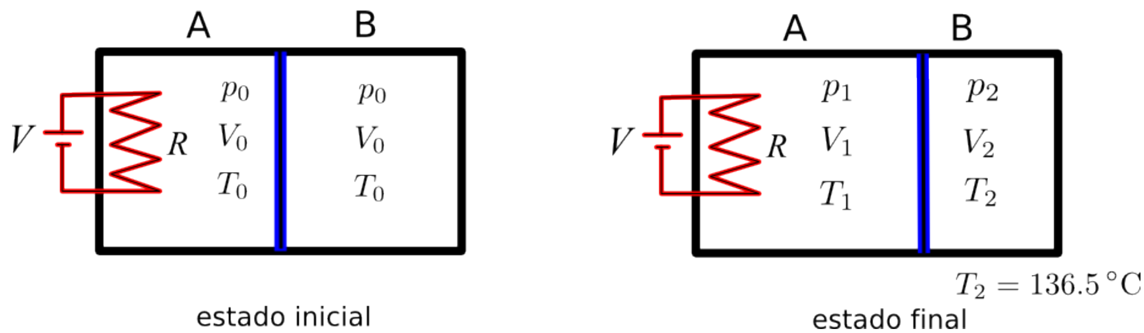
XXV OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA
Oaxaca 9-13 de noviembre de 2014
Prueba teórica

Problema 1 Transferencia de calor (10 puntos)



Un contenedor cilíndrico, fabricado de un material aislante al calor, y de volumen total $V = 44.8\,\mathrm{lt}$ está dividido en dos compartimentos (A y B de la figura) por una pared también perfectamente aislante al calor. Cada compartimento tiene un mol de Helio en estado gaseoso. Inicialmente, los dos compartimentos tienen el mismo volumen V_0 (dividen a la mitad el contenedor cilíndrico) y están a la misma temperatura $T_0 = 0\,^\circ\mathrm{C}$.

Con una resistencia eléctrica colocada en el compartimento A circula una corriente que genera calor lentamente por efecto Joule y cambia el estado termodinámico del sistema, es decir, el gas en los diferentes compartimientos cambian sus presiones, volúmenes y temperaturas. En particular, se encuentra que después de un tiempo t el gas en el compartimiento B ha alcanzado una temperatura de $T_2 = 136.5\,^\circ\mathrm{C}$.

El propósito de este problema es calcular ese tiempo t en el que la resistencia eléctrica confiere calor al sistema, sabiendo que dicha resistencia tiene el valor $R = 242\,\Omega$ y que está conectada a una fuente de voltaje de 220 V.

Los siguientes pasos pueden ser de utilidad en dicho cálculo.

Denotemos los valores finales en las variables del gas en cada compartimento de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} \text{valores finales:} \\ \text{compartimento A:} \quad (p_1, V_1, T_1) \qquad\qquad \text{compartimento B:} \quad (p_2, V_2, T_2) \end{array} \tag{1}$$

donde, como ya se mencionó, $T_2 = 136.5\,^\circ\mathrm{C}$.

Recuerda que en un gas ideal hay cuatro procesos básicos con las siguientes propiedades:

proceso	propiedad	ecuación que satisface el proceso
isotérmico	T es constante	$pV =$ constante
isobárico	p es constante	$\dfrac{V}{T} =$ constante
isocórico	V es constante	$\dfrac{p}{T} =$ constante
adiabático	$Q = 0$, no hay flujo de calor	$TV^{\gamma-1} =$ constante

donde $\gamma = c_p/c_V$;
c_v y c_p es la capacidad calorífica molar a volumen constante y presión constante respectivamente.
Para el Helio en estado gaseoso: $c_v = \dfrac{3}{2}R$ y $c_p = \dfrac{5}{2}R$
La constante universal de los gases ideales es: $R = 8.31$ J/Kmol;

