

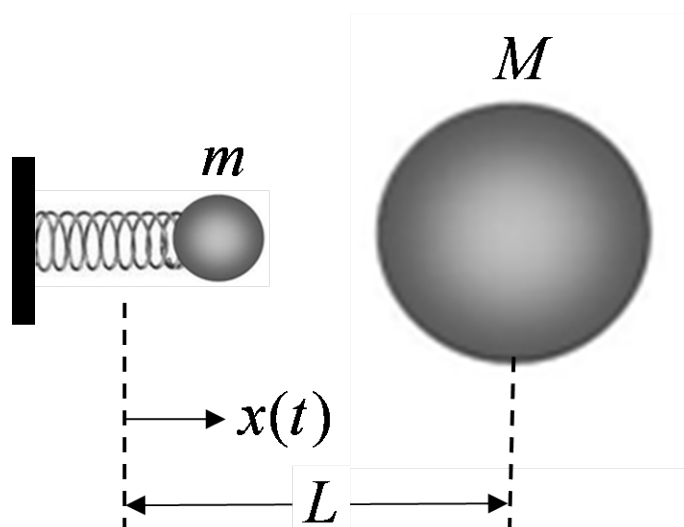
XX Olimpiada Iberoamericana de Física

Problema 1

1. Determinación de la constante de gravitación universal G (9 puntos)

Considere un oscilador armónico de masa m , constante elástica k y longitud natural (longitud sin deformar) L_0 , que está oscilando en presencia del campo gravitatorio creado por una esfera fija de masa M (Ver figura adjunta).

La elongación del resorte en cualquier instante es $x(t)$. La distancia entre las masas M y m cuando el resorte no está estirado es L . Considerando un régimen de pequeñas oscilaciones, se cumple siempre que $L \gg x(t)$.¹⁾



En ausencia de la esfera de masa M ,

- Escriba la ecuación de movimiento de la masa m e indique la frecuencia natural ω_0 de oscilación y la posición de equilibrio x_0 . (1 punto)

En presencia de la esfera de masa M ,

- Escriba la ecuación de movimiento de la masa m . (3 puntos)
- Obtenga expresiones para la nueva frecuencia angular ω y la nueva posición de equilibrio x'_0 . (3 puntos)
- Suponiendo que se miden experimentalmente ω y x'_0 encuentre una expresión para la constante gravitacional G en función de estas magnitudes y de L y M . (2 puntos)

¹⁾ Utilice la aproximación: $(L - x)^{-2} \approx L^{-2} + 2xL^{-3}$, válida para $x \ll L$.

XX Olimpiada Iberoamericana de Física

El descubrimiento del pión: Laboratorio de Chacaltaya 1947 Problema 2

Introducción

La física de partículas tuvo sus inicios durante la primera mitad del siglo XX en experimentos de rayos cósmicos¹⁾, localizados al nivel del mar y a grandes altitudes, como es el caso de Chacaltaya (~ 5200 metros sobre el nivel del mar) como muestra la foto debajo. En 1947 fue descubierto el pión (π) en lo que es hoy el Laboratorio de Física de Rayos Cósmicos de Chacaltaya por C. Powell, G. Occhialini y C. Lattes.



Figura 1: Laboratorio de Chacaltaya, La Paz, Bolivia.

¹⁾ Los rayos cósmicos son núcleos y partículas subatómicas, que bombardean la tierra constantemente desde el espacio exterior

Problemas

- a) (30 %) Los piones cargados π^\pm son generados en lo alto de la atmósfera por colisiones de rayos cósmicos primarios con los núcleos de la atmósfera. Estos poseen una vida media de aproximadamente 25 ns para luego decaer en μ^\pm (muones cargados) y ν_μ (neutrinos). Debido al corto tiempo de vida de los piones, estos deberían recorrer unos cuantos metros en la atmósfera terrestre, por lo tanto, estos no podrían ser observados en el laboratorio de Chacaltaya. Pero según la teoría de la relatividad especial, el tiempo se dilata para un observador en laboratorio, por lo tanto, los π^\pm pueden ser detectados en los laboratorios al nivel de la superficie terrestre.

