

Problema 1, Rayos en una tormenta eléctrica

Introducción

Rayos en una tormenta eléctrica La fascinación y temor por los fenómenos meteorológicos es un hecho que nos acompaña desde la antigüedad. Los antiguos griegos, por ejemplo, asociaban los rayos con Zeus, su dios más poderoso. Según la mitología nórdica, el dios Thor producía los relámpagos al cortar con su espada las nubes en su lucha contra otros dioses.

Por otro lado, el hecho de que haya tantas tormentas eléctricas en el planeta y que los rayos lleven consigo tanta energía, resultan peligrosos para el hombre. En los Estados Unidos, por ejemplo, mueren unas 100 personas al año a causa del impacto por rayos, siendo el estado de Florida el que presenta un mayor número de casos, con un número mayor de muertes al causado por los huracanes y tornados combinados.

El rayo corresponde a una descarga eléctrica en la atmósfera, que se produce entre una nube y la superficie, o entre dos nubes. El aire, desde el punto de vista eléctrico es un buen aislante. Sin embargo, cuando la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos supera un cierto valor límite, en torno a los 30000 V para una distancia aproximada de 1 cm, se produce la ruptura dieléctrica de éste, haciendo que el aire sea conductor eléctrico y se produzca una masiva descarga eléctrica en la forma de un chispazo.

En su trayectoria, el rayo transporta corrientes eléctricas que pueden llegar a varios miles de amperios durante milésimas de segundo con potenciales que se han llegado a estimar en valores que sobrepasaban los 15 millones de voltios. En el hogar, las intensidades eléctricas están en torno a unos cuantos amperios con voltajes de entre 110 y 220 V.

El paso brusco de los electrones por la atmósfera ioniza a las moléculas de aire que, al regresar a su estado normal, producen la luz que se conoce como relámpago. El aumento de temperatura (hasta un valor cercano a 30000 °C) en la zona por donde pasa la descarga y el brusco aumento de presión debido al calentamiento producen las ondas de sonido que constituyen el trueno. La velocidad de propagación del sonido en el aire es del orden de 1200 km/h, de modo que el tiempo transcurrido entre el avistamiento del relámpago y el trueno permite estimar la distancia del observador al punto de ocurrencia del rayo.

La forma en que modelan los físicos e ingenieros a los rayos en la atmósfera que caen sobre la tierra, es considerando a las nubes y a la tierra como un gran condensador (capacitor) de placas paralelas que se descarga directamente a través del aire, produciendo un gran chispazo.

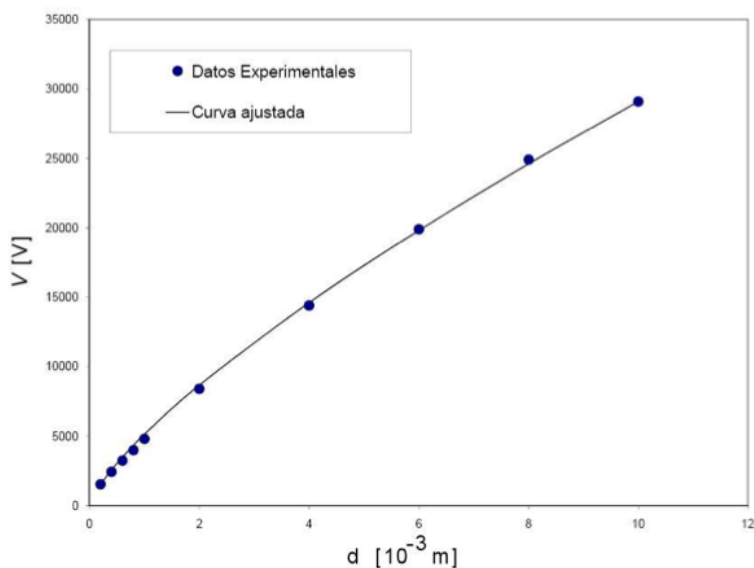


Figura 1. Rompimiento en un condensador
Para la distancia $d = 1 \times 10^{-2}$ m:

Parte I: Antecedentes de laboratorio.