1.1	**Pregunta:** Determina la presión y el volumen final del compartimento B (p_2, V_2)	3 puntos

1.2	**Pregunta:** Determina la presión, volumen y temperatura finales del compartimento A (p_1, V_1, T_1)	2 puntos

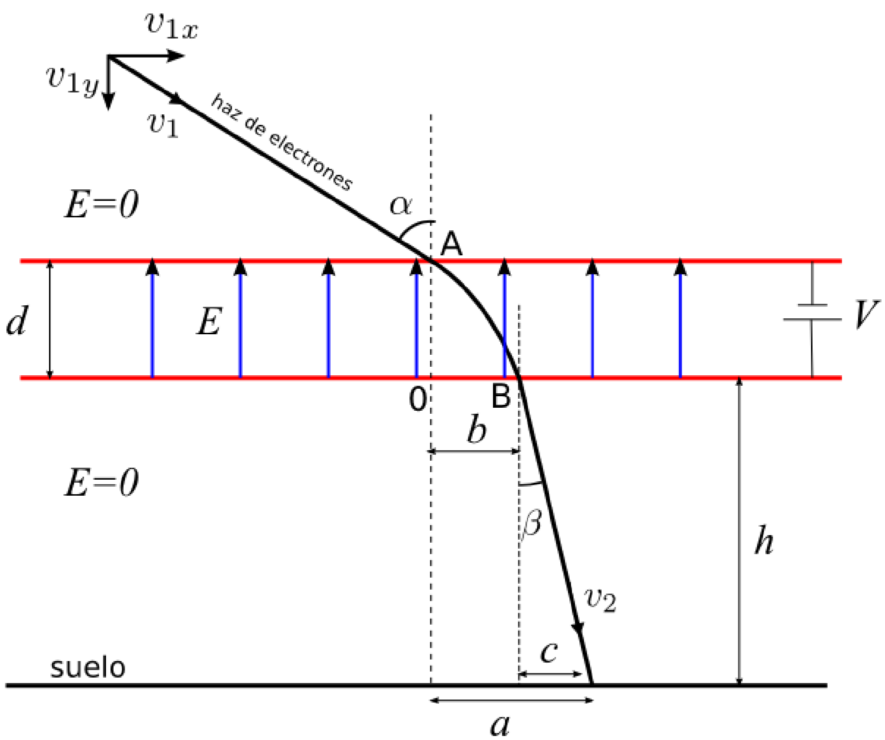
1.3	**Pregunta:** Determina el cambio de energía en ambos compartimentos.	2 puntos

1.4	**Pregunta:** Usando que la resistencia del compartimento A tiene el valor $R = 242\,\Omega$ y que está conectada a una fuente de voltaje de 220 V, determina el tiempo t necesario que le toma a la resistencia generar el calor necesario para realizar el proceso descrito. ¿Existe trabajo W_A y W_B entre los compartimientos, durante el proceso? Si sí, ¿Cuál es la relación entre dichos trabajos?	3 puntos

Problema 2 Refracción de electrones	**(10 puntos)**

Se tiene un haz de electrones que incide, a un ángulo α, sobre un par de placas paralelas que se encuentran a un potencial V (un condensador), ver figura. El haz incide en el punto A de la placa superior como se muestra en la figura y es desviado dentro de las placas, debido a que el campo eléctrico E entre las placas produce una fuerza sobre los electrones, hasta el punto B de la placa inferior. En ese punto el haz emerge fuera de las placas con un ángulo β. Considera que los electrones pueden cruzar las placas paralelas sin ser afectadas, es decir, sólo las desvía el campo eléctrico. Nota también que en la dirección horizontal no hay fuerzas sobre los electrones del haz. Desprecia cualquier efecto de la gravedad.

El problema general consiste en determinar la distancia horizontal a a la cual es proyectado el haz de electrones en el suelo, respecto de la linea vertical donde incide el haz en la placa superior.



