Tarea 3

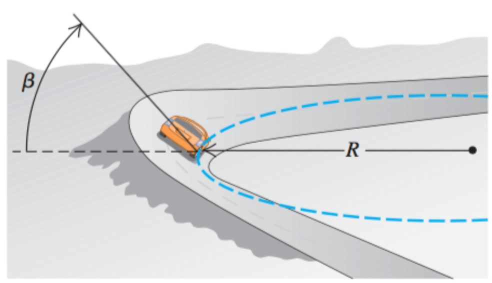
Olimpiada Mexicana de Física, SMF **Entrenamiento 2017**
Fecha de entrega: jueves 9 de febrero.

Problema 10, varios.

Resuelve al menos tres de los siguientes problemas:

1. Un automóvil deportivo va por una curva sin peralte de radio R. Si el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera es μ_s, ¿cuál es la rapidez máxima con que el conductor puede tomarse la curva sin derrapar?, Considera los siguientes valores: $\mu_s = 0.96$, $R = 230\,\mathrm{m}$

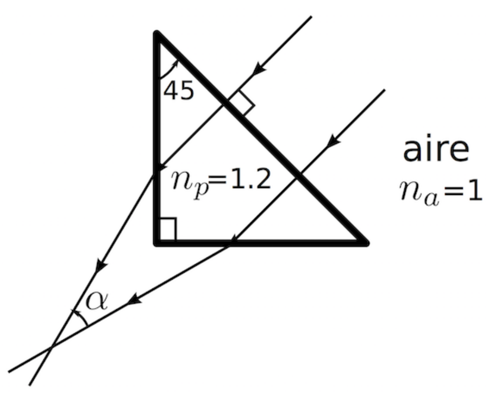
2. Para un automóvil que viaja a cierta rapidez, es posible peraltar una curva con un ángulo tal que los autos que viajan con cierta rapidez no necesiten fricción para mantener el radio con que dan vuelta. El auto podría tomar la curva aun sobre hielo húmedo. Un ingeniero propone reconstruir la curva del ejemplo anterior de modo que un auto con rapidez v pueda dar la vuelta sin peligro aunque no haya fricción. ¿Qué ángulo de peralte β debería tener la curva?



3. Estima el número de atomos que tiene tu cuerpo.

4. En un lago, un pez emite una burbuja de $2.0\,\mathrm{mm}^3$ a una profundidad de 15 m. Calcule el volumen de la burbuja cuando ésta llega a la superficie del lago. Suponga que no cambia su temperatura.

5. Dos haces de luz paralelos inciden de forma perpendicular sobre la cara de un prisma, como se muestra en la figura. Considerando que el índice de refracción del aire es $n_a = 1$ y el del prisma es $n_p = 1.2$. Calcular el ángulo α que forman los dos haces cuando se cruzan, después que emergen del prisma.



Problema 11, termodinámica 1.

Resuelve al menos tres de los siguientes problemas propuestos:

1. ¿Cuál es el volumen de un mol de gas ideal en CNPT?, escribe tu respuesta en litros.
2. Dos vasos de agua, A y B, están inicialmente a la misma temperatura. La temperatura del agua del vaso A se aumenta 10 °F; y la del vaso B, 10 K. ¿Cuál vaso está ahora a mayor temperatura?
3. La densidad del nitrógeno en condiciones TPE es de $1.25\,\mathrm{kg/m^3}$. Determine su densidad cuando el mercurio se encuentra a una temperatura de -21 °C y una presión de 730 mmHg.
4. Se encierra aire en un tubo capilar sellado en su extremo inferior por medio de una columna de mercurio. La parte superior del tubo está abierta. La temperatura es de 14 °C y la presión atmosférica es de 740 mmHg. ¿Qué longitud tendría la columna de aire atrapado si la temperatura fuera de 30 °C y la presión atmosférica de 760 mmHg?
5. Dos placas metálicas idénticas, de masa m y calor específico c, tienen diferentes temperaturas; una es de 20 °C y la otra de 90 °C. Si se colocan en buen contacto térmico, ¿cuál será su temperatura final?

Problema 12, termodinámica 2.

