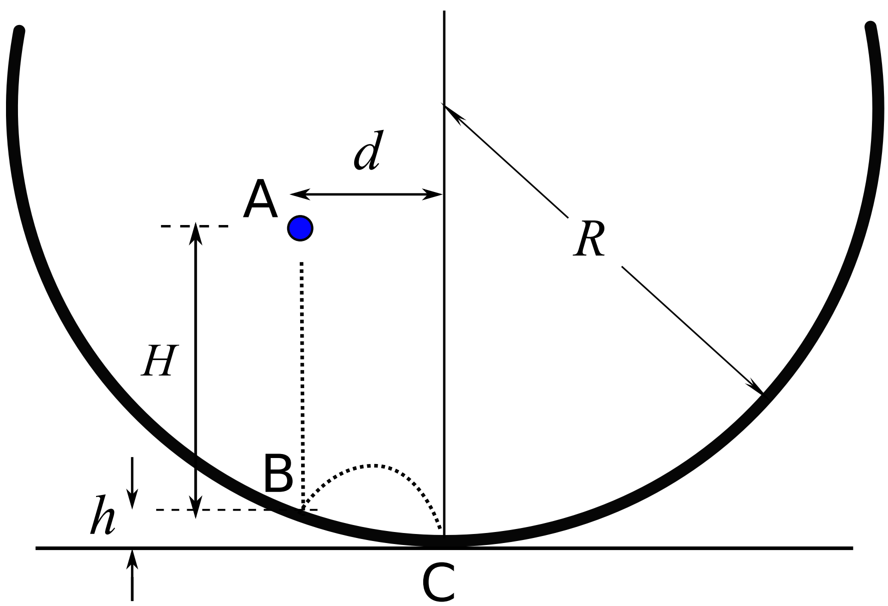
XXIII OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA
Mérida Yucatán, 25-29 de noviembre de 2012

Prueba teórica

1. **Caída libre sobre una superficie esférica (10 puntos).**

   Una canica se deja caer verticalmente con velocidad inicial cero sobre una superficie esférica de radio R. La canica se deja caer desde una altura H (punto A de la figura) medida desde la superficie esférica y a una distancia d del eje de simetría de la superficie esférica, como se muestra en la figura. La canica rebota elásticamente sobre la superficie (punto B) y cae de nuevo justo en el centro de la superficie (punto C).



Preguntas

1.1	Calcula la velocidad v_0 con la cual rebota la canica sobre la superficie de la esfera.	1 puntos
1.2	Calcula el tiempo que le toma a la canica desde que rebota sobre la superficie (punto B) hasta que cae en el centro de la superficie (punto C) en términos de las variables H, R, h y g (aceleración de la gravedad).	5 puntos
1.3	Encuentra una ecuación o relación que involucre h, que es la distancia desde el suelo hasta el punto donde rebota la canica sobre la superficie (como se muestra en la figura), en términos de los parametros H, R, y la distancia d. No intentes resolverla	2 puntos
1.4	Considera ahora que la canica se deja caer desde una distancia mucho muy cercana al eje de simetría, calcula en este caso el valor aproximado de la altura H, en términos del radio R de la superficie esférica, a la que se debe dejar caer la canica	2 puntos

Formulas trigonométricas que te pueden ser útiles:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) &= \operatorname{sen}\alpha \cos\beta \pm \operatorname{sen}\beta \cos\alpha \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha \cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \end{aligned} \tag{1}$$

Para ángulos pequeños $\theta \ll 1$, las funciones trigonométricas se pueden aproximar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta &\approx \theta \\ \cos\theta &\approx 1 \end{aligned} \tag{2}$$

2. **Comparando las fuerzas eléctrica y gravitacional (5 puntos).**

   Una estrella de neutrones tiene una densidad del orden de $\rho = 10^{14}$ g/cm^3 y un radio de aproximadamente $R = 20$ km.

