

Olimpiada Mexicana de Física, 2015

Problemas de Física Cuántica

Rodrigo Pelayo Ramos

1. Haces de luz de diversas fuentes monocromáticas con distintas longitudes de onda inciden en litio y las energías cinéticas máximas de los electrones emitidos fueron registradas por primera vez por Millikan como se muestra a continuación:

Long. de onda (nm)	Energía cinética (eV)
433.0	0.55
404.7	0.73
365.0	1.09
312.5	1.67
253.5	2.57

A partir de estos datos encuentre los valores numéricos de la constante de Planck y de la función de trabajo del litio.

2. Se ilumina con luz blanca ($\lambda = 400$ nm hasta $\lambda = 700$ nm) un fotocátodo cuyo trabajo de extracción de los electrones es $W = 2.8$ eV. ¿Qué voltaje inverso habrá que aplicar a la fotocelda para evitar que circule corriente por ella?
3. La intensidad del campo eléctrico de una onda electromagnética de frecuencia $\omega = 2 \times 10^{16}$ s⁻¹, modulada en amplitud con una frecuencia $\Omega = 2 \times 10^{15}$ s⁻¹, cambia en el tiempo por la ley $E = a(1 + \cos \Omega t) \cos \omega t$ (donde a es una constante). Determine la energía cinética de los electrones liberados por estas ondas al incidir sobre átomos de hidrógeno gaseoso, cuya energía de ionización es $W_1 = 13.6$ eV.
4. Durante la iluminación sucesiva de la superficie de cierto metal con luz de longitudes de onda $\lambda_1 = 0.35$ μ m y $\lambda_2 = 0.54$ μ m se descubrió que las respectivas velocidades máximas de los fotoelectrones se diferencian entre sí $\eta = 2$ veces. Hallar el trabajo de extracción desde la superficie del metal.
5. Con el aumento de la tensión de rayos X en un tubo $\eta = 1.5$ veces, la longitud de onda del límite de onda corta del espectro continuo de los rayos varió en $\Delta\lambda = 26$ pm. Hallar la tensión inicial en el tubo.
6. Un haz fino de rayos X incide sobre un monocristal de NaCl. El ángulo mínimo entre el haz y el plano con el cual todavía se observa reflexión especular en el sistema de planos cristalinos, con distancia entre ellos $d = 0.28$ nm, es $\alpha = 4.1^\circ$. ¿Cuál es la tensión en el tubo de rayos X?

7. Un fino haz de electrones es acelerado bajo una diferencia de potencial $V = 150 \text{ V}$ e incide sobre una de las caras de un cristal cúbico cuya constante de la red es $d = 0.5 \text{ \AA}$. ¿Bajo qué ángulos de inclinación con el plano debe incidir el haz de electrones para que se observe un fino haz reflejado en el cristal?
8. Un haz estrecho de radiación monocromática de rayos X incide sobre una sustancia dispersante. Las longitudes de onda de las componentes desplazadas de la radiación dispersada bajo los ángulos $\theta_1 = 60^\circ$ y $\theta_2 = 120^\circ$ se diferencian $\eta = 2$ veces una de la otra. Considerando que la dispersión tiene lugar en los electrones libres, hallar la longitud de onda de la radiación incidente.
9. Un fotón, cuya energía era $h\nu = 1 \text{ MeV}$, se dispersó en un electrón libre en reposo. Determinar la energía cinética del electrón rechazado, si como resultado de la dispersión la longitud de onda del fotón cambió un 25 %.
10. Un fotón con energía $h\nu = 0.15 \text{ MeV}$ choca con un electrón libre en reposo, como resultado de esto su longitud de onda varió $\Delta\lambda = 3 \text{ pm}$. Determinar el ángulo bajo el cual salió el electrón comptoniano.
11. Derive la siguiente relación entre el ángulo de dispersión un fotón θ y el ángulo ϕ de la dirección de movimiento del electrón:

$$\cot \frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} \right) \tan \phi.$$

12. Obtenga la siguiente relación entre la energía cinética K del electrón que rebota y la energía E del fotón incidente del efecto Compton:

$$\frac{K}{E} = \frac{(2h\nu/m_0 c^2) \sin^2(\theta/2)}{1 + (2h\nu/m_0 c^2) \sin^2(\theta/2)}.$$

(Tomar en cuenta que $1 - \cos \theta = 2 \sin^2(\theta/2)$.)

