

Tarea 9

OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF
Fecha de entrega: 16 mayo 2016

ENTRENAMIENTO 2016

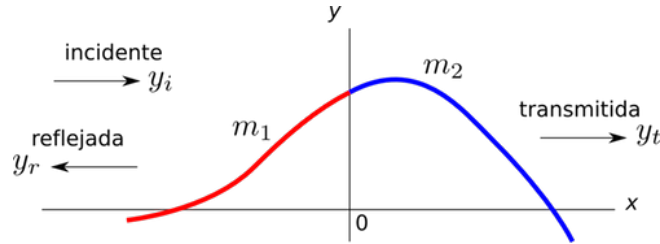
Problema 35, Reflexión de ondas en una cuerda.

Se tienen dos cuerdas de diferente densidad unidas en un punto ($x = 0$), la cuerda que se extiende a la izquierda del eje x ($x \leq 0$) tiene densidad lineal de masa m_1 , por otra parte la cuerda que extiende a la derecha del eje x ($x \geq 0$) tiene densidad lineal de masa m_2 . Una onda incidente que viaja en el sentido positivo del eje x , a través de la cuerda de la izquierda, es reflejada y transmitida en el punto de unión de ambas cuerdas. La onda transmitida se propaga a través de la cuerda de la derecha y en el mismo sentido que la onda incidente, mientras que la onda reflejada se propaga en sentido contrario de la onda incidente sobre la cuerda de la izquierda (ver figura).

Sea:

$$\begin{aligned} \text{onda incidente: } y_i(x, t) &= A_i \sin(\omega t - k_1 x) & x \leq 0 \\ \text{onda reflejada: } y_r(x, t) &= A_r \sin(\omega t + k_1 x) & x \leq 0 \\ \text{onda transmitida: } y_t(x, t) &= A_t \sin(\omega t - k_2 x) & x \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

donde A_i , A_r , A_t corresponde a las amplitudes de las onda incidente, reflejada y transmitida respectivamente. Nota que la frecuencia de oscilación ω de las ondas es la misma en ambas cuerdas (o medios), sin embargo la velocidad de propagación es diferente $v_1 = \omega/k_1$, $v_2 = \omega/k_2$ (la velocidad de una onda que se propaga en una cuerda esta dada por $v = \sqrt{T/m}$, donde T es la tensión y m la densidad lineal de masa).



El problema consiste en determinar los coeficientes de reflexión y transmisión definidos de la siguiente manera:

$$R \equiv \frac{A_r}{A_i} \quad T \equiv \frac{A_t}{A_i} \quad (2)$$

Para ellos considera las siguientes dos propiedades físicas que deben satisfacer las cuerdas en el punto de unión ($x = 0$):

1. Las dos cuerdas no se despegan, siempre se mantienen unidas.
2. Si no hay ninguna fuerza externa en el punto de unión, entonces la componente transversal de la fuerza en ambas cuerdas debe ser la misma en el punto de unión, ¿por qué? Puedes verificar que, en general, cuando una onda se propaga en una cuerda la fuerza, en la componente transversal, en cualquier punto sobre la cuerda esta dada por: $F_y = T \frac{dy}{dx}$, donde T es la tensión en la cuerda.

a) Determina los coeficientes de reflexión y transmisión: R y T , en términos de las velocidades de propagación de la onda en cada cuerda, v_1 y v_2 .

De acuerdo a los resultados obtenidos, podrás verificar que el coeficiente de transmisión es siempre positivo. Sin embargo, el coeficiente de reflexión R puede tomar valores negativos, ¿cuando sucede esto? En este caso significa que la onda reflejada está desfasada un valor de π respecto de la onda incidente. Esto mismo sucede para cualquier tipo de onda, en especial para las ondas electromagnéticas -es decir, la luz- dependiendo de el cambio del índice de refracción entre dos medios, el índice de refracción, a su vez, está relacionado con la velocidad de propagación de las ondas en el medio.

b) Determina los coeficientes de reflexión y transmisión: R y T , ahora en términos de las densidades lineales de masa de cada cuerda.

c) Ahora considera el caso donde solo está la cuerda de la izquierda y en $x = 0$ la cuerda está fija al origen, en $x \geq 0$ hay una pared. Considera una onda que se propaga en la cuerda y describe la situación, ¿hay un cambio de fase en la onda reflejada? Considera la misma situación pero ahora la cuerda no está fija en $x = 0$, sino que está libre de moverse verticalmente, ¿hay un cambio de fase?