2.1	**Pregunta** Suponiendo que la magnitud de la velocidad del haz incidente es v_1 y que el ángulo de incidencia es α, demuestra que si la magnitud de velocidad de haz desviado (refractado) es v_2 con ángulo β con respecto a la vertical, se satisface la siguiente relación: $$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{v_2}{v_1} \qquad (2)$$	2 puntos

La expresión (**??**) es semejante a la ley de Snell que describe la refracción de la luz cuando atraviesa la interfase entre dos medios de índice de refracción diferentes.

Considera que el haz de electrones incidente tiene una velocidad inicial $v_1 = 1.5 \times 10^7\,\mathrm{m/s}$ y que hace un ángulo $\alpha = 70°$ respecto de la normal de las placas. Considera también que las placas del condensador están separadas una distancia $d = 10\,\mathrm{cm}$ y están conectadas a una diferencia de potencial $V = 300\,\mathrm{V}$

2.2	**Pregunta** Encuentra el tiempo t_v que tarda un electrón perteneciente al haz, en atravesar las placas paralelas; es decir, el tiempo de ir del punto A al punto B.	3 puntos

2.3	**Pregunta** Calcula la distancia b que es desviado el haz de electrones dentro de las placas. Ver figura, $b = \overline{OB}$.	2 puntos

2.4	**Pregunta** Si la altura a la que se encuentra la placa inferior del condensador con respecto al piso es $h = 1\,\mathrm{m}$, determina la distancia total a que se desvía el haz hasta llegar al suelo (ver figura).	3 puntos

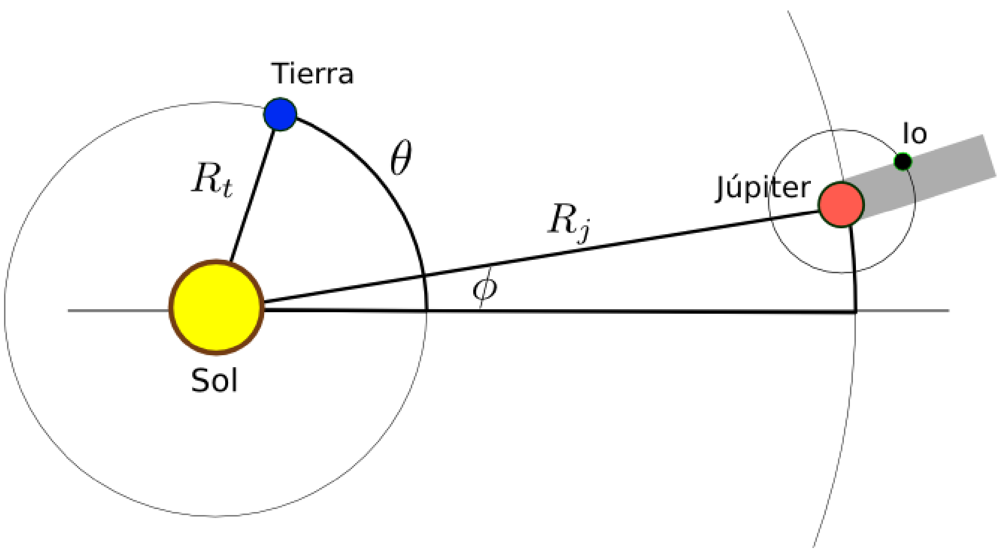
DATOS

carga del electrón	$e = -1.6 \times 10^{-19}$ C
masa del electrón	$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

Problema 3 Velocidad de la Luz, experimento de Romer	(10 puntos)

