Examen 2

OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF ENTRENAMIENTO 2015
Segundo Entrenamiento-Selectivo mayo 2015, CIMAT Guanajuato.

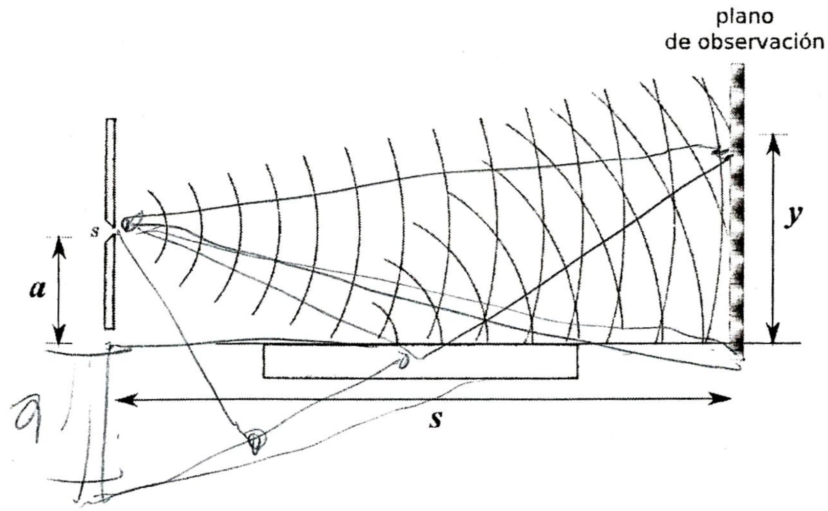
Problema 5, espejo de Lloyd.

La siguiente figura describe una onda de luz que emerge de una rendija S, una porción de la onda viaja directamente hasta el plano de observación, mientras que la otra es reflejada por una superficie suave antes de llegar al plano de observación. Este tipo de arreglo es una variante de lo que se conocen en general como divisores de frentes de onda, este caso especifico se conoce como espejo de Lloyd.

a) Determina el patrón de intensidad $I(y)$ debido a la interferencia de las dos ondas en términos de los parámetros descritos en la figura.

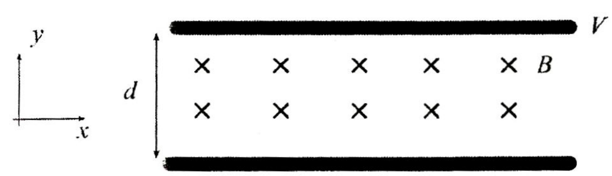
b) Si la fuente de luz esta una distancia de 2 mm por encima del plano de la superficie reflectora y a un metro del plano de observación, considerando que la fuente de luz tiene una longiud de onda $\lambda = 460\,\text{nm}$, determina la localización del primer maximo de intensidad.

Toma en consideración que al reflejarse la onda sobre la superficie se puede producir un cambio de fase, ¿cuál es el cambio de fase de una onda al reflejarse en una superficie? Puedes considrar también que $\theta_i \approx \pi/2$, donde θ_i es el ángulo de incidencia.



Problema 6

Se tiene un capacitor de placas paralelas, la placa inferior esta a tierra y la superior a un potencial V. Adicionalmente existe un campo magnético perpendicular como se muestra en la figura. Un electrón e en reposo se suelta desde la placa inferior al tiempo $t = 0$.



a) Escribe las ecuaciones de movimiento en las componentes de la velocidad de la carga q.

b) Determina la trayectoria del electrón dentro del capacitor y haz una gráfica cualitativa de la trayectoria.

c) Muestra que las componentes de la velocidad del electrón están dadas por las siguientes expresiones:

$$v_x = \omega y, \qquad v_y = \sqrt{\left(\frac{2qV}{md}y - \omega^2 y^2\right)} \tag{41}$$

donde ω es una frecuencia que esta determinada por la intensidad del campo magnético, la carga del electrón y la masa del electrón.

d) Demuestra que la condición necesaria para que el electrón llegue a la placa superior del capacitor es: $d^2 < \dfrac{2mV}{eB^2}$

Problema 7, Paradoja de Shockley-James.

En el año 1905, Albert Einstein propuso la teoría especial de la relatividad para resolver la inconsistencia entre la mecánica de Newton y el electromagnetismo de Maxwell. El entendimiento adecuado de la teoría llevó a la solución de muchas paradojas aparentes. En el momento, la discusión se centraba principalmente en la propagación de ondas electromagnéticas.

En este problema, resolvemos una paradoja de distinto tipo. Para un sistema de cargas bastante simple propuesto por W. Shockley y R.P. James en 1967, entender la conservación de momento lineal requiere de un cuidadoso análisis relativista. Si una carga puntual está localizada cerca de un magneto de magnetización cambiante, hay una fuerza eléctrica inducida en la carga, pero ninguna reacción aparente en el magneto. El proceso puede ser lo suficientemente lento para que cualquier radiación electromagnética (y cualquier momento que ésta lleve) sea despreciable. De ese modo, aparentemente tenemos un cañón sin retroceso.