d) Por conservación de energía y de momento (en la dirección transversal) en el punto de unión de la cuerda, determina las expresiones de las velocidades de propagación de la onda en cada cuerda: v_1 y v_2 , en términos de las densidades lineales de masa m_1 y m_2 . El resultado es análogo a la colisión de dos partículas de masas m_1 y m_2 .

e) Considera la colisión de dos partículas 1 y 2 de masas m_1 y m_2 respectivamente, antes de la colisión la partícula 2 está en reposo y la partícula 1 se mueve con velocidad v_1 . Si ambas partículas se mueven únicamente en el eje x , determina las velocidades de ambas partículas, v'_1 y v'_2 , después de la colisión en términos de las masas de las partículas, compara con el resultado anterior.

Problema 36, Polarización de las ondas electromagnéticas.

La polarización es una propiedad de las ondas transversales, en especial de las ondas electromagnéticas, y hace referencia al plano de vibración de la onda. En las ondas electromagnéticas por convención el plano de polarización lo define el plano que contiene al campo eléctrico \mathbf{E} .

En la figura (1) se muestra una onda electromagnética que se propaga en la dirección del eje z (la dirección de propagación de la onda está determinada por el vector \mathbf{k} ($|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$); el campo eléctrico \mathbf{E} oscila en la dirección del eje x mientras que el campo magnético oscila en la dirección y (en una onda electromagnética que se propaga en el vacío, el vector del campo magnético \mathbf{B} siempre es perpendicular al campo \mathbf{E}).

La onda que se muestra en la figura está polarizada linealmente en la dirección del eje x . Cuando el vector del campo eléctrico \mathbf{E} oscila siempre en la misma dirección se conoce como **polarización lineal**.

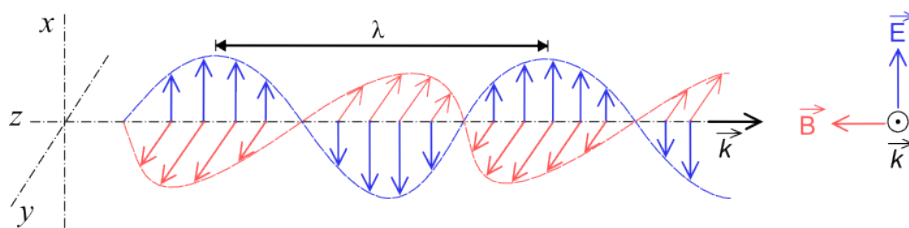


Figura 1: Polarización lineal de una onda electromagnética, para todo tiempo el campo eléctrico está contenido en el plano zx .

Estado de polarización de las ondas electromagnéticas.

En general el vector del campo eléctrico \mathbf{E} en una onda electromagnética puede cambiar de dirección y girar sobre el plano perpendicular al de propagación de la onda y describir una circunferencia o una elipse, como se muestra en la figura siguiente:

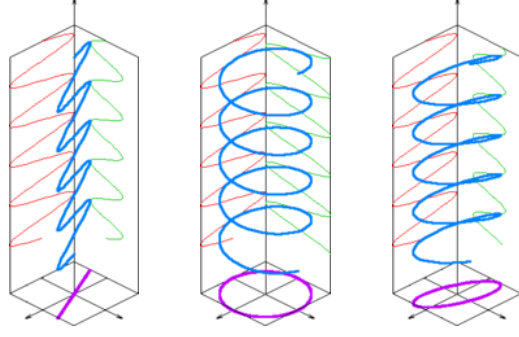


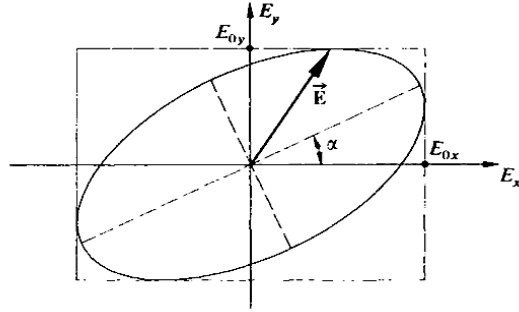
Figura 2: Estados de polarización de las ondas electromagnéticas, polarización lineal, circular y elíptica.