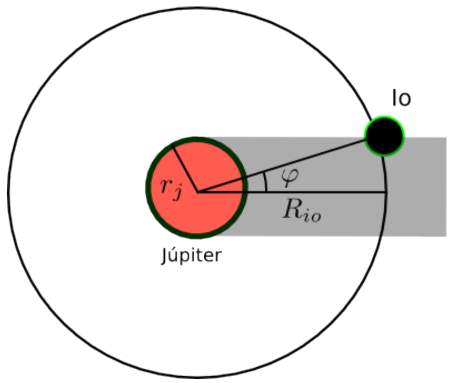
En el año 1676 el astrónomo danés Ole Roemer realizó la primera medición de la velocidad de la luz. En las observaciones hechas por Romer de la luna Io de Júpiter había notado que la duración de los eclipses del satélite se hacían más cortos conforme la Tierra se acercaba a Júpiter y por el contrario se hacían más largos conforme se alejaban. Estas discrepancias, conjeturó Romer, se podían explicar suponiendo que la velocidad de la luz era finita y no infinita como se creía entonces. Es decir, la discrepancia se debía al tiempo adicional que le toma a la luz viajar entre la Tierra y Júpiter. Este problema consiste en determinar la velocidad de la luz de acuerdo al razonamiento de Roemer.

En la figura se observa la configuración en un momento dado del Sol, la Tierra, Júpiter y su satélite Io. En todo el problema supondremos que el Sol está fijo en un punto, mientras que la Tierra y Júpiter giran alrededor del Sol en órbitas circulares (en general son órbitas elípticas, pero por simplicidad suponemos que son circunferencias) cuyos radios son R_T y R_J, respectivamente. En la figura se muestra también la sombra que proyecta Júpiter sobre una parte de la órbita de Io, lo que provoca el eclipse de Io.



De la figura también se puede ver que durante la mitad de la trayectoria de la Tierra, es decir durante medio año, un observador en la Tierra sólo puede ver cuando Io emerge de la sombra proyectada de Júpiter, ya que el mismo Júpiter impide ver cuando entra en la sombra de Júpiter. Lo contrario sucede la siguiente mitad de la trayectoria, el siguiente medio año, cuando solo se puede observar la entrada en la sombra de Júpiter y no su salida de ella.

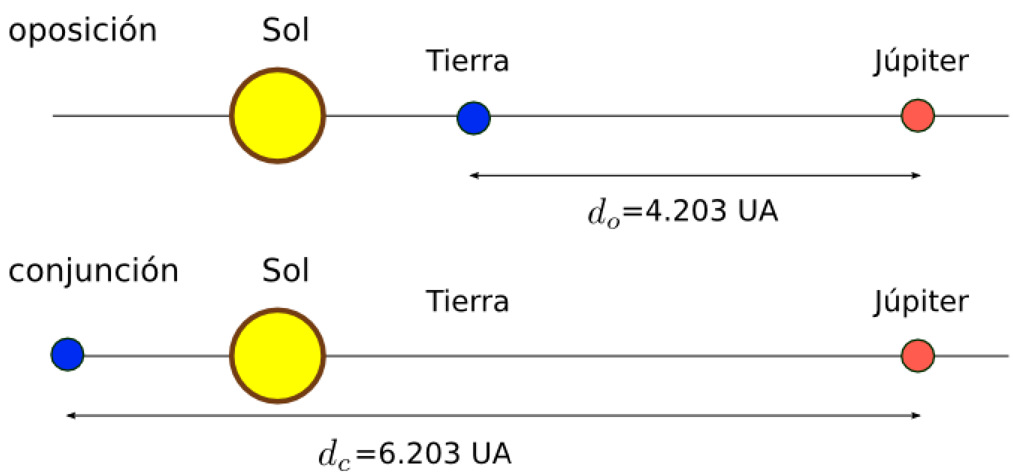
Primero analicemos el sistema de Júpiter y su luna Io. Para ello se ilustra este sistema en la siguiente figura y se plantean las siguientes preguntas.



