

Associazione delle Olimpiadi  
Scientifiche Svizzere

# SwissPhO 2011 Swiss Physics Olympiad



## Selezione nazionale

Aarau, 2/3 Aprile 2011

### Parte teorica 6 Problemini



**Durata: 60 minuti**  
**Valutazione: 6 x 4 punti = 24 punti**

Nome ..... Punti.....

### Materiale autorizzato: Calcolatrice tascabile senza raccolta di dati.

Supported by:

-  ALPIQ AG
-  Staatssekretariat für Bildung und Forschung
-  BASF (Basel)
-  Deutscheschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
-  Materials Science & Technology
-  École Polytechnique Fédérale de Lausanne
-  ETH Zurich Department of Physics
-  Fondation Claude & Giuliana
-  Ernst Göhner Stiftung, Zug
-  Hasler Stiftung Bern
-  Kernkraftwerk Gösgen-Däniken AG (KKG)
-  Merck Serono S.A. (Genf)
-  Metrohm Stiftung, Herisau
-  Novartis International AG (Basel)
-  F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
-  Schnelli Thermographie, Schaffhausen
-  Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
-  Swiss Academy of Sciences
-  Swiss Physical Society
-  Syngenta AG
-  Universität Bern FB Physik/Astronomie
-  Universität Zürich FB Physik Mathematik

## Buona fortuna!

# Momento d'inerzia

**1**

Si ha una sfera cava omogenea di massa  $m$ , delimitata da due sfere concentriche di raggio  $r$  e  $R$  rispettivamente, con  $r < R$ . Si noti che il momento d'inerzia di una sfera omogenea piena, di raggio  $R$  e massa  $M$  è dato da  $I = (2/5) \cdot M \cdot R^2$ .

- (a) [2 Pt]  
Si determini il momento d'inerzia  $I$  in rapporto ai suoi diametri della sfera cava.
- (b) [1 Pt]  
In seguito si verifichi che la formula ottenuta è consistente con quella della sfera piena.
- (c) [1 Pt]  
Infine si calcoli il valore di  $I$  quando  $r$  tende verso  $R$ , per ottenere il momento d'inerzia di un pallone di raggio  $R$  e di massa  $m$ .

**Indicazione:**

per calcolare  $I$ , non è necessario lanciarsi nel calcolo di un integrale, una riflessione fisica associata all'utilizzo giudizioso della formula data permette di raggiungere il risultato.

# Urto elastico

**2**

Una particella  $\alpha$  (= nucleo di He,  $m = 6.64 \cdot 10^{-27}$  kg ) urta con un'energia di  $7.66 \cdot 10^{-13}$  J contro un nucleo di elio e viene deviata di  $30^\circ$  dalla sua traiettoria precedente. Come modello i due nuclei possono essere considerati quali piccole sfere e l'urto può essere considerato perfettamente elastico.

(a) [2 Pt]

Quale angolo formano tra loro le traiettorie del moto delle due particelle dopo l'urto?

(b) [2 Pt]

Quanto vale la velocità della particella  $\alpha$  prima e dopo l'urto.

# Gasometro

**3**

I cosiddetti gasometri, che oggi rappresentano dei monumenti storici industriali, erano fino al loro abbandono dei grandi contenitori di metano. Nel problema che segue il metano può essere considerato un gas ideale.

Il metano veniva depositato nel gasometro cilindrico sotto un coperchio mobile (massa 1270 t). Il diametro del cilindro misurava  $d = 67.6$  m, la massa molare del metano vale  $M_{\text{CH}_4} = 16$  g/mol, la capacità termica specifica del metano a volume costante vale  $c_V = 1.7$  kJ/(kg·K) mentre a pressione costante vale  $c_p = 2.2$  kJ/(kg·K).



- (a) [1 Pt]  
Quanto vale la pressione del metano sotto il coperchio ?
- (b) [1 Pt]  
Determinare la massa del gas metano immagazzinata, se il coperchio si trova a un'altezza di  $h_1 = 100$  m . La temperatura vale  $T = 20^\circ\text{C}$ .
- (c) [1 Pt]  
Di notte il gas nel gasometro si raffredda in modo isobaro ad una temperatura di  $T = 10^\circ\text{C}$ . A quale altezza  $h_2$  si trova il coperchio se la massa di gas rimane costante ?
- (d) [1 Pt]  
Quale lavoro viene prodotto dal gas sul coperchio ?

# Elettricità

**4**

Una piccola sfera carica elettricamente è sospesa ad un filo ben isolato di seta, di massa trascurabile, tra due piastre verticali di un condensatore a piastre. Il punto di sospensione si trova equidistante dalle due piastre.

Carica della sfera:	$q = -5.00 \mu\text{C}$
Massa della sfera:	$m = 4.00 \text{ g}$
Raggio della sfera:	$r = 1.00 \text{ cm}$
Distanza tra il punto di sospensione e il centro della sfera	$l = 50.0 \text{ cm}$
Distanza tra le piastre:	$d = 40.0 \text{ cm}$
Tensione applicata al condensatore:	$U = 100 \text{ V}$
Capacità del condensatore:	$C = 8.00 \text{ pF}$
Campo gravitazionale:	$g = 9.80 \text{ N/kg}$

Calcola

- (a) [2 Pt]  
l'angolo con cui si inclina il filo rispetto la verticale
- (b) [2 Pt]  
la distanza minore tra la piastra carica positivamente e la **superficie** della sfera.
- Si trascuri lo spostamento delle cariche, dovuto all'induzione elettrica, sulla sfera.

# Magnetismo

**5**

Un filo viene avvolto uniformemente attorno a un tubo di raggio  $r$  formando  $N$  spire. Il tubo viene poi piegato in modo da formare una bobina ad anello di raggio  $R$ .

(a) [1.5 Pt]

Trovare l'espressione del campo magnetico (diretto tangenzialmente al cerchio) nel centro del tubo in funzione della corrente nel filo.

**Nota:** legge di Ampère  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$

(b) [2.5 Pt]

Considera 2 bobine ad anello costruite in questo modo poste in modo coassiale una all'interno dell'altra. Siano dati  $R_1 = R_2 = 0.50 \text{ m}$ ,  $r_1 = 5.0 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 3.0 \text{ cm}$ ,  $N_1 = 2000$ ,

$N_2 = 3000$ . La bobina esterna è percorsa da una corrente alternata di valore efficace

$I_{\text{eff}} = 3.0 \text{ A}$  e frequenza  $f = 50 \text{ Hz}$ . Quella interna è collegata ad un oscilloscopio.

Ammettendo che il campo magnetico all'interno della bobina sia uguale al campo magnetico al centro del tubo, calcolare la tensione di picco visualizzata sull'oscilloscopio.

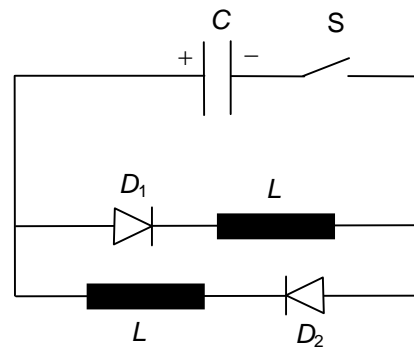
**Nota:** nel caso in cui non si sia risposto alla domanda a) utilizzare per il campo magnetico la relazione  $B = \frac{\mu_0 I}{R}$ .