Resuelve al menos tres de los siguientes problemas propuestos:

1. Ley de Debye establece a temperaturas muy bajas, la capacidad calorífica molar de los sólidos varía con la temperatura como T^3; para cierto material, la ley de Debye se escribe como:

$$C = k\frac{T^3}{\Theta^3} \tag{1}$$

   donde $k = 1940\,\mathrm{J/mol\cdot K}$ y $\Theta = 281$

   a) ¿Cuánto calor se requiere para elevar la temperatura de 1.5 mol del material de 10.0 K a 40.0 K? (sugerencia: emplee la expresión diferencial de la capacidad calorífica).

   b) Calcule la capacidad calorífica molar media en este intervalo.

   c) Calcule la capacidad calorífica molar verdadera a 40.0 K.

2. Cuando hace frío, un mecanismo de pérdida de calor del cuerpo humano es la energía invertida en calentar el aire que entra en los pulmones al respirar. (a) En un día de invierno cuando la temperatura es de -20 °C, ¿cuánto calor se necesita para calentar a la temperatura corporal (37 °C) los 0.50 L de aire intercambiados con cada respiración? Suponga que la capacidad calorífica específica del aire es de $1200\,\mathrm{J/kg\cdot K}$ y que 1.0 L de aire tiene una masa de 1.3×10^{-3} kg. (b) ¿Cuánto calor se pierde por hora si se respira 20 veces por minuto?

3. Se sabe que la presión atmosférica p varía con la altura y de manera proporcional a la densidad ρ del aire de la siguiente manera:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \tag{2}$$

   (g es la aceleración de la gravedad) Suponiendo que la atmósfera se comporta como un gas ideal a temperatura constante T= 0º C, determina la dependencia de la presión atmosférica con la altura: $p\,(y)$, considera que la presión atmosférica a nivel del mar es $p_0 = 1\,\mathrm{atm} = 1.013\times10^5\,\mathrm{Pa}$.

   Bajo este modelo, cuál sería la presión atmosférica a una altura de 8500 m (altura del monte Everest).

   Datos: $R = 8.31$ J/Kmol (constante de los gases); $M = 28.8\times10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$ (masa molar del aire).

4. Titán, uno de los satélites de Saturno, tiene una atmósfera de nitrógeno. En su superficie, la presión es de 1.5 atmósferas terrestres y la temperatura es de 94 K. ¿Cuál es la temperatura de la superficie en °C?; Calcule la densidad del nitrógeno en la superficie en la atmósfera de Titán en moléculas por metro cúbico. Compara la densidad de la atmósfera superficial de Titán con la densidad de la atmósfera de la Tierra a 22 °C. ¿Cuál de ellos tiene la atmósfera más densa?

5. Tres kilomoles (6.00 kg) de gas hidrógeno a TPE se expanden isobáricamente al doble de su volumen. (a) ¿Cuál es la temperatura final del gas? (b) ¿Cuál es el trabajo de expansión efectuado por el gas? (c) ¿Cuánto cambió la energía interna del gas? (d) ¿Cuánto calor entró al gas durante la expansión? Para el H_2, $c_V = 10.0\,\mathrm{kJ/kg}$. Suponga que el hidrógeno se comportará como un gas ideal.

Problema 13, fluidos.

Resuelve al menos dos los siguientes problemas:

1. Un disco cilíndrico de madera que pesa 45.0 N y tiene un diámetro de 30.0 cm flota sobre un cilindro de aceite cuya densidad es $0.850\,\mathrm{g/cm^3}$. mide 75.0 cm de alto y tiene un diámetro igual al cilindro de madera. (a) Calcule la presión manométrica en la parte superior de la columna de aceite. b) Ahora suponga que alguien coloca un peso de 83.0 N en la parte superior del disco de madera, pero el aceite no se escurre alrededor del borde de la madera. ¿Cuál es el cambio en la presión (i) en la base del aceite y (ii) a la mitad de la columna de aceite?

2. Un bloque cúbico de madera de 10.0 cm por lado flota en la interfaz entre aceite y agua con su superficie inferior 1.50 cm bajo la interfaz. La densidad del aceite es de $790\,\mathrm{kg/m^3}$, (a) ¿qué presión manométrica hay en la superficie superior del bloque? (b) ¿ y en la cara inferior? (c) ¿qué masa y densidad tiene el bloque?

3. Que fracción de volumen de un iceberg (densidad $917\,\mathrm{kg/m^3}$) es visible cuando flota (a) en el océano (agua salada con densidad $1024\,\mathrm{kg/m^3}$) y (b) en un río (densidad $1000\,\mathrm{kg/m^3}$).