Para analizar el estado de polarización general de una onda supongamos una onda electromagnética que se propaga en la dirección z . El vector de campo eléctrico \mathbf{E} está contenido en el plano $x - y$. Cada una de sus componentes, sobre cada eje, se comporta como una onda de frecuencia ω :

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(kz - \omega t + \phi_1) \\ E_y &= E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi_2) \end{aligned} \quad (3)$$

E_{0x} y E_{0y} corresponde a la amplitud de las componentes en los ejes x , y respectivamente. Supongamos que ambas componentes difieren en una fase $\Delta \equiv \phi_1 - \phi_2$. De esta manera el campo eléctrico queda determinado por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_x \hat{\mathbf{i}} + E_y \hat{\mathbf{j}} \\ |\mathbf{E}|^2 &= E_1^2 \cos^2(kz - \omega t + \phi_1) + E_2^2 \cos^2(kz - \omega t + \phi_2) \end{aligned} \quad (4)$$



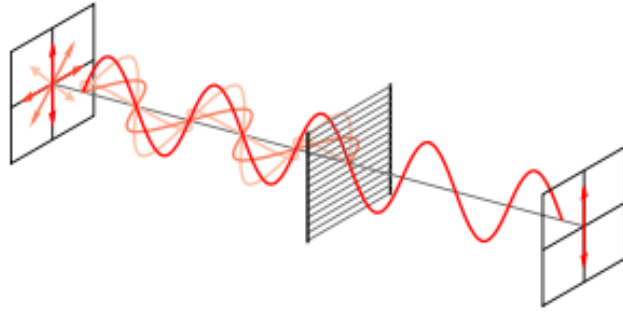
1 Demuestra a partir de las componentes del campo eléctrico (3), que el vector el campo eléctrico \mathbf{E} describe una elipse rotada cuya ecuación es:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos(\phi_1 - \phi_2) + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \sin^2(\phi_1 - \phi_2) \quad (5)$$

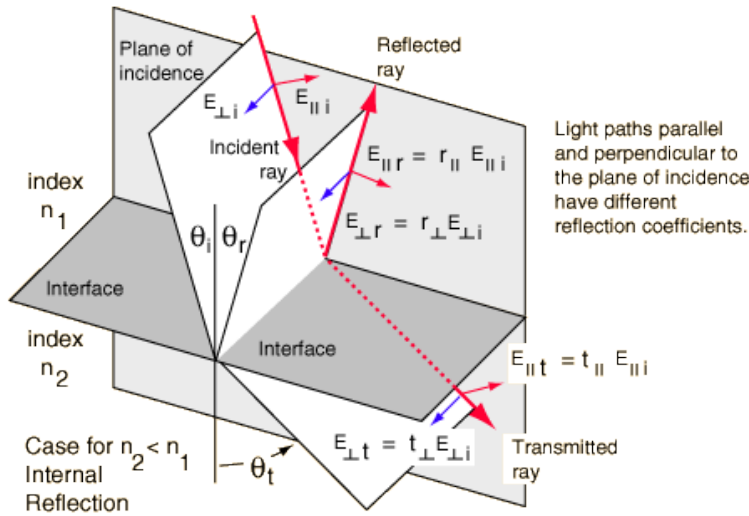
Determina el ángulo α en función de los parámetros E_{0x} , E_{0y} y $\Delta = \phi_1 - \phi_2$

2 Verifica el estado de polarización de la onda cuando $|\Delta| = 0, \pi, \pi/2$; cómo modifica las propiedades de propagación de la onda el signo de la diferencia de fase Δ , es decir que pasa cuando $\Delta < 0$ ó $\Delta > 0$.

En general las ondas electromagnéticas de una fuente de luz no están polarizadas (¿la luz de un láser está polarizada?). Sin embargo al hacerla pasar a través de un medio que absorbe todas la componentes del campo que están fuera de un *eje óptico*, característico del material, la luz queda polarizada. Estos dispositivos se conocen como *polarizadores*.



Otra manera de obtener luz polarizada es a través de reflexión de la luz. Cuando la luz incide sobre un material, una parte de la luz es reflejada y otra transmitida, las propiedades de reflexión y transmisión de la luz en cada una de las componentes del vector del campo eléctrico están determinadas por las ecuaciones de Fresnel. Si descomponemos al vector \mathbf{E} en dos componentes, una de ellas perpendicular al plano de incidencia E_{\perp} y otra paralela al plano E_{\parallel} .



