Tarea 1

Olimpiada Mexicana de Física, SMF **Entrenamiento 2015**

Fecha de entrega: lunes 2 de febrero 2015

Problema 1, tiro parabólico.

1.1) Un proyectil se lanza desde el suelo ($x = 0, y = 0$) con una velocidad inicial $\mathbf{v}_i$, la componente x de la velocidad inicial es $v_{xi} = 12.0$ m/s, mientras que la componente inicial en la dirección y es $v_{yi} = 49.0$ m/s. Realiza las siguientes tareas:

1. Encuentra el alcance horizontal R del proyectil. Esta es la distancia entre el punto de lanzamiento y el punto en el cuál el proyectil golpea el piso.
2. Encuentra la altura máxima del proyectil H.
3. Haz un diagrama, lo más cercano a escala, de la trayectoria del proyectil (calcula la posición del proyectil para varios tiempos).
4. ¿En qué instante de tiempo se encuentra el proyectil a la distancia D más lejana desde el punto de lanzamiento?

   Sugerencia: Recuerde que el máximo (o mínimo) de una función $f(x)$, se encuentra a partir de la ecuación:

   $$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = 0 \tag{0.1}$$

   lo que significa que debes derivar la función $f(x)$, evaluarla en x_0 e igualarla a cero. El valor x_0 es precisamente el valor máximo o mínimo de la función. Investiga por tu cuenta la manera en la cual se discrimina entre si el valor x_0 es máximo o mínimo.

1.2) Un pequeño bloque de masa m se desliza sobre una rampa que contiene un bucle como se muestra en la figura de abajo. El bloque se libera desde una altura h con velocidad inicial cero y tanto la rampa como el bucle no presentan fricción al desplazamiento del bloque. El bucle tiene radio R. Consideremos las siguientes dos situaciones:

1. Cuál es la altura mínima h para que el bloque complete una vuelta a través del bucle sin despegarse de su superficie.
2. Ahora se elimina un segmento AB en la parte superior del bucle como se muestra en la figura. Si le bloque se libera con el valor de h mínimo, calculado en el inciso anterior, encuentra el valor de α tal que el bloque sea capaz de llegar al punto B y completar la vuelta sobre el bucle cortado.

1.3) Un bombardero cae en picada y tira una bomba desde una altura H, estando a una distancia L del objetivo. La velocidad del bombardero es v.

¿Bajo que ángulo respecto de la horizontal debe caer en picada el bombardero?

Problema 2, gravitación.

Debido a la rotación de la Tierra sobre su eje una plomada en la superficie de la Tierra no apunta exactamente al centro de la Tierra, como se suele considerar, si no que la plomada se desvía un pequeño ángulo θ respecto de la linea que une el centro de la Tierra y el punto donde cuelga la plomada, como se muestra en la figura. Si el ángulo de desviación θ es pequeño, contesta lo siguiente:

1. Muestra que la latitud λ y el ángulo de desviación θ están relacionados por la siguiente ecuación:

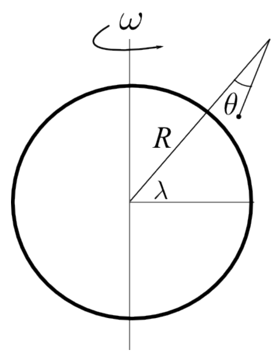
$$\theta = \left(\frac{2\pi^2 R}{gT^2}\right) \sin(2\lambda) \tag{0.2}$$

   donde R es el radio de la Tierra y T su periodo de rotación.

   Sugerencia: Compara la cantidad $g' = R\omega^2 \cos\lambda$ (donde ω es velocidad angular de la Tierra respecto de su eje) con la gravedad $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$, desprecia g' cuando sea conveniente. Lo mismo te puede servir para despreciar términos del tipo g'^2.

2. Cual es el valor de la latitud λ al que el ángulo de desviación es máximo.

3. Cuál es el ángulo de desviación en el ecuador.



Problema 3, circulo unitario, sumas.

3.1) (Para hacer sin el uso de calculadora)

Sin el uso de calculadora completa los espacios vacíos la siguiente tabla con los valores de las funciones trigonométricas que se especifican en cada columna, así como la conversión a radianes de todos los ángulos indicados.

θ (grados)	θ ángulo (radianes)	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0°	0	0	1	0
45°		$1/\sqrt{2}$		
30°				
60°				
90°	$\pi/2$	1	0	∞
120°				
135°				-1
150°	$15\pi/18$			
180°	π	0	-1	0
210°				
225°				
240°				
270°		-1	0	∞
300°				
315°				
330°				
360°	2π	0	1	0

Tabla 1

Sugerencias:

Construye un triángulo equilátero cuyos lados miden 1 unidad y un triángulo isósceles cuyo lado común mida también 1 unidad.

También puedes hacer uso las formulas del seno y coseno para la suma de ángulos:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \end{aligned} \tag{0.3}$$

3.2) Calcula las siguientes sumas:

a) $(1+2+3+4+5)+(10+9+8+7+6)=$

b) $(1+16)+(2+15)+(3+14)+(4+13)+(5+12)+(6+11)+(7+10)+(8+9)=$

c) $1+2+3+4+\ldots+35=$

d) $1+2+3+4+\ldots+1000=$

e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots=$