Tarea 12

OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF **ENTRENAMIENTO 2016**
Fecha de entrega: martes 30 de agosto.

Problema 50, varios.

1) En la superficie de Venus la temperatura media es 460º C y la presión es de 92 atmósferas terrestres. La atmósfera es casi toda CO_2 y la temperatura permanece constante. Suponiendo que toda la atmósfera de Venus está a la misma temperatura.

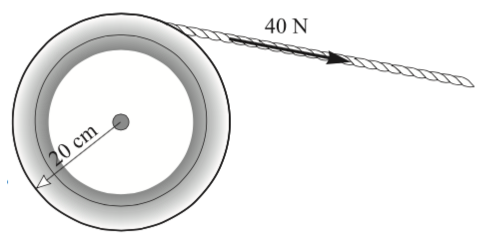
a) ¿Cuál es la presión atmosférica un kilometro arriba de la superficie de Venus? Exprese su respuesta en atmósferas de Venus y en atmósferas de la Tierra.

b) ¿Cuál es la rapidez eficaz de las moléculas de CO_2 en la superficie de Venus y a una altura de 1.00 km?

2) ¿Cuál es el momento de inercia de una esfera sólida homogénea de 10 kg de masa y radio de 20 cm, alrededor de un eje que pasa por su centro?

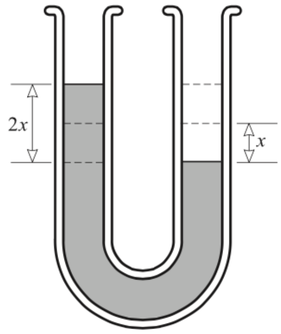
3) Una rueda de 6.0 kg de masa y de radio de giro de 40 cm rueda a 300 rpm. Encuentre su momento de inercia y su EC rotacional.

4) Como se muestra en la figura, una fuerza constante de 40 N se aplica tangencialmente al borde de una rueda de 20 cm de radio. La rueda tiene un momento de inercia de $30\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Encuentre a) la aceleración angular, b) la rapidez angular después de 4.0 s, si parte del reposo y c) el número de revoluciones realizadas en 4.0 s. d) Demuestre que el trabajo efectuado sobre la rueda en los 4.0 s es igual a la energía cinética rotacional de la rueda al cabo de los 4.0 s.



5) Un enorme rodillo en forma de cilindro uniforme es jalado por un tractor para compactar la tierra. Este rodillo tiene 1.80 m de diámetro y un peso de 10 kN. Si los efectos de la fricción son despreciables, ¿qué potencia promedio debe tener el tractor para acelerar desde el reposo hasta una rapidez de 4.0 m/s en una distancia horizontal de 3.0 m?

6) Se vierte mercurio dentro de un tubo de vidrio en U. Normalmente el mercurio se encuentra a la misma altura en ambas columnas, pero, cuando se le perturba, oscila arriba y abajo de brazo a brazo. Un centímetro de la columna de mercurio tiene una masa de 15.0 g. Suponga que la columna se desplaza como se muestra, después se libera y oscila sin fricción. Calcule a) la constante efectiva del resorte en este movimiento y b) su periodo de oscilación.



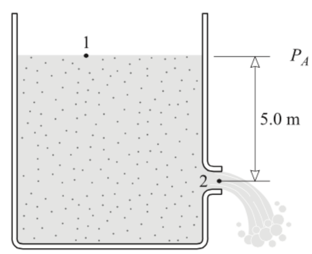
7) Un alambre de metal de 75.0 cm de longitud y 0.130 cm de diámetro se alarga 0.0350 cm cuando se le cuelga una carga de 8.00 kg en uno de sus extremos. Encuentre el esfuerzo, la deformación y el módulo de Young para el material del alambre.

8) Una pelota de 15 kg y 4.0 cm de radio está suspendida de un punto ubicado a 2.94 m sobre el piso por medio de un alambre de hierro cuya longitud no alargada es de 2.85 m. El diámetro del alambre es de 0.090 cm y su módulo de Young es 180 GPa. Si la pelota se pone a oscilar de tal manera que su centro pase por el punto más bajo de su trayectoria a 5.0 m/s, ¿a qué distancia del piso pasará la pelota? Analice cualquier aproximación que haga.

