Cellule elettrizzate (16 punti)

La citometria di flusso (in inglese “FACS - Fluorescence Activated Cell Sorting”) è un metodo per contare, selezionare e isolare alcune particelle (cellule viventi, per esempio), le quali, dopo essere state specificatamente contrassegnate con un colore fluorescente, sono inserite individualmente in un flusso laminare verso un detector ottico, e poi contate.

Questa procedura è per esempio utilizzata per diagnosticare certi tipi di cancro. Il funzionamento della macchina per la citometria di flusso è illustrato nella seguente figura



Le cellule da separare, sospese in un liquido, sono introdotte dentro l'apparecchio dall'alto e poi forzate a passare l'una vicina all'altra dentro un tubo molto sottile.

Durante il loro passaggio dentro questo tubo, viene misurata la loro fluorescenza. L'estremità del tubo è sottoposta a una vibrazione di una particolare frequenza che garantisce che il liquido esca dal tubo formando delle gocce distanziate in maniera regolare, ciascuna delle quali contenga al più una cellula.

In funzione del colore osservato, la goccia che contiene una data cellula riceverà una certa carica all'uscita dal tubo.

Le gocce sono poi deviate in funzione della loro carica dagli elettrodi. Quindi vengono raccolte da ricettacoli differenti. Le gocce che non contengono alcuna cellula sono scartate.

#### Dati

Diametro di una goccia:  $d = 50 \mu\text{m}$

Flusso attraverso il tubo:  $F = 50 \mu\text{l}/\text{min}$

Temperatura nell'apparecchio:  $T = 37^\circ\text{C}$

Potenza del laser:  $P = 20 \text{ mW}$

Diametro del raggio laser  $s = 10 \mu\text{m}$

Lunghezza d'onda del laser:  $\lambda_1 = 488 \text{ nm}$

Lunghezza d'onda della luce emessa dal fluorocromo:  $\lambda_2 = 525 \text{ nm}$

Tensione elettrica dentro alle placche di deviazione:  $U = 12 \text{ kV}$

Distanza tra le placche di deviazione:  $l = 2 \text{ cm}$

Calore specifico dell'acqua:  $c_a = 4186 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

#### Indicazioni

L'energia  $E$  di un fotone è proporzionale alla sua frequenza  $f$ , in particolare  $E = h \cdot f$ , dove  $h$  è la costante di Planck.

- i. (1 pt) Qual è il volume di una goccia d'acqua?
- ii. (1.5 pt) Quante gocce al secondo lasciano il tubo?
- iii. (3 pt) Quanti fotoni al secondo vengono emessi dal laser?
- iv. (2.5 pt) Consideriamo una goccia dentro il fascio del laser e supponiamo che la totalità della luce emessa dal laser sia assorbita dalle molecole fluorescenti e trasformata in luce di lunghezza d'onda maggiore che è completamente emessa. Qual è l'energia trasmessa al massimo alle gocce?
- v. (2.5 pt) Se tutta questa energia fosse completamente trasformata in calore, di quanto aumenterebbe la temperatura di una goccia al massimo?

La goccia riceve la carica elettrica  $q$  ed è deviata dagli elettrodi.

- vi. (1 pt) Quanto vale il campo elettrico dentro agli elettrodi?
- vii. (1.5 pt) Qual è la direzione della forza che agisce sulle gocce? Precisare da quali grandezze dipende questa forza.
- viii. (3 pt) Descrivere la traiettoria delle gocce con un'equazione della forma  $y(x)$  durante il transito tra le placche. Si suppone che passando dagli elettrodi le gocce abbiano una velocità iniziale nulla. Qual è la forma di questa traiettoria?