Las componentes paralela y perpendicular del campo eléctrico reflejadas y transmitidas obedece las ecuaciones de Fresnel, que se obtiene a partir de las condiciones que deben satisfacer los campos electricos en la frontera de dos medios de índice diferente, nota la analogia con el problema anterior de la onda que se propaga en una cuerda de diferente densidad. Las ecuaciones de Fresnel son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{componente} \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{\perp r}}{E_{\perp i}} \right) = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \\ t_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{\perp t}}{E_{\perp i}} \right) = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \end{array} \right. & \quad \text{componente} \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{\parallel r}}{E_{\parallel i}} \right) = \frac{n_1 \cos \theta_t - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \\ t_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{\parallel t}}{E_{\parallel i}} \right) = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (6)$$

Se definen los coeficientes de reflexión perpendicular r_{\perp} , reflexión paralela r_{\parallel} ; transmisión perpendicular t_{\perp} y transmisión paralela t_{\parallel} .

3 Demuestra que los coeficientes de reflexión y transmisión se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} r_{\perp} &= -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} & r_{\parallel} &= -\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \\ t_{\perp} &= -\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} & t_{\parallel} &= -\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \end{aligned} \quad (7)$$

4 Determina el ángulo de incidencia θ_B (en función de los índices n_1 y n_2) para el cual la luz reflejada esta polarizada linealmente en el plano perpendicular al plano de incidencia.

5 Responde a las siguientes preguntas, justifica tus respuestas:

- ¿Hay un cambio de fase en las componentes transmitidas (paralela y perpendicular) del campo eléctrico?
- ¿Hay un cambio de fase en las componentes reflejadas (paralela y perpendicular) del campo eléctrico?

Problema 37, talachas matemáticas.

1) Una sucesión de números reales, es una progresión aritmética (PA) si la diferencia entre cada término y el anterior es constante. La constante en una PA se llama diferencia común, denotemos como d . Para que una PA quede completamente definida, además de especificar su diferencia común d , debemos especificar el primer término de la progresión que usualmente se denota a_1 .

a) Sea $\{a_j\}_{j \in \mathbb{N}}$ una progresión aritmética cuyo primer término es a_1 y cuya diferencia común es d . Demostrar que la suma de los primeros n términos es:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \quad (8)$$

b) A partir de la igualdad anterior calcula la suma de los primeros 100 números naturales.

2) Una sucesión de números reales es una progresión geométrica (PG) si el cociente de cada término con el anterior es constante. Esta constante se llama razón común y la denotaremos con la letra r . Para que una PG quede completamente definida, debemos especificar el primer término de la progresión que denotaremos a_1 y la razón común r . De esta manera el n -ésimo término de la progresión queda establecido por $a_n = a_1 r^{n-1}$.

La suma de los primeros n términos de la PG:

$$\begin{array}{rcl} S_n & = & a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + \dots + a_1 r^{n-1} \\ rS_n & = & a_1 r + a_1 r^2 + \dots + a_1 r^{n-1} + a_1 r^n \\ \hline S_n - rS_n & = & a_1 - a_1 r^n \end{array} \quad (9)$$

$$\boxed{S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}} \quad \text{si} \quad \begin{cases} |r| < 1 \\ n \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{S_\infty = \frac{a_1}{1-r}} \quad (10)$$

Ejercicios.

a) Calcula el valor de la siguiente suma:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots = \quad (11)$$

b) Sabiendo que: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, calcula la siguiente suma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)} = \quad (12)$$

c) Encuentra el valor de los enteros m y n de las siguientes fracciones escrita en su forma decimal:

$$\begin{aligned} 0.1\overline{83} &= 0.1838383\dots = \frac{m}{n} \\ 1.4\overline{17} &= \frac{m}{n} \\ 0.\overline{61} &= \frac{m}{n} \end{aligned} \quad (13)$$

- d) Se construye una pila de 20 cubos cuyas aristas forman una progresión geométrica de razón $4/5$. Hallar el volumen de la pila en m^3 si el cubo mayor tiene una arista de 60 cm.
- 3) La **inducción matemática** es un método que permite demostrar una regla, propiedad, teorema, etc. que se cumple para cualquier entero positivo n . El principio de inducción matemática consiste en los siguientes dos “pasos”:
- 1 Demostrar o verificar que se cumple para $n = 1$
 - 2 Demostrar que si se cumple para $n = k \geq 1$ entonces debe cumplirse para $n = k + 1$
- a) Demostrar por inducción matemática que:

$$1^1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (14)$$

- b) Demostrar por inducción matemática que:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots)^2 \quad (15)$$

Problema 38

Introducción

Se le llama *meteoroides* a una pequeña partícula (normalmente menor de 1 m) que se desprende de un cometa o un asteroide. A un meteoroides que impacta en el suelo se le llama meteorito.