En un laboratorio de física se obtuvo que el voltaje necesario para producir la chispa a través del aire, en un condensador de placas paralelas de área $3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (35 cm), como función de la distancia no varía linealmente. Los resultados se grafican en la figura 1 donde se muestran los puntos experimentales y la línea continua que ajusta a los puntos experimentales con la curva

$$V = m \left(\frac{d}{d_0} \right)^\alpha, \quad m = 5140 \text{ V}, \quad \alpha = 0.75, \quad d_0 = 10^{-3} \text{ m} \quad (1)$$

(I.a) Calcule la carga y densidad superficial de carga sobre una de las placas para el instante antes de que ocurra el chispazo. [1.0 punto] (I.b) ¿Cuánto vale el campo eléctrico entre las placas en ese instante?

(I.c) Calcule la energía disipada en la descarga del condensador.

(I.d) Calcule la fuerza entre las placas.

(I.e) Calcule la corriente eléctrica involucrada al paso de electrones de una placa a otra, suponiendo que la descarga ocurre en $1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

Parte II: Rayos de una nube típica en una tormenta

Una nube típica que produce rayos es la conocida como *Cumulonimbus* que puede tener una base de 4 km de diámetro, y estar a una altura de 2 km sobre la superficie. Esta nube tiene un crecimiento vertical muy grande que puede alcanzar varios kilómetros desde su base. Un tiempo típico para la duración de la descarga de un rayo, desde esa altura, es de 10 milésimas de segundo.

Usando el modelo anterior de condensador de placas paralelas para un rayo que sale de esta nube y cae sobre la tierra:

(II.a) Calcule la diferencia de potencial entre la nube y la tierra para que se produzca el rayo.

(II.b) Calcule la corriente eléctrica involucrada en el rayo.

(II.c) ¿Cuál es la cantidad de electrones para dar una corriente equivalente?

(II.d) En la literatura de divulgación sobre los rayos, se encuentran aseveraciones como que la energía involucrada en el rayo es tal que podría iluminar a una ciudad de tamaño medio durante un año. Suponiendo que una ciudad de tamaño medio utiliza aproximadamente 2000 GWh para su iluminación durante 1 año, ¿es cierta la aseveración? Calcule la energía involucrada en el rayo para justificar su respuesta.

(II.e) El consumo mundial de energía al año es de 1021 J. Suponiendo que caen a la tierra 100 rayos por segundo, calcule la energía involucrada en las tormentas de rayos en un año. ¿Qué porcentaje del consumo mundial de energía podría sustituirse por esta fuente alternativa de energía?

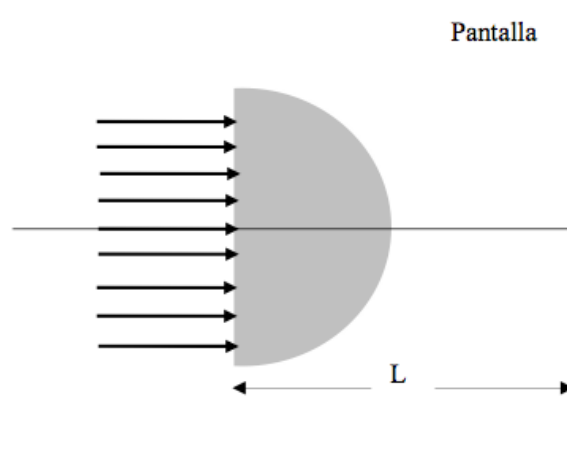
(II.f) Considere que un 50 % de la energía que libera el rayo se disipa en la trayectoria en forma de calor. Suponga que la trayectoria fuese un cilindro recto de 0.1 m de diámetro. El calor específico del aire puede considerarse como constante. Calcule el aumento de temperatura en el aire en esa zona suponiendo que el volumen es constante.