## Multiple choice : solution

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Question 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Question 8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Question 11	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Question 16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 17	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Question 19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Question 21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Question 22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

## Problèmes théoriques : solutions

### Problème 1 : Solution : Hélium en hy- pothémie (16 points)

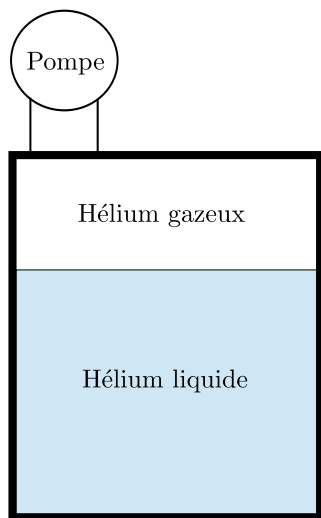


Figure 1: Normal

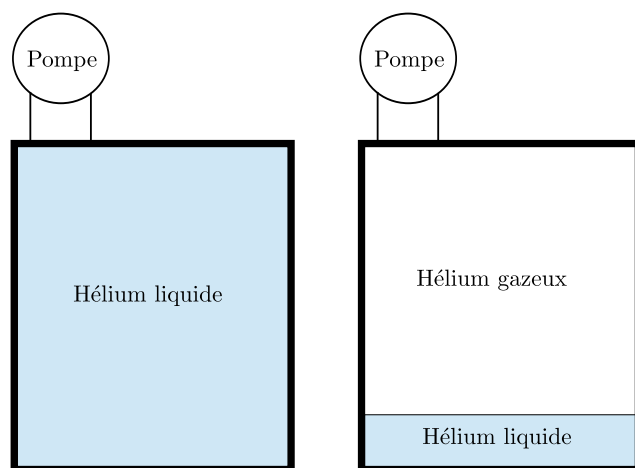


Figure 2: Plein

Figure 3: Vide

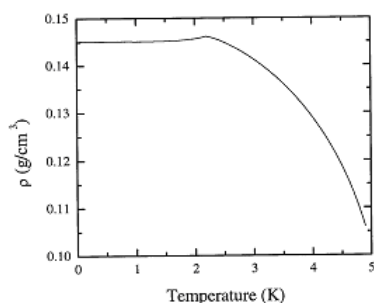


Figure 4: Source : “The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure” by Russell J. Donnelly and Carlo F. Barenghi

**i. (3 pts)** Expliquez pourquoi l’hélium commence à s’évaporer quand on démarre la pompe.

La pression au dessus du bain descend en dessous de la pression de vapeur saturante de l’hélium il y aura donc évaporation (**3pts**).

Cela aurait pour effet d’augmenter la pression du gaz et le phénomène cesserait lorsque la pression partielle du liquide égale la pression de vapeur saturante. Mais comme la pompe a pour effet de maintenir une pression très faible au-dessus du liquide, le liquide s’évapore continuellement.

Le phénomène est un petit peu plus compliqué car la pression de vapeur saturante change en fonction de la température (et moins significativement de la pression) et comme l’ébullition a pour effet de refroidir le liquide, la pression de vapeur saturante baisse aussi ce qui freine un peu la vitesse d’évaporation (**bonus +1pt**).

**ii. (3 pts)** Soit 300 ml d’hélium liquide à 4.3 K et à pression atmosphérique; quelle quantité de chaleur faut-il fournir pour évaporer ce liquide ?

La quantité d’énergie requise est donnée par le produit de la chaleur latente de vaporisation et de la quantité d’hélium (en masse ou en nombre de moles).

Il y a  $V = 300$  ml d’hélium liquide à 4.3 K. La masse volumique de l’hélium est de  $\rho = (0.125 \pm 0.003)$  g/cm<sup>3</sup> à cette température selon la fig. 8. La masse d’hélium en jeu est de  $m = \rho V = (0.125 \pm 0.003) \cdot 300 = 37.5 \pm 0.9$  g. Cela donne un nombre de mole d’hélium liquide égal à  $n = \frac{m}{m_a} = \frac{(37.5 \pm 0.9)}{4.0026} = (9.37 \pm 0.2)$  mol.

Il ne reste plus qu’à multiplier par la chaleur latente d’évaporation pour obtenir la réponse :  $\Delta Q = nL_v = (9.37 \pm 0.2) \cdot 81 = (759 \pm 18)$  J.

**Total 3pts :**

+1 pour la réponse algébrique

+2 pour l’application numérique

-0.5 pt par erreur

-1 pt si la réponse n’est pas dans la marge d’erreur

**iii. (4 pts)** En utilisant le bilan de chaleur, montrez que la température de la couche de liquide très proche de la surface baisse lorsque la pompe est en marche. Quels sont les deux facteurs, liés à la couche, qui ont le plus d’influence sur la

température du reste du bain ? Expliquez surtout qualitativement, un traitement mathématique donne droit à un bonus.