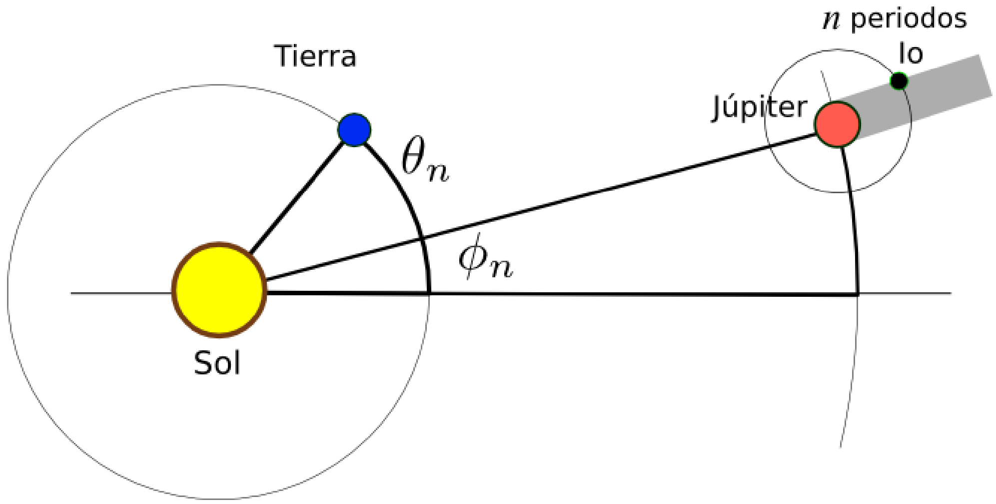
3.1	**Pregunta:** Determina el periodo orbital de Io alrededor de Júpiter. Usa los datos de la tabla al final del problema. Nota que tal tiempo es muchísimo menor que el periodo orbital de Júpiter alrededor del Sol.	2 puntos

3.2	**Pregunta:** Determinar el tiempo de duración del eclipse de la luna Io, es decir calcula el tiempo t_e que tarda Io en atravesar la sombra de Jupiter (suponga que la luna de Io es un punto sin dimensiones).	2 puntos

Hay dos posiciones relativas entre la Tierra y Júpiter que son importantes y se muestran en las siguientes figuras; una de ellas se llama *oposición* y es cuando la Tierra está en la posición más cercana a Júpiter y la otra se llama *conjunción* y es cuando la Tierra está en la posición más alejada de Júpiter.



Supongamos que inicialmente un astrónomo, estando la Tierra en *oposición*, observa la salida de Io de la sombra de Jupiter. Después de que Io ha completado n periodos el astrónomo vuelve a observar la salida de Io de la sombra de Júpiter. Durante este tiempo la Tierra y Júpiter han girado un ángulo θ_n y ϕ_n de su posición inicial (cuando estaban en *oposición*).