# Corrente alternata

**6**

E' dato il circuito in figura dove  $D_1$  e  $D_2$  sono diodi ideali (tensione di soglia 0 V, blocco ideale). Sono noti i seguenti valori:  $C = \frac{1}{4\pi^2}$  F,  $L_1 = 1$  H,  $L_2 = 4$  H.

L'interruttore S è aperto e il condensatore C è carico alla tensione di 1.0 V (polarità come indicata in figura). Al tempo  $t = 0$  l'interruttore S viene chiuso.



- (a) [1Pt]  
Calcola il periodo di oscillazione.
- (b) [1Pt]  
Disegna *qualitativamente* l'andamento della tensione ai capi del condensatore in funzione del tempo a partire da  $t = 0$  per un periodo dell'oscillazione generata. Indicare i tempi relativi al valore nullo e ai valori estremi.
- (c) [2Pt]  
Disegna *qualitativamente* l'andamento della corrente in funzione del tempo a partire da  $t = 0$  per un periodo dell'oscillazione generata.

I due grafici in (b) e (c) devono essere disegnati in modo sovrapposto con lo stesso asse dei tempi.

# Swiss Physics Olympiad



## Selezione nazionale

Aarau, 2/3 Aprile 2011

### Soluzione 6 Problemini





# Soluzione momento d'inerzia

1

(a) [2 P]

remplir la boule avec de la même matière, les masses et les moments d'inertie s'additionnent, la masse volumique est constante, après deux étapes d'algèbre on trouve

$$I = 2/5 m(R^5 - r^5)/(R^3 - r^3)$$

(b) [1 P]

poser  $r = 0$

(c) [1 P]

$I = 2/3 m R^2$  (calcul de limite, appliquer le théorème de l'Hôpital ou factoriser numérateur et dénominateur)

# Soluzione urto elastico

2

## Punkteverteilung

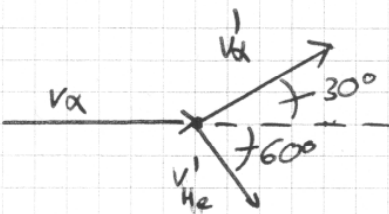
(a)	Energiesatz aufgestellt	1/2 P
	Impulssatz aufgestellt	1/2 P
	Pythagoras erkennen, daraus Winkel für Helium = 60°	1P
(b)	Geschwindigkeit Alphateilchen vor dem Stoss	1P
	nach dem Stoss	1P

2.)  $E_{kin} = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \rightarrow v_{\alpha} = 15'189'565 \text{ m/s}$

Impulssatz:  $\vec{p}_{\alpha} = \vec{p}_{\alpha}' + \vec{p}_{He}'$  mit  $m_{\alpha} = m_{He} \therefore \vec{v}_{\alpha} = \vec{v}_{\alpha}' + \vec{v}_{He}'$

Energiesatz:  $\frac{1}{2} m v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} m v_{\alpha}'^2 + \frac{1}{2} m v_{He}'^2$

d.h. es gilt Pythagoras d.h.



$v_{\alpha x} = v_{\alpha'x} + v_{He'x}$   
 $0 = v_{\alpha'y} + v_{He'y} \rightarrow v_{\alpha'y} = -v_{He'y}$   
 $v_{\alpha'x} = v_{\alpha}' \cdot \cos 30^\circ \quad v_{\alpha'y} = v_{\alpha}' \cdot \sin 30^\circ$   
 $v_{He'x} = v_{He}' \cdot \cos 60^\circ \quad v_{He'y} = v_{He}' \cdot \sin 60^\circ$   
 $v_{\alpha}' \cdot \sin 30^\circ = v_{He}' \cdot \sin 60^\circ \rightarrow v_{\alpha}' = \sqrt{3} \cdot v_{He}' \quad v_{\alpha}'^2 = 3 v_{He}'^2$

Energiesatz:  $v_{\alpha}^2 = v_{\alpha}'^2 + v_{He}'^2 = 3 v_{He}'^2 + v_{He}'^2 = 4 v_{He}'^2 \rightarrow v_{He}' = 7'594'782 \text{ m/s}$   
 $v_{\alpha}' = 13'138'973 \text{ m/s}$

# Soluzione gasometro

3

6. a)  $p = \frac{F}{A}$   
 $A = \pi r^2$   
 $F = m \cdot g$

$m = 1270 \text{ t} = 1270 \cdot 10^3 \text{ kg}$   
 $r = \frac{67,6}{2} \text{ m}$   
 $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$   
 $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

$\Rightarrow p = 3,47 \cdot 10^3 \text{ Pa}$  [0,5]  
 $\Rightarrow p_{\text{ges}} = 1 \text{ bar} + p$   
 $p_{\text{ges}} = 1,03 \text{ bar}$  [0,5]

b)  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$   
 $V = \pi r^2 \cdot h$

$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$   
 $p = 1,03 \text{ bar} = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$   
 $h = 100 \text{ m}$   
 $r = \frac{67,6}{2} \text{ m}$   
 $T = 20^\circ \text{C} = 293,15 \text{ K}$

$\Rightarrow n = 1,5 \cdot 10^7 \text{ mol}$  [0,5]  
 $16 \text{ g/mol}$   
 $\Rightarrow 2,4 \cdot 10^5 \text{ kg}$  [0,5]

c)  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 \cdot h_1}{\pi r^2 \cdot h_2} = \frac{h_1}{h_2}$

$T_1 = 293,15 \text{ K}$   
 $T_2 = 283,15 \text{ K}$   
 $h_1 = 100 \text{ m}$

$\Rightarrow h_2 = 96,6 \text{ m}$  [1]

(d) die Arbeitsleistung am Gas ist  $-p\Delta V$ , diejenige an der Scheibe  $p\Delta V$  (Vorzeichen!)

$$\Delta V = \Delta h \cdot A = (h_2 - h_1) \cdot A = (96,6 \text{ m} - 100 \text{ m}) \cdot (67,6)^2 \text{ m} \pi = -12202,9 \text{ m}^3$$

$$W = mg\Delta V = 1,27 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (-12202,9 \text{ m}^3) = -1,52 \cdot 10^6 \text{ J} \quad [1 \text{ P}]$$

