Examen 2

Olimpiada Mexicana de Física, SMF — **Entrenamiento 2016**
Segundo Entrenamiento-Selectivo 2016, CIMAT Guanajuato, 8 febrero 2016

Problema 4, carrete de Ruhmkorff — 10 puntos

La bobina de inducción construida por Ruhmkorff en 1851, antes del invento de los transformadores propiamente dichos, es un dispositivo destinado a producir en un circuito secundario una fuerza electromotriz (fem) inducida mucho mayor que la fem aplicada en un circuito primario. En la figura 1 se muestra una fotografía de un carrete de Ruhmkorff.

Las bobinas de inducción fueron básicas en los albores de los rayos X y de la "telefonía sin hilos". Se han usado y todavía se usan en los motores de explosión para producir la chispa en las bujías.

Tal como se muestra en el esquema de la figura 2, el carrete consta esencialmente de un arrollamiento primario, formado por varias espiras de hilo grueso de cobre, aisladas entre si y arrolladas sobre un núcleo de hierro dulce. Sus terminales se conectan a un generador de corriente continua de tensión V_p, intercalando un interruptor que continuamente abre y cierra el circuito de un modo automático.

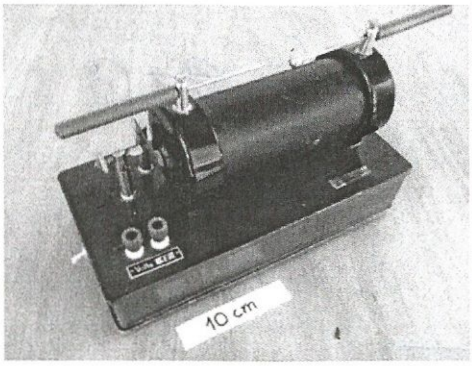


Fig. 1

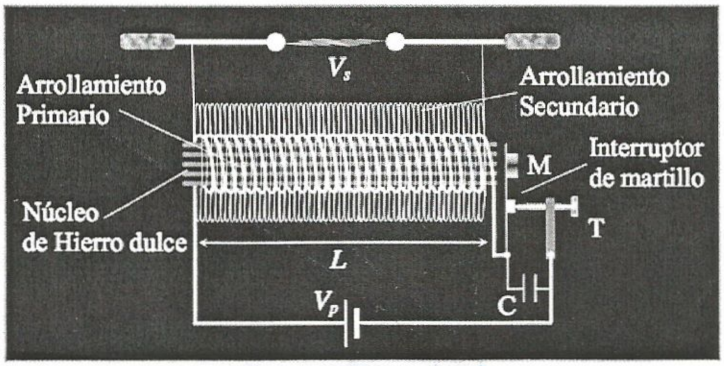


Fig. 2

Otro arrollamiento, llamado secundario, va dispuesto sobre el primario y está constituido por un gran número de espiras de hilo fino, muy bien aisladas eléctricamente entre sí y con el primario, cuyos terminales constituyen los bornes de la bobina, entre los cuales habrá un voltaje $V_s \gg V_p$.

En el carrete esquematizado en la figura 2, la bobina del primario tiene una longitud L y está formada por N_p espiras circulares de diámetro D_p, Estas espiras son de hilo de cobre, de resistividad ρ y de sección circular con diámetro D_p. Considerando que el circuito primario está cerrado:

a) Obtenga la expresión de la intensidad de corriente continua que circularía por el primario, I_0, si estuviese constantemente conectado a la batería de fem V_p.

b) Si la corriente que circula por el primario es I_0, despreciando los efectos de los extremos del arrollamiento, es decir, considerando al primario como un solenoide largo, obtenga la expresión del campo magnético dentro del solenoide, sin tener en cuenta el núcleo, B_0.

Considere en adelante que en el interior del primario hay un núcleo de hierro dulce formado por un manojo de alambres aislados entre sí para reducir las pérdidas producidas por corrientes de Foucault. Su misión es aumentar la intensidad del campo magnético B_0 que crearía el primario sin núcleo hasta un valor $B = \mu_r B_0$. La relación entre las permeabilidades magnéticas relativa, μ_r , y absoluta, μ, del material del núcleo es $\mu_r = \mu/\mu_0$.

En la figura 2 aparece un interruptor de martillo. Su funcionamiento es simple: al pasar la corriente por el primario, la armadura M, montada sobre una lámina flexible, es atraída por el núcleo y se separa del tornillo T, con lo que el circuito primario se abre y la corriente tiende a anularse. En ese momento, cesa la atracción porque el núcleo se desmagnetiza (hierro dulce) y M vuelve a la posición inicial en la que el contacto del tornillo T cierra de nuevo el circuito.

Para evitar en parte las chispas que se forman entre los contactos en las interrupciones periódicas, se coloca un condensador (capacitor) C, que no se tendrá en cuenta en el desarrollo de este ejercicio.

Como el interruptor de martillo abre y cierra el circuito periódicamente, la corriente del primario es variable con el tiempo, $I_p(t)$, y lo hace periódicamente con una frecuencia $f = 1/T$.

La dependencia con el tiempo de I_p es difícil de describir analíticamente. Por sencillez, supondremos que varia con el tiempo como se muestra en la figura 3: en cada periodo T, la corriente crece linealmente desde 0 hasta I_0 en el intervalo $0 < t < 4T/5$ y decrece desde I_0 hasta 0 en el intervalo $4T/5 < t < T$. En consecuencia, el campo magnético creado también variará con el tiempo, $B(t)$.