Problema 14, matemáticas.

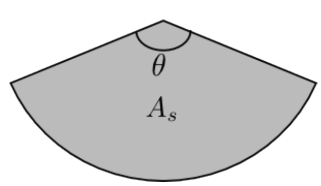
Resuelve uno de los siguientes problemas:

1. La distancia entre los centros de dos circunferencias que se cruzan, de radios R y r, es igual d. Demuestra que el área de intersección entre los dos círculos esta dada por la siguiente expresión:

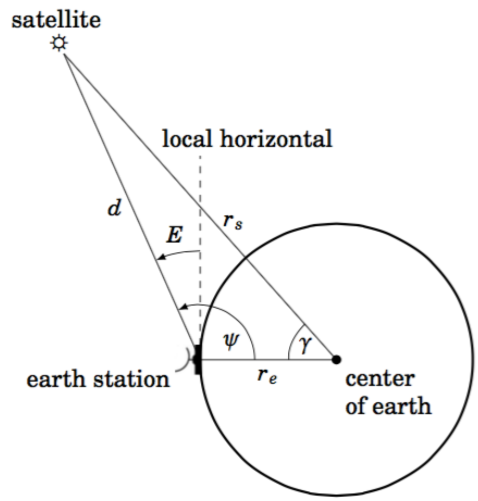
$$A = R^2 \arccos\left(\frac{d^2+R^2-r^2}{2Rd}\right) + r^2 \arccos\left(\frac{d^2+r^2-R^2}{2rd}\right) - Rd\sqrt{1-\left(\frac{d^2+R^2-r^2}{2Rd}\right)^2} \tag{3}$$

Hint: El área de un sector circular esta dada por:

$$A_s = \pi R^2 \frac{\theta}{360}$$



2. Considera que un satélite fuera de la Tierra, una estación terrestre y el centro de la Tierra, todos sobre el mismo plano. Sea r_e el radio de la Tierra, r_s la distancia desde el centro de la Tierra al satélite y d la distancia desde la estación terrestre al satélite, como se muestra en la figura. Sea E el ángulo de elevación desde la estación terrestre al satélite y γ y ψ los ángulos mostrados en la figura.



Empleando la ley de los cosenos, muestra que:

$$d = r_s\sqrt{1 + \left(\frac{r_e}{r_s}\right)^2 - 2\left(\frac{r_e}{r_s}\right)\cos\gamma} \tag{4}$$

después, sabiendo que $E = \psi - 90^\circ$ y usando la ley de los senos, muestra que:

$$\cos E = \frac{\sin\gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{r_e}{r_s}\right)^2 - 2\left(\frac{r_e}{r_s}\right)\cos\gamma}} \tag{5}$$

Formulario de Termodinámica.

Conversión de temperaturas ($1\,^\circ\mathrm{F} = 100/180\,^\circ\mathrm{C}$; $1\,^\circ\mathrm{C} = 1\,\mathrm{K}$):

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ \tag{6}$$

$$T_K = T_C + 273.15 \tag{7}$$

Un *mol* es la cantidad de sustancia que contiene N_A átomos o moléculas; es decir el *número de Avogadro* cuyo valor experimental es el siguiente:

$$N_A = 6.02 \times 10^{23}\,\text{moléculas/mol} \tag{8}$$

La masa molar M de una sustancia es la masa de un mol, es decir, es la masa m (en gramos o kilogramos) de una molécula de la sustancia multiplicada por el numero de Avogadro:

$$M = N_A \times m \tag{9}$$

Las unidades de la masa molar en el SI son: kg/mol.

Gas Ideal.

Gas Ideal	
Ecuación de estado	$\frac{pV}{T} = nR \quad \Leftrightarrow \quad \frac{pM}{\rho T} = R$
Energía interna	$U = C_V T$
	gas monoatómico: $U = \frac{3}{2}nRT$
	gas diatómico: $U = \frac{5}{2}nRT$
Capacidad calorífica (volumen constante)	gas monoatómico: $C_V = \frac{3}{2}nR$
	gas diatómico: $C_V = \frac{5}{2}nR$
Relación de Mayer	$C_p - C_V = nR$
proceso adiabático	$pV^\gamma =$ constante, $\quad \gamma \equiv c_p/c_V$

