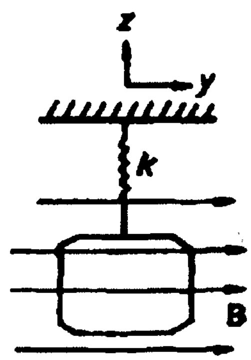
Problema 1 — 10 pts

Una espira de área A y resistencia R esta suspendida por un resorte de torsión de constante k, como se ve en la figura. En la región donde esta suspendida la espira hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B\,\mathbf{j}$, la espira se encuentra en el plano yz y puede rotar alrededor del eje z con un momento de inercia I, como se muestra en la figura. El resorte de torsión es aislante y se puede despreciar la autoinductacia de la espira.

Si la espira es desplazada un pequeño ángulo α_0 del equilibrio y dejada en libertad.

a) Determina la ecuación que describe el movimiento de la espira, explica cualitativamente los tipos de movimiento que puede tener la espira (puedes incluir gráficas).

b) Encuentra la dependencia con el tiempo del angulo de giro de la espira respecto de la linea del resorte de torsión.



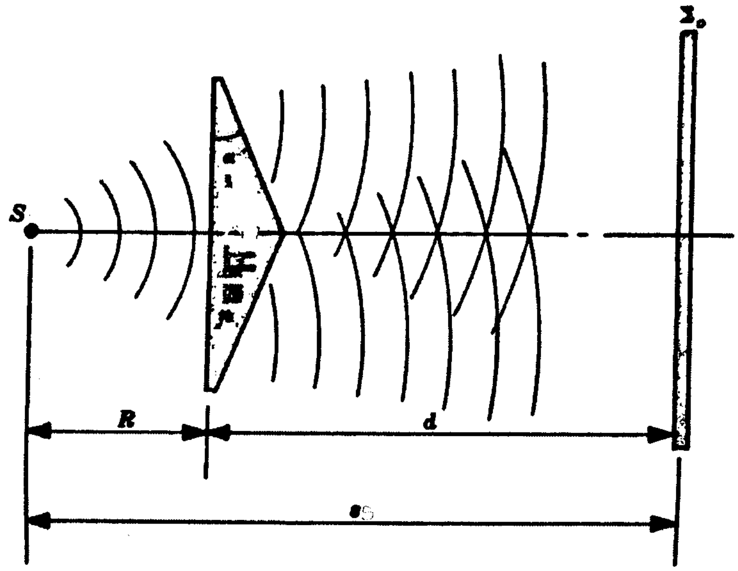
Problema 2 — 10 pts

Un conductor cilíndrico de radio a y longitud infinita esta situado en el eje Z y lo recorre una corriente constante de intensidad I en sentido positivo del eje Z. En un determinado instante un electrón abandona la superficie del conductor con una velocidad de módulo v_0 dirigida según el eje X positivo. Debido a la acción del campo magnético creado por el conductor, el electrón se separa hasta una distancia máxima del eje del conductor que designamos con x_m. Calcular el valor de x_m.

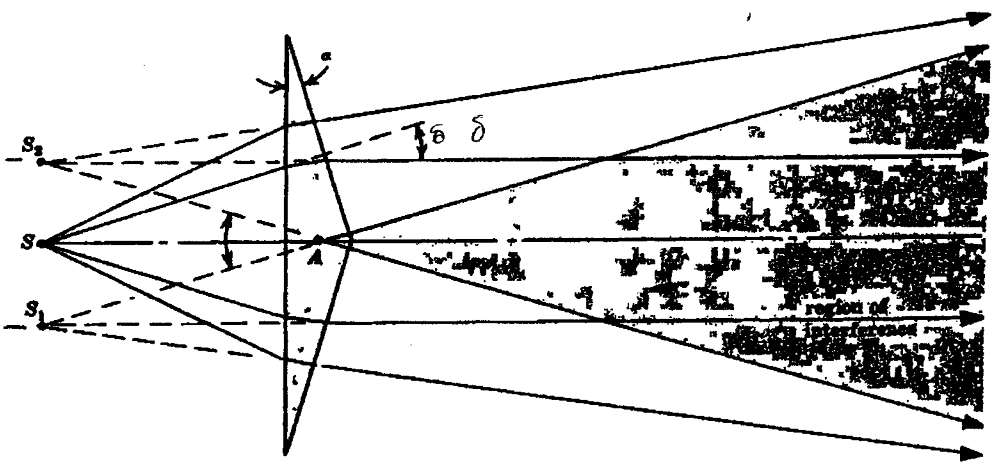
Problema 3 **10 pts**

La siguiente figura muestra el esquema de un *bisprisma de Fresnel*, este es un dispositivo óptico que permite obtener un patrón de interferencia, sobre la superficie Σ_0, a partir de una fuente puntual S. El prisma, cuyo ángulo α es muy pequeño ($\alpha \approx 1°$), divide los frentes de onda de la fuente puntual S en dos frentes de onda "secundarios" que interfieren en la pantalla Σ_0.

