

**XXIII OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA**  
**Mérida, Yuc. 25-29 de noviembre de 2012**  
**Prueba experimental**

---

Cualquier objeto que colguemos de un eje y que oscile alrededor de este, se le llama *péndulo físico*. Este sistema por supuesto obedece las Leyes de Newton y su comportamiento es muy similar al de un péndulo ideal formado por una masa puntual suspendida por una cuerda sin masa.

En este problema analizarás las propiedades de oscilación de un péndulo físico formado por un tubo de plástico (PVC) en cuyo interior una parte está llena con yeso. Este tubo es parte de tu equipo experimental, obsérvalo y compáralo con el de la Figura 1 para que te vayas familiarizando con el. Como verás más abajo, el propósito del problema es hallar cuánto yeso hay en el tubo y la razón de la masas del tubo y del yeso.

Antes de iniciar el problema hagamos un repaso de la física del péndulo. Como se indica en la figura, el péndulo puede hacerse oscilar alrededor de un eje o pivote arbitrario. Llamemos  $L$  a la longitud del péndulo y  $R$  al radio de la sección transversal del tubo. Sea  $l_{cm}$  la posición del centro de masa del péndulo, medido desde el extremo donde están los agujeritos del tubo. Sea  $z$  a la distancia entre un pivote dado y el centro de masa del péndulo. Denotemos por  $M$  la masa del cilindro de plástico *sin* el yeso y  $m$  la masa del yeso dentro del tubo. Es decir, el péndulo tiene masa total  $M + m$ . El yeso llena una parte del tubo de longitud  $D$ .

El centro de masa del sistema anterior está dado por la siguiente expresión,

$$L - l_{cm} = \frac{1}{2} \frac{M L + m D}{M + m}. \quad (1)$$

Si demuestras esta expresión te ganas 0.5 puntos adicionales. No hay penalización si no lo demuestras.

Desplacemos el tubo un ángulo  $\theta$  con respecto a la vertical. Se puede mostrar que la torca que hace la fuerza de gravedad sobre el tubo es,

$$\tau = -(M + m) g z \sin \theta. \quad (2)$$

Esta torca es la que lo hace oscilar libremente. Por otro lado, se puede mostrar que la torca está dada, a su vez, por

$$\tau = I(z) \alpha \quad (3)$$

donde

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (4)$$

es la aceleración angular del movimiento y

$$I(z) = (M + m) z^2 + M \left( \frac{L}{2} - l_{cm} \right)^2 + m \left( L - l_{cm} - \frac{D}{2} \right)^2 + \frac{M}{12} L^2 + \frac{m}{12} D^2 \quad (5)$$

es el momento de inercia del péndulo con respecto al pivote.

Si la amplitud de las oscilaciones es pequeña, es decir, si  $\theta \leq 15^\circ$  ( $\theta$  menor o igual a quince grados), se puede demostrar que el periodo de oscilación de este péndulo es

$$T(z) = 2\pi \sqrt{\frac{I(z)}{(M + m) g z}} \quad (6)$$

donde hemos indicado que el periodo depende de la posición del pivote. Recordamos que el periodo es tiempo que tarda el péndulo en hacer una oscilación completa ... Si demuestras la expresión del periodo con la información de arriba te ganas 0.5 puntos adicionales. No hay penalización si no lo demuestras.

Como se mencionó antes, el propósito del problema es realizar un análisis experimental que te permita determinar el valor de la altura  $D$  del yeso y el cociente de las masas  $M/m$ .

## Material

- Péndulo físico (tubo de PVC con yeso)
- Soporte de madera con aguja de metal. Este dispositivo te servirá de pivote para el péndulo. CUIDADO! La aguja está muy puntiaguda, ten cuidado de no lastimarte. Mantén el taponcito puesto mientras mides los periodos.
- Pedazo de cinta plateada. Úsala para fijar el soporte a la mesa.
- Cronómetro. Tómate unos minutos para familiarizarte con el su uso. El botón de la derecha inicia y detiene el conteo. El botón de la izquierda lo pone en ceros.
- Hilo de cáñamo.
- Regla
- Papel milimétrico, hojas blancas y lápiz.

