

Problema 1. Colisiones (6 puntos)

Un bloque de masa $m_1 = 2.0 \text{ kg}$ se desliza a lo largo de una mesa sin fricción a una velocidad de 10.0 m/s . Directamente frente a él, y moviéndose en la misma dirección, está un bloque de masa $m_2 = 5.0 \text{ kg}$ que se mueve a una razón de 3.0 m/s . Un resorte carente de masa con una constante $k = 1120 \text{ N/cm}$ está unido a la parte posterior de m_2 . Los dos bloques chocan:

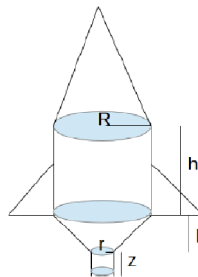
- En el momento de compresión máxima del resorte, los dos bloques se mueven como uno solo, halle la velocidad observando que la colisión es completamente inelástica en este punto
- ¿Cuál es la máxima compresión del resorte?

Problema 2. Modos de Vibración (6 puntos)

Una cuerda fija en ambos extremos tiene una longitud de 10.0 m y una masa de 100 g . Está sujeta a una tensión de 250 N y se pone en vibración. Halle (a) la frecuencia más baja de una onda estacionaria, (b) la segunda frecuencia más baja, (c) la tercera frecuencia más baja, (d) las tres frecuencias anteriores con solo un extremo fijo, y (e) bosqueje las seis frecuencias normales anteriores en la cuerda.

Problema 3. El Orto-Cohete (10 puntos)

Como parte de su entrenamiento experimental para irse a Granada, Orto desea saber cómo funciona un cohete. Para ello construye una estructura, con una masa de 2 kg , como la siguiente:



Orto utiliza 50 g de un fluido de densidad ρ como combustible. Para llenar la sección del cohete con longitud $h + l + z$ aplica una presión $P_0 = 150 \text{ kPa}$. Antes de liberar el combustible, Orto le proporciona al cohete una velocidad vertical $v_0 = 1 \text{ m/s}$. Cuando éste asciende a una altura $H_0 = 2 \text{ m}$, Orto libera la cámara de combustión y observa la trayectoria durante dos segundos. Considere que P_0 permanece constante durante el tiempo observado.

- Si $h = 50 \text{ cm}$, $l = 20 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$, $R = 10 \text{ cm}$ y $r = 2 \text{ cm}$, ¿Cuál es la densidad del fluido?
- ¿Cuál es la velocidad u con la cual escapa el fluido de la cámara de combustión? (Considere el término $\rho g \Delta y$ despreciable)
- ¿A qué razón $D(t)$ se agota el combustible?
- Despreciando los efectos de la fricción, halle la expresión de la velocidad del cohete en función del tiempo durante los dos segundos y el valor numérico al final de la observación.
- ¿Cuál es la altura que alcanza durante dichos dos segundos?

Hint. Puede hacer uso de las siguientes integrales:

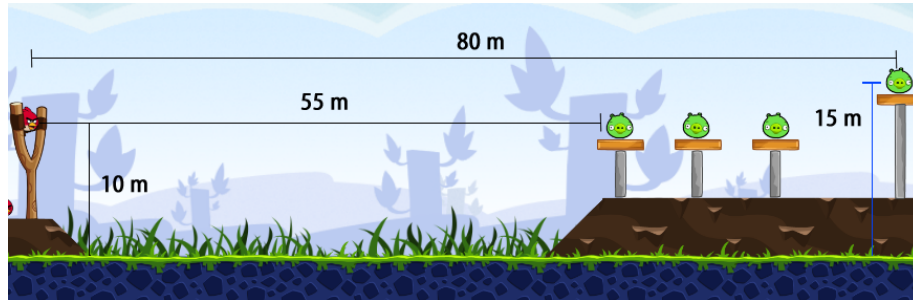
$$\int_0^x \left(\frac{ab}{c-bx} - f \right) dx = a \ln \left| \frac{c}{c-bx} \right| - fx$$

$$\int_0^x \left(a - bx + c \ln \left| \frac{f}{f-gx} \right| \right) dx = ax - \frac{1}{2}bx^2 + cx \ln|f| + \frac{c}{g} [(f-gx) \ln|f-gx| + gx - f \ln|f|]$$