Encuentra la separación Δy entre las franjas de interferencia que se pruducen en la pantalla Σ_0 en términos de R, d, α, n, λ_0 (longitud de onda de la luz emitida de la fuente S)



Hint 1: El siguiente esquema del biprisma de Fresnel te puede servir



Hint 2: La siguiente formula relaciona el ángulo de desviación mínima δ_m para un prisma de indice de refracción n y ángulo α es:

$$n = \frac{\sin\left[\left(\delta_m + \alpha\right)/2\right]}{\sin\left(\alpha/2\right)} \tag{1}$$

Problema 4 **10 pts**

Un positrón de masa m_e y carga $+e$ se mueve con velocidad v_1 ($v_1 \ll c$) e incide frontalmente sobre un núcleo de carga Ze. El positrón que viene desde una distancia muy lejana es desacelerado hasta quedar en reposo a una distancia r_0 del núcleo.

a) Determina la expresión de la distancia r_0.

Después de que el positrón queda momentáneamente en reposo es acelerado nuevamente en sentido contrario hasta llegar a una velocidad terminal v_2 debido a que el positrón en su movimiento acelerado emite radiación EM a una potencia dada por:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{r}^2 \tag{2}$$

donde $\ddot{r}$ es la aceleración del positrón.

b) Determina la velocidad terminal v_1 a la que llega el positrón.

Hint: Para hacer la siguiente integral

$$\int \frac{dr}{r^3\sqrt{r\,(r-r_0)}} \tag{3}$$

intenta el cambio de variable $r = r_0 \sec^2 \alpha$.

Problema 5 **10 pts**

Una partícula de masa en reposo $m_{0\,1}$ se desplaza con una velocidad $+v_1$ constante paralela al eje X de un sistema de referencia S. En este mismo sistema se encuentra, enfrente de la partícula anterior, otra de masa en reposo $m_{0\,2}$ con velocidad nula. Aplicando la teoría de la relatividad

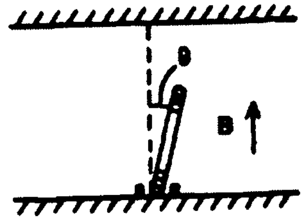
a) Calcular las velocidades de las partículas respecto del centro de masas de las dos partículas (expresa tu respuesta en términos de v_1 , $m_{0\,1}$, $m_{0\,2}$).

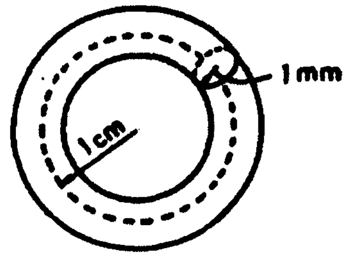
b) Calcular la cantidad de movimiento para ambas partículas respecto del sistema fijo al centro de masas.

Problema 1

10 pts

Un anillo de oro es puesto en la región entre dos polos magnéticos muy largos que generan un campo magnético uniforme, de intensidad $B = 10^4\,\mathrm{T}$, como se muestra en la figura. La base del anillo queda fijada por dos pequeños topes que impiden que resbale. El anillo es desplazado un pequeño ángulo de 0.1 rad, respecto de su posición horizontal de equilibrio y se deja caer. Suponiendo, de manera aproximada, que el anillo cae con velocidad angular constante. Calcula el tiempo de caída del anillo.