Tant que la pompe est en marche, l'évaporation de l'hélium aura lieu à la surface. La chaleur nécessaire  $Q$  pour évaporer l'hélium est prise au liquide, on a donc un bilan de chaleur négatif pour le liquide (**1pt**). Comme  $Q = cm\Delta T = cphS(T_f - T_v)$  la température finale du liquide proche de la surface doit être plus petite que  $T_v$  (**1pt**). Ici  $c$  est la chaleur massique de l'hélium liquide,  $h$  l'épaisseur de liquide proche de la surface et  $S$  la surface exposée à l'évaporation.

Pour affecter significativement la température totale du bain, il faut que la masse refroidie soit conséquente par rapport à la masse totale du bain (**1pt**). La température de cette masse joue aussi un rôle : plus elle est basse, plus elle refroidira le bain (**1pt**).

**La suite n'est pas nécessaire pour obtenir les points**, c'est seulement une preuve plus formelle des réponses (on peut donner un bonus de 1pt).

On émet l'hypothèse que l'épaisseur de la couche concernée par l'évaporation est constante. En considérant que le bain chauffe la masse refroidie on peut écrire un autre bilan de chaleur :

$$cm(T_f - T) = cm_{bain}(T_{bain} - T_f)$$

Pour  $T$  et  $T_{bain}$  fixés on a

$$T_f = \frac{T_{bain} + T \frac{m}{m_{bain}}}{1 + \frac{m}{m_{bain}}}$$

Comme  $T < T_{bain}$ , on peut écrire  $T = \alpha T_{bain}$  avec  $\alpha < 1$  et  $r = \frac{m}{m_{bain}}$

$$T_f = T_{bain} \frac{1 + \alpha r}{1 + r} \quad (1)$$

plus le rapport de la masse refroidie et de la masse du bain devient grand, plus la température du bain descend jusqu'à atteindre:  $\lim_{r \rightarrow \infty} T_f = \alpha T_{bain} = T$

plus la température de la masse refroidie se rapproche de 0, plus la température du bain descend jusqu'à atteindre:  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} T_f = \frac{T_{bain}}{1+r}$

On pourrait penser que le liquide se refroidit spontanément sans ajout d'énergie de l'extérieur, mais il faut actionner la pompe pour abaisser la pression au dessus du bain. (bonus +0.5pt)

**iv. (3 pts)** Que dire du taux de refroidissement de l'hélium liquide des figures 6 et 7 ? Lequel est le plus élevé ? Et pourquoi ?

On émet l'hypothèse que l'épaisseur de la couche concernée par l'évaporation est constante. Dans le cas 6, la surface exposée à l'évaporation est très faible, la quantité de liquide refroidi est proportionnellement faible, de plus le bain a une grande inertie thermique car il est plein (**1pt**).

Dans le cas 7, la surface évaporée est grande, de plus la masse totale du bain est relativement faible (**1pt**).

En écrivant

$$\frac{m}{m_{bain}} = \rho h \frac{S}{m_{bain}} = cte \frac{S}{m_{bain}}$$

et en utilisant l'équation (1), il apparaît clairement que le taux de refroidissement du bain de la figure 7 est plus fort car le rapport  $\frac{S}{m_{bain}}$  est plus grand que dans la figure 6 (**1pt**).

**v. (3 pts)** On veut maintenant utiliser ce principe pour fabriquer un frigo. Qu'est-ce qui va empêcher le frigo de maintenir une température pérenne (stable dans le temps) dans le modèle illustré par la figure 5 ? Que faudrait-il faire pour y remédier ? Bonus : quels sont les paramètres techniques qui permettent d'ajuster la température ?

L'hélium va s'évaporer et il n'y en aura plus pour abaisser la température (**1pt**).

Il faut rajouter une entrée d'hélium liquide (**2pt**).

Les paramètres sont la puissance de la pompe et le débit d'hélium liquide qui rentre dans l'enceinte (**bonus +0.5 pt**).