9) De manera experimental se encuentra que por un tubo cuyo diámetro interno es de 7.0 mm salen exactamente 250 mL de flujos de fluido en un tiempo de 41 s. ¿Cuál es la rapidez promedio del fluido en el tubo?

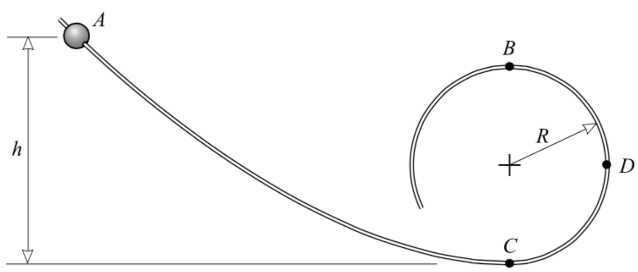
10) Un acueducto de 14 cm de diámetro interno (d.i.) surte agua (a través de una cañería) al tubo de la llave de 1.00 cm de d.i. Si la rapidez promedio en el tubo de la llave es de 3.0 cm/s, ¿cuál será la rapidez promedio en el acueducto?

11) Un tanque abierto en su parte superior tiene una abertura de 3.0 cm de diámetro que se encuentra a 5.0 m por debajo del nivel del agua contenida en el tanque. ¿Qué volumen de líquido saldrá por minuto a través de dicha abertura?

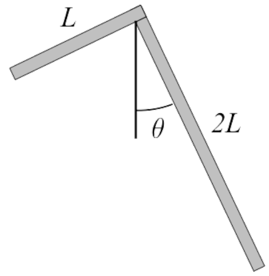


12) El agua fluye a la tasa de 30 mL/s a través de una abertura que se encuentra en el fondo de un tanque grande donde el líquido tiene una profundidad de 4.0 m. Calcule la tasa con que escapa el agua si a su nivel superior se le agrega una presión de 50 kPa.

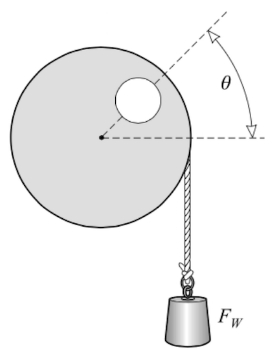
13) Como se muestra en la figura, una cuenta de 20 g resbala desde el reposo en el punto A a lo largo de un alambre sin fricción. Si h tiene 25 cm y R tiene 5.0 cm, ¿cuál es la magnitud de la fuerza que el alambre debe ejercer sobre la cuenta en a) el punto B y b) el punto D?



14) La escuadra que se muestra en la figura cuelga en reposo de una clavija. Está fabricada con una hoja de metal uniforme. Uno de los brazos tiene una longitud de L cm y el otro tiene $2L$ cm de longitud. Calcule el ángulo θ que forma cuando está colgada.



15) El disco sólido uniforme de radio b puede girar libremente alrededor del eje que pasa por su centro. A través del disco se perfora un agujero de diámetro D cuyo centro está a una distancia r del eje. El peso del material extraído es F_{Wh}. Calcule el peso F_W de un objeto que cuelga de un hilo enrollado en el disco para que éste se mantenga en equilibrio en la posición que se muestra.



Problema 51, modelo de atmósfera adiabática.

Un modelo realista de la atmósfera de la Tierra considera que "bolsas" de aire al subir o bajar de altura se expanden o contraen sin recibir o ceder calor a los alrededores, ya que dicha transferencia es muy lenta. A tales procesos en los que no se recibe o cede calor se les llama *adiabáticos*.