En nuestro análisis de este sistema, demostraremos que en la mecánica relativista, un cuerpo puede tener momento mecánico no nulo y permanecer estacionario.

Considere una espira de radio r que lleva una corriente I_1 , y una segunda espira de radio más grande de radio $R \gg r$, concéntrico con el primero en el mismo plano.

Una corriente I_2 que pasa por el bucle 2 (el bucle más grande) genera un flujo magnético Φ_{B1} a través del bucle 1. El cociente $M_{21} = \Phi_{B1}/I_2$ se le llama coeficiente de inductancia mutua y esta dado por $M_{12} = \frac{\pi\mu_0 r^2}{2R}$

a) Dado que $M_{12} = \Phi_{B2}/I_1 = M_{21}$, obtenga la FEM inducida total $\mathcal{E}_2$ en el bucle más grande que resulta de una variación de la corriente $\dot{I}_1$ en el bucle más pequeño. Desprecie la corriente en el bucle más grande. El campo eléctrico tangencial al radio R esta dado por $E = \mathcal{E}_2/2\pi R$

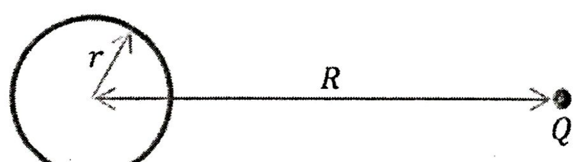


Figure 1: A circular current loop and a point charge Q.

Ahora "removemos" el bucle de corriente más grande, y en su lugar ponemos una carga puntual Q a la distancia R, como se muestra en la Figura 1. Podemos asumir que la carga se mueve muy poco durante los intervalos de tiempo que consideramos.

b) Debido a una variación en la corriente de la espira pequeña, la carga Q recibe un impulso. Determina el momento tangencial total Δp recibido por la carga puntual desde que la corriente en el bucle pequeño cambia de un valor inicial $I_1 = I$ al valor final $I_1 = 0$.

Consideremos ahora un tubo con paredes hechas de un material aislante neutro de longitud l y sección transversal A que lleva una corriente I. La corriente se debe a partículas que se estan moviendo a lo largo del tubo, la masa en reposo de las partículas es m y su carga q. Las partículas están distribuidas homogéneamente, con densidad de partículas n dentro del tubo, entonce la corriente esta dada por $I = nAqv$, donde v es la velocidad de las partículas cargadas que se están moviendo y que consideramos la misma.

c) Encuentre el momento total p de todas las partículas cargadas en el tubo como función de la corriente, toma en cuenta los efectos de la relatividad especial.

Considera ahora una espira cuadrado de corriente con lado l. A una distancia $R \gg l$ de la espira, hay una carga puntual Q, ver Figura 2. La espira lleva corriente I. Podemos modelar a la espira de corriente como el tubo que consideramos en el inciso anterior. Los portadores de carga pueden moverse libremente a lo largo de la espira, chocando elásticamente con las paredes y rebotando en las esquinas de la espira. Desprecie todas las interacciones entre los portadores de carga. Asuma también que todos los portadores de carga en una sección dada a lo largo del tubo siempre se mueven con la misma velocidad. Asuma que la espira tiene una masa muy grande y su movimiento puede ser despreciado.

Llamaremos "momento oculto" (*hidden momentum*) al momento lineal total p_{hid} debido a los portadores de carga en los lados verticales de la espira.

Consideraciones:

Puedes considerar que λ_1, v_1, λ_2, v_2, sea la densidad longitudinal de carga y la velocidad de los portadores de carga en los dos lados verticales de la espira. Nota además que hay un cambio de energía potencial en los portadores de carga cuando pasa de un lado a otro de la espira. También considera que la corriente es constante a todo lo largo de la espira.

d) Demuestra que el momento oculto p_{hid} está determinado por la siguiente expresión (k es la constante de la fuerza de Coulomb):

$$p_{hid} = \frac{kQIl^2}{R^2c^2} \tag{42}$$

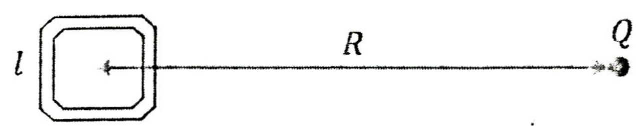


Figure 2: A square current loop and a point charge Q.

Cuando la corriente se detiene, este momento lineal es transferido a la espira, y esta recibe un impulso igual a menos el impulso recibido por la carga puntual Q. (Note que en el estado inicial también hay momento en el campo electromagnético; esto es importante para la conservación del momento total del sistema entero).

e) Una espira de corriente comúnmente están caracterizados por su momento magnético $\mu = IS$, donde I es la corriente y S es el área del bucle. Exprese la respuesta de la parte (b) en términos de μ, r, R y Q. Del mismo modo, exprese la respuesta de la parte (d) en términos de μ, r, R y Q. Note que las constantes eléctricas y magnéticas están relacionadas por:

$$\frac{4\pi k}{\mu_0} = \frac{1}{\epsilon_0\mu_0} = c^2 \tag{43}$$

donde c es la velocidad de la luz.