Tarea 5

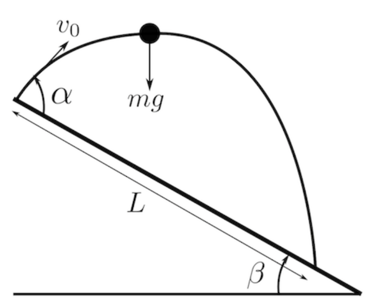
OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF **ENTRENAMIENTO 2015**

Fecha de entrega: miércoles 25 de marzo 2015

Problema 11, mecánica.

11.1 Una partícula de masa m es lanzada desde un plano inclinado que forma un ángulo β con la horizontal. La partícula es lanzada con un ángulo α respecto del plano inclinado y con velocidad inicial v_0. Demuestra que el alcance L de la partícula sobre el plano inclinado esta dado por la siguiente expresión:

$$L = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g \cos\beta} (1 + \tan\beta \tan\alpha) \tag{1}$$



11.2 Un buzo de masa m desciende desde un trampolín de 10 m de alto, respecto de la superficie del agua, con velocidad inicial cero.

a) Calcula la velocidad v_0 con la cual impacta la superficie del agua y el tiempo que le toma hasta llegar a la superficie del agua.

Considerando que la fuerza boyante del agua balancea la fuerza gravitacional del buzo pero adicionalmente el agua presenta una fuerza viscosa sobre el buzo que es proporcional al cuadrado de su velocidad: bv^2.

b) Establece la ecuación del movimiento vertical del buzo durante su descenso en el agua y determina la velocidad del buzo v como función de la profundidad bajo el agua x, considera que sobre la superficie del agua el buzo tiene la velocidad inicial v_0 que encontraste en el inciso anterior.

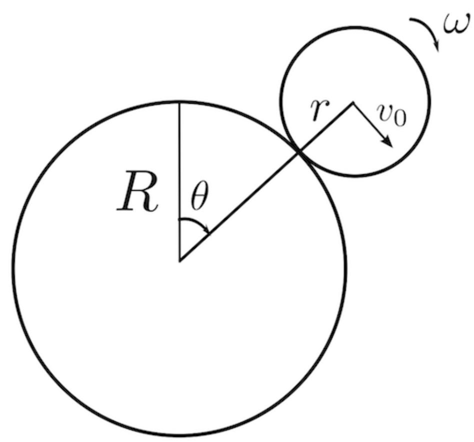
c) Si $b/m = 0.4\,\mathrm{m}^{-1}$, estima la profundidad a la cual $v = v_0/10$

d) Determina la expresión de la profundidad a la cual se encuentra el buzo como función del tiempo $x(t)$, considera que $t = 0$ cuando el buzo impacta con la superficie del agua.

11.3 Una esfera uniforme de radio r inicialmente en reposo, en la cima de una esfera de radio mayor R que está fija, rueda sin resbalar sobre la superficie de la esfera mayor.

a) Encuentra la velocidad angular ω de la esfera de radio r en el instante en que se separa de la esfera mayor

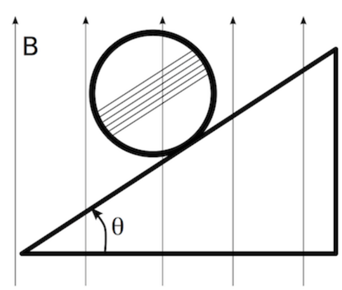
b) Encuentra el ángulo θ, medido desde la vertical, en el que la esfera menor se separa de la esfera mayor.



Problema 12, electromagnetismo.

12.1 Una esfera aislante tiene una masa de 80 g y un radio de 20 cm. Una bobina compacta hecha con 5 vueltas de alambre se enrolla alrededor de la esfera de forma concéntrica. La esfera es puesta sobre un plano inclinado de ángulo θ de tal manera que la bobina es paralela al plano, tal como se muestra en la figura. Existe un campo magnético $\mathbf{B}$ cuya intensidad es de 0.350 T, vertical en la dirección hacia arriba.

Cuál es la corriente necesaria en la bobina para que la esfera se mantenga en equilibrio sobre el plano inclinado.

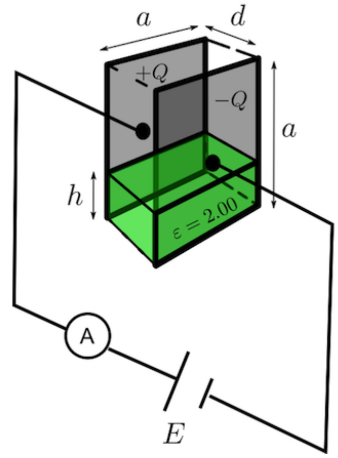


12.2 Se tiene un capacitor de placas paralelas en forma cuadradas de lado $a = 210$ mm y una separación $d = 2.00$ mm. Inicialmente el interior del capacitor se encuentra vacío (constante dieléctrica del vació: $k_0 = 1$). Posteriormente, el capacitor se llena con queroseno a una razón de 33.6 mL/s. El queroseno es un líquido transparente y amarillento que se emplea como combustible, cuya constante dieléctrica tiene el valor $k_q = 2$. Si las placas del capacitor son conectadas a una batería con fuerza electromotriz $\mathcal{E} = 750\,V$.

a) ¿Cuál es la corriente registrada en el circuito mientras el capacitor se esta llenando con queroseno?

