Problema 1

En el centro de un tubo horizontal de longitud L, cerrado en ambos extremos, se encuentra una columna de mercurio de longitud l. Si ponemos el tubo en posición vertical, la columna se traslada una distancia Δl de la posición inicial. A qué distancia Δl del centro del tubo quedara la columna de mercurio bajo las siguientes circunstancias:
a) Si abrimos uno de los extremos del tubo cuando se encuentra en posición horizontal.
b) Si abrimos el extremo superior del tubo en posición vertical.
c) Si abrimos el extremo inferior del tubo en posición vertical.

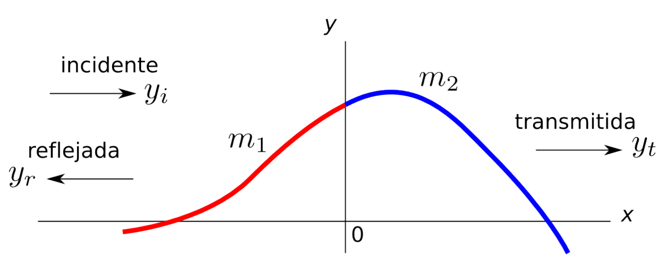
Problema 2

Se tienen dos cuerdas de diferente densidad unidas en un punto ($x = 0$), la cuerda que se extiende a la izquierda del eje x ($x \leq 0$) tiene densidad lineal de masa m_1, por otra parte la cuerda que extiende a la derecha del eje x ($x \geq 0$) tiene densidad lineal de masa m_2. Una onda incidente que viaja en el sentido positivo del eje x, a través de la cuerda de la izquierda, es reflejada y transmitida en el punto de unión de ambas cuerdas. La onda transmitida se propaga a través de la cuerda de la derecha y en el mismo sentido que la onda incidente, mientras que la onda reflejada se propaga en sentido contrario de la onda incidente sobre la cuerda de la izquierda (ver figura).

Sea:

$$\begin{aligned} \text{onda incidente:} \quad & y_i(x,t) = A_i \sin(\omega t - k_1 x) \qquad & x \leq 0 \\ \text{onda reflejada:} \quad & y_r(x,t) = A_t \sin(\omega t + k_1 x) \qquad & x \leq 0 \\ \text{onda transmitida:} \quad & y_t(x,t) = A_r \sin(\omega t - k_2 x) \qquad & x \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

donde A_i, A_r, A_t corresponde a las amplitudes de las onda incidente, reflejada y transmitida respectivamente. Nota que la frecuencia de oscilación ω de las ondas es la misma en ambas cuerdas (o medios), sin embargo la velocidad de propagación es diferente $v_1 = \omega/k_1$, $v_2 = \omega/k_2$ (la velocidad de una onda que se propaga en una cuerda esta dada por $v = \sqrt{T/m}$, donde T es la tensión y m la densidad lineal de masa).



El problema consiste en determinar los coeficientes de reflexión y transmisión definidos de la siguiente manera:

$$R \equiv \frac{A_r}{A_i} \qquad T \equiv \frac{A_t}{A_i} \tag{2}$$

Para ellos considera las siguientes dos propiedades físicas que deben satisfacer las cuerdas en el punto de unión ($x = 0$):

1. Las dos cuerdas no se despegan, siempre se mantienen unidas.
2. Si no hay ninguna fuerza externa en el punto de unión, entonces la componente transversal de la fuerza en ambas cuerdas debe ser la misma en el punto de unión, ¿por qué? Puedes verificar que, en general, cuando una onda se propaga en una cuerda la fuerza, en la componente transversal, en cualquier punto sobre la cuerda esta dada por: $F_y = T\dfrac{dy}{dx}$, donde T es la tensión en la cuerda.

a) Determina los coeficientes de reflexión y transmisión: R y T, en términos de las velocidades de propagación de la onda en cada cuerda, v_1 y v_2.

De acuerdo a los resultados obtenidos, podrás verificar que el coeficiente de transmisión es siempre positivo. Sin embargo, el coeficiente de reflexión R puede ser tomar valores negativos, ¿cuando sucede esto?, en cuyo caso significa que la onda reflejada esta desfasada por un valor de π respecto de la onda incidente. Esto mismo sucede para cualquier tipo de onda, en especial para las ondas electromagnéticas -es decir, la luz- dependiendo de el cambio del índice de refracción entre dos medios, el índice de refracción, a su vez, esta relacionado con la velocidad de propagación de las ondas en el medio.

b) Determina los coeficientes de reflexión y transmisión: R y T, ahora en términos de las densidades lineales de masa de cada cuerda.

c)Ahora considera el caso donde solo esta la cuerda de la izquierda y en $x = 0$ la cuerda esta fija al origen, en $x \geq 0$ hay una pared. Considera una onda que se propaga en la cuerda y describe la situación, ¿hay un cambio de fase en la onda reflejada? Considera la misma situación pero ahora la cuerda no esta fija en $x = 0$, sino que esta libre de moverse verticalmente, ¿hay un cambio de fase?