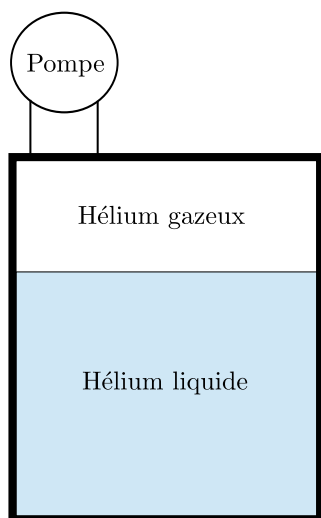
**Problème 2 : Solution : Helium (16 points)**

Figure 5: Normal

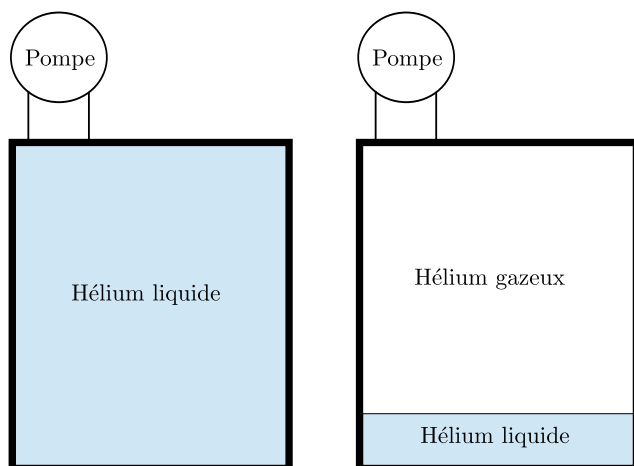


Figure 6: Plein

Figure 7: Vide

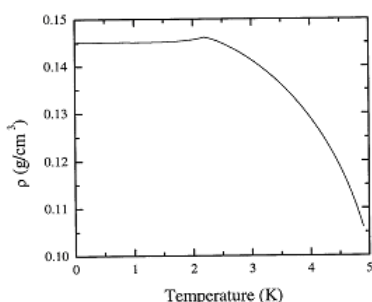


Figure 8: Source : “The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure” by Russell J. Donnelly and Carlo F. Barenghi

**i. (3 pts)** Explain why helium starts evaporate when one starts the pump.

The pressure above the bath drops below the saturated vapor pressure of helium, the liquid helium will then start evaporate. **(3pts)**.

If the pump wasn't there, the liquid would stop evaporate as soon as the pressure of the gas equals the saturated vapor pressure. But the pump take the evaporated gas away, therefore maintaing the helium boiling.

The pheneomenon is a little bit more complicated because the temperature drops as the liquid evaporates and the saturated vapor pressure drops as well, thus slowing down the process. However the pump maintains the pressure always below the saturated vapor pressure. **(bonus +1pt)**.

**ii. (3 pts)** Be 300 ml of liquid helium at 4.3 K and atmospheric pressure; how much heat one must give to evaporaote that liquid ?

The energy required is given by the product of the latent heat and the quantity of helium involved (could be the mass or the numbr of moles)

There is  $V = 300$  ml of liquid helium at 4.3 K. The density of helium at this temperature is  $\rho = (0.125 \pm 0.003)$  g/cm<sup>3</sup> according to fig. 8. The liquid helium mass is  $m = \rho V = (0.125 \pm 0.003) \cdot 300 = 37.5 \pm 0.9$  g. The number of mole is therefore  $n = \frac{m}{m_a} = \frac{(37.5 \pm 0.9)}{4.0026} = (9.37 \pm 0.2)$  mol.

Then the heat needed to evaporate this helium is :  $\Delta Q = nL_v = (9.37 \pm 0.2) \cdot 81 = (759 \pm 18)$  J.

**Total 3pts :**

+1 For algebra :  $\Delta Q = nL_v$

+2 For numerics and right units

-0.5 pt per mistake

-1 pt if answer is not within the uncertainty range

**iii. (4 pts)** Using heat conservation show that the temperature of the layer of liquid just below the surface drops while the pump is working. What are the two parameter, linked to the layer, that has the most influence on the rest of the bath temperature? Explain mostly qualitatively, a mathematical treatment gives a bonus.