La energía de los π^\pm está dada por la ecuación:

$$E_{\pi^\pm} = \gamma m_{\pi^\pm} c^2,$$

donde, $\gamma = (1 - (v_{\pi^\pm}/c)^2)^{-1/2}$, y $c = 3 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío. Calcule:

1. la velocidad v_{π^\pm} de los piones, considerando que su masa es $m_{\pi^\pm} \approx 140$ MeV/ c^2 , donde $1\text{eV} = 1,602 \times 10^{-19}$ J.
2. la distancia máxima aproximada a la que fueron originados estos piones en la atmósfera (con respecto al laboratorio), asumiendo que no perdieron energía en su trayectoria y que la energía media de los piones que se observan en el laboratorio es de 40 GeV

- b) (30 %) Para detectar piones π^\pm , se utilizaron emulsiones fotográficas, en las que quedaban grabadas las trazas (trayectorias) de las partículas (ver Fig. 2).

El principal mecanismo por el cual pierden energía las partículas cargadas al atravesar la emulsión, es por ionización y excitación de los átomos del medio. La pérdida de energía promedio por unidad de densidad de área de materia atravesada, Λ , puede expresarse en MeV $g^{-1}\text{cm}^2$. En consecuencia, la distancia R que pueden recorrer las partículas en materiales relativamente densos puede escribirse como:

$$R = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta E}{\Lambda},$$

donde $\Delta E = E_0 - E$, E_0 es la energía inicial de la partícula y ρ es la densidad del material. Como puede deducirse de la fig. 2, los muones recorren casi la misma distancia de 6 mm. Considerando que la Λ perdida por los muones es de 2 MeV $g^{-1}\text{cm}^2$ y que su energía cinética es de 4,1 MeV, calcule la densidad ρ de la emulsión nuclear, en g/cm^3 .

- c) (30 %) La fuerza de Lorentz causa que las partículas describan trayectorias helicoidales a lo largo de la dirección del campo magnético (ver Fig. 3). El radio de curvatura de las trayectorias está relacionado con la fuerza del campo magnético y la componente del momentum (cantidad de movimiento) de la partícula, perpendicular al campo magnético (normalmente llamado momentum transversal P_T). Por tanto, se pueden construir espectrómetros magnéticos que permitan medir el momentum de las partículas cargadas. Suponiendo que en Chacaltaya se quiera construir un espectrómetro magnético para medir el momentum de los piones de $\vec{p} = (10\hat{i} + 10\hat{j} + 37\hat{k})$ GeV/ c :

Determine qué intensidad deberá tener el campo magnético, en tesla (T). El campo \vec{B} está orientado a lo largo del eje y y el radio de curvatura es 20 m.

- d) (10 %) El modelo estadístico usado para construir la distribución de eventos que se observan en experimentos de física de partículas, es la estadística de Poisson, la cual está dada por la siguiente expresión:

$$f(n, \mu) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!},$$

donde $f(n, \mu)$ es la función de distribución, $n = 0, 1, 2, \dots$ representa el número de resultados individuales del experimento (e.j. número de eventos a observar) y μ es el valor esperado de eventos en un tiempo dado. Tomando en cuenta la distribución de Poisson, se espera medir en el laboratorio de Chacaltaya, al menos 10 eventos de piones en una semana. Entonces, calcule en porcentajes:

1. la probabilidad de observar 5 piones en una semana
2. la probabilidad de observar 20 piones en un mes
3. la probabilidad de no observar ningún pi6n en una semana