d) Por conservación de energía y de momento (en la dirección transversal) en el punto de unión de la cuerda, determina las expresiones de las velocidades de propagación de la onda en cada cuerda: v_1 y v_2, en términos de las densidades lineales de masa m_1 y m_2. El resultado es análogo a la colisión de dos partículas de masas m_1 y m_2.

e) Considera la colisión de dos partículas 1 y 2 de masas m_1 y m_2 respectivamente, antes de la colisión la partícula 2 esta en reposo y la partícula 1 se mueve con velocidad v_1. Si ambas partículas se mueven únicamente en el eje x, determina las velocidades de ambas partícula, v_1' y v_2, después de la colisión en términos de las masas de la partículas, compara con el resultado anterior.

Problema 1: Eclipses del satélite de Júpiter

Hace mucho tiempo, antes de que los científicos pudieran medir la velocidad de la luz con precisión, O Römer, un astrónomo Danés estudió los eclipses del satélite de Júpiter. Fue capaz de determinar la velocidad de la luz a partir de los periodos observados del satélite alrededor del planeta Júpiter. La Figura 1 muestra la órbita de la Tierra E alrededor del Sol S y uno de los satélites M alrededor de Júpiter J. (Él observó el tiempo transcurrido entre dos apariciones sucesivas del satélite M desde atrás de Júpiter).

Una larga serie de observaciones de los eclipses permitió una evaluación precisa del periodo de M. Periodo observado T depende de la posición relativa de la Tierra respecto al marco de referencia con SJ como uno de sus ejes principales. El tiempo promedio de revolución es $T_0 = 42\,\mathrm{h}\,28\,\mathrm{m}\,16\,\mathrm{s}$ y el máximo periodo observado es $(T_0 + 15)\,\mathrm{s}$.

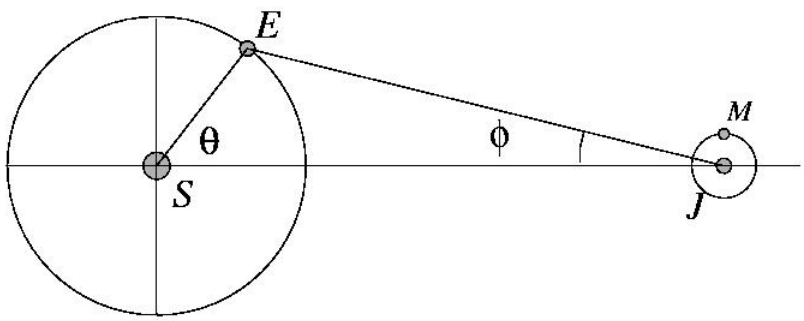


Figura 1: La órbitas de la Tierra E alrededor del Sol S y del satélite M alrededor de Júpiter J. La distancia promedio de la Tierra al Sol es $R_{\mathrm{E}} = 149.6 \times 10^6\,\mathrm{km}$. La máxima distancia es $R_{\mathrm{E,max}} = 1.015 R_{\mathrm{E}}$. El periodo de revolución de la Tierra es de 365 días y el de Júpiter es de 11.9 años. La distancia del satélite M al planeta Júpiter es $R_{\mathrm{M}} = 422 \times 10^3\,\mathrm{km}$.

a. Use la ley de gravitación de Newton para estimar la distancia de Júpiter al Sol. Determine la velocidad angular relativa ω de la Tierra respecto al marco de referencia Sol-Júpiter (SJ). Calcule la velocidad de la Tierra respecto a SJ.

b. Tome un nuevo marco de referencia en el que Júpiter está en reposo respecto al Sol. Determine la velocidad angular relativa ω de la Tierra respecto al marco de referencia Sol-Júpiter (SJ). Calcule la velocidad de la Tierra respecto a SJ.

c. Suponga que un observador vio a M comenzar a emerger desde la sombra cuando su posición estaba en θ_k y que la siguiente aparición fue en θ_{k+1}, $k = 1, 2, 3, \ldots$ A partir de estas observaciones obtuvo los periodos aparentes de revolución $T(t_k)$ como función del tiempo t_k de la Figura 1. Use una expresión aproximada para explicar cómo la distancia influye en los periodos observados de la revolución de M. Estime el error relativo de su distancia aproximada.

d. Encuentre la relación entre $d(t_k)$ y $T(t_k)$. Grafique el periodo $T(t_k)$ en función del tiempo de observación t_k. Encuentre las posiciones de la Tierra cunado observó los periodos máximo, mínimo y verdadero del satélite M.

e. Estime la velocidad de la luz a partir del resultado anterior. Señale las fuentes de error de su estimación y calcule el orden de magnitud del error.

f. Sabemos que la masa de la tierra es de $5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ y que $1\,\mathrm{mes} = 27\,\mathrm{d}\,7\,\mathrm{h}\,3\,\mathrm{m}$. Encuentre la masa del planeta Júpiter.