13. Demuestre que la frecuencia de los fotones liberados por el átomo de hidrógeno cuando su electrón orbital pasa del estado n al $n - 1$, para n muy grande, coincide con la frecuencia de la órbita clásica del electrón rotando al rededor del protón, para el átomo en el estado n .
14. Demuestra que un fotón no puede ser absorbido totalmente por un electrón libre en reposo.
15. Demuestra que no puede haber un electrón libre dentro de un núcleo atómico.
16. ¿Qué líneas espectrales aparecen al excitarse el átomo de hidrógeno con electrones de energía 12.5 eV ?
17. Calcule la edad de objetos antiguos de madera que tienen una actividad específica del isótopo de carbono 14 igual al 66 % de la actividad específica del mismo isótopo en árboles de la misma madera acabados de cortar. La actividad específica es la actividad por unidad de masa.
18. La longitud de onda de la línea de mayor longitud de onda de la serie de Balmer es igual a 653.3 nm . Determine con estos datos la longitud de onda de la línea de mayor longitud de onda de la serie de Lyman.

19. Al aumentar la energía de electrón a 200 eV su longitud de onda de de Broglie cambió en 2 veces. Encuentre la longitud de onda inicial del electrón.

20. Hallar para los sistemas hidrogenoides el momento magnético μ_n , correspondiente al movimiento de un electrón en la n -ésima órbita, así como la relación del momento magnético al momento angular μ_n/L_n . Calcular el momento magnético del electrón que se encuentra en la primera órbita de Bohr.

$$\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

$$\mu_n = e\hbar^2/2m$$

$$\frac{\mu_n}{L} = \frac{e}{2m}$$

21. ¿A qué serie pertenece la línea espectral del hidrógeno elemental cuyo número de onda es igual a la diferencia de los números de onda de las siguientes dos líneas de la serie de Balmer: 486.1 y 410.2 nm? ¿Cuál es la longitud de onda de esta línea?

22. Un átomo de hidrógeno en reposo emitió un fotón correspondiente a la primera línea que encabeza la serie de Lyman. ¿Qué velocidad adquirió el átomo?

23. Problema de la 7ª IPhO, Polonia, 1974

Un átomo de hidrógeno en su estado base, se mueve a una velocidad v y colisiona con otro átomo de hidrógeno que se encuentra en reposo, también en su estado base. Usando el modelo de Bohr encuentre la mínima velocidad v_0 por debajo de la cuál las colisiones serán elásticas.

Con velocidades superiores a v_0 , las colisiones serán inelásticas y los átomos emitirán radiación electromagnéticas. Estime la diferencia de frecuencias de la radiación emitida en la dirección de la velocidad inicial del átomo de hidrógeno y en la dirección opuesta como una fracción de su media aritmética.

Datos: La energía de ionización del átomo de hidrógeno $E = \frac{me^4}{2\hbar^2} = 13.6 \text{ eV} = 2.18 \times 10^{-18} \text{ J}$. La masa del átomo de hidrógeno $m_H = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

24. Problema de la 20ª IPhO, Polonia, 1989

En este problema se trata de investigar qué ocurre cuando se transforma un microscopio electrónico, cuyo haz es acelerado por un potencial $U = 511 \text{ kV}$, en uno protónico, cuyo haz es acelerado por el potencial $-U$. ¿Cuántas veces varía el poder de resolución del microscopio cuando se cambia el haz de electrones por uno de protones? Asumir que el poder de resolución del microscopio (esto es, la mínima distancia entre dos objetos puntuales cuyas imágenes circulares apenas se separan) depende solamente de las propiedades ondulatorias de las partículas. (Datos: Las energías en reposo de las partículas $E_e = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$ y $E_p = m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$.)