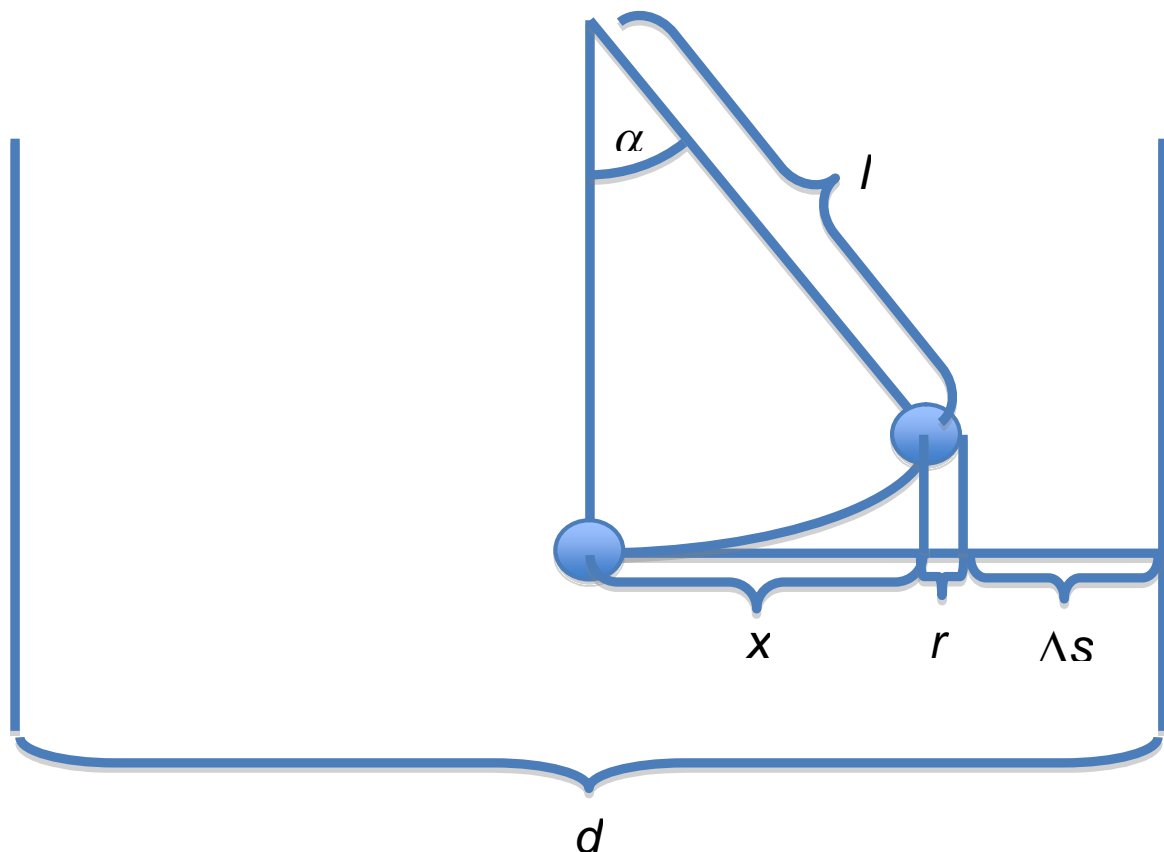
# Soluzione elettricità

# 4

- (a)  $E = U / d$  ( $= 250 \text{ V/m}$ )  
 $F_E = q * E = q * U / d$  ( $= 1.25 \text{ mN}$ ) ( $\frac{1}{2}$  P falls Endresultat falsch)  
 $F_G = m * g$  ( $= 39.2 \text{ mN}$ )  
 $\alpha = \arctan(F_E / F_G)$  ( $\frac{1}{2}$  P falls Endresultat falsch)  
 $\alpha = \arctan(q * U / (m * g * d))$  ( $\frac{1}{2}$  P falls Endresultat falsch)  
 $\alpha = \mathbf{0.0319 \text{ (rad)}}$  ( $= 1.83^\circ$ ) (2 P falls Endresultat richtig)
- (b)  
 $x = l * \sin(\alpha)$   
 $x = l * \sin(\arctan(q * U / (m * g * d)))$  ( $= 1.59 \text{ cm}$ ) ( $\frac{1}{2}$  P falls Endresultat falsch)  
 $\Delta s = d/2 - r - x$  ( $\frac{1}{2}$  P falls Endresultat falsch)  
 $\Delta s = d/2 - r - l * \sin(\arctan(q * U / (m * g * d)))$  ( $= 20 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 1.59 \text{ cm}$ )  
 $\Delta s = \mathbf{17.4 \text{ cm}}$  (2 P falls Endresultat richtig)

## Abzüge:

- $\frac{1}{2}$  P bei weniger als 2 oder mehr als 4 signifikanten Stellen (oder nach Abmachung);
- $\frac{3}{4}$  P fürs Verwechseln von Bogenmass und Gradmass bei a) (Also  $\alpha = 0.0319^\circ$  oder  $\alpha = 1.83$ );
- $\frac{3}{4}$  P fürs Vergessen des Radius bei b) (Also  $\Delta s = 18.4 \text{ cm}$ );
- $\frac{3}{4}$  P fürs Berechnen des Abstandes zur falschen



# Soluzione Magnetismo

# 5

(a)

$$\oint B \cdot dl = 2\pi R B = \mu_0 I_{tot} = \mu_0 N I \quad 1 \text{ pt.}$$

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi R} \quad 0.5 \text{ pt.}$$

(b)

$$\Phi = N_2 B \pi r_2^2 = N_2 N_1 \frac{I \mu_0}{2R} r_2^2 \quad 1 \text{ pt.}$$

$$U = \dot{\Phi} = \sqrt{2} \omega \cos(\omega t) I_{eff} \mu_0 \frac{N_1 N_2}{2R} r_2^2 \quad 1 \text{ pt.}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} (2\pi f) I_{eff} \mu_0 \frac{N_1 N_2}{2R} r_2^2 = 9.05 \text{ V} \quad 0.5 \text{ pt.}$$

**falls mit alternativem Wert für B gerechnet wurde:**

$$\Phi = N_2 B \pi r_2^2 = N_2 \frac{I \mu_0}{R} r_2^2 \quad 1 \text{ pt.}$$

$$U = \dot{\Phi} = \sqrt{2} \omega \cos(\omega t) I_{eff} \mu_0 \frac{N_2}{R} r_2^2 \quad 1 \text{ pt.}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} (2\pi f) I_{eff} \mu_0 \frac{N_2}{R} r_2^2 = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad 0.5 \text{ pt.}$$

Hinweis: falls die Unterscheidung von effektiver und Scheitelspannung nicht oder nicht korrekt gemacht wurde, sollte ½ pt. Abzug gegeben werden.