As long as the pumps is working, the liquid helium will evaporate at surface. The heat  $Q$  necessary for that phase transition is taken to the liquid, the heat balance is then negative for the liquid **(1pt)**. As  $Q = cm\Delta T = c\rho hS(T_f - T_v)$  the final temperature of the liquid close form the surface must be smaller than  $T_v$  **(1pt)**. Here  $c$  is



the specific heat of liquid helium,  $h$  the thickness of the layer close to the surface and  $S$  the surface exposed to the pump.

To affect significantly the temperature of the whole the bath, the cooled mass should be somewhat comparable to the mass of the rest of the bath (**1pt**). The temperature of this mass also plays a role : the colder it is, the more cooling power it gets towards the bath (**1pt**).

**Following is not necessary to get full marks**, it is only a more formal answer (on peut donner un bonus de 1pt).

We assume the thickness of the liquid below the surface concerned by the heat exchange is constant. If we consider that the bath loses its heat into the cooled mass we can write the conservation of heat within the bath :

$$cm(T_f - T) = cm_{bath}(T_{bath} - T_f)$$

For  $T$  and  $T_{bath}$  fixed we get

$$T_f = \frac{T_{bath} + T \frac{m}{m_{bath}}}{1 + \frac{m}{m_{bath}}}$$

As  $T < T_{bath}$ , we can write  $T = \alpha T_{bath}$  with  $\alpha < 1$  and  $r = \frac{m}{m_{bath}}$

$$T_f = T_{bath} \frac{1 + \alpha r}{1 + r} \quad (2)$$

the bigger the ratio  $r$ , the cooler the bath temperature until it reaches:  $\lim_{r \rightarrow \infty} T_f = \alpha T_{bath} = T$

the closer the cooled mass gets to  $0K$ , the lower the bath temperature drops until it reaches:  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} T_f = \frac{T_{bath}}{1+r}$

One might think that the liquid would spontaneously cool without any external energy, but in order to decrease the pressure the pump needs to work (bonus +0.5pt if this is somewhat mentioned)

**iv. (3 pts)** What can you say about the cooling rate of the figures 6 and 7 ? Which one is higher ? And why ?

We assume the thickness of the liquid below the surface concerned by the heat exchange is constant. In the case 6, the exposed surface is very small, therefore the quantity of liquid cooled is very small. Moreover the bath has a large thermal inertia as it is full (**1pt**).

In the case 7, the exposed surface is larger and the quantity of liquid is small as the bath is nearly empty (**1pt**).

Writing

$$\frac{m}{m_{bath}} = \rho h \frac{S}{m_{bath}} = cte \frac{S}{m_{bath}}$$

and using equation (2), it appears clearly that the cooling rate of 7 is larger because  $\frac{S}{m_{bath}}$  is larger than for 6 (**1pt**).

**v. (3 pts)** Now we want to use that principle to build a fridge. What will prevent the temperature to be stable in time in the design of figure 5 ? What should we do to solve this issue ? Bonus : what are the technical parameters that allow us to adjust the temperature?

The helium will evaporate entirely and there will be not more to decrease the temperature (**1pt**).

One must add some liquid helium into the bath (**2pt**).

The technical parameters are the power of the pump (tune the evaporation rate) and the flow of liquid helium into the bath (tune the size of the bath), one has to adjust the until reaching an equilibrium (**bonus +0.5 pt**).

### Problème 3 : Solution : Venus Transit (16 points)

Location	Start of transit	End of transit
Cairo (A)	5:39:09	11:04:35
Durban (B)	5:35:52	11:10:07

Table 1: Measurement data [credit: <http://www.phy6.org/stargaze/Svenus3.htm>]

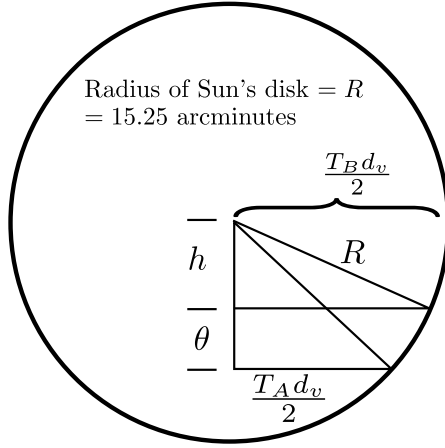


Figure 9: Geometry of Venus transit. [Image credit: <http://brightstartutors.com/blog/2012/the-transit-of-venus>]

