

Tarea 9

OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF

ENTRENAMIENTO 2017

Fecha de entrega: martes 25 de abril 2017.

Problema 32, varios I

Resuelve al menos 6 de los siguientes problemas:

1. Se desea construir un péndulo simple con periodo de 4 segundos sobre la superficie terrestre a) qué longitud debe tener el péndulo; b) supón que se quiere medir construir un péndulo con el mismo periodo pero que sus dimensiones no excedan 0.5 m, puedes sugerir un péndulo que cumpla estos requisitos.
2. Una bomba nuclear que contiene 8.00 kg de plutonio detona, si la suma de las masas en reposo de los productos de la explosión es menor que la masa en reposo original en una parte en 10^4 . a) ¿Cuánta energía libera la explosión? b) Si la explosión tiene lugar en 4.00 ms, ¿cuál es la potencia media que genera la bomba? c) ¿Qué masa de agua podría elevar a una altura de 1.00 km la energía liberada?
3. Radiación de Cherenkov. El físico ruso P. A. Cherenkov descubrió que una partícula con carga que viaja en un sólido con rapidez mayor que la de la luz en ese material emite radiación electromagnética. (Esto es análogo al estruendo sónico que produce un avión cuando avanza con rapidez mayor que la del sonido en el aire; véase la sección 16.9. Cherenkov compartió el Premio Nobel de 1958 por este descubrimiento.) ¿Cuál es la energía cinética mínima (en electrón volts) que un electrón debe tener cuando viaja en el interior de un bloque de vidrio blanco (“crown”, $n \approx 1.52$) para crear esta radiación de Cherenkov?
4. Un protón (masa en reposo $= 1.67 \times 10^{-27}$ kg) tiene una energía total 4.0 veces mayor que su energía en reposo. ¿Cuál es a) la energía cinética del protón; b) la magnitud de la cantidad de movimiento del protón; c) la rapidez del protón?
5. Un tanque contiene 18 kg de gas de nitrógeno ($M=28$ kg/kmol) a una presión de 4.50 atm. ¿Qué cantidad de gas de hidrógeno ($M=2.0$ kg/kmol) a 3.50 atm contendría el mismo depósito?
6. Una gotita de mercurio tiene un radio de 0.50 mm. ¿Cuántos átomos de mercurio hay en la gotita? Para el Hg, $M=202$ kg/kmol y $\rho = 13600$ kg/m³.
7. Suponga que una molécula de algún gas en particular en la superficie de la Tierra tiene una rapidez v_{rms} (raíz cuadrática media $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$) igual a la que posee dicho gas a 0 °C. Si se fuera a mover verticalmente hacia arriba sin chocar con otras moléculas, ¿qué tan alto llegaría? Suponga que g es constante sobre la trayectoria. ¿Cuál sería la altura máxima para una molécula de N₂.
8. Existe aproximadamente un átomo de hidrógeno por cm³ en el espacio exterior, donde la temperatura es más o menos de 3.5 K. Calcule la rapidez de cada átomo y la presión que ejercen.

Problema 33, Problema de Olimpiada

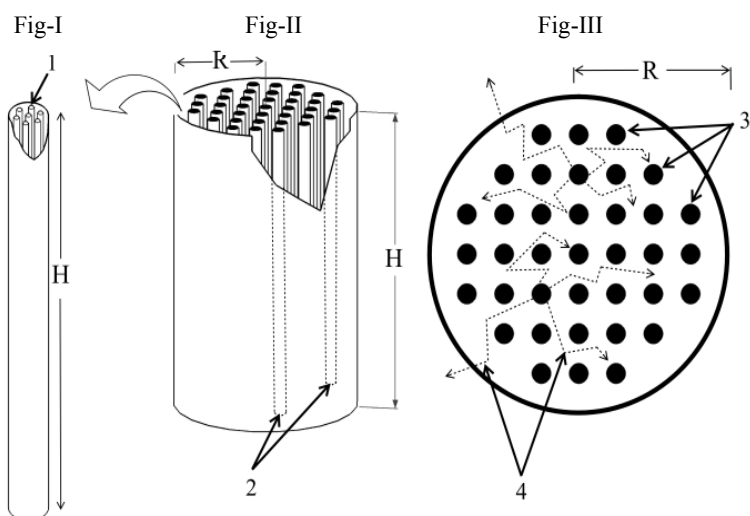
Resolver sección A

El Diseño de un Reactor Nuclear

(Puntaje Total: 10)

El uranio existe en la naturaleza como UO_2 donde sólo el 0.720% de los átomos son de uranio ^{235}U . La fusión inducida por neutrones ocurre de manera espontánea en ^{235}U con la emisión de 2-3 neutrones de fisión de alta energía cinética. Por otro lado, la probabilidad de que esta fisión ocurra aumenta cuando los neutrones que la inducen son de baja energía cinética. Así que, por medio de la reducción de la energía cinética de los neutrones de fisión, es posible inducir una cadena de fisiones en otros núcleos de ^{235}U . Esta es la base de un reactor nuclear generador de energía (RN).