   Supongamos que se coloca un electrón sobre la superficie de la estrella de neutrones,

   Preguntas:

2.1	¿Cuál es la atracción gravitacional sobre el electrón debido a la estrella de neutrones?	2 puntos
2.2	¿Qué carga eléctrica habría que colocar en el centro de la estrella de neutrones para equilibrar la atracción gravitacional que encontraste en el inciso anterior?	2 puntos
2.3	Cuantos electrones habría que poner en el centro de la estrella de neutrones para equilibrar la fuerza gravitacional	1 puntos

   $k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ Nm^2/C^2

   Constante gravitacional: $G = 6.7 \times 10^{-11}$N m^2/kg^2

   Carga del electrón: e = -1.6 $\times$ 10^{-19} C

   Masa del electrón: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$Kg

3. **Experimento de Torricelli dentro de un pistón (10 puntos).**

Un tubo vertical de vidrio, de área transversal $A = 1\,\mathrm{cm}^2$ y cerrado en su parte superior, está sumergido en mercurio. Todo el sistema se encuentra contenido dentro de un cilindro con un pistón móvil, como se muestra en la figura 1. El cilindro, además contiene aire en su interior. La parte superior del tubo de vidrio contiene una cantidad de hidrógeno encerrado. El tubo y el cilindro son impermeables, es decir no dejan entrar ni salir material. Tanto el aire como el hidrógeno y el mercurio se encuentran en contacto térmico, por lo que están a la misma temperatura.

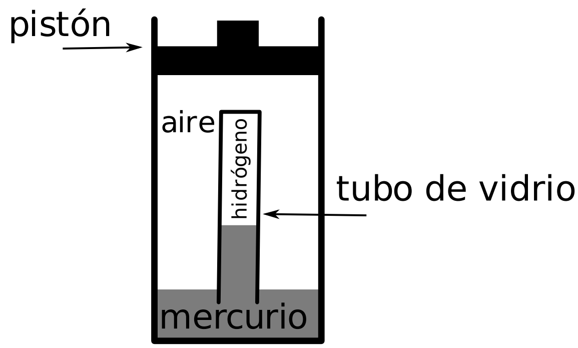
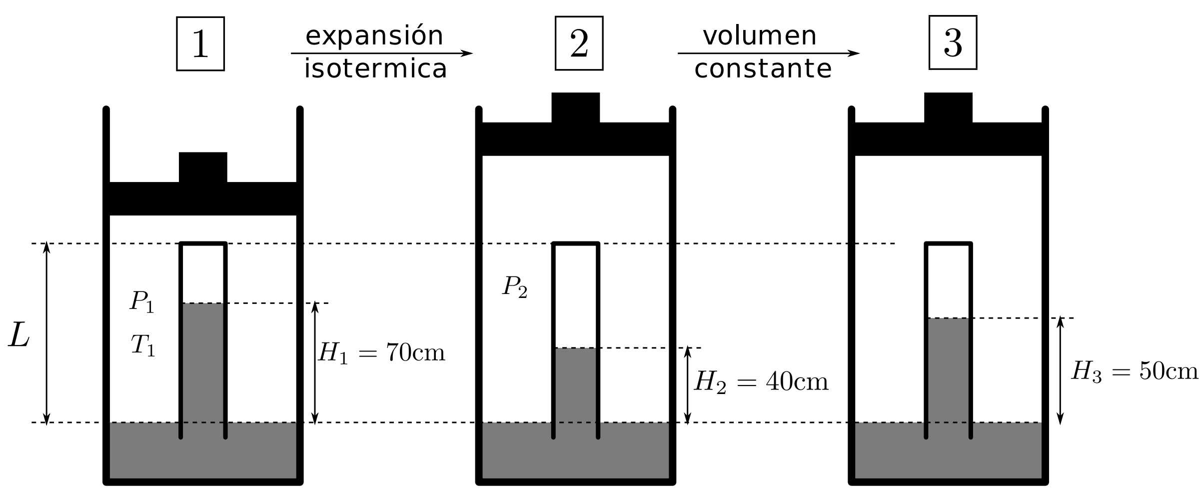


Figura 1

El sistema del tubo y el cilindro pasa por 3 estados de equilibrio a través de dos procesos diferentes, como se muestra en la figura siguiente:



El proceso $\boxed{1} \longrightarrow \boxed{2}$ se trata de una expansión isotérmica.