# Soluzione corrente alternata

# 6

(a) Die Periode des Schwingreises besteht aus einer Halbschwingung mit

$$\frac{T_1}{2} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{LC} = \frac{1}{2} \sqrt{1 \text{ H} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \text{ F}} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

und einer Halbschwingung

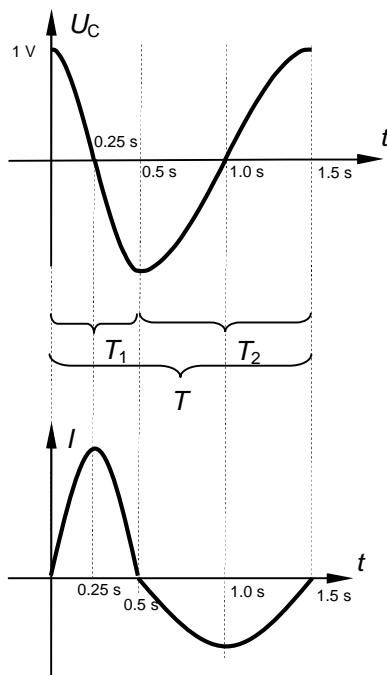
$$\frac{T_2}{2} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{LC} = \frac{1}{2} \sqrt{4 \text{ H} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \text{ F}} = 1 \text{ s}$$

Die Periode ist somit

$$T = \left(\frac{1}{2} + 1\right) \text{ s} = 1.5 \text{ s}$$

**[1P]**

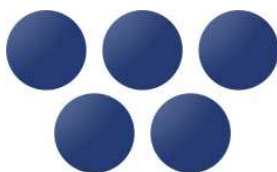
(b) und (c)

**[2P]****total [1P]**Fehlende Zeiten minus  $\frac{1}{2}$  P**total**

Skizze

**[1P]**

Extremum der 1. Halbschwingung  
grösser als Extremum der 2.  
Halbschwingung  
**[1P]**  
(folgt aus Ladungserhaltung!)



Associazione delle Olimpiadi  
Scientifiche Svizzere

# SwissPhO 2011 Swiss Physics Olympiad



## Selezione nazionale

Aarau, 2/3 aprile 2011



**Parte teorica**  
**3 Problemi**  
(3 a scelta)

**Nome .....** **Punti.....**

**Durata: 150 minuti**  
**Valutazione: 3 x 16 punti = 48 punti**

**Materiale autorizzato:**  
**Calcolatrice tascabile senza raccolta di dati.**  
**Materiale per scrivere e disegnare**

Supported by:

-  Alpiq AG
-  Staatssekretariat für Bildung und Forschung
-  BASF (Basel)
-  Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
-  Materials Science & Technology
-  École Polytechnique Fédérale de Lausanne
-  ETH Zurich Department of Physics
-  Fondation Claude & Giuliana
-  Ernst Göhner Stiftung, Zug
-  Hasler Stiftung Bern
-  Kernkraftwerk Gösgen-Däniken AG (KKG)
-  Merck Serono S.A. (Genf)
-  Metrohm Stiftung, Herisau
-  Novartis International AG (Basel)
-  F. Hoffmann-La Roche AG (Basel)
-  Schnelli Thermographie, Schaffhausen
-  Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
-  Swiss Academy of Sciences
-  Swiss Physical Society
-  Syngenta AG
-  Universität Bern FB Physik/Astronomie
-  Universität Zürich FB Physik Mathematik

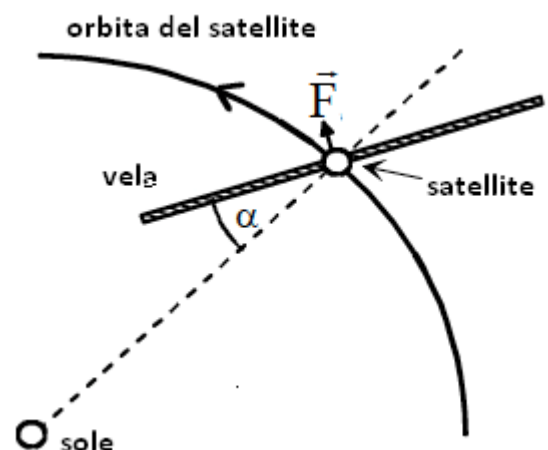
**Buona fortuna!**

# Vela solare Cosmos-1

# 1

L'uso delle vele solari, che sfruttano la pressione di radiazione come propulsione di satelliti, viene studiato in alternativa ai propulsori convenzionali chimici. Il satellite sperimentale Cosmos-1 ha una massa totale di 110 kg e si trova inizialmente su un'orbita di rivoluzione attorno al sole di raggio  $r = 1.496 \cdot 10^{11}$  m (raggio dell'orbita terrestre) con le vele non ancora spiegate. Dopo essersi stabilizzato su questa traiettoria vengono spiegate le vele girevoli con area totale  $600 \text{ m}^2$ . Il massimo dell'intensità dello spettro solare continuo si ha per una lunghezza d'onda di  $\lambda_m = 455 \text{ nm}$  e la potenza di radiazione del sole vale  $L = 3.82 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Nel seguito per semplificare si può supporre che il sole emetta solo luce di lunghezza d'onda  $\lambda_m$ , che la luce arrivi sulla vela perpendicolarmente e che tutti i fotoni incidenti vengano riflessi.

- (a) [3 Pt]  
Calcolare l'energia e l'impulso di un fotone di lunghezza d'onda  $\lambda_m = 455 \text{ nm}$ .
- (b) [2 Pt]  
Quanti fotoni al secondo emette il sole? Indica in generale su quale area alla distanza  $r$  dal centro del sole vengono distribuiti.
- (c) [2 Pt]  
Quale forza viene trasmessa dai fotoni riflessi al satellite che si trova sull'orbita attorno al sole?
- (d) [2 Pt]  
Dal sole viene emesso anche il „vento solare“ costituito da protoni che hanno una velocità media di  $400 \text{ km/s}$ . Nella posizione in cui si trova il satellite arrivano ogni secondo, su ogni  $\text{cm}^2$ ,  $3.0 \cdot 10^8$  protoni. Verifica che la forza esercitata dai protoni sulle vele è trascurabile.
- (e) [3 Pt]  
Mostra che la forza gravitazionale esercitata dal sole sul satellite è molto più grande di quella calcolata nel punto c). Spiega quindi che il satellite può allontanarsi dal sole con l'aiuto della spinta delle vele solari solo se si trova su un'orbita di rivoluzione attorno al sole. Spiega infine se, e semmai come, cambia il rapporto fra le due forze quando il satellite si trova più lontano dal sole.
- (f) [4 Pt]  
Si vuole che il satellite si allontani dal sole lungo una traiettoria a spirale. Per accelerarlo si ruota la vela solare in modo che  $\alpha = 30^\circ$  (vedi figura). Spiega perché la forza acceleratrice agisce perpendicolarmente alla vela. A quale percentuale si riduce il valore  $F$  della forza trasmessa dai fotoni diminuendo l'angolo  $\alpha$  da  $90^\circ$  a  $30^\circ$ ?



# Soluzione vela solare Cosmos

1

a)

$$E_{\text{ph}} = \frac{hc}{\lambda} = 2,72 \text{ eV}; \quad p_{\text{ph}} = \frac{h}{\lambda} = 1,46 \cdot 10^{-27} \text{ Ns}$$

2 Punkte für E: 1 Punkt für  $f=c/\lambda$ , 1 Punkt für  $E=hf$ 

1 Punkt für p

b)

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{L}{E_{\text{ph}}} = 8,75 \cdot 10^{44} \text{ s}^{-1}$$

1 Punkt

Fläche = Kugeloberfläche =  $4 \pi r^2$ 

1 Punkt für Kugeloberfläche

c)

$$F_{\text{ph}} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \cdot \frac{A_{\text{Segel}}}{4\pi r^2} \cdot 2 p_{\text{ph}} = 5,44 \text{ mN}$$

1 Punkt für Verhältnis  $A_{\text{Segel}}/\text{Kugeloberfläche}$ 

Achtung: kein Abzug für Folgefehler aus b) Kugeloberfläche!!