Un RN típico consiste de un tanque cilíndrico de altura H y radio R lleno de un material llamado moderador. También incluye tubos cilíndricos, llamados canales de combustible, que a su vez contienen un conglomerado de espigas cilíndricas de combustible UO_2 natural en estado sólido con altura H , que se encuentran alineadas axialmente en un arreglo cuadrado. Los neutrones de fisión provenientes de los canales de combustible colisionan con el moderador, perdiendo energía y alcanzando a los canales de combustible adyacentes con una energía suficientemente baja como para disparar la fisión (Figs I-III). El calor generado por la fisión en las espigas se transmite a un fluido refrigerante que fluye a lo largo de estas. En este problema estudiaremos la física detrás de (A) las Espigas de Combustible, (B) el Moderador y (C) un RN de geometría cilíndrica.



Bosquejo esquemático de un Reactor Nuclear (RN)

Fig-I: Vista ampliada de un canal de combustible (1-Espigas de combustible)

Fig-II: Una vista del RN (2-Canales de Combustible)

Fig-III: Vista superior del RN (3-Arreglo cuadrado de los Canales de Combustible y 4-Trayectorias Típicas de los Neutrones).

Sólo se muestran los componentes relevantes al problema (e.g. no se muestran las barras de control ni el refrigerante).

A Espiga de Combustible

Datos del UO_2	1. Peso molecular $M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Densidad $\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Punto de derretimiento $T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Conductividad térmica $\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	<p>Considera la siguiente reacción de fisión de ^{235}U estático al de absorber un neutrón de energía cinética despreciable.</p> $^{235}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{94}\text{Zr} + {}^{140}\text{Ce} + 2 {}^1_0\text{n} + \Delta E$ <p>Estima la energía total de fisión liberada ΔE (en MeV). Las masa nucleares son: $m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}$; $m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}$; $m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}$; $m({}^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}$, con $1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV c}^{-2}$. Ignora la falta de balance en las cargas.</p>	0.8
A2	Estima el número N de átomos de ^{235}U por unidad de volumen en el UO_2 natural.	0.5
A3	Supón que la densidad de flujo de neutrones, $\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ es uniforme a lo largo del combustible. La sección eficaz (área efectiva de colisión) para la fisión de un núcleo de ^{235}U es $\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$. Si el 80.00% de la energía de fisión está disponible en forma de calor, estima Q (en W m^{-3}), que es la tasa de producción de calor en la espiga por unidad de volumen. $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$	1.2
A4	En el estado estacionario la diferencia de temperatura entre el centro (T_c) y la superficie (T_s) de la espiga se puede expresar como $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$, donde $k = 1/4$ es una constante adimensional y a es el radio de la espiga. Obtén $F(Q, a, \lambda)$ por análisis dimensional. Nota que λ es la conductividad térmica del UO_2 .	0.5
A5	La temperatura que se desea para el refrigerante es de $5.770 \times 10^2 \text{ K}$. Estima el límite superior a_u para el radio a de la espiga.	1.0

B El Moderador

Considera una colisión elástica bidimensional entre un neutrón de masa 1 u y un átomo moderador de masa A u. Antes de la colisión, todos los átomos del moderador se consideran en reposo según el marco de referencia del laboratorio (RL). Sean \vec{v}_b y \vec{v}_a las velocidades, en el RL, del neutrón antes y después de la colisión, respectivamente. Sea también \vec{v}_m la velocidad del centro de masa (CM) respecto a RL y θ el ángulo de dispersión del neutrón respecto al marco de referencia del CM. Todas las partículas involucradas en las colisiones se mueven a velocidades no relativistas.