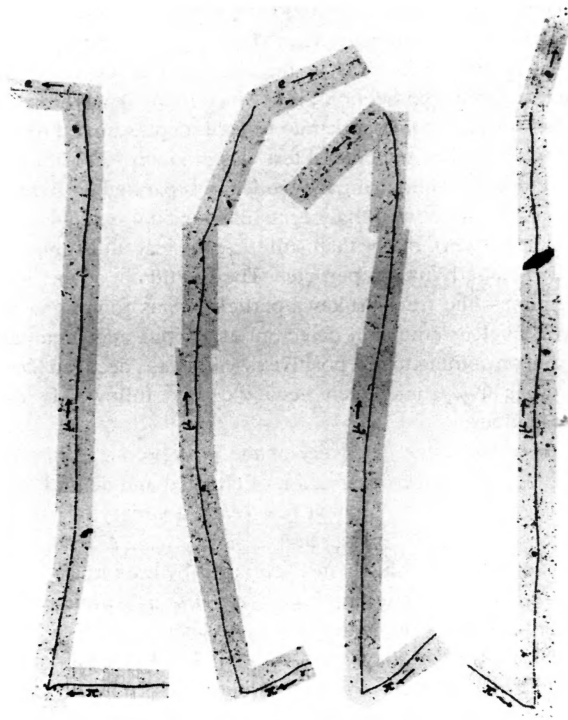


Figura 2: En la figura se muestra una fotografía de la emulsión nuclear, en la que se exhibe cuatro ejemplos del decaimiento de piones positivos π^+ en muones μ^+ . Por otro lado, también se puede apreciar el decaimiento del muón μ^+ en un electrón positivo.

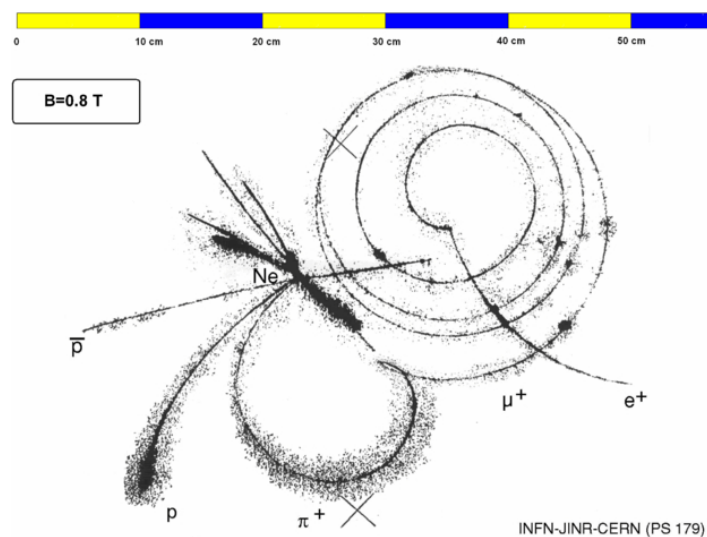


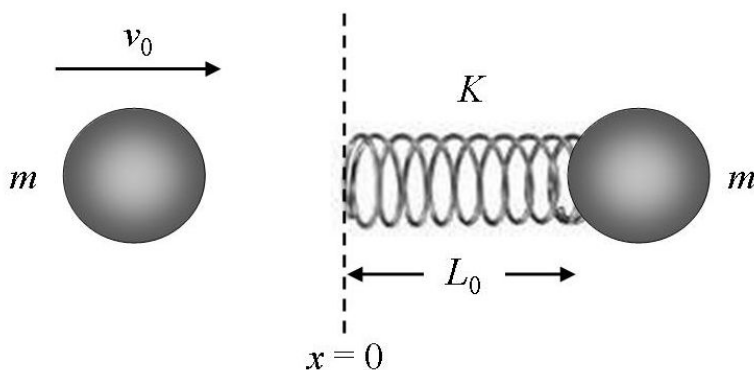
Figura 3: En la figura se muestra las trayectorias curvas que describen las partículas cargadas, como efecto de la interacción con el campo magnético. En este caso particular se muestra la aniquilación de un antiprotón.

XX Olimpiada Iberoamericana de Física

Problema 3

1. (9 puntos)

Considere la interacción elástica de dos partículas idénticas de masa m por medio de un resorte ideal (de constante elástica K y longitud natural L_0). El resorte está unido a la partícula que está inicialmente en reposo, mientras la otra partícula avanza libremente con velocidad inicial v_0 (Ver figura adjunta).



Después de la interacción entre ambas partículas, estas se separan.

- Identifique qué magnitudes físicas se conservan. Justifique sus respuestas. (2 puntos)
- Escriba las correspondientes ecuaciones de conservación. (2 puntos)
- Determine la máxima compresión que llega a experimentar el resorte. (2 puntos)
- Determine la velocidad final de la partícula unida al resorte. (2 puntos)
- Trace una gráfica cualitativa de fuerza sobre la partícula adherida al resorte como función del tiempo. Explique qué magnitud representa el área bajo esta curva y determine su expresión. (1 punto)