1 Punkt für Endergebnis, auch wenn die 2 (wegen Reflexion) fehlt, d.h. für 2.72 mN

d)

$$F_{\text{p}} = \frac{\Delta n_{\text{p}}}{\Delta t} \cdot m_{\text{p}} \cdot v_{\text{p}} \cdot \frac{A_{\text{Segel}}}{1 \text{ cm}^2} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

(bei Absorption der Protonen; doppelter Wert bei Reflexion)

In jedem Fall gilt  $F_{\text{p}} \ll F_{\text{ph}} \rightarrow$  Der Einfluss des Sonnenwindes ist vernachlässigbar.1 Punkt für  $m \cdot v$ 

1 Punkt für Endergebnis, egal ob mit oder ohne 2 gerechnet wurde

e)

$$F_{\text{g}} = G \frac{m_{\odot} \cdot m}{r^2} = 653 \text{ mN} \rightarrow F_{\text{g}} \gg F_{\text{ph}}$$

1 Punkt

## Begründungen für:

dass sich der Satellit nur dann mit Hilfe des Sonnensegelantriebs von der Sonne entfernen kann, wenn er sich zunächst auf einer Sonnenumlaufbahn befindet

Radiale Entfernung prinzipiell nicht möglich. Ein ruhender Satellit würde in die Sonne stürzen.

1 Punkt

ob und gegebenenfalls wie sich das Verhältnis der beiden Kräfte ändert, wenn der Satellit weiter von der Sonne entfernt ist

Wegen  $F_{\text{g}} \sim r^{-2}$  und  $F_{\text{ph}} \sim r^{-2}$  ist das Verhältnis der beiden

Kräfte unabhängig vom Abstand von der Sonne.

2 Punkte (1 für unabhängig und 1 für Begründung)



**f)**

Die Komponente des Photonenimpulses senkrecht zur Segelfläche ist  $p_{\perp} = p_{\text{ph}} \sin \alpha$ . Somit:  $F_{\perp} = F_{\text{ph}} \sin \alpha$ .

Zusätzlich ist die vom Photonenstrom „gesehene“ effektive Fläche  $A_{\text{Segel}} \sin \alpha$ . Damit beträgt die unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  beschleunigende Kraft  $F = F_{\text{ph}} \sin^2 \alpha$ .

→ Für  $\alpha = 30^\circ$  beträgt  $F$  nur 25 % der in Teilaufgabe 2b berechneten Kraft.

2 Punkte = je 1 Punkt für die zwei sin am richtigen Ort

1 Punkt für %

# Resistore “Ping-Pong”

# 2

Si consideri un condensatore a placche circolari di raggio  $R$  distanziate l'una dall'altra da una distanza  $d \ll R$ , come rappresentato nella figura 1. La placca superiore è collegata ad una sorgente di tensione costante ad un potenziale  $V$ , mentre quella inferiore è connessa a terra.

In seguito si deposita un disco di massa  $m$ , raggio  $r$  ( $r \ll d, R$ ) e di spessore  $l$  ( $l \ll r$ ), al centro della placca inferiore, come mostrato nella figura 2.

Si suppone che nello spazio tra le due placche ci sia il vuoto così che la costante dielettrica sia  $\epsilon_0$ , e che tutti gli effetti elettrostatici di bordo siano trascurabili. Siano pure trascurati sia le induttanze per l'intero circuito che gli effetti relativistici e gli effetti di cariche ad immagine indotte.

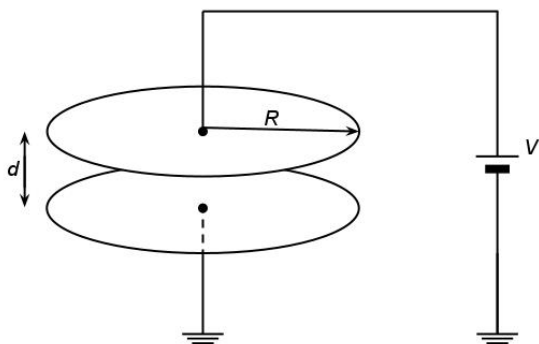


Figura 1: Schema di montaggio

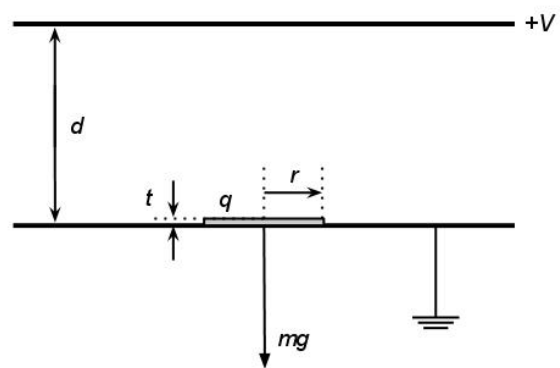


Figura 2: Vista laterale

- (a) [2.5 Pt]  
Si calcoli la forza elettrostatica  $F_p$  tra le due placche separate da  $d$  prima che il disco venga inserito tra esse, come in figura 1.  
Indicazione: Una maniera di procedere consiste nel calcolare l'energia del campo magnetico immagazzinato nel condensatore e inseguito utilizzare la relazione tra energia e forza.
- (b) [2 Pt]  
Quando il disco viene posto sulla placca inferiore (vedi figura 2), riceve una carica elettrica  $q$  che dipende dal potenziale  $V$  come segue:  $q = \chi V$ . Trovare  $\chi$  in funzione di  $r$ ,  $d$  e  $\epsilon_0$ .
- (c) [1.5 Pt]  
Le placche parallele del condensatore sono disposte perpendicolarmente al campo gravitazionale terrestre omogeneo  $g$ . Per far sollevare il disco, inizialmente fermo, bisogna aumentare la tensione oltre un potenziale soglia  $V_s$ . Determinare  $V_s$  in funzione di  $m$ ,  $g$ ,  $d$  e  $\chi$ .
- (d) [5 Pt]

Quando  $V > V_s$ , il disco si anima in un moto andirivieni tra le placche del condensatore. Si suppone che il movimento sia unicamente verticale (nessuna traslazione orizzontale) e che il disco non giri su sé stesso. Le collisioni tra il disco e le placche sono anelastiche, con un coefficiente di restituzione  $\eta \equiv (v_{\text{dopo}} / v_{\text{prima}})$ , dove  $v_{\text{dopo}}$  e  $v_{\text{prima}}$  descrivono rispettivamente velocità disco appena dopo e appena prima della collisione. Le placche del condensatore sono fisse. Dopo un certo numero di collisioni, la velocità del disco appena dopo la collisione con la placca inferiore, si avvicina ad un valore stazionario stabile  $v_s$ , la cui dipendenza da  $V$  prende la forma

$$v_s = \sqrt{\alpha V^2 + \beta}$$

Si determini i coefficienti di  $\alpha$  e  $\beta$  in funzione di  $m$ ,  $g$ ,  $\chi$ ,  $d$  e  $\eta$ . Si suppone che l'intera superficie entri in contatto uniformemente e simultaneamente con le placche del condensatore, di tale maniera che il trasferimento della carica sia istantaneo.