En el proceso $\boxed{2} \longrightarrow \boxed{3}$ el sistema se calienta manteniendo constante el volumen del aire contenido en el cilindro; nota que el hidrógeno se comprime debido a la expansión térmica del mercurio.

Se conocen los siguientes datos en cada uno de los estados de equilibrio:

$\boxed{1}$

Altura de la columna de mercurio: $H_1 = 70$ cm

Presión del aire dentro del cilindro: $P_1 = 133 \times 10^3$ Pa

Temperatura $T_1 = 273$ K

$\boxed{2}$

Altura de la columna de mercurio: $H_2 = 40$ cm

Presión del aire dentro del cilindro: $P_2 = 8 \times 10^4$ Pa

$\boxed{3}$

Altura de la columna de mercurio: $H_3 = 50$ cm

Preguntas:

Considerando que el hidrógeno y el aire se comportan como un gas ideal y que el mercurio es incompresible, contesta las siguientes preguntas.

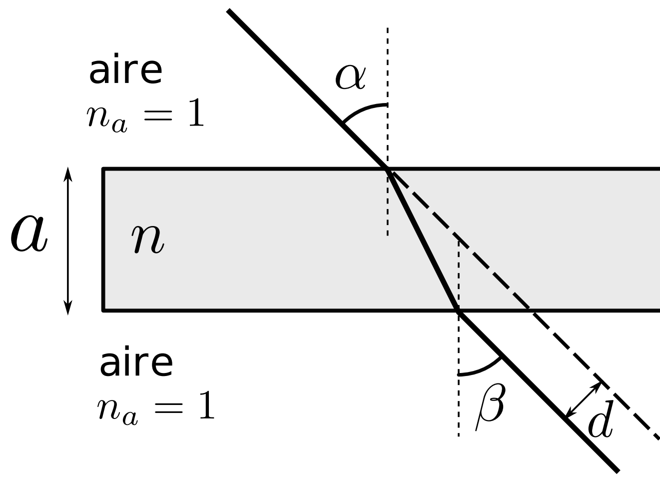
3.1	Cuál es la altura L desde la superficie del mercurio dentro del cilindro, hasta la parte superior del tubo de vidrio.	4 puntos
3.2	¿Cuál es la cantidad de hidrógeno contenido en la parte superior del tubo de vidrio?. Expresa esta cantidad en moles	2 puntos
3.3	¿Cuál es la temperatura final T_3 en el estado $\boxed{3}$?	4 puntos

Constante universal de los gases: $R = 8.314$ J/mol K

Densidad del mercurio: $\rho = 1.36 \times 10^4$ kg/m^3.

4. **Óptica geométrica (5 puntos).**

Un haz de luz que se propaga en el aire incide sobre la cara superior de una placa de grosor a y cuyo material tiene índice de refracción n. El haz incide con un ángulo α (ver figura) con respecto a la normal al vidrio. El haz de luz se refracta en la placa y emerge de nuevo al aire por debajo de la placa con un ángulo β respecto de la vertical.



Preguntas:

4.1	Muestra que el haz que sale por debajo de la placa es paralelo al haz que incide por arriba de la placa, es decir muestra que: $\beta = \alpha$.	1 punto
4.2	Calcula la distancia d que separa los dos haces de luz, el de incidencia y el que sale por debajo de la placa en términos de solamente el ángulo de incidencia α, el índice de refracción n y el grosor de la placa a.	2 puntos
4.3	Si el ángulo de incidencia es $\alpha = 45° = \frac{\pi}{4}$ radianes, calcula el valor del índice de refracción de la placa n para el cual la distancia de separación entre los haces es la misma que el grosor de la placa, es decir para $a = d$.	2 puntos

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) &= \operatorname{sen}\alpha \cos\beta \pm \operatorname{sen}\beta \cos\alpha \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha \cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \\ \operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \end{aligned} \tag{3}$$