B1	<p>La colisión en el RL se muestra esquemáticamente, donde θ_L es el ángulo de dispersión (Fig-IV). Bosqueja el esquema de la colisión en el marco de referencia del CM. Denota las velocidades de las partículas 1, 2 y 3 en términos de \vec{v}_b, \vec{v}_a y \vec{v}_m. Indica el ángulo de dispersión θ.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Fig-IV</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> <p><i>Colisión en el marco de referencia del laboratorio</i></p> <p>1-Neutrón antes de la colisión 2-Neutrón después de la colisión. 3-Átomo moderador antes de la colisión. 4-Átomo moderador después de la colisión</p> </div> </div>	1.0
B2	Obtén v y V , la velocidad del neutrón y del átomo moderador en el marco de referencia del CM después de la colisión, en términos de A y v_b .	1.0
B3	Encuentra una expresión para $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$, donde E_b y E_a son las energías cinéticas del neutrón, en RL, antes y después de la colisión, respectivamente, y $\alpha \equiv [(A - 1) / (A + 1)]^2$.	1.0
B4	Supón que la expresión anterior es válida para una molécula de D ₂ O. Calcula la fracción máxima de energía cedida $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$ del neutrón al moderador D ₂ O (20 u).	0.5

C El reactor nuclear

Para operar el RN a un flujo de neutrones constante ψ (estado estacionario), la pérdida de neutrones tiene que ser compensado por un exceso de producción de neutrones en el reactor. Para un reactor de geometría cilíndrica la tasa de pérdida es $k_1 [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$ y la tasa de exceso de producción es $k_2 \psi$. Las constantes k_1 y k_2 dependen de las propiedades de los materiales del RN.

C1	Considera un RN con $k_1 = 1.021 \times 10^{-2} \text{ m}$ y $k_2 = 8.787 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$. Suponiendo que para un volumen fijo la tasa de pérdida debe ser minimizada para un consumo eficiente del combustible, obtén las dimensiones del RN en el estado estacionario.	1.5
C2	Los canales de combustible se encuentran en un arreglo cuadrado (Fig-III) con una distancia entre primeros vecinos de 0.286 m. El radio efectivo del canal de combustible (si se encuentra en estado sólido) es de $3.617 \times 10^{-2} \text{ m}$. Estima el número de canales de combustible F_n en el reactor y la masa M de UO ₂ requerida para operar el RN en el estado estacionario.	1.0

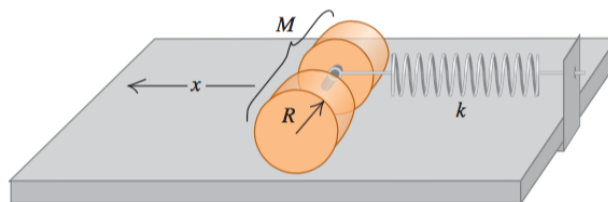
Hoja de Datos Generales

Aceleración gravitacional de la Tierra	g	9.807 m s^{-2}
Presión atmosférica	P_{atm}	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Número de Abogadro	N_A	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Energía de amarre del átomo de hidrógeno	—	13.606 eV
Magnitud de la carga del electrón	e	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	m_e	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa del protón	m_p	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Masa del neutron	m_n	$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Permeabilidad del vacío	μ_0	$1.257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
Permitividad del vacío	ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Velocidad del sonido en el aire (a temperatura ambiente)	c_s	$3.403 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$
Velocidad de la luz en el vacío	c	$2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Constante de Gravitación Universal	G	$6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Constante universal de los gases	R	$8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

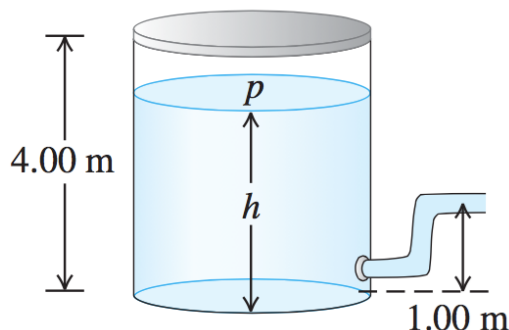
Problema 34, varios II

Resuelve al menos 2 de los siguientes problemas:

- Una varilla uniforme de longitud L oscila con un pequeño ángulo alrededor de un punto a una distancia x de su centro. a) Demuestra que la frecuencia angular de oscilación es $\sqrt{\frac{gx}{L^2/12 + x^2}}$; b) Para que valor de x la frecuencia es máxima; c) ¿qué longitud debe tener la varilla para que su frecuencia angular máxima sea $2/\pi$ rad/s?
- Dos cilindros sólidos están conectados por una varilla, ligera y de masa despreciable, a lo largo de su eje común. Los dos cilindros tienen radio R y la masa total de ambos es M , los cilindros descansan sobre una mesa horizontal. Un resorte de constante k tiene un extremo fijo, y el otro, conectado al centro de masa de los cilindros, ver figura. Se tira de los cilindros una distancia x , estirando el resorte, y se sueltan. Hay suficiente fricción entre la mesa y los cilindros para que éstos ruedan sin resbalar al oscilar horizontalmente. Demuestre que el movimiento del centro de masa de los cilindros es armónico simple, y calcule su periodo en términos de M y k .