- n es el numero de moles del gas y $R = 8.31\,\mathrm{J/mol\cdot K}$ es la constante universal de los gases
- Densidad de masa del gas: $\rho = m_{total}/V$
- C_V: Capacidad calorífica ; c_V: calor específico; relación entre ambas: $c_V = C_V/n$

Condiciones Normales de Presión y Temperatura (CNPT)

$$T = 0\,^{\text{o}}\mathrm{C} = 273.15\,\mathrm{K}, \qquad p = 1\,\mathrm{atm} = 101325\,\mathrm{Pa} \tag{10}$$

Primera Ley de la Termodinámica:

$$\Delta U = W + Q \tag{11}$$

Calor.

El calor es una forma de energía y por lo tanto sus unidades son de Joule (J) en el SI. La caloría es otra unidad usual del calor. Una caloría se define como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 g de agua de 14.5 ºC a 15.5 ºC.

$$1 \text{ C} = 4.186 \text{ J}$$

Convención de signo para el calor:

- El calor es positivo ($Q > 0$) cuando se transfiere al gas, es decir el gas recibe energía en forma de calor, se dice entonces que "el gas recibe calor".
- El calor es negativo ($Q < 0$) cuando el gas "cede calor" al ambiente (exterior) y por lo tanto cede energía en forma de calor.

Cálculo del calor (procesos isocórico e isobárico):

$$\begin{aligned} Q\,(\text{volumen constante}) &= C_V \Delta T \\ Q\,(\text{presión constante}) &= C_p \Delta T \end{aligned} \tag{12}$$

C_V : capacidad calorífica a volumen constante; C_p : capacidad calorífica a presión constante
Forma diferencial: $đQ = C_V\, dT$; $đQ = C_p\, dT$

Capacidades caloríficas:

Sólidos y líquidos:

$$Q = cm\Delta T \tag{13}$$

- En forma diferencial: $đQ = cm\, dT$
- De manera aproximada los procesos de transferencia de calor, en sólidos y líquidos, se realizan a volumen constante.
- c es el *calor específico* (volumen constante); m la masa de la sustancia.
- *capacidad calorífica molar*: $C = Mc$, donde M es la masa molar de la sustancia.
- El calor especifico del agua tiene un valor: $4190\,\text{J/kg}\cdot\text{K}$.

Sustancia	Calor específico ($\text{J/kg}\cdot\text{K}$)	Masa molar (kg/mol)	Capacidad calorífica ($\text{J/mol}\cdot\text{K}$)
Agua (fase líquida)	4190	0.018	75.4
Hielo (cerca de 0 °C)	2100	0.0180	37.8
Aluminio	910	0.0270	24.6
Cobre	390	0.0635	24.8
Plomo	130	0.207	26.9
Mercurio	138	0.201	27.7
Sal (NaCl)	879	0.0585	51.4

Gases:

$$\begin{aligned} C_V &= \frac{Q\ (\text{proceso a volumen constante})}{\Delta T} \qquad C_V:\ \text{capacidad calorífica a volumen constante} \\ C_p &= \frac{Q\ (\text{proceso a presión constante})}{\Delta T} \qquad C_p:\ \text{capacidad calorífica a presión constante} \end{aligned} \tag{14}$$

Trabajo:

De manera general el trabajo termodinámico de un gas en un proceso termodinámico desde un volumen inicial V_1 hasta un volumen final V_2 esta dado por la siguiente integral:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} pdV \tag{15}$$

Convención de signo para el trabajo:

- Si el gas se expande $(V_1 < V_1)$ el trabajo es negativo $(W < 0)$, entonces el "el gas realiza trabajo".
- Si el gas se comprime $(V_1 > V_1)$ el trabajo es positivo $(W > 0)$, entonces "el trabajo recibe trabajo".

Gas Ideal			
proceso	calor Q	trabajo W	energía ΔU
isobárico (p_0 constante)	$Q = C_p \Delta T$	$W = -p_0 (V_2 - V_1)$	$\Delta U = C_V \Delta T$
isotérmico (T_0 constante)	$Q = W$	$W = -nRT_0 \ln (V_2 V_1)$	$\Delta U = 0$
isocórico (V constante)	$Q = \Delta U$	$W = 0$	$\Delta U = C_V \Delta T$
adiabáticas ($Q = 0$)	$Q = 0$	$W = \Delta U$	