calor específico del aire: $1214 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

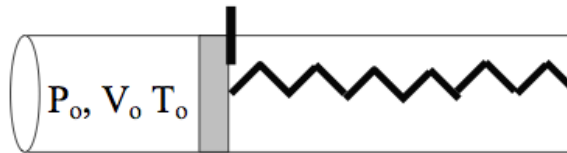
carga del electrón: $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

permitividad eléctrica del vacío:

Problema 2 Sobre una semiesfera de vidrio, de índice de refracción n y radio r , se hace incidir un haz de rayos luminosos en la forma que indica la figura inferior, determinar el radio de la mancha luminosa que aparece en la pantalla en función de L , r y n



Problema 3 En la figura inferior el cilindro lleva un émbolo que se puede desplazar sin rozamiento. Inicialmente el émbolo se encuentra sujeto y el muelle tiene su longitud natural (no está estirado ni comprimido). En la parte izquierda existe un mol de gas perfecto cuyas coordenadas termodinámicas son (P_0, T_0, V_0) . En la parte derecha se ha hecho el vacío y el sistema está termoaislado. Si se deja en libertad el émbolo, el gas adquiere un volumen $2V_0$. Calcular los valores de la temperatura y presión del gas, suponiendo despreciables los calores específicos del émbolo y del cilindro.



Problema 4. La bobina de inducción o carrete de Ruhmkorff.

La bobina de inducción construida por Ruhmkorff en 1851, antes del invento de los transformadores propiamente dichos, es un dispositivo destinado a producir en un circuito secundario una fuerza electromotriz (fem) inducida mucho mayor que la fem aplicada en un circuito primario. En la figura 1 se muestra una fotografía de un carrete de Ruhmkorff.

Las bobinas de inducción fueron básicas en los albores de los rayos X y de la “telefonía sin hilos”. Se han usado y todavía se usan en los motores de explosión para producir la chispa en las bujías.

Tal como se muestra en el esquema de la figura 2, el carrete consta esencialmente de un arrollamiento *primario*, formado por varias espiras de hilo grueso de cobre, aisladas entre sí y arrolladas sobre un núcleo de hierro dulce. Sus terminales se conectan a un generador de corriente continua de tensión V_p , intercalando un interruptor que continuamente abre y cierra el circuito de un modo automático.



Fig. 1

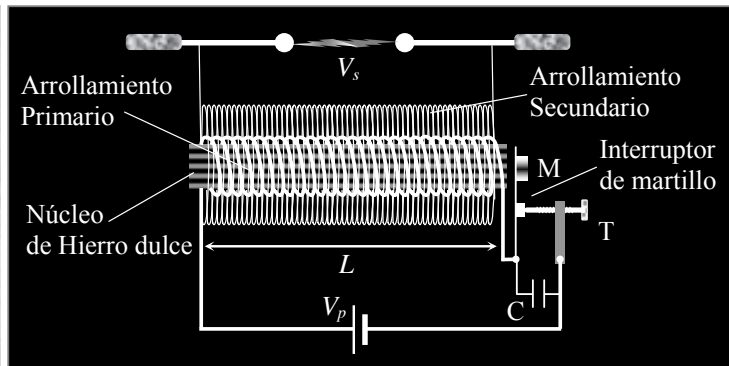


Fig. 2

Otro arrollamiento, llamado *secundario*, va dispuesto sobre el primario y está constituido por un gran número de espiras de hilo fino, muy bien aisladas eléctricamente entre sí y con el primario, cuyos terminales constituyen los bornes de la bobina, entre los cuales habrá un voltaje $V_s \gg V_p$.