La noche del 17 de enero de 2009, muchas personas pudieron observar cerca del Mar Báltico el rastro brillante de un meteoroides que caía en la atmósfera terrestre. El evento fue grabado en video por una cámara de vigilancia en Suecia, véase Fig. 1.1(a). A partir de estas imágenes, y del relato de los testigos, fue posible delimitar el área del impacto. Seis semanas después se encontró un meteorito de masa 0.025 kg en las cercanías de un pueblo llamado Maribo al sur de Dinamarca. Las medidas tomadas del meteorito, al que llamaron Maribo, y su órbita en el cielo mostraron resultados interesantes. Su velocidad en el momento de entrada en la atmósfera había sido particularmente alta. Su edad, 4.567×10^9 años, indica que se formó poco tiempo después de la formación del sistema solar. El meteorito Maribo es posiblemente una parte del Cometa Encke.

La velocidad del meteorito Maribo

La bola de fuego viajaba en dirección oeste, con una orientación de 285° respecto al norte, hacia el lugar donde posteriormente se encontró el meteorito, tal como se muestra esquemáticamente en la Fig. 1.1. El meteorito se encontró a 195 km de la cámara de seguridad con una orientación de 230° respecto al norte.

1.1	Usando esta información y los datos de la Fig. 1.1. calcula la velocidad media del meteorito en el intervalo de tiempo entre los cuadros (frames) 155 y 161 de la figura 1.1. La curvatura de la Tierra y la fuerza gravitacional sobre el meteorito pueden despreciarse.	1.3
-----	---	-----

¿Se funde el meteorito al atravesar la atmósfera?

El rozamiento o fricción del aire con un meteoroides que viaja a través de la capa superior de la atmósfera depende de manera complicada de su forma y velocidad, así como de la temperatura y la densidad de la atmósfera. Una aproximación razonable para la fuerza de rozamiento F en la capa superior de la atmósfera está dada por la expresión $F = -k\rho_{\text{atm}}Av^2$, donde k es una constante, ρ_{atm} es la densidad atmosférica, A el área de la sección transversal del meteorito y v su velocidad.

Para analizar el meteoroides de manera aproximada, se consideran las siguientes simplificaciones: El objeto que entró en la atmósfera fue una esfera de masa $m_M = 30$ kg, con un radio $R_M = 0.13$ m, a una temperatura $T_0 = 200$ K, y con una velocidad $v_M = 2.91 \times 10^4$ m/s. La densidad de la atmósfera puede considerarse constante, $\rho_{\text{atm}} = 4.1 \times 10^{-3}$ kg/m³, su valor a 40 km sobre la superficie de la Tierra. Considere que el coeficiente de fricción es $k = 0.60$.

1.2a	Estima el tiempo que tarda en reducirse la velocidad del meteoroides en un 10% (de v_M a $0.90 v_M$), una vez que entra en la atmósfera. Supón que el meteoroides conserva su masa y su forma. Puedes despreciar la fuerza gravitacional sobre el meteoroides.	0.7
------	---	-----

1.2b	Calcula cuántas veces es mayor la energía cinética E_{kin} del meteoróide al entrar en la atmósfera, comparada con la energía E_{melt} que se necesitaría para que se fundiera completamente (ver la Hoja de Datos).	0.3
------	--	-----