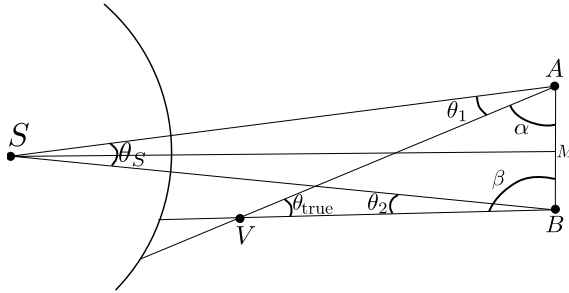


Figure 10: Effect of Solar parallax on measurement of Venus parallax.

1. If we assume that the angular separations in the problem are small, we can work in a planar geometry and apply Pythagoras' theorem to get the parallax of Venus. From Fig. 9 we have that

$$\theta = \sqrt{R^2 - \left(\frac{T_A d_v}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - \left(\frac{T_B d_v}{2}\right)^2} \quad (3)$$

(2 Points for equation)

Inserting

$$T_A = 11:04:35 - 5:39:09 = 19526 \text{ s} \quad (4)$$

$$T_B = 11:10:07 - 5:35:52 = 20055 \text{ s} \quad (5)$$

$$d_v = 0.0669 \text{ arcsec/sec} \quad (6)$$

(1 Point for both times) we get

$$\theta \simeq 18.5 \text{ arcsec} \quad (7)$$

(2 Point, for correct result, unit conversion error 1 point)

2. Since each observer measures the position of Venus relative to "his own Sun" we need to account for the fact that they see the Sun under slightly different angles. This is shown in Fig 10. Looking at the triangles SMA and SMB we have

$$\theta_{\text{true}} = 180 - \alpha - \beta \quad (8)$$

$$180 = x\theta_S + 90 + \alpha + \theta_1 \quad (9)$$

$$180 = (1 - x)\theta_S + 90 + \beta - \theta_2 \quad (10)$$

(For each relation 1 point if quoted in one or another form)

and therefore  $\theta_{\text{true}} = \theta_1 - \theta_2 + \theta_S$  (if quoted full 4 points). The quantity  $\theta_1 - \theta_2$  is our estimate from the previous exercise.

3. To determine the parallax of the Sun we need to know the distance from Earth to Venus in terms of the AU. Kepler's third law allows us to relate the distances from Venus and Earth to the Sun to their orbital periods, so if  $d_{ES} = 1 \text{ AU}$  then

$$d_{VS} = \left(\frac{T_V}{T_E}\right)^{\left(\frac{2}{3}\right)} d_{ES} \simeq 0.72 \text{ AU} \quad (11)$$

Therefore  $d_{EV} = 0.28 \text{ AU}$ . (2 points for Kepler. Numerical result at that stage not needed)

We can therefore relate the parallax of Venus and the Sun through

$$\theta_S = \frac{d_{EV}}{d_{ES}} \theta_{\text{true}} \quad (12)$$

which allows us to calculate  $\theta_S$  as  $\theta_S = \left(\frac{d_{ES}}{d_{EV}} - 1\right)^{-1} (\theta_1 - \theta_2) = 7.19 \text{ arcsec}$ . (2 Points)

The distance Earth-Sun can be calculated with

$$d_{ES} = \frac{d_{AB}}{2 \tan\left(\frac{\theta_S}{2}\right)} \quad (13)$$

(2 points) to be

$$1 \text{ AU} \simeq 1.66 \times 10^8 \text{ km} \quad (14)$$

(1 point for correct numerical value)

Comparing our estimate with the precise measurement of  $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$  we note that we are approximately 10 % off the true value. This is probably due to our various simplifying assumptions like assuming that planets move on circular orbits and that the Earth does not rotate.