En el carrete esquematizado en la figura 2, la bobina del primario tiene una longitud L y está formada por N_p espiras circulares de diámetro D_p . Estas espiras son de hilo de cobre, de resistividad ρ y de sección circular con diámetro d_p . Considerando que el circuito primario está cerrado:

- Obtenga la expresión de la intensidad de corriente continua que circularía por el primario, I_0 , si estuviese constantemente conectado a la batería de fem V_p .
- Si la corriente que circula por el primario es I_0 , despreciando los efectos de los extremos del arrollamiento, es decir, considerando al primario como un solenoide largo, obtenga la expresión del campo magnético dentro del solenoide, sin tener en cuenta el núcleo, B_0 .

Considere en adelante que en el interior del primario hay un núcleo de hierro dulce formado por un manojó de alambres aislados entre sí para reducir las pérdidas producidas por corrientes de Foucault. Su misión es aumentar la intensidad del campo magnético B_0 que crearía el primario sin núcleo hasta un valor $B = \mu_r B_0$. La relación entre las permeabilidades magnéticas relativa, μ_r , y absoluta, μ , del material del núcleo es $\mu_r = \mu / \mu_0$.

En la figura 2 aparece un interruptor de *martillo*. Su funcionamiento es simple: al pasar la corriente por el primario, la armadura M, montada sobre una lámina flexible, es atraída por el núcleo y se separa del tornillo T, con lo que el circuito primario se abre y la corriente tiende a anularse. En ese momento, cesa la atracción porque el núcleo se desmagnetiza (hierro dulce) y M vuelve a la posición inicial en la que el contacto del tornillo T cierra de nuevo el circuito.

Para evitar en parte las chispas que se forman entre los contactos en las interrupciones periódicas, se coloca un condensador (capacitor) C, que no se tendrá en cuenta en el desarrollo de este ejercicio.

Como el interruptor de martillo abre y cierra el circuito periódicamente, la corriente del primario es variable con el tiempo, $I_p(t)$, y lo hace periódicamente con una frecuencia $f = 1/T$.

La dependencia con el tiempo de I_p es difícil de describir analíticamente. Por sencillez, supondremos que varía con el tiempo como se muestra en la figura 3: en cada periodo T , la corriente crece linealmente desde 0 hasta I_0 en el intervalo $0 < t < 4T/5$ y decrece desde I_0 hasta 0 en el intervalo $4T/5 < t < T$. En consecuencia, el campo magnético creado también variará con el tiempo, $B(t)$.

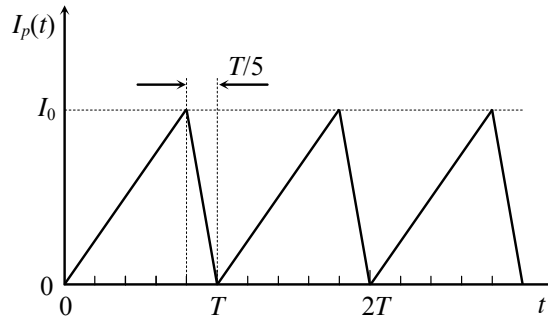


Fig. 3

- Determine las expresiones de la fem inducida en el circuito secundario, $V_{s,1}$ y $V_{s,2}$, en los intervalos de tiempo $0 < t < 4T/5$ y $4T/5 < t < T$, respectivamente.
- Con los valores numéricos de la Tabla de datos, calcule los valores de $V_{s,1}$ y $V_{s,2}$.
- Haga una representación gráfica de la fem inducida en el secundario, V_s , en función del tiempo.

Tabla de datos	
Fem de la batería	$V_p = 12,0 \text{ V}$
Longitud de la bobina	$L = 15,0 \text{ cm}$
Diámetro de las espiras del primario	$D_p = 2,00 \text{ cm}$
Diámetro del hilo del primario	$d_p = 0,600 \text{ mm}$
Resistividad del Cobre	$\rho = 1,70 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$
Frecuencia del interruptor	$f = 1/T = 100 \text{ Hz}$
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Permeabilidad magnética relativa del núcleo	$\mu_r = 300$
Número de espiras del secundario	$N_s = 25\,000$