

Tarea 12

OLIMPIADA MEXICANA DE FÍSICA, SMF

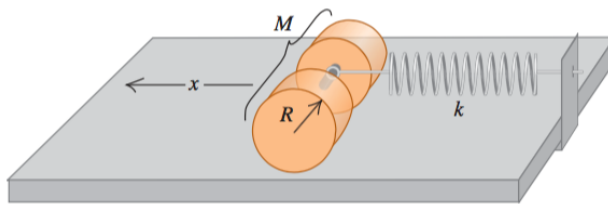
ENTRENAMIENTO 2016

Fecha de entrega: martes 13 de septiembre.

Problema 53, varios

relatividad; gravitación; electromagnetismo; óptica; ecuaciones diferenciales.
oscilaciones:

- 1) Una varilla uniforme de longitud L oscila con un pequeño ángulo alrededor de un punto a una distancia x de su centro. a) Demuestra que la frecuencia angular de oscilación es $\sqrt{\frac{gx}{L^2/12 + x^2}}$; b) Para que valor de x la frecuencia es máxima; c) ¿qué longitud debe tener la varilla para que su frecuencia angular máxima sea $2/\pi$ rad/s ?
- 2) Dos cilindros sólidos están conectados por una varilla, ligera y de masa despreciable, a lo largo de su eje común. Los dos cilindros tienen radio R y la masa total de ambos es M , los cilindros descansan sobre una mesa horizontal. Un resorte de constante k tiene un extremo fijo, y el otro, conectado al centro de masa de los cilindros, ver figura. Se tira de los cilindros una distancia x , estirando el resorte, y se sueltan. Hay suficiente fricción entre la mesa y los cilindros para que éstos rueden sin resbalar al oscilar horizontalmente. Demuestre que el movimiento del centro de masa de los cilindros es armónico simple, y calcule su periodo en términos de M y k .



- 3) Se desea construir un péndulo simple con periodo de 4 segundos sobre la superficie terrestre a) qué longitud debe tener el péndulo; b) supón que se quiere medir construir un péndulo con el mismo periodo pero que sus dimensiones no excedan 0.5 m, puedes sugerir un péndulo que cumpla estos requisitos.
- 4) Una bomba nuclear que contiene 8.00 kg de plutonio detona, si la suma de las masas en reposo de los productos de la explosión es menor que la masa en reposo original en una parte en 10^4 . a) ¿Cuánta energía libera la explosión? b) Si la explosión tiene lugar en 4.00 ms, ¿cuál es la potencia media que genera la bomba? c) ¿Qué masa de agua podría elevar a una altura de 1.00 km la energía liberada?
- 5) Radiación de Cherenkov. El físico ruso P. A. Cherenkov descubrió que una partícula con carga que viaja en un sólido con rapidez mayor que la de la luz en ese material emite radiación electromagnética. (Esto es análogo al estruendo sónico que produce un avión cuando avanza con rapidez mayor que la del sonido en el aire; véase la sección 16.9. Cherenkov compartió el Premio Nobel de 1958 por este descubrimiento.) ¿Cuál es la energía cinética mínima (en electrón volts) que un electrón debe tener cuando viaja en el interior de un bloque de vidrio blanco (“crown”, $n \approx 1.52$) para crear esta radiación de Cherenkov?
- 6) Un protón (masa en reposo $= 1.67 \times 10^{-27}$ kg) tiene una energía total 4.0 veces mayor que su energía en reposo. ¿Cuál es a) la energía cinética del protón; b) la magnitud de la cantidad de movimiento del protón; c) la rapidez del protón?

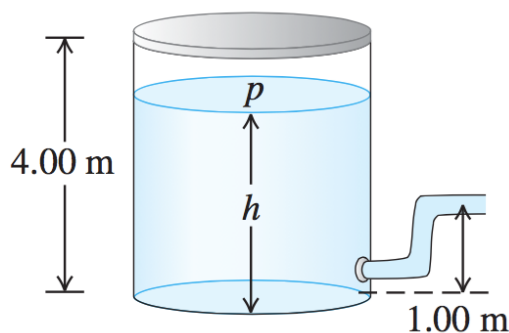
- 7) Un tanque contiene 18 kg de gas de nitrógeno ($M=28$ kg/kmol) a una presión de 4.50 atm. ¿Qué cantidad de gas de hidrógeno ($M=2.0$ kg/kmol) a 3.50 atm contendría el mismo depósito?
- 8) Una gotita de mercurio tiene un radio de 0.50 mm. ¿Cuántos átomos de mercurio hay en la gotita? Para el Hg, $M=202$ kg/kmol y $\rho = 13600$ kg/m³.
- 9) Suponga que una molécula de algún gas en particular en la superficie de la Tierra tiene una rapidez v_{rms} (raíz cuadrática media $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$) igual a la que posee dicho gas a 0 °C. Si se fuera a mover verticalmente hacia arriba sin chocar con otras moléculas, ¿qué tan alto llegaría? Suponga que g es constante sobre la trayectoria. ¿Cuál sería la altura máxima para una molécula de N₂.
- 10) Existe aproximadamente un átomo de hidrógeno por cm³ en el espacio exterior, donde la temperatura es más o menos de 3.5 K. Calcule la rapidez de cada átomo y la presión que ejercen.
- 11) De acuerdo a la ecuación de van der Waals, a) muestra que ésta se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{n}{V} = \left(\frac{p + an^2/V^2}{RT} \right) \left(1 - \frac{bn}{V} \right) \quad (1)$$