En tales circunstancias, y por la presencia de la fuerza de gravedad, la presión p, la densidad de masa ρ y la temperatura T del aire dependen de la altura z sobre el nivel medio del mar ($z = 0$), es decir

$$p = p(z), \quad \rho = \rho(z), \qquad T = T(z) \tag{1}$$

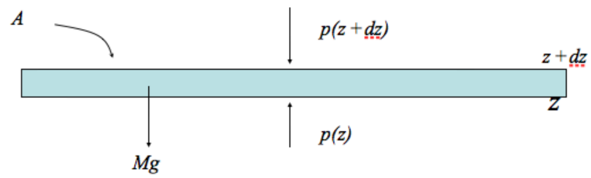
Si la atmósfera la suponemos en equilibrio mecánico, sin vientos ni corrientes, la condición de adiabaticidad es

$$p(z)\,[\rho(z)]^{-\gamma} = \text{constante} \tag{2}$$

donde $\gamma = 1.4$, es una constante. Suponiendo que el aire puede aproximarse como un gas ideal y compuesto tan sólo de nitrógeno, con μ la masa de un mol de tal sustancia.

Parte I: Equilibrio mecánico del aire en la atmósfera.

Considere un elemento o "rebanada" de atmósfera como se muestra en la figura. Tal elemento se encuentra a una altura z; tiene un ancho dz y es de sección transversal A arbitraria. Establezca la condición de equilibrio mecánico del aire en la atmósfera, es decir, encuentre la ecuación diferencial que satisface la presión $p(z)$ en términos de la densidad del aire $\rho(z)$ y constantes fundamentales, al tomar el límite $dz \to 0$. Llame g a la aceleración de la gravedad.



Parte II: Presión, densidad y temperatura a una altura z.
Suponiendo que la presión y la temperatura tienen los valores p_0 y T_0 al nivel medio del mar (z = 0), resuelva las siguientes preguntas

1. Encuentre una expresión para la presión $p(z)$
2. Encuentre una expresión para la densidad $\rho(z)$
3. Encuentre una expresión para la temperatura $T(z)$
4. Encuentre una expresión para la altura máxima z_{max}, hasta donde este modelo puede ser válido.

Parte III: Estimación de la altura de una montaña.
Es un hecho experimental que la temperatura a la que hierve un líquido depende de la presión a la que se encuentra. Del inciso anterior observamos que la presión atmosférica cambia con la altura. Por lo tanto, a diferentes alturas los líquidos hierven a diferentes temperaturas.

Considere la ecuación de Clausius-Clapeyron que nos indica cómo cambia la presión de un líquido como función de la temperatura, al momento de la ebullición,

$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{ebullicion} = \frac{l}{T\left(V_g - V_l\right)} \tag{3}$$

donde l es el calor necesario para convertir un mol de líquido en un mol de vapor (calor latente). T es la temperatura de ebullición medida en grados Kelvin. V_l y V_g son los volúmenes que ocupa un mol cuando es líquido y cuando es vapor, respectivamente, a la temperatura de ebullición correspondiente. Típicamente el volumen molar del gas es muchísimo más grande que el volumen molar del líquido.

Se sabe que un líquido hierve a la temperatura de 105 C° en la base de una montaña y que lo hace a 95 C° en la parte más alta. Estime la altura de la montaña. Indique las suposiciones y aproximaciones que haga. El calor latente del líquido es l=1000 calorías/mol.

Las siguientes cantidades pueden ser de utilidad:
1 Caloría = 4.186 J
R= 8.314 J/mol K (Constante Universal de los Gases)
μ= 0.014 kg/mol (masa molar del nitrógeno)
$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$

Problema 52, Ciclotrón.

El ciclotrón fue inventado por Ernest O. Lawrence y M. S. Livingston en Berkeley (California, EE. UU.), en el año 1932. Consiste en un acelerador de partículas cargadas, las cuales debido a la fuerza de Lorentz y a un potencial acelerador pueden adquirir energía suficiente como para impactar sobre un blanco y producir una reacción nuclear. Un esquema simplificado, se muestra en la figura 1 (dibujo original de la patente).

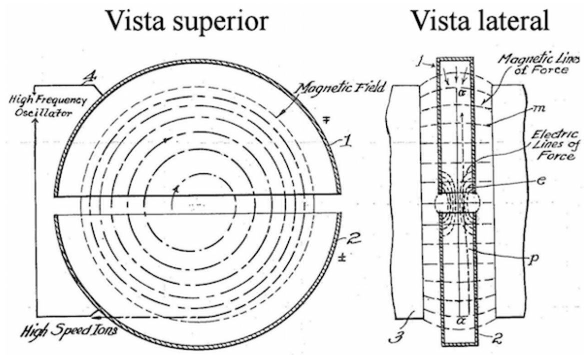


fig 1. Detalle de las placas del Ciclotrón. Los electroimanes con forma de letras "D" están indicados con 1 y 2.