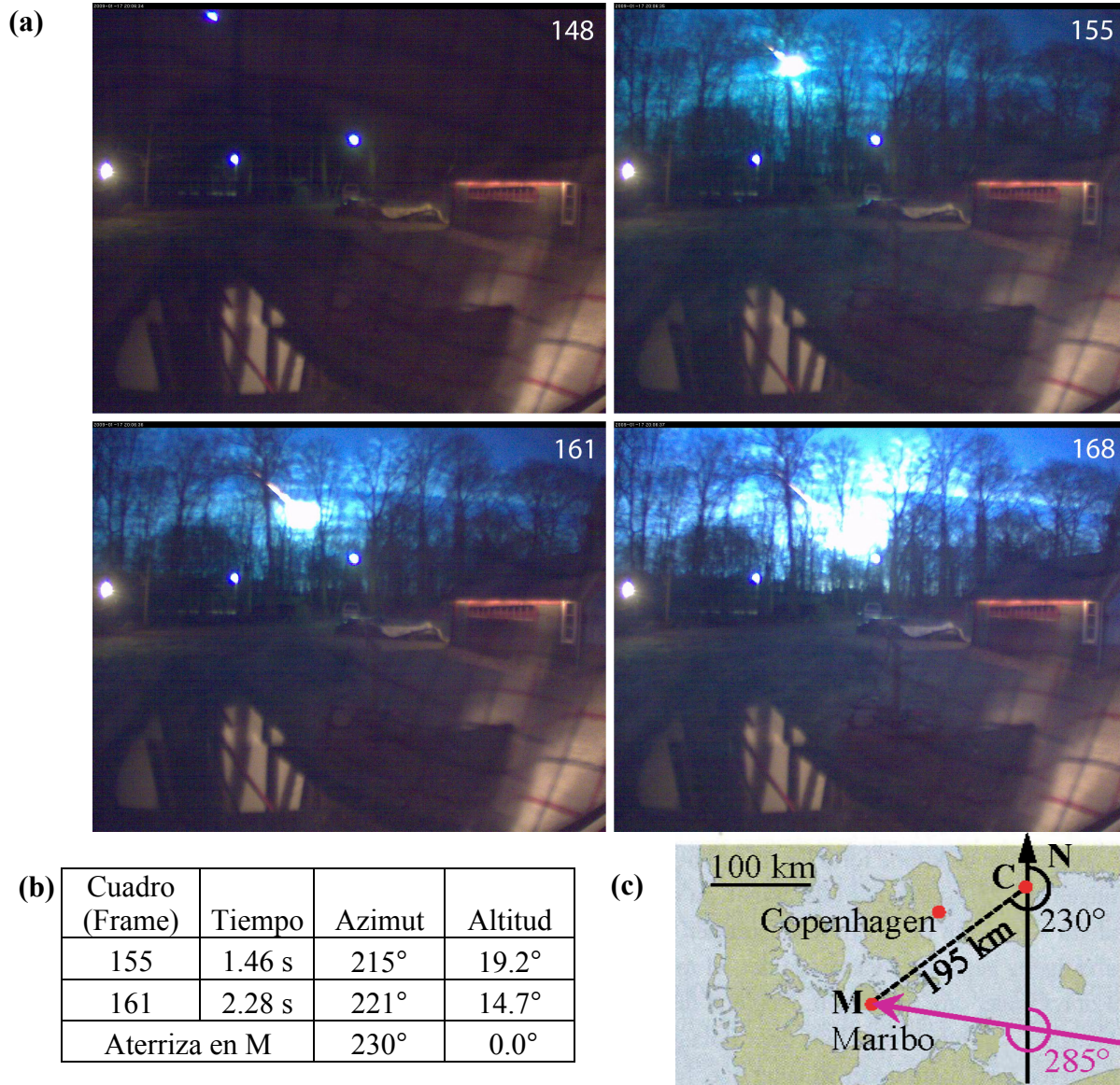


Figura 1.1 El azimut es la posición angular respecto al norte en el sentido de las manecillas del reloj. La altitud es la posición angular sobre el horizonte. **(a)** Serie de cuadros (frames) grabados por la cámara de seguridad en Suecia que muestran el movimiento del meteoróide Maribo como una bola de fuego cayendo a través de la atmósfera. **(b)** Datos de dos cuadros indicando el tiempo, la dirección (azimut) en grados, como lo registró la cámara C, y la altura sobre el horizonte (altitud) en grados. **(c)** Esquema de la trayectoria del meteoróide Maribo (flecha magenta) relativa al norte N, y del punto de impacto M en Dinamarca tal como se vio desde la cámara C.

Calentamiento del Maribo durante su caída en la atmósfera

Cuando el meteoróide Maribo entró en la atmósfera a una velocidad supersónica, se percibió como una bola de fuego debido a que el aire que lo rodeaba brillaba intensamente. No obstante, sólo se calentó su capa más externa. Supongamos que el Maribo es una esfera homogénea con densidad ρ_{sm} , calor específico c_{sm} y conductividad térmica k_{sm} (véase la Hoja de Datos para consultar los valores). Se estima que su temperatura al entrar en la atmósfera era $T_0 = 200$ K y que, durante la caída a través de la atmósfera, su temperatura superficial se mantuvo constante a $T_s = 1000$ K debido al rozamiento con el aire. Durante este intervalo de tiempo su interior se calentaba gradualmente.

El grosor x de dicha capa caliente puede ser estimada por medio de un análisis dimensional, en el que se propone como el producto de las potencias de los parámetros termodinámicos: $x \approx t^\alpha \rho_{sm}^\beta c_{sm}^\gamma k_{sm}^\delta$, donde t es el tiempo de caída desde que entra a la atmósfera.