b) los parámetros para el sulfuro de hidrógeno gaseoso (H₂S) son $a = 0.448$ J · m³/mol² y $b = 4.29 \times 10^{-5}$ m³/mol. Determine el número de moles por volumen de H₂S a una temperatura de 127 °C y una presión de 9.8×10^5 Pa como sigue:

- Calcula una primer aproximación usando la ecuación del gas ideal.
 - Sustituya esta aproximación en el miembro derecho de la ecuación (1) lo cual da una mejor aproximación de n/V .
 - Sustituya la nueva aproximación en el miembro derecho de la ecuación (1), entonces se obtiene una nueva aproximación de n/V .
 - Repita el paso iii); esté procedimiento puede repetirse hasta la precisión deseada.
- c) Finalmente compara el resultado final del inciso b) con el resultado inicial empleando la ecuación de gas ideal, ¿qué resultado da un mayor valor de n/V ?, ¿por qué?

- 12) Un tanque de agua tiene una manguera conectada como se ilustra en la figura. El tanque está sellado por arriba y tiene aire comprimido entre la superficie del agua y la tapa. Cuando la altura del agua h es de 3.50 m, la presión absoluta p del aire comprimido es de 4.2×10^5 Pa. Suponga que ese aire se expande a temperatura constante, y considere que la presión atmosférica es 10^5 Pa. a) ¿Con qué rapidez sale agua por la manguera cuando $h = 3.5$ m? b) Al salir agua del tanque, h disminuye, calcule la rapidez de flujo para $h = 3$ m y $h = 2$ m, c) ¿En qué valor de h se detiene el flujo?



Problema 54, Experimento de Rutherford.

El modelo atómico de Thomson de 1904 suponía una esfera de carga uniforme positiva, con los electrones incrustados en ella (modelo del budín de pasas). Sin embargo, los experimentos de 1909 de Rutherford y sus colaboradores permitieron descubrir características más detalladas del átomo; en esos experimentos, se bombardearon con partículas alfa (núcleos de helio) láminas delgadas de oro. De acuerdo con el modelo de Thomson, se esperaba que las partículas alfa se deflectaran menos de 0.020° , y aunque la mayoría no se desviaban de su trayectoria, una de cada ocho mil partículas se deflectaba un ángulo mayor que 10° , y en algunos pocos casos el ángulo de deflexión llegaba a 90° o incluso a 180° . Rutherford expresó entonces que “fue el acontecimiento más increíble de mi vida. Era casi tan increíble como si hubiera disparado un proyectil de 15 pulgadas en un pedazo de papel de seda, se devolviera y me golpeará”

- a. Determine el valor de la velocidad de las partículas alfa producidas en la desintegración del isótopo de Polonio-210 en la reacción:



- b. Considere una partícula alfa como la de la pregunta anterior, que se aproxima a un núcleo de oro y se deflecta 180° . Mediante consideraciones energéticas, obtenga una expresión para una cota superior del radio de ese núcleo. Calcule su valor.
- c. En 1913, Bohr, inspirado en el modelo atómico planetario de Rutherford, propuso cuantizar el momento angular de los electrones que orbitan al núcleo, de acuerdo con la relación:

$$L = n\hbar \quad (3)$$

donde \hbar es la constante de Planck dividida entre 2π y $n = 1, 2, 3, \dots$. Utilice este modelo para determinar el radio mínimo del átomo de hidrógeno.

velocidad de la luz en el vacío	c	299,792,458 m/s
permeabilidad del vacío	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
permisividad del vacío	ϵ_0	$8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
carga del electrón	e	$-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
masa electrón	m_e	$9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
masa protón	m_p	$1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$
unidad masa atómica	u	$1.661 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.4 \text{ MeV}/c^2$
numero atómico del oro (Au)	$Z_{Au} = 79$	
masa del Polonio	$M_{Po} = 209.982857 \text{ u}$	
masa del Plomo	$M_{Pb} = 205.974449 \text{ u}$	
masa del Helio	$M_{He} = 4.002603 \text{ u}$	
masa del Curio	$M_{Cm} = 240.05552 \text{ u}$	
masa del Plutonio	$M_{Pu} = 236.046060 \text{ u}$	
masa partícula alfa	$M_\alpha = 4.002603 \text{ u}$	

Problema 55, El descubrimiento del pión: Laboratorio de Chacaltaya 1947.