(e) [5 P.]

Una volta raggiunto lo stato stazionario, la corrente media che circola attraverso le placche del condensatore può essere approssimata da  $I = \gamma \cdot V^2$  se  $q \cdot V \gg m \cdot g \cdot d$ . Si esprima  $\gamma$  in funzione di  $m$ ,  $\chi$ ,  $d$  e  $\eta$ .

Indicazione: nel limite considerato, quale è la relazione tra la velocità dopo una collisione con la placca inferiore e quella dopo di una collisione con la placca superiore?

Per trovare la durata d'un ciclo, risulta più facile considerare l'equazione della velocità  $v(t)$  del disco piuttosto che quella della posizione  $z(t)$ .

# Soluzione Resistore “Ping-Pong”

# 2

## (a) [2.5 points]

L'énergie stockée dans le condensateur vaut

$$E_c = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d} V^2, \quad [1]$$

ce qui provoque entre les plaques une force

$$F = -\frac{\partial E}{\partial d} = \frac{\epsilon_0 \pi R^2 V^2}{2d^2}. \quad [1.5] \quad (1)$$

## (b) [2 points]

Le disque étant très fin, on peut supposer que la charge de la plaque inférieure s'y répand uniformément,

$$q = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} Q_{\text{inf}}. \quad [1]$$

Dans un condensateur, on a  $Q = CU$ . Ici  $U = V - 0$ , la plaque inférieure a un signe opposé au potentiel,  $Q_{\text{inf}} = -CV$ . On a donc

$$q = -\frac{r^2}{R^2} \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d} V = \chi V, \quad [0.75]$$

d'où on tire

$$\chi = -\frac{\epsilon_0 \pi r^2}{d}. \quad [0.25] \quad (2)$$

## (c) [1.5 points]

Le disque est soumis à une force gravitationnelle  $F_g = -mg$  et une force électrique qui, lorsqu'il repose sur la plaque inférieure du condensateur, vaut  $F_e = \frac{\chi}{2d} V^2$  [0.5] (voir parties (a) et (b)). Pour que le disque décolle, il faut que  $F_g + F_e > 0$  [0.5], ce qui correspond à un potentiel seuil

$$V_s = \sqrt{\frac{2dmg}{\chi}}. \quad [0.5] \quad (3)$$

## (d) [5 points]

On calcule l'énergie cinétique  $E_c^{(1)}$  juste après un choc avec la plaque inférieure du condensateur,  $E_c^{(2)}$  juste avant un choc avec la plaque supérieure,  $E_c^{(3)}$  juste

après un choc avec la plaque supérieure et finalement  $E_c^{(4)}$  juste avant un choc avec la plaque inférieure [2]:

$$\begin{aligned} E_c^{(1)} &= \frac{1}{2}mv_s^2, \\ E_c^{(2)} &= E_c^{(1)} - mgd + \chi V^2, \\ E_c^{(3)} &= \eta^2 E_c^{(2)}, \\ E_c^{(4)} &= E_c^{(3)} + mgd + \chi V^2, \\ E_c^{(1)} &= \eta^2 E_c^{(4)}. \end{aligned}$$

On résout les quatre dernières équations pour  $E_c^{(1)}$  [1] et on en conclut que

$$v_s = \sqrt{\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \frac{2\chi}{m} V^2 + \frac{\eta^2}{1+\eta^2} 2gd} = \sqrt{\alpha V^2 + \beta}, \quad [1]$$

d'où on tire les coefficients

$$\alpha = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \frac{2\chi}{m}, \quad \beta = \frac{\eta^2}{1+\eta^2} 2gd, \quad [1] \quad (4)$$

### (e) [5 points]

En un cycle, le disque transporte une charge  $\Delta Q = 2q$  [0.5] en une durée  $\Delta t = t_+ + t_-$  [0.5] où  $+$  désigne le trajet vers le haut et  $-$  vers le bas. Dans les deux cas, la somme des forces qui agissent sur le disque est constante et le mouvement uniformément accéléré,

$$v_{0\pm} t_{\pm} + \frac{1}{2} a_{\pm} t_{\pm}^2 = d, \quad [0.5]$$

pour une force totale de

$$F = ma_{\pm} = qE \mp mg = \frac{qV}{d} \mp mg. \quad [0.5]$$

Dans la limite  $mgd \ll qV$ , on peut négliger le poids et poser

$$a_+ = a_- = a_0 \approx \frac{qV}{md} \quad [0.5].$$

Par conséquent, on a aussi  $t_+ = t_- = t_0$  et  $v_+ = v_- = v_s$ . En particulier, on trouve

$$v_s = \eta(v_s + a_0 t_0) \quad [0.5]$$

et ainsi

$$\Delta t = 2t_0 = 2 \frac{1-\eta}{\eta} \frac{v_s}{a_0}. \quad [0.5]$$

Pour trouver  $v_s$ , dans le cas limite considéré, on peut négliger  $\beta$  dans le résultat de la partie (d),

$$v_s \approx \sqrt{\frac{2\chi\eta^2}{m(1-\eta^2)}} V. \quad [0.5]$$

En combinant tous ces résultats, on trouve

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = q \frac{\eta}{1-\eta} \frac{q}{md} \sqrt{\frac{m(1-\eta^2)}{2\chi\eta^2}} = V^2 \sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \sqrt{\frac{\chi^3}{2md^2}}, \quad [0.5]$$

et on conclut finalement que

$$\gamma = \sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \sqrt{\frac{\chi^3}{2md^2}}, \quad [0.5] \quad (5)$$

# Il criostato

# 3

E' noto che con l'azoto liquido si riescono ad ottenere temperature molto basse: la temperatura di ebollizione a condizioni normali vale  $T_S = 77.0$  K. Come bisogna procedere se si necessita, come nel nostro esempio, una temperatura più costante possibile di 100 K ? L'apparecchio necessario è il criostato, lo analizzeremo in questo problema.

La prova è contenuta all'interno di un contenitore termico riempito con azoto liquido in un piccolo cilindro con area di base circolare (raggio  $R = 5.00$  cm). (per tutti i calcoli si consideri che il piccolo cilindro sia completamente immerso nell'azoto liquido). Attraverso una piccola apertura circolare (raggio  $r = 1.00$  cm) nel cilindro la prova è in collegamento con l'ambiente esterno mediante un piccolo tubo. Una resistenza riscaldante regolata elettronicamente assicura che la temperatura interna del cilindro rimanga costantemente a 100 K.

Il piccolo cilindro cede calore solo attraverso la base e la superficie superiore. La superficie laterale può essere considerata come perfettamente isolata. Anche il piccolo tubo quando è chiuso è adiabatico. Sia la base che la superficie superiore sono costituite da due materiali, ossia rame (sull'esterno) e ossido di alluminio (sull'interno del piccolo cilindro). Le due piastre di rame hanno uno spessore di 1.00 cm, le due piastre di ossido di alluminio hanno uno spessore di 3.00 cm. I coefficienti di conduzione termica valgono a queste condizioni  $\lambda_{Cu} = 600$  W/(m·K) rispettivamente  $\lambda_A = 26.0$  W/(m·K).