1.3a	Determina por análisis dimensional el valor de las cuatro potencias α , β , γ y δ .	0.6
1.3b	Calcula el grosor x después de un tiempo de caída de $t = 5$ s, y determina el cociente x/R_M .	0.4

La edad del Maribo

Las propiedades químicas de los elementos radioactivos pueden ser diferentes, por lo que durante la cristalización de los minerales en un meteorito dado, algunos minerales tendrán un alto contenido de un elemento radiactivo específico y otros un bajo contenido del mismo. Esta diferencia se puede usar para determinar la edad de un meteorito por la datación radiométrica de sus minerales radiactivos.

Como ejemplo concreto, estudiaremos el isótopo ^{87}Rb (elemento número 37), el cual decae (o se desintegra) al isótopo estable ^{87}Sr (elemento número 38), con un tiempo de vida media de $T_{1/2} = 4.9 \times 10^{10}$ años, relativo al isótopo estable ^{86}Sr . En el momento de la cristalización, el cociente $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ era idéntico para todos los minerales, mientras que el cociente $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ era diferente. A medida que el tiempo transcurre, la cantidad de ^{87}Rb disminuye por decaimiento (o desintegración), y en consecuencia, aumenta la cantidad de ^{87}Sr . Como resultado de este proceso, el cociente $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ será diferente al del día de hoy. En la Fig. 1.2 (a), los puntos de la línea horizontal se refieren al cociente $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ de diferentes minerales en el momento que se cristalizan.

(a)	(b)
-----	-----

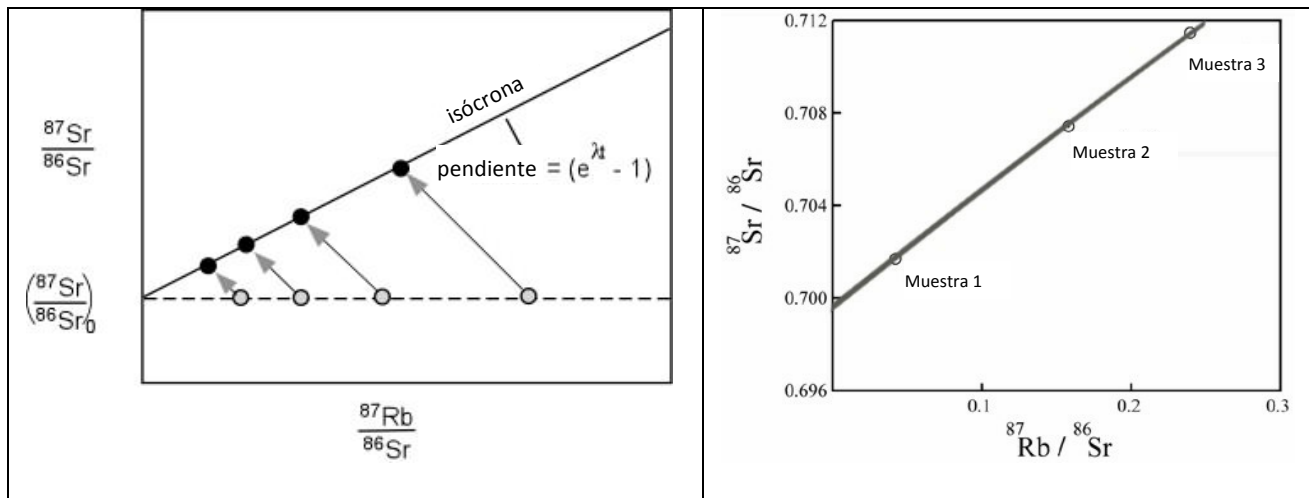


Figura 1.2 (a) Cociente $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ de distintos minerales en el tiempo $t=0$ de cristalización (círculos vacíos) y al día de hoy (círculos rellenos). **(b)** Línea isócrona para tres muestras minerales diferentes extraídas de un meteorito en la actualidad.

1.4a	Escribe el esquema de desintegración para la transformación de $^{87}_{37}\text{Rb}$ a $^{87}_{38}\text{Sr}$.	0.3
1.4b	Muestra que el cociente de $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$, como función del cociente de $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$, ambos al día de hoy, de diferentes muestras minerales del mismo meteorito, es una línea recta, llamada isócrona, con pendiente $a(t) = (e^{\lambda t} - 1)$. En esta expresión t es el tiempo transcurrido desde la cristalización de los minerales y λ es la constante de desintegración, inversamente proporcional al tiempo de vida media $T_{1/2}$.	0.7
1.4c	Determina la edad τ_M del meteorito usando la línea isócrona de la Fig. 1.2(b).	0.4

Cometa Encke, probablemente el origen del Maribo

En su órbita alrededor del Sol, las distancias mínima y máxima entre el cometa Encke y el Sol son $a_{\min} = 4.95 \times 10^{10} \text{ m}$ y $a_{\max} = 6.16 \times 10^{11} \text{ m}$, respectivamente.