La física de partículas tuvo sus inicios durante la primera mitad del siglo XX en experimentos de rayos cósmicos¹, localizados al nivel del mar y a grandes altitudes, como es el caso de Chacaltaya (~ 5200 metros sobre el nivel del mar) como muestra la foto debajo. En 1947 fue descubierto el pión (π) en lo que es hoy el Laboratorio de Física de Rayos Cósmicos de Chacaltaya por C. Powell, G. Occhialini y C. Lattes.

- a) Los piones cargados π^\pm son generados en lo alto de la atmósfera por colisiones de rayos cósmicos primarios con los núcleos de la atmósfera. Estos poseen una vida media de aproximadamente 25 ns para luego decaer en μ^\pm (muones cargados) y ν_μ (neutrinos). Debido al corto tiempo de vida de los piones, estos deberían recorrer unos cuantos metros en la atmósfera terrestre, por lo tanto, estos no podrían ser observados en el laboratorio de Chacaltaya. Pero según la teoría de la relatividad especial, el tiempo se dilata para un observador en laboratorio, por lo tanto, los π^\pm pueden ser detectados en los laboratorios al nivel de la superficie terrestre.

La energía de los π^\pm está dada por la ecuación:

$$E_{\pi^\pm} = \gamma m_{\pi^\pm} c^2 \quad (4)$$

donde $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta_{\pi^\pm}^2}$; ($\beta_{\pi^\pm} = v_{\pi^\pm}/c$) y $c = 3 \times 10^8$ m/s (velocidad de la luz en el vacío). Calcule:

1. La velocidad v_{π^\pm} de los piones, considerando que su masa es $m_{\pi^\pm} \approx 140 \text{ MeV}/c^2$, donde $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$.
2. La distancia máxima aproximada a la que fueron originados estos piones en la atmósfera (con respecto al laboratorio), asumiendo que no perdieron energía en su trayectoria y que la energía media de los piones que se observan en el laboratorio es de 40 GeV

- b) Para detectar piones π^\pm , se utilizaron emulsiones fotográficas, en las que quedaban grabadas las trazas (trayectorias) de las partículas. El principal mecanismo por el cual pierden energía las partículas cargadas al atravesar la emulsión, es por ionización y excitación de los átomos del medio. La pérdida de energía promedio por unidad de densidad de área de materia atravesada, Λ , puede expresarse en $\text{MeV g}^{-1}\text{cm}^2$. En consecuencia, la distancia R que pueden recorrer las partículas en materiales relativamente densos puede escribirse como:

$$R = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta E}{\Lambda} \quad (5)$$

donde $\Delta E = E_0 - E$, E_0 es la energía inicial de la partícula y ρ es la densidad del material. Como puede deducirse de la fig. 2, los muones recorren casi la misma distancia de 6 mm. Considerando que la Λ perdida por los muones es de $2 \text{ MeV g}^{-1}\text{cm}^2$ y que su energía cinética es de 4.1 MeV, calcule la densidad ρ de la emulsión nuclear, en g/cm^3 .

- c) La fuerza de Lorentz causa que las partículas describan trayectorias helicoidales a lo largo de la dirección del campo magnético. El radio de curvatura de las trayectorias está relacionado con la fuerza del campo magnético y la componente del momentum (cantidad de movimiento) de la partícula, perpendicular al campo magnético (normalmente llamado momentum transversal PT). Por tanto, se pueden construir espectrómetros magnéticos que permitan medir el momentum de las partículas cargadas. Suponiendo que en Chacaltaya se quiera construir un espectrómetro magnético para medir el momentum de los piones de $\vec{p} = (10\hat{i} + 10\hat{j} + 37\hat{k}) \text{ GeV}/c$: Determine qué intensidad deberá tener el campo magnético, en tesla (T). El campo \vec{B} está orientado a lo largo del eje y y el radio de curvatura es 20 m.

¹Los rayos cósmicos son núcleos y partículas subatómicas, que bombardean la tierra constantemente desde el espacio exterior