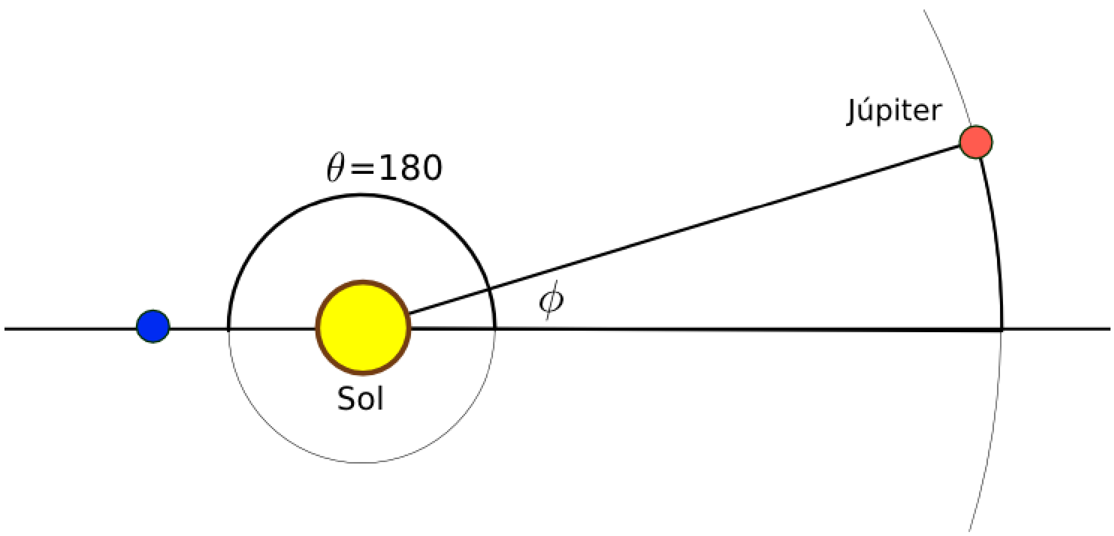


3.3	**Pregunta:** Determina el ángulo θ_n que ha girado la Tierra respecto de su posición inicial (*oposición*), así como el ángulo ϕ_n que ha girado Júpiter, cuando ha transcurrido un periodo completo de Io ($n = 1$) y cuando han transcurrido $n = 50$ periodos de Io.	2 puntos

3.4	**Pregunta:** Determina la distancia Tierra-Júpiter en unidades astronómica (UA) después de que ha transcurrido uno ($n = 1$) y cincuenta ($n = 50$) periodos de Io a partir de la *oposición* de la Tierra.	2 puntos

De tu resultado anterior notarás que hay un cambio notable en la distancia Tierra-Júpiter dependiendo de cuantos eclipses hayan ocurrido en Io. Con esta observación, y conociendo un periodo orbital de Io, un astrónomo en la Tierra puede anticipar el tiempo en que verá emerger al satélite Io de la sombra de Júpiter, medido a partir de una observación previa de la salida de Io. Sin embargo, al realizar las observaciones (tal como lo hizo Roemer en 1676) es un hecho experimental que hay un tiempo de retraso Δt en la salida de Io, con respecto al esperado. La explicación es que en ese intervalo de tiempo la Tierra se ha alejado de Júpiter, y dado que la luz viaja a una velocidad constante c, entonces la luz tiene que viajar una distancia más grande de Io a la Tierra y, por lo tanto, la aparición de Io se observa en la Tierra un tiempo más tarde de lo esperado. De esta manera, midiendo el tiempo de retraso Δt es posible determinar la velocidad de la luz.

En general el tiempo de retraso es muy pequeño si han transcurrido pocos periodos orbitales de Io, debido a que la distancia Tierra-Júpiter no varía mucho en este tiempo (ve tu respuesta de 3.2). Por lo tanto, es difícil de medir el tiempo Δt con unos cuantos periodos. Sin embargo, es posible medir el retraso de la observación *medio año* después, cuando la Tierra está en *conjunción* con respecto a la posición (*oposición*) original de Júpiter. Se ha medido con exactitud este retraso global y el resultado es, $\Delta t = 997\,\mathrm{s}$.



3.5	**Pregunta:** Con la medición observada del retraso en la aparición de Io, $\Delta t = 997\,\mathrm{s}$, determina la velocidad de la luz.	2 puntos

DATOS

radio orbital de la Tierra	$R_t = 1\,\mathrm{UA}$
radio orbital de Júpiter	$R_j = 5.203\,\mathrm{UA}$
radio Io-Jupiter	$R_{io} = 4.2 \times 10^8\,\mathrm{m}$
radio ecuatorial de Júpiter	$r_j = 71398\,\mathrm{km}$
unidad astronómica	$1\,\mathrm{UA} = 1.496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$
masa Júpiter	$M_J = 1.9 \times 10^{27}\,\mathrm{kg}$
periodo de Júpiter alrededor del Sol	11.86 años
constante gravitacional	$G = 6.73 \times 10^{-11}\mathrm{Nm}^2/\mathrm{kg}^2$