1.5	Calcula el período orbital t_{Encke} del cometa Encke.	0.6
-----	---	-----

Consecuencias del impacto de un asteroide en la Tierra

Hace 65 millones años chocó contra la Tierra un enorme asteroide de densidad $\rho_{\text{ast}} = 3.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, radio $R_{\text{ast}} = 5.0 \text{ km}$ y velocidad final $v_{\text{ast}} = 2.5 \times 10^4 \text{ m/s}$. Este impacto resultó en el exterminio de la mayor parte de la vida en la Tierra y en la formación del enorme cráter Chicxulub. Suponiendo que el día de hoy un asteroide idéntico golpeará a la Tierra en un choque completamente inelástico, responde las preguntas de los siguientes incisos. Considera que el momento de inercia de la Tierra es 0.83 veces el de una esfera homogénea de la misma masa y radio. Recuerda que el momento de inercia de una esfera homogénea con masa M y radio R es $\frac{2}{5}MR^2$. Desprecia también cualquier cambio en la órbita de la Tierra.

1.6a	El asteroide golpea el Polo Norte. Encuentra las condiciones para que el cambio de la orientación angular del eje de la Tierra después del impacto sea máximo. Calcula dicho cambio.	0.7
1.6b	El asteroide golpea el ecuador radialmente. Encuentra el cambio $\Delta\tau_{\text{vrt}}$ del periodo de rotación de la Tierra después del impacto.	0.7
1.6c	El asteroide golpea a la Tierra tangencialmente en el plano ecuatorial. Encuentra el cambio $\Delta\tau_{\text{tan}}$ del periodo de rotación de la Tierra después del impacto.	0.7

Máxima velocidad de impacto

Considera un cuerpo celeste bajo la influencia gravitacional del Sol, que impacta en la superficie de la tierra con velocidad v_{imp} . Inicialmente, el efecto de la gravedad de la Tierra sobre el cuerpo puede despreciarse. Desprecia, en el momento del impacto, el rozamiento con la atmósfera, así como el efecto de cualquier otro cuerpo celeste y la rotación de la Tierra.

1.7	Calcula $v_{\text{imp}}^{\text{max}}$, el mayor valor posible de v_{imp} .	1.6
-----	--	-----

Data sheet: Table of physical parameters

Speed of light in vacuum	$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Planck's constant over 2π	$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Gravitational constant	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Gravitational acceleration	$g = 9.82 \text{ m s}^{-2}$
Elementary charge	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Electric permittivity of vacuum	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ J}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Electron mass	$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Avogadro constant	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann constant	$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Stony meteorite, specific heat	$c_{\text{sm}} = 1.2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Stony meteorite, thermal conductivity	$k_{\text{sm}} = 2.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Stony meteorite, density	$\rho_{\text{sm}} = 3.3 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Stony meteorite, melting point	$T_{\text{sm}} = 1.7 \times 10^3 \text{ K}$
Stony meteorite, specific melting heat	$L_{\text{sm}} = 2.6 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$
Silver, molar mass	$M_{\text{Ag}} = 1.079 \times 10^{-1} \text{ kg mol}^{-1}$
Silver, density	$\rho_{\text{Ag}} = 1.049 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
Silver, specific heat capacity	$c_{\text{Ag}} = 2.40 \times 10^2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Water, molar mass	$M_{\text{wa}} = 1.801 \times 10^{-2} \text{ kg mol}^{-1}$
Water, density	$\rho_{\text{wa}} = 0.998 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Water, specific heat capacity	$c_{\text{wa}} = 4.181 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Water, heat of vaporization	$L_{\text{wa}} = 2.260 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$
Water, boiling temperature	$T_{100} = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373.15 \text{ K}$
Ice, density of glacier	$\rho_{\text{ice}} = 0.917 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Steam, specific heat capacity	$c_{\text{st}} = 2.080 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Earth, mass of the	$m_E = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Earth, radius of the	$R_E = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$
Sun, mass of the	$m_S = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Sun, radius of the	$R_S = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Average Sun-Earth distance	$a_E = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$