**Problème 4 : Solution : FACS (16 points)** Variante 2 :

Durchmesser eines Tropfens:  $d = 50 \mu\text{m}$   
 Fluss durch das Rohr:  $F = 50 \mu\text{l}/\text{min}$   
 Temperatur im Gerät  $T = 37^\circ\text{C}$   
 Leistung des Lasers:  $P = 20 \text{ mW}$   
 Durchmesser des Laserlichtstrahls:  $s = 10 \mu\text{m}$   
 Wellenlänge des Laserlichts:  $\lambda_1 = 488 \text{ nm}$   
 Wellenlänge des vom Fluorophor ausgesendeten Lichts:  $\lambda_2 = 525 \text{ nm}$   
 Spannung zwischen den Elektroden:  $U = 12 \text{ kV}$   
 Distanz zwischen den Elektroden:  $l = 2 \text{ cm}$   
 Spezifische Wärmekapazität von Wasser:  
 $c_W = 4186 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

**i. (1 pt) Was ist das Volumen eines Wassertropfens?**

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{50 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2}\right)^3 \\ &= 6.5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3 = 6.5 \cdot 10^{-2} \text{ nl} \\ &= 65 \text{ pl} \end{aligned}$$

- 1/2 P für die korrekte Formel
- 1/4 P für das Einsetzen der Werte
- 1/4 P für das korrekte Ergebnis (egal ob in Kubikmeter oder Liter)

**ii. (1.5 pts) Wieviele Wassertropfen verlassen pro Sekunde das Rohr?**

- $\frac{1}{2}$  P für die Formel:

$$N_{\text{Tropfen}} = \frac{F}{V}$$

- $\frac{1}{2}$  P für das Einsetzen der Werte (inkl. richtiger Dimension!). Es gibt verschiedene Rechenwege:

Variante 1 :

$$\begin{aligned} N_{\text{Tropfen}} &= \frac{F}{V} = \frac{50 \mu\text{l}/\text{min}}{6.5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3} \\ &= \frac{50 \mu\text{l}/\text{min} / (60 \text{ s}/\text{min})}{6.5 \cdot 10^{-5} \mu\text{l}} \\ &= 1.28 \cdot 10^4 \text{ Hz} \\ &\simeq 13 \text{ kHz} \Rightarrow 13000 \text{ Tropfen} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{Tropfen}} &= \frac{F}{V} = \frac{50 \mu\text{l}/\text{min}}{6.5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3} \\ &= \frac{50 \cdot 10^{-6} \text{ l}/\text{min} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{l}}{6.5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3} \\ &= \frac{50}{6.5} \cdot 10^5 / \text{min} \\ &= 7.7 \cdot 10^5 / \text{min} / (60 \text{ s}/\text{min}) \\ &\simeq 13 \text{ kHz} \Rightarrow 13000 \text{ Tropfen} \end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$  P für das Schlussergebnis (nur  $\frac{1}{4}$  P falls es sich auf Minuten bezieht statt auf Sekunden)

**iii. (3 pts) Wieviele Photonen werden von der Laserquelle pro Sekunde ausgesendet?**

- $\Delta E = N_{ph} \cdot h \cdot f$  ( $\frac{1}{2}$  Punkt)
- $f = \frac{c}{\lambda}$  ( $\frac{1}{2}$  Punkt)
- $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$  ( $\frac{1}{2}$  Punkt)

$$\begin{aligned} N_{ph} &= \frac{P \cdot \lambda \cdot \Delta t}{h \cdot c} \\ &= \frac{(20 \cdot 10^{-3} \text{ W}) \cdot (488 \cdot 10^{-9} \text{ m}) \cdot (1 \text{ s})}{(6.6 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}) \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})} \\ &= 4.9 \cdot 10^{16} \end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$  P für korrektes Umformen
- $\frac{1}{2}$  P für Einsetzen der Werte
- $\frac{1}{2}$  P für Schlussergebnis

**iv. (2.5 pts) Schauen wir einen Wassertropfen im Laserstrahl an und nehmen wir an, dass die gesamte vom Laser ausgesendete Lichtmenge von den Fluoreszenzmolekülen absorbiert und in Licht längerer Wellenlänge umgewandelt wird, welches vollständig emittiert wird. Wieviel Energie wird maximal auf den Tropfen übertragen?**

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{\text{Laser}} - E_{\text{emission}} \\ &= h \cdot f_{\text{Laser}} - h \cdot f_{\text{emission}} \quad (\frac{1}{2} \text{ Punkt}) \end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$  P für korrekte Berücksichtigung der Anzahl Photonen pro Tropfen (oder Pro Zeiteinheit), es muss einfach aufgehen