(a) [3 Pt]

Che temperatura c'è lungo la superficie che separa il rame e l'ossido di alluminio ?

(b) [3 Pt]

Quanto vale l'energia termica totale che ogni secondo esce dal cilindro ?

Il contenitore esterno che contiene l'azoto liquido è pure cilindrico e ha un raggio di  $R_A = 15.0$  cm. Tutte le pareti del contenitore esterno si possono considerare termicamente perfettamente isolanti. Dalla valvola sulla superficie superiore può uscire azoto gassoso. In questo modo la pressione interna del contenitore è regolata in modo che ci sia sempre una pressione che corrisponda a quella normale.

(c) [2 Pt]

Quanto azoto liquido vaporizza al secondo? Indicare la massa nelle unità fondamentali SI.

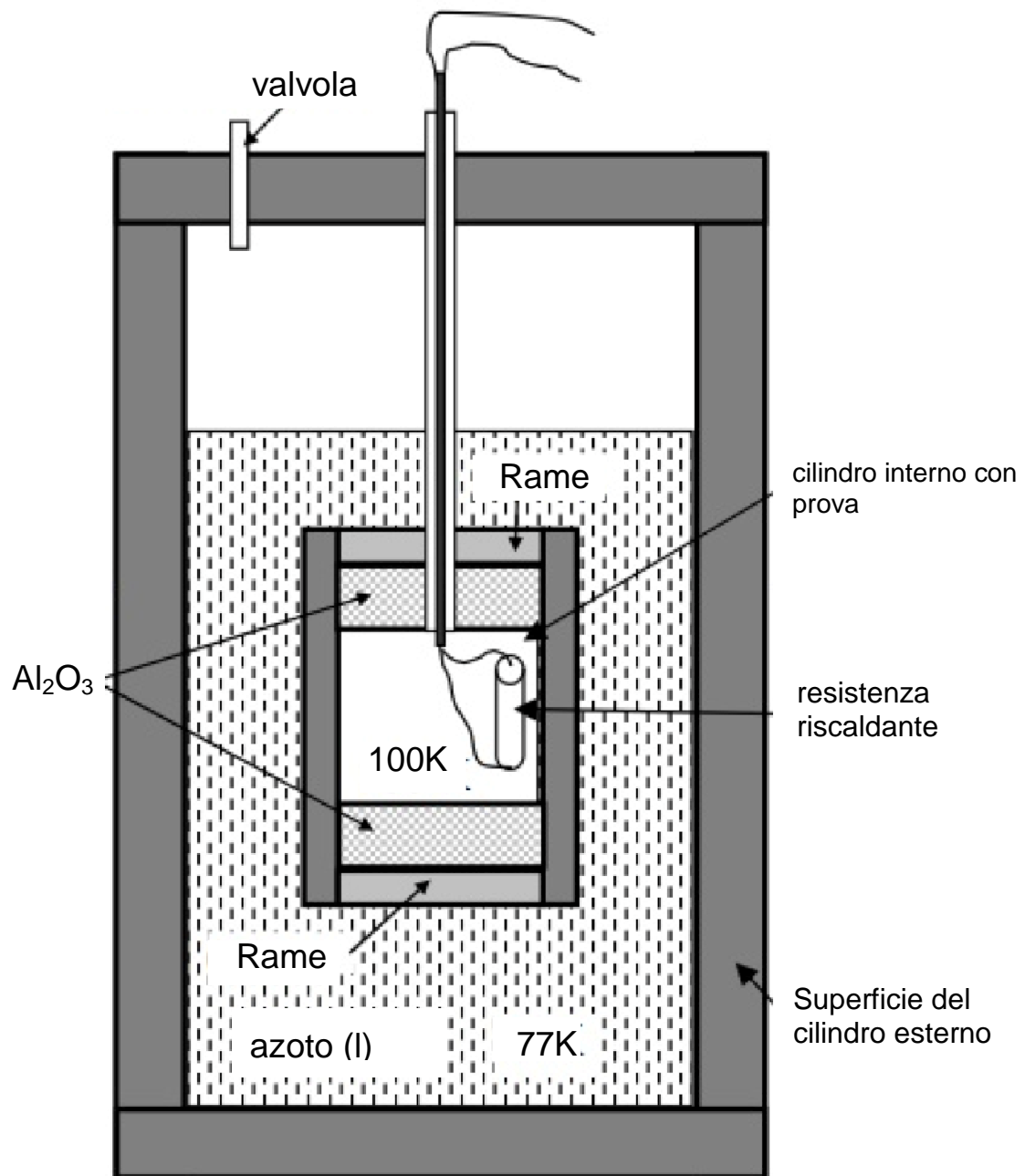
(d) [4 Pt]

Con quale velocità si abbassa il livello dell'azoto liquido nel contenitore? (trascurare il volume del piccolo tubo)

(e) [4 Pt]

Quante moli di gas escono dalla valvola ogni secondo?

- temperatura di ebollizione dell'azoto liquido a pressione normale:	$T_S = 77.0$ K
- calore di vaporizzazione specifico dell'azoto:	$\Delta H_V = 198.38$ kJ/kg
- densità dell'azoto liquido a 77K:	$\rho_L = 808.61$ kg/m <sup>3</sup>
- densità dell'azoto gassoso a 77K:	$\rho_F = 4.61$ kg/m <sup>3</sup>
- massa molare dell'azoto gassoso:	$m_N = 28.01$ g/mol
- costante universale dei gas:	$R = 8.31$ J/mol · K
- pressione normale:	$p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Pa





# Soluzione il criostato

# 3

- a) Welche Temperatur herrscht in der Zwischenfläche zwischen dem Kupfer und dem Aluminiumoxid?

$$(\Delta Q / \Delta t)_{\text{Cu}} = (\Delta Q / \Delta t)_{\text{A}} \quad (1/2\text{P})$$

$$(\Delta Q / \Delta t)_{\text{Cu}} = \Delta_{\text{Cu}} \cdot A \cdot (T - 77\text{K}) / d_{\text{Cu}} \quad (1/2\text{P})$$

$$(\Delta Q / \Delta t)_{\text{A}} = \Delta_{\text{A}} \cdot A \cdot (100\text{K} - T) / d_{\text{A}} \quad (1/2\text{P})$$

$$\Delta_{\text{Cu}} \cdot A \cdot (T - 77\text{K}) / d_{\text{Cu}} = \Delta_{\text{A}} \cdot A \cdot (100\text{K} - T) / d_{\text{A}} \quad (1/2\text{P})$$

$$\rightarrow T = 77.3\text{K} \quad (3\text{P})$$

- b) Wie viel Wärmeenergie wird insgesamt von den zwei Flächen pro Sekunde aus dem Zylinder geleitet?