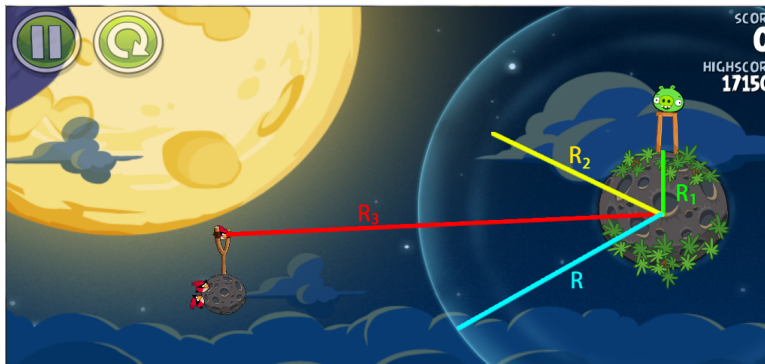
Problema 4. Angry Birds (10 puntos)

Parte 1. En esta parte del problema, analizaremos la física del videojuego “Angry Birds”. Considere la figura inferior para responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál debe ser el ángulo de lanzamiento (con respecto a la horizontal) si el tiempo de vuelo es de 2.5 s, para que el pájaro golpee al primer cerdo?
- Calcule el nuevo ángulo para el cerdo que está a una altura de 15 m, con un tiempo de vuelo de 5.0 s.



Parte 2. En el videojuego “Angry Birds Space” se utiliza la atracción gravitacional entre dos cuerpos, ya que a partir de una cierta distancia desde el centro de un planeta, los pájaros lanzados son atraídos por su campo gravitacional. Considere la situación mostrada en la figura siguiente; el objetivo de este problema es lanzar un pájaro con una velocidad inicial V_i hacia el planeta de masa M , y que se mantenga orbitando a su alrededor, en una trayectoria circular de radio R_2 .



- Halle la velocidad con la que el pájaro orbita alrededor del planeta.
- Halle el ángulo (con respecto a la horizontal) con que debe ser lanzado el pájaro para la situación descrita anteriormente. (Considere que la atracción gravitacional es solo dentro de la burbuja de radio R)
- Analice el inciso anterior cuando la atracción gravitacional se da en todas partes

Datos de utilidad:

$$R_1 = 3.3 \times 10^3 \text{ Km}$$

$$R_2 = 2R_1$$

$$R_3 = 2.5R_2$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$M = 6.42 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$V_i = 3.5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Problema 5. Tránsito de Venus (10 puntos)

El pasado 5 de Julio (2012) se llevó a cabo un evento astronómico denominado *Tránsito de Venus*. Este evento consiste en el paso del planeta Venus directamente entre el Sol y la Tierra, lo cual provoca el ocultamiento de la luz solar de forma parcial en un punto negro dentro del disco solar. El Tránsito de Venus es un evento importante pues en el pasado permitió llevar a cabo las primera mediciones de la distancia entre la Tierra y el Sol a través de un método propuesto por Edmund Halley. Debido a que en el siglo XVII las distancias relativas entre los planetas conocidos ya estaban calculadas, fue posible encontrar la separación entre los planetas del sistema solar.

Uno de los métodos utilizados en la actualidad para realizar esta medición consiste en comparar los resultados de las imágenes obtenidas de la trayectoria descrita durante todo el tránsito desde diferentes lugares. En la Fig. 1 puede observarse las diferentes proyecciones obtenidas en las mediciones tomadas en 2004 y 2012.