La energía necesaria para llenar de líquido del capacitor lo provee la batería, de tal manera que mientras se mantenga conectada el queroseno continuara subiendo su nivel dentro del capacitor hasta eventualmente llenarlo. Sin embargo también es posible desear que el capacitor se llene con queroseno solamente hasta la mitad de su altura y mantenerlo así.

b) ¿Cuál debe ser el valor de la fem $\mathcal{E}$ de la batería necesaria para que el nivel del líquido dentro del capacitor sea $h = a/2$?



Problema 13, Análisis dimensional

Para determinar la dependencia entre las diferentes variables físicas de un problema a veces se suele emplear el método de análisis dimensional. Las dimensiones fundamentales en física son: [longitud]=L, [tiempo]=T, [masa]=M, [temperatura]=θ, [intensidad de corriente eléctrica]=I, [intensidad luminosa]=S y cantidad de materia=n; así, cualquier magnitud física puede escribirse en términos de ellas.

El método de análisis dimensional consiste en establecer una ecuación que relacione las diferentes variables del problema y encontrar el valor de la potencia de cada una de las variables, para ello se escriben las dimensiones (unidades) de cada una de ellas y se impone que ambos lados de la ecuación tengan las misma dimensiones (unidades). Es importante tomar en cuenta que siempre habrá una constante multiplicativa k en la ecuación resultante, cuyo valor no se puede determinar con esté método.

13.1 Encuentra la velocidad de propagación del sonido v_s en un gas cuyas variables son: la presión p, la densidad ρ y la temperatura T.

13.2 La viscosidad η de un fluido depende de la masa m, del diámetro d y la velocidad promedio v de las partículas que lo componen. Encuentra la dependencia de la viscosidad con estas variables.

Se observa que a la misma temperatura, para el metano (CH_4) su viscosidad tiene un valor de $\eta_m = 2.0 \times 10^{-5}$ kg/ms, mientras que para el Helio es $\eta_h = 1.1 \times 10^{-5}$ kg/ms. Si el diámetro de un átomo de Helio es 2.1×10^{-10} m, estima el diámetro de la molécula de metano.

13.3 La ley de Stefan-Boltzmann establece que la potencia emitida de un cuerpo negro, energía total radiada por unidad del´área, es igual a $\sigma\theta^4$ donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann y θ es la temperatura absoluta del cuerpo negro. La constante de Stefan-Boltzmann no es una constante fundamental y se puede escribir en términos de las constantes fundamentales: $h = 6.63\times10^{-34}$ J·s (constante de Planck), $c = 299,792,458$ m/s (velocidad de la luz), $G = 6.7\times10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ (constante gravitacional), $k_B = 1.38\times10^{-23}$ J/K (constante de Boltzmann)

a) Encuentra una expresión para la constante Stefan-Boltzmann en términos de las constantes fundamentales, h, c, G y k_B

Una característica de los agujeros negros es el´área de su horizonte de eventos A. En términos generales, el horizonte de eventos es la frontera del agujero negro. Dentro de esa frontera, la gravedad es muy fuerte que ni siquiera la luz puede salir de la región delimitada por la frontera.

b) Encuentra una expresión del área del horizonte de eventos A en términos de la masa de un agujero negro m y las constantes G y c.

En analogía con la segunda ley de termodinámica, Bekenstein propuso asignar una entropía S a un agujero negro, proporcional al área de su horizonte de eventos A, es decir $S = \eta\, A$

c) Determina una expresión para la constante de proporcionalidad η en términos de las constantes universales h, c, G, k_B

Problema 14, gravitación

14.1 El Sol se encuentra alrededor de 25,000 años luz del centro de la galaxia y gira alrededor de dicho centro con un periodo aproximado de 170,000,000 años. Por otra parte la Tierra está a 8 minutos luz del Sol. Con solo estos datos encuentra la masa gravitacional aproximada de la galaxia en unidades de la masa del Sol.

14.2 Tres partículas puntuales de masas m_1, m_2 y m_3 interactúan entre ellas a través de la fuerza gravitacional.

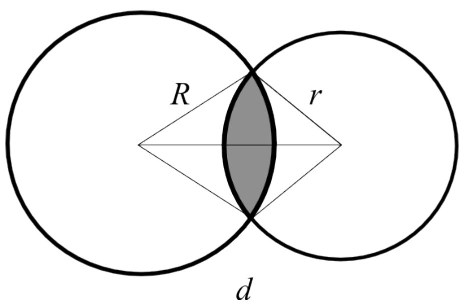
a) Escribe las ecuaciones de movimiento (segunda ley de Newton) de cada partícula tomando como origen al centro de masa del sistema.

b) Considera que las partículas están confinadas a moverse en un plano y que la separación entre cada par de partículas es una distancia fija d. Bajo estas condiciones, cada partícula (o también el sistema de las tres partículas) rota sobre el plano alrededor del centro de masa con frecuencia ω. Determina la frecuencia de rotación ω.

Problema 15,... talachas

15.1 La distancia entre los centros de dos circunferencias que se cruzan, de radios R y r, es igual d. Demuestra que el área de intersección entre los dos círculos esta dada por la siguiente expresión:

$$A = R^2 \arccos\left(\frac{d^2 + R^2 - r^2}{2Rd}\right) + r^2 \arccos\left(\frac{d^2 + r^2 - R^2}{2rd}\right) - Rd\sqrt{1 - \left(\frac{d^2 + R^2 - r^2}{2Rd}\right)^2} \tag{2}$$



Hint:

$$A_s = \pi R^2 \frac{\theta}{360}$$