$$\text{Obere Fläche: } (\Delta Q / \Delta t)_{\text{o}} = \Delta_{\text{Cu}} \cdot \Delta \cdot (R^2 - r^2) \cdot (T - 77\text{K}) / d_{\text{Cu}} \quad (1\text{P})$$

$$\text{Untere Fläche: } (\Delta Q / \Delta t)_{\text{u}} = \Delta_{\text{Cu}} \cdot \Delta \cdot R^2 \cdot (T - 77\text{K}) / d_{\text{Cu}} \quad (1\text{P})$$

(wobei  $R = 0.05\text{ m}$  und  $r = 0.01\text{ m}$ )

$$\text{Insgesamt: } (\Delta Q / \Delta t)_{\text{total}} = (vQ / vt)_{\text{o}} + (\Delta Q / \Delta t)_{\text{u}} = 302\text{W} \quad (3\text{P})$$

(Loch vergessen: -1P)

- c) Wie viel flüssiger Stickstoff verdampft pro Sekunde? Gib die Masse in SI-Grundeinheiten an.

$$\Delta m / \Delta t = (\Delta Q / \Delta t)_{\text{total}} / \Delta H_V \quad (1\text{P})$$

$$\Delta m / \Delta t = 0.0015\text{kg/s}$$

$$(\rightarrow \Delta m = 0.0015\text{kg}) \quad (2\text{P})$$

- d) Mit welcher Geschwindigkeit sinkt der Spiegel des flüssigen Stickstoffs im Behälter?

$$(\Delta V / \Delta t) = (\Delta m / \Delta t) / \Delta_L \quad (1\text{P})$$

$$(\Delta V / \Delta t) = 1.89 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} (= 1.89 \text{ cm}^3/\text{s}) \quad (1\text{P})$$

Da der Zylinderradius  $R_A = 15\text{cm}$  beträgt, nimmt der Spiegel mit der folgenden Geschwindigkeit ab:

$$\Delta s / \Delta t = (\Delta V / \Delta t) / A = (\Delta V / \Delta t) / (\Delta \cdot R_A^2) \quad (1\text{P})$$

(mit  $A$  ist die Kreisfläche des Zylinders gemeint)

$$\Delta s / \Delta t = 2.67 \cdot 10^{-5} \text{ m/s} (= 26.7 \mu\text{m/s}) \quad (4\text{P})$$

- e) Wie viele Mol Gas entweichen durch das Ventil pro Sekunde?

Pro Sekunde verdampfen im Behälter folgende Anzahl Stickstoffmoleküle:

$$\Delta n / \Delta t = (\Delta m / \Delta t) / m_N = 0.0544\text{mol/s} \quad (1\text{P})$$

Nach dem allgemeinen Gasgesetz gilt:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Durch die Abnahme des Flüssigkeitsspiegels werden einige Gasmoleküle benötigt  $(\Delta n' / \Delta t)$ , um den Druck im Behälter konstant zu halten.

$$(\Delta n' / \Delta t) = p_0 \cdot (\Delta V / \Delta t) / (R \cdot T_S) \quad (1\text{P})$$

$$(v n' / vt) = 2.99 \cdot 10^{-4} \text{ mol/s} \quad (1/2\text{P})$$

Der Überschuss wird durch das Ventil rausgelassen.

$$(\Delta n / \Delta t) - (\Delta n' / \Delta t) = 0.0541\text{mol/s} \quad (4\text{P})$$

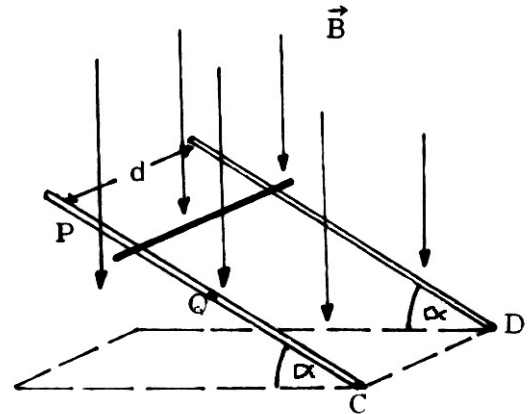
(Die **fettgedruckten Punktzahlen** werden für vollständig richtig gelöste Aufgaben vergeben, der Rest ist ein Vorschlag für Teilpunkte innerhalb einer nicht vollständig gelösten Aufgabe.)

# Magnetismo

4

In un campo magnetico verticale e omogeneo, d'intensità  $B = 0.50 \text{ T}$ , sono posti due binari a conduttività elettrica ideale, con un' inclinazione di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale e alla distanza  $d = 10 \text{ cm}$ . Sui due binari può muoversi senza attrito un conduttore di massa  $m$ . Quest'ultimo ha una resistenza ohmica di  $R = 0.30 \Omega$ .

La resistenza dei binari è trascurabile. Il conduttore resta continuamente parallelo a CD (vedi schizzo).



- (a) [3 Pt]  
Se si applica ai poli C e D una sorgente di tensione con  $0.30 \text{ V}$ , il conduttore rimane fermo in equilibrio. Calcola la massa del conduttore.
- (b) [4 Pt]  
Ora viene tolta la sorgente di tensione e sostituita da un voltmetro ideale. All'istante  $t = 0$  si lascia libero il conduttore posto sui binari.  
Ricava dapprima la formula della tensione in funzione del tempo  $U(t)$ , che il voltmetro indica dopo  $t$  secondi.  
Calcola in seguito la tensione riportata dopo  $0.30 \text{ s}$ .
- (c) [5 Pt]  
Ora si sostituisce tra C e D il voltmetro con un resistore di  $0.20 \Omega$ . Il conduttore viene spinto da P verso Q (distanti  $PQ = 20 \text{ cm}$ ) con una accelerazione uniforme di  $2.5 \text{ m/s}^2$ .  
Quale valore ha la corrente, quando il conduttore raggiunge Q?
- (d) [4 Pt]  
Ora si adagia il paio di binari in posizione orizzontale, mantenendo il resistore collegato tra C e D. Il conduttore all'istante  $t = 0$  è fermo. Quale forza esterna  $F(t)$  bisogna applicare al conduttore affinché all'istante  $t$  subisca un'accelerazione di  $2.5 \text{ m/s}^2$ ?

# Soluzione magnetismo

**4****Punkteverteilung**

- a) 1 für  $F(B\text{-Feld})$  mit  $\cos$   
1 für Hangabtriebskraft  
1 für Masse
- b) 1 für  $\Phi$ -Punkt = (Änderung  $A$ ) mal  $B$   
1 für  $A$  mit  $\cos$   
1 für  $U$  allgemein  
1 für  $U(0.3s)$
- c) 1 für die Zeit bis  $Q$   
1 für  $I = U/R$   
1 für  $U$   
1 für  $R = 0.5 \text{ Ohm}$   
1 für  $I$  Endergebnis
- d) 1 für  $F = ma$   
1 für  $F = BId$  und  $I = U_{\text{ind}}/R$   
1 für  $U_{\text{ind}} = dA/dt B$  und  $dA/dt = v t = a t d$   
1 für  $F = 0.0125t + 0.022$