Para llevar a cabo la estimación de la distancia entre el Sol y la Tierra debe asumirse que tanto Venus como la Tierra orbitan en trayectorias circulares alrededor del Sol con períodos de 225 días y 365 días, respectivamente. Además, es notable que las distancias interplanetarias son grandes y por tanto los ángulos descritos en la Fig. 2 son pequeños. De igual forma debe asumir que todas las proyecciones y trazados de esta figura se encuentran en el mismo plano.

Preámbulo geométrico

- a) Determine la diferencia $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ en función de los ángulos θ_s y θ_v . Puede apoyarse de la Fig. 2.
- b) Considere como d la distancia entre los puntos de observación. Obtenga θ_v como una función de θ_s , la distancia Sol-Venus R_v y la distancia Sol-Tierra R_T . Hint. $\tan \theta \approx \theta$, para ángulos pequeños.
- c) Demuestre que $\Delta\theta$ está dado por:

$$\Delta\theta = \frac{d}{R_T} \frac{1}{\frac{R_T}{R_v} - 1}$$

Obtención de R_T

- d) En 1769, se halló que la distancia entre dos lugares de observación fue de 11 425 km, midiendo los dibujos obtenidos el diámetro del sol fue de 70 mm y la separación entre las trayectorias de 1.5 mm. Teniendo en cuenta que el diámetro solar posee un tamaño de medio grado. Obtenga el valor numérico de $\Delta\theta$ y la razón R_T/R_v .
- e) Obtenga las distancias R_T y R_v .
- f) Cerca de 3 siglos después de la obtención de las medidas interplanetarias, se obtuvo el valor de la constante de Gravitación Universal $G = 7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. Estime la masa del Sol.