- Un tanque de agua tiene una manguera conectada como se ilustra en la figura. El tanque está sellado por arriba y tiene aire comprimido entre la superficie del agua y la tapa. Cuando la altura del agua h es de 3.50 m, la presión absoluta p del aire comprimido es de 4.2×10^5 Pa. Suponga que ese aire se expande a temperatura constante, y considere que la presión atmosférica es 10^5 Pa. a) ¿Con qué rapidez sale agua por la manguera cuando $h = 3.5$ m? b) Al salir agua del tanque, h disminuye, calcule la rapidez de flujo para $h = 3$ m y $h = 2$ m, c) ¿En qué valor de h se detiene el flujo?



- De acuerdo a la ecuación de van der Waals, a) muestra que ésta se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{n}{V} = \left(\frac{p + an^2/V^2}{RT} \right) \left(1 - \frac{bn}{V} \right) \quad (1)$$

b) los parámetros para el sulfuro de hidrógeno gaseoso (H_2S) son $a = 0.448 \text{ J} \cdot \text{m}^3/\text{mol}^2$ y $b = 4.29 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Determine el número de moles por volumen de H_2S a una temperatura de 127°C y una presión de $9.8 \times 10^5 \text{ Pa}$ como sigue:

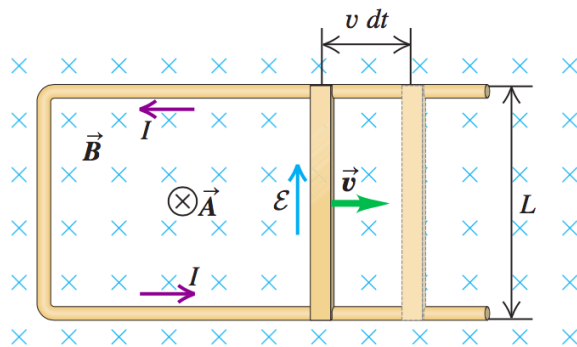
- Calcula una primer aproximación usando la ecuación del gas ideal.
- Sustituya esta aproximación en el miembro derecho de la ecuación (1) lo cual da una mejor aproximación de n/V .

- iii) Sustituya la nueva aproximación en el miembro derecho de la ecuación (1), entonces se obtiene una nueva aproximación de n/V
- iv) Repita el paso iii); este procedimiento puede repetirse hasta la precisión deseada.
- c) Finalmente compara el resultado final del inciso b) con el resultado inicial empleando la ecuación de gas ideal, ¿qué resultado da un mayor valor de n/V ?, ¿por qué?

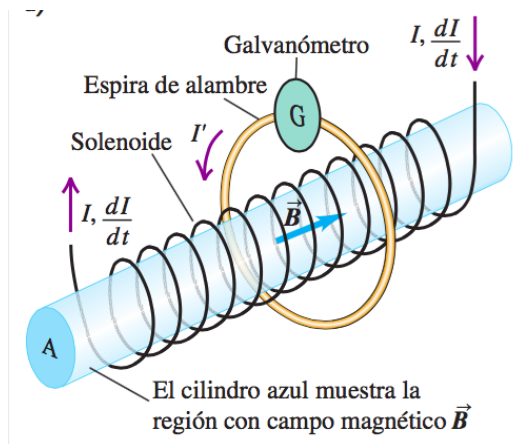
Problema 35, Inducción electromagnética.

Resuelve al menos 3 de los siguientes problemas:

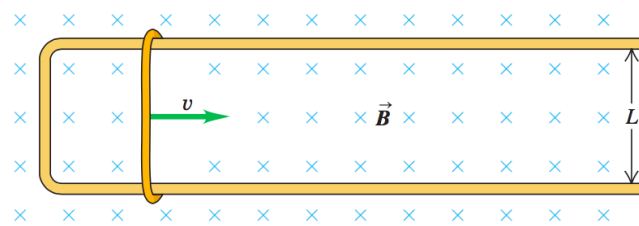
- La figura muestra un conductor en forma de U en un campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular al plano de la figura, dirigido hacia la página. Colocamos una varilla de metal con longitud L entre los dos brazos del conductor para formar un circuito, y movemos la varilla hacia la derecha con velocidad \vec{v} constante. Esto induce una fem y una corriente.