El radio mayor del anillo es $r_1 = 1\,\mathrm{cm}$ y el radio menor es $r_2 = 1\,\mathrm{mm}$, como se muestra en la figura. La conductividad del oro es $\sigma = 4 \times 10^{17}\,\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$ y la densidad del oro es $\rho = 19{,}3\,\mathrm{gr/cm}^3$

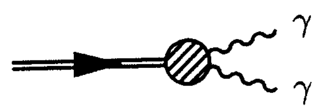
Formulas que te pueden ser útiles:

$$R = \frac{2\pi r_1}{\sigma \pi r_2^2}, \qquad \int_{0{,}2}^{\pi/2} \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} d\theta = 2 \tag{1}$$

Problema 2

10 pts

Un pión π^0 (carga neutra) que se mueve con energía fija se desintegra en dos fotones γ.



a) Muestra que la velocidad del pión esta determinada por la siguiente expresión:

$$\beta = \frac{E_{max} - E_{\text{mín}}}{E_{max} + E_{\text{mín}}} \tag{2}$$

donde E_{max} es la energía de cada fotón γ en el caso en que ambos son emitidos en la misma dirección, vistos desde del sistema del pión; mientras que E_{min} es la energía de cada fotón para cuando son emitidos en direcciones opuestas respecto del mismo sistema del pión.

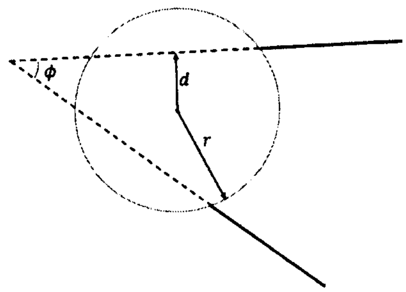
b) En un experimento se realizaron las siguientes mediciones: $E_{max} = 75\,\mathrm{MeV}$ y $E_{min} = 60\,\mathrm{MeV}$. Con estos valores determina la masa del pión π^0

15 pts

Problema 3

Modelo básico del arco iris. El arco iris es uno de los fenómenos ópticos con los que estamos más familiarizados. Al llover, gotas de agua se encuentran suspendidas en la atmósfera, cuando un rayo de luz intercepta una de estas, ocurre la descomposición de colores. Las reflexiones internas en la gota y la refracción que ocurre al salir de ella incrementan la separación entre los distintos colores característicos: violeta, añil, azul, verde, amarillo, naranja y rojo, de abajo hacia arriba, en forma de arco.

Un modelo simple, consiste en tomar rayos horizontales provenientes del sol que interceptan una gota esférica como se muestra en la figura.



a) Considera que la separación angular entre el rayo incidente y el que sale de la gota es ϕ. Dibuja el recorrido que toma el rayo dentro de la gota si α es el ángulo de incidencia con respecto a la normal, β el ángulo refractado y considere únicamente una reflexión en la superficie interna de la gota.

b) Obtenga una relación entre el ángulo ϕ como función del ángulo incidente y refractado.

Para que un arco iris sea visible, es necesario que la cantidad de rayos que son desviados cercano al ángulo ϕ sean los más posibles en un intervalo pequeño, de esta manera, será más probable verlo.

c) Consideremos que la distancia del centro de la gota al haz es d, y posee un radio r. Determina, para qué ángulo α, la variación de ϕ con respecto a d es máxima. ¿A qué angulo tendrás que alzar la mirada con respecto a la horizontal para ver la parte inferior y superior del arco iris? Toma en cuenta que los índices de refracción del agua para el rojo y el violeta son 1.3308 y 1.3428, respectivamente.

d) En algunas ocasiones especiales, cuando la luz solar es más intensa es posible ver un segundo arco por encima del primero, denominado como arco iris secundario. En base al modelo estudiado, explica en forma breve (máximo 2 líneas) qué condición se da dentro de la gota para que aparezca este segundo arco. Además, menciona si el orden de los colores será el mismo que en el primer caso estudiado, puedes fundamentar tu respuesta con una figura.

Ayuda:

$$\frac{d}{dx}\arcsin(kx) = \frac{k}{\sqrt{1-(kx)^2}}$$

donde k es una constante.

10 pts

Problema 4

En el plano ZY existe un campo magnético uniforme intenso de valor $B = 2\,\mathrm{T}$ y dirigido en el sentido positivo del eje X, ver la figura de abajo. El campo esta limitado a cuadrado de lado 1,4 m. En el interior del mismo existe una espira metálica rectangular ABCD de lados AD=$L = 0{,}2\,\mathrm{m}$, AB=$h = 0{,}6\,\mathrm{m}$, que inicialmente se encuentra en reposo. La resistencia óhmica de la espira es $R = 2\,\Omega$ y su masa $m = 5{,}10^{-2}\,\mathrm{kg}$.

a) Determinar la expresión de la velocidad de la espira desde que se suelta con velocidad inicial cero hasta que el lado AD sale justamente del campo.

b) Calcula el tiempo total desde que la espira se suelta hasta abandona completamente la región donde actúa el campo.