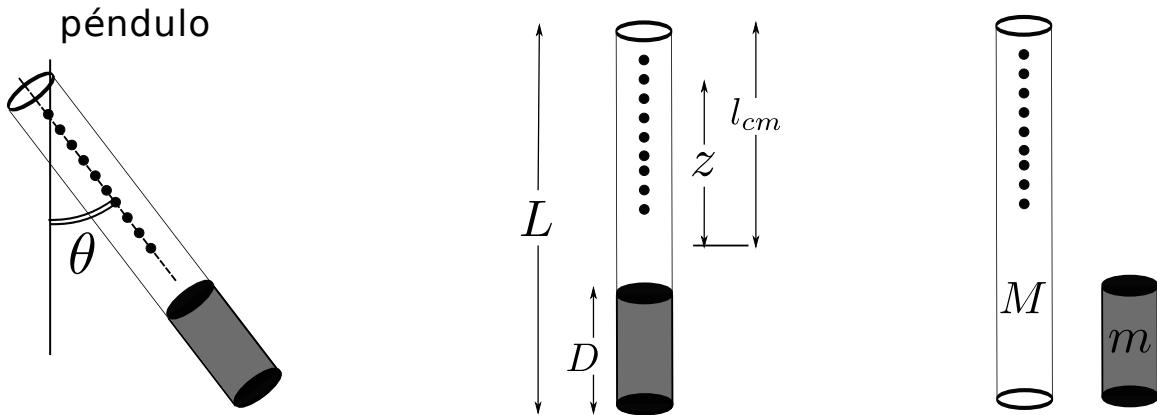


Figura 1: Péndulo físico formado por un tubo de PVC, lleno hasta una altura  $D$  por yeso. El tubo de PVC sin el yeso tiene masa  $M$  y el yeso tiene masa  $m$ .

## Preguntas

Responde a cada una de las preguntas en la parte indica de las hojas de respuesta.

**1** (2 puntos)  
Mide la longitud  $L$  del péndulo y la posición de su centro de masa  $l_{cm}$ . Explica brevemente cómo determinaste  $l_{cm}$ . No reportes incertidumbres de tus medidas. Anota el número marcado en el tubo (péndulo) de tu equipo experimental.

**2** (5 puntos)  
Diseña una estrategia para determinar el periodo  $T(z)$  del péndulo para cada valor de  $z$ . Realiza tus mediciones y repórtalas en la Tabla I. Explica brevemente tus mediciones. Usa no menos de 10 valores de  $z$ , pero trata de que cubran todo el rango de valores. No reportes incertidumbres de tus medidas.

**3** (2.0 puntos)  
Reporta en la Tabla II los valores obtenidos de  $T(z)$  y  $z$  en la Pregunta 1. No reportes incertidumbres.

**4** (2.5 puntos)  
En la introducción al problema se explicó que la relación entre  $T(z)$  y  $z$  está dada por

$$T(z) = 2\pi \sqrt{\frac{I(z)}{(M+m)gz}} \quad (7)$$

Realiza las transformaciones apropiadas tales que esta ecuación se convierta en la ecuación de una recta,

$$y = \alpha x + \beta \quad (8)$$

donde  $\alpha$  es la pendiente de la recta y  $\beta$  la ordenada al origen. Identifica  $y$ ,  $x$ ,  $\alpha$  y  $\beta$

**5** (1 punto)  
Escribe en la Tabla III los valores de  $y$  y  $x$ . No reportes incertidumbres.

**6** (5 puntos)  
Realiza un análisis gráfico con los valores de la Tabla III y determina el valor de  $\alpha$  y el de  $\beta$ , incluidas sus respectivas incertidumbres.

**7** (2.5 puntos)  
Determina los valores de la altura  $D$  del yeso y el cociente de las masas  $M/m$ , donde  $M$  es la masa del tubo y  $m$  la del yeso. No reportes incertidumbres de tus resultados. **Sugerencia:** Se puede mostrar que la longitud  $D$  del yeso, obedece la siguientes ecuación:

$$AD^2 + BD + C = 0 \quad (9)$$

donde  $A = 1/3$ ,

$$\begin{aligned} B &= -(L - l_{cm}) - \frac{1}{2l_{cm} - L} \left[ \left( \frac{L}{2} - l_{cm} \right)^2 + \frac{L^2}{12} - \frac{\beta}{\alpha} \right] \\ C &= (L - l_{cm})^2 - \frac{\beta}{\alpha} + 2 \frac{L - l_{cm}}{2l_{cm} - L} \left[ \left( \frac{L}{2} - l_{cm} \right)^2 + \frac{L^2}{12} - \frac{\beta}{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

- Describe brevemente cómo determinaste el centro de masa del péndulo, emplea dibujos para tu explicación.

Anota el número marcado en el tubo (péndulo) de tu equipo experimental:

Longitud del péndulo:  $L =$

Centro de masa del péndulo:  $l_{mc} =$



Tabla II

[illegible]



Tabla III

[illegible]





**Pregunta 7****Hoja de Respuestas**

Determina los valores de la altura  $D$  del yeso y el cociente de las masas  $M/m$ , donde  $M$  es la masa del tubo y  $m$  la del yeso.