- $\frac{1}{2}$  P für Kombination dieser Formeln inklusive  $c = f \cdot \lambda$

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{N_{ph}/\Delta t}{N_T/\Delta t} \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{Laser}}} - \frac{N_{ph}/\Delta t}{N_T/\Delta t} \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{Laser}}} \\ \Delta E &= \frac{N_{ph}/\Delta t}{N_T/\Delta t} \cdot h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{\lambda_{\text{Laser}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{emission}}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{4.9 \cdot 10^{16} \text{ J/s}}{1.3 \cdot 10^4 \text{ s}} \cdot (6.6 \cdot 10^{34} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}) \\ &\quad \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot (\frac{1}{488 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{525 \cdot 10^{-9} \text{ m}}) \\ &= 1.1 \cdot 10^{-7} \text{ J}\end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$ P für Einsetzen der Werte
- $\frac{1}{2}$ P für Endergebnis

**v. (2.5 pts)** Würde diese Energie vollständig in thermische Energie umgewandelt, um wie viel Grad würde sich der Wassertropfen maximal erwärmen?

- $\Delta E = m \cdot c_w \cdot \Delta T$  ( $\frac{1}{2}$  Punkt)
  - $m = \rho \cdot V$  ( $\frac{1}{2}$  Punkt)
  - $\frac{1}{2}$ P für das Umformen & Kombination der Formel
- $$\Delta T = \frac{\Delta E}{m \cdot c_w} = \frac{\Delta E}{\rho \cdot V \cdot c_w}$$

$$\begin{aligned}\Delta T &= \frac{1.1 \cdot 10^{-7} \text{ J}}{(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \cdot (6.5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3) \cdot (4.18 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}})} \\ &= 0.4 \text{ K}\end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$ P für Einsetzen der Werte
- $\frac{1}{2}$ P für Endergebnis

**vi. (1 pt)** Wie gross ist das elektrische Feld zwischen den Elektroden?

$$\begin{aligned}E &= \frac{U}{l} = \frac{12 \cdot 10^3 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \\ &= 6 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}\end{aligned}$$

- $\frac{1}{2}$ P für die Formel
- $\frac{1}{4}$ P für Einsetzen der Werte
- $\frac{1}{4}$ P für Endergebnis

**vii. (1.5 pts)** Skizziere die Richtung der Kräfte, die auf den Tropfen wirken. Gib dabei an, von welchen Grössen diese Kräfte abhängen.

- $\frac{1}{4}$ P für elektrische Kraft  $F_E$  senkrecht zu Kondensatorplatten
- $\frac{1}{4}$ P für Gravitationskraft  $F_G$  parallel zu den Kondensatorplatten
- $\frac{1}{2}$ P für  $F_E = q \cdot E$  oder  $F = q \cdot \frac{U}{l}$
- $\frac{1}{2}$ P für  $F_G = m \cdot g$

**viii. (3 pts)** Erstelle einen Ausdruck für die Flugbahn  $y(x)$  der Tropfen zwischen den Platten. Nimm dabei an, dass der Tropfen vor dem Passieren der Elektroden keine Anfangsgeschwindigkeit hatte. Welche Form hat diese Bewegung?

- $\frac{1}{2}$ P für  $y(t) = \frac{1}{2} g t^2$
- $\frac{1}{2}$ P für  $x(t) = \frac{1}{2} a t^2$
- $\frac{1}{2}$ P für  $a = \frac{F_E}{m} = \frac{q E}{m}$
- $\frac{1}{2}$ P für Einsetzen des einen in das Andere aus  $x(t)$  folgt:  $t^2 = \frac{2 x m}{q E}$   
 $y(x) = \frac{1}{2} g (\frac{2 x m}{q E}) = \frac{m g}{q E} x$
- 1P für die Feststellung/Erklärung, dass dies die Gleichung einer Geraden mit Steigung  $\frac{m g}{q E}$  ist.
- ( $\frac{1}{2}$ P Abzug fallst statt  $y(x)$  für  $x(y)$  gerechnet wurde)