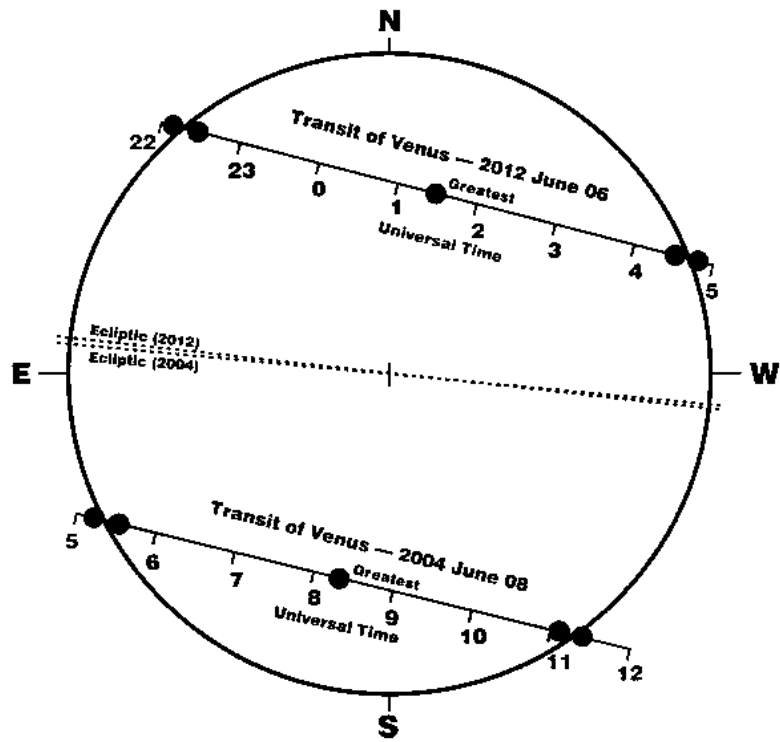


Figura 1

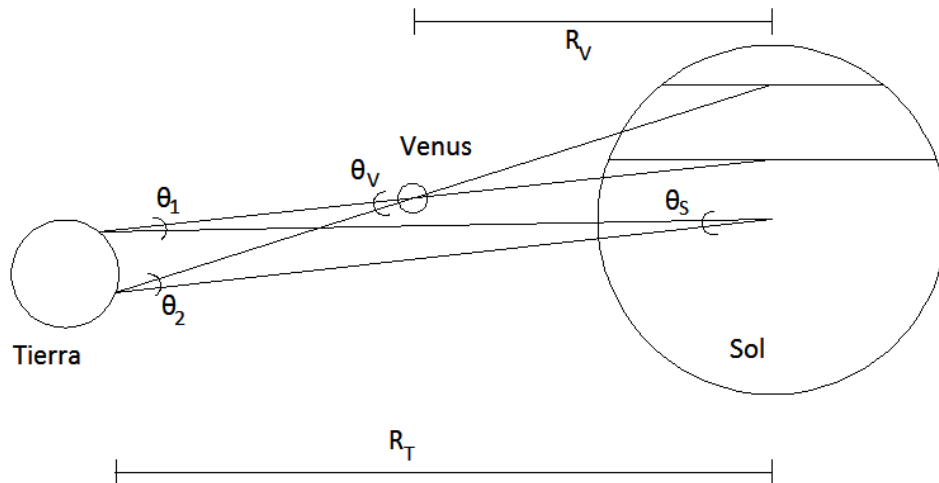
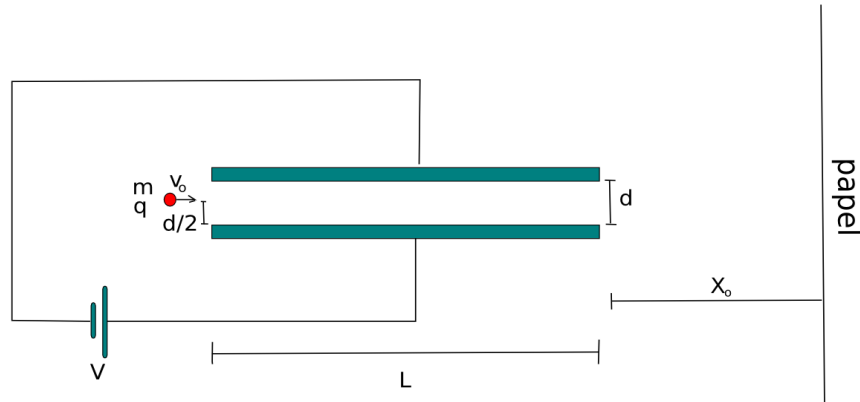


Figura 2

Problema 6. Una impresora medio chafa. (8 puntos)

A Thelmy se le ocurrió un diseño para la implementación de una impresora de tinta. El mecanismo es el siguiente: A una pequeña gota de tinta se le proporciona una carga q positiva, una velocidad v_0 y se le hace entrar justo entre las placas de un capacitor de placas paralelas como se muestra en la figura.



El capacitor se conecta a una fuente de voltaje controlable V . Suponga que la gravedad no afecta al movimiento de la gotita y desprecie los efectos de borde en el capacitor. Considere que $m = 1.3 \times 10^{-10} \text{ kg}$, $q = 1.5 \times 10^{-13} \text{ C}$, $v_0 = 18 \text{ m/s}$, $L = 0.05 \text{ m}$, $d = 0.001 \text{ m}$ y $X_0 = 0.10 \text{ m}$.

- Dibuje el campo eléctrico dentro del capacitor y la trayectoria seguida por la gotita dentro y fuera de él.
- Halle una expresión del campo eléctrico en términos del potencial V y la geometría del capacitor.
- ¿Cuál es el valor máximo del potencial V , tal que la gotita logre salir del capacitor y no choque con sus placas?
- Para imprimir una línea recta sobre el papel, Thelmy inyecta varias gotitas de tinta y modula el voltaje V . ¿Cuál es la máxima longitud de la línea que Thelmy puede imprimir?
- ¿Cómo mejorarías el diseño de esta impresora?