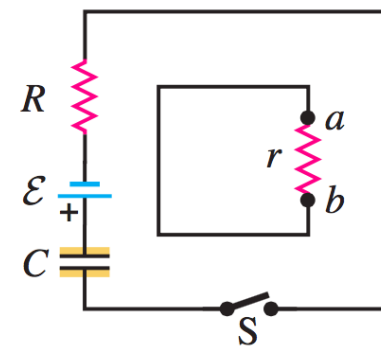
- Determine la magnitud y dirección de la fem inducida resultante.
la energía se disipa en el circuito debido a su resistencia. Sea R la resistencia del circuito (constituido por conductor corredizo y el conductor en forma de U que conecta los extremos del conductor corredizo) en un punto dado del movimiento del conductor corredizo.
 - Demuestra que la tasa a la que se disipa energía (potencia) en el circuito es exactamente igual a la tasa a la que se debe efectuar trabajo para desplazar la varilla a través del campo magnético.
- El solenoide de la figura tiene 500 espiras por metro y la corriente en éstas crece a razón de 100 A/s. El área de la sección transversal del solenoide es de 4.0 cm^2 . a) Encuentre la magnitud de la fem inducida en la espira de alambre afuera del solenoide. b) Calcule la magnitud del campo eléctrico inducido dentro de la espira si su radio es de 2.0 cm.



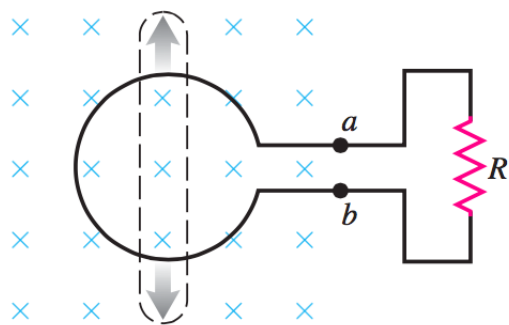
3. Una espira cuadrada de cobre orientada verticalmente cae desde una región en la que el campo \mathbf{B} es horizontal, uniforme y perpendicular al plano de la espira, hacia una región donde el campo es igual a cero. La espira se libera desde el reposo y al principio está por completo dentro de la región del campo magnético. Sea s la longitud lateral de la espira, y d el diámetro del alambre. La resistividad del cobre es ρ_R y su densidad es ρ_m . Si la espira alcanza su rapidez terminal mientras su segmento superior está aún en la región del campo magnético, encuentre una expresión para la rapidez terminal.
4. En la figura se muestra una espira rectangular con ancho L y un alambre corredizo con masa m . Un campo magnético uniforme \mathbf{B} está dirigido en forma perpendicular al plano de la espira hacia el plano de la figura. Se da al alambre corredizo una velocidad inicial v_0 y luego se libera. No hay fricción entre el alambre y la espira; la resistencia de la espira es despreciable en comparación con la resistencia R del alambre corredizo.



- a) Obtén la expresión de la fuerza F ejercida sobre el alambre mientras se mueve con velocidad v
- b) Demuestra que la distancia que se mueve el alambre hasta llegar al reposo es $x = mv_0 R / a^2 B^2$
5. La figura muestra un circuito pequeño dentro de uno más grande, ambos sobre la superficie de una mesa. El interruptor se cierra en $t = 0$ con el capacitor inicialmente descargado. Suponga que el circuito pequeño no ejerce un efecto apreciable sobre el grande.



- a) ¿Cuál es el sentido de la corriente (de a a b ó de b a a) en el resistor r i) en el instante después de que el interruptor se cierra y ii) una constante de tiempo después de haber cerrado el interruptor?
- b) Dibuje la gráfica de la corriente en el circuito pequeño como función del tiempo, tomando como positivo el sentido horario.
6. Una espira circular flexible de 6.50 cm de diámetro está en un campo magnético con magnitud de 0.950 T, dirigido hacia el plano de la página, como se ilustra en la figura. Se tira de la espira en los puntos indicados por las flechas, para formar una espira de área igual a cero en 0.250 s.



- a) Calcula la fem inducida media en el circuito.
- b) ¿Cuál es el sentido de la corriente en R (de a a b ó de b a a)?