Básicamente el ciclotrón consiste en dos regiones de campo magnético uniforme en forma de letra "D" entre las cuales se establece una diferencia de potencial, cuya polaridad se invierte periódicamente cuando la partícula pasa de una "D" a otra. Para este problema considere que no se alcanzan velocidades relativistas.

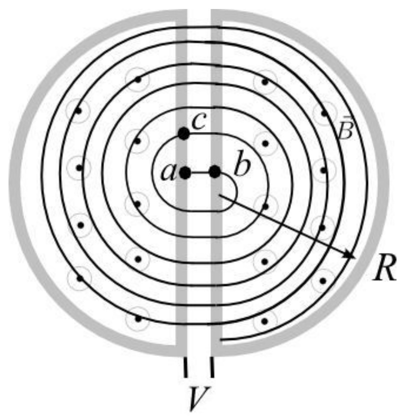


fig. 2 Trayectoria de una partícula en el ciclotrón.

a) Considere que una partícula de carga q y masa m parte del reposo en el punto a y es acelerada por la diferencia de potencial V. Determine la velocidad v_b con la que llega al punto b y el radio de la trayectoria que describe dentro de la "D", en donde existe un campo magnético de intensidad uniforme $\vec{B}$.

b) Determine la frecuencia f con que debe oscilar la polaridad del potencial V para que la partícula referida en la pregunta **(a)**, sea acelerada cada vez que pasa por la región entre las "D" (frecuencia de ciclotrón).

c) Determine la energía cinética de salida de la partícula referida en la pregunta **(a)**, si el radio del ciclotrón es R.

Se ha investigado la opción de introducir en el punto a del ciclotrón una sustancia radiactiva como el Cm (curio), que emite partículas α ($^4_2$He) con una velocidad inicial v_α, de forma que sea posible aumentar la energía cinética de salida de las partículas α, sin necesidad de aumentar el radio del ciclotrón.

Considerando la ecuación de desintegración radiactiva:

$$^{240}_{96}\mathrm{Cm} \;\rightarrow\; ^{4}_{2}\mathrm{He} \;+\; ^{236}_{94}\mathrm{Pu} \tag{4}$$

d) Determine la energía cinética de la partícula α y del núcleo de plutonio en retroceso. Considere el núcleo de Cm en reposo.

e) Determine la velocidad v_α de la partícula α emitida.

Considere un ciclotrón de radio R de 0,5 m que opera con un campo magnético uniforme $B = 2$ T y un potencial acelerador $V =$ 500 kV. Teniendo en cuenta que ahora la partícula en el punto a tiene una velocidad inicial v_α, calcule la velocidad v_1 con que llega al punto c y el radio r_1 de la trayectoria dentro de la "D" izquierda (fig. 2).

f) Obtenga la expresión para la velocidad v_n y el radio r_n de la trayectoria después de que la partícula haya realizado n vueltas en torno al centro del ciclotrón.

---

velocidad de la luz en el vacío	c	$299,792,458$ m/s
permeabilidad del vacío	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ NA^{-2}
permisividad del vacío	ϵ_0	8.8×10^{-12} F/m
constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$
carga del electrón	e	-1.6×10^{-19} C
masa electrón	m_e	9.1×10^{-31} kg
masa protón	m_p	1.6×10^{-27} kg
unidad masa atómica	u	$1.661 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 931.4\,\mathrm{MeV/c^2}$
numero atómico del oro (Au)	$Z_{Au} = 79$	
masa del Polonio	$M_{Po} = 209.982857\,\mathrm{u}$	
masa del Plomo	$M_{Pb} = 205.974449\,\mathrm{u}$	
masa del Helio	$M_{He} = 4.002603\,\mathrm{u}$	
masa del Curio	$M_{Cm} = 240.05552\,\mathrm{u}$	
masa del Plutonio	$M_{Pu} = 236.046060\,\mathrm{u}$	
masa partícula alfa	$M_\alpha = 4.002603\,\mathrm{u}$	