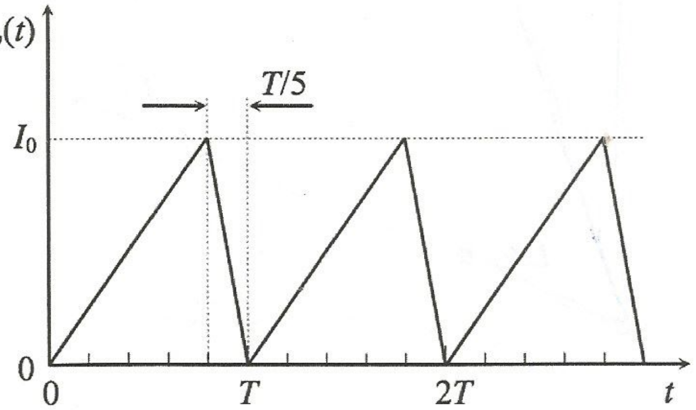


Fig. 3

c) Determine las expresiones de la fem inducida en el circuito secundario, $V_{s,1}$ y $V_{s,2}$, en los intervalos de tiempo $0 < t < 4T/5$ y $4T/5 < t < T$, respectivamente.

d) Con los valores numéricos de la Tabla de datos, calcule los valores de $V_{s,1}$ y $V_{s,2}$.

e) Haga una representación gráfica de la fem inducida en el secundario, V_s, en función del tiempo.

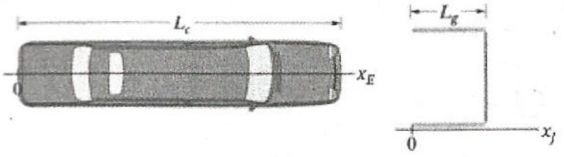
$-\dot{\Phi}$, $\frac{V_s}{N_s} = \frac{V_N}{N_N}$

Tabla de datos	
Fem de la batería	$V_p = 12{,}0$ V
Longitud de la bobina	$L = 15{,}0$ cm
Diámetro de las espiras del primario	$D_p = 2{,}00$ cm
Diámetro del hilo del primario	$d_p = 0{,}600$ mm
Resistividad del Cobre	$\rho = 1{,}70 \times 10^{-8}\ \Omega$m
Frecuencia del interruptor	$f = 1/T = 100$ Hz
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2
Permeabilidad magnética relativa del núcleo	$\mu_r = 300$
Número de espiras del secundario	$N_s = 25\,000$

Problema 5, ¿paradoja de relatividad? $ct^2 - x^2 =$ 10 puntos

Eleazar se ha comprado una limosina nueva con una longitud en reposo $L_c = 40.5$ m, la cual ha estacionado frente al garage de Juan con una longitud en reposo $L_g = 6.00$ m. El garage tiene dos puertas, una frontal y una trasera. Notemos que la limosina es evidentemente más grande que el garage. Aun así, Juan, que sabe de relatividad, apuesta con Eleazar que la limosina puede caber dentro de su garage con las dos puertas cerradas. Eleazar, quien no prestó atención a las clases de relatividad, dice que tal cosa no es posible. Para lograr esta hazaña Juan le dice que conduzca hacia el garage a una velocidad 0.9980c.

Consideremos los siguientes dos marcos de referencia: (1) Un marco E con el origen en la parte trasera del auto y (2) Un marco J con el origen en la puerta frontal. Eleazar estará en reposo con respecto al marco E, pues él estará conduciendo; y Juan lo estará con respecto al marco J.



Ahora, tengamos en cuenta los siguientes dos eventos: (1) Cuando la parte trasera del auto atraviesa la entrada frontal, la puerta se cierra. El evento ocurrirá en $x_J = x_E = 0$ en el tiempo cero para ambos observadores: $t_{J1} = t_{E1} = 0$ y (2) Cuando la parte delantera del auto llega a la puerta trasera, ésta se abre.

Responda las siguientes preguntas, desde el punto de vista de Juan:

a) ¿Cuál es la longitud de la limosina?

b) ¿Cuáles son las coordenadas espacio-temporales x_{J2} y t_{J2} del evento 2?

c) ¿Durante cuánto tiempo la limosina se encuentra dentro del garage con las puertas cerradas?

Ahora, respondas las siguientes preguntas, desde el punto de vista de Eleazar:

d) ¿Cuál es el tamaño del garage?

e) ¿Cuáles son las coordenadas espacio-temporales x_{E2} y t_{E2} del evento 2?

f) ¿Durante cuánto tiempo la limosina se encuentra dentro del garage con las puertas cerradas?

Finalmente,

g) ¿Quién de los dos tiene razón?

Problema 6, anillos de Newton. 10 puntos

Un efecto interesante de interferencia se produce cuando una lente con una superficie plana y otra curva, se coloca sobre la superficie de otra pieza plana de vidrio con la cara curva en contacto con el vidrio y se ilumina de manera casi perpendicular sobre la superficie plana, ver figura. Un observador que mire desde el lado plano de la lente verá un patrón de anillos circulares concéntricos como se muestra en la figura de abajo. Estas franjas circulares fueron descubiertas por Newton y debido a ello se conocen como anillos de Newton. Si el experimento se realiza con luz monocromática entonces el patrón es de anillos brillantes y oscuros.

En general se define el *camino óptico* Λ como el producto de la distancia ℓ que recorre un rayo de luz en un medio por el índice de refracción n del medio: $\Lambda = \ell n$ de tal manera que la diferencia de fase asociada con la diferencia de camino óptico esta dada por: $k_0\Lambda/2$, donde k_0 es el numero de onda de la onda que se propaga en el medio incidente.

Considera que d es la distancia entre la superficie curva de la lente y la superficie del vidrio. Si la lente tiene un indice de refracción n y radio de curvatura R con la condición: $R \ll d$.

a) Determina la expresión entre la distancia r_m del radio de cada uno de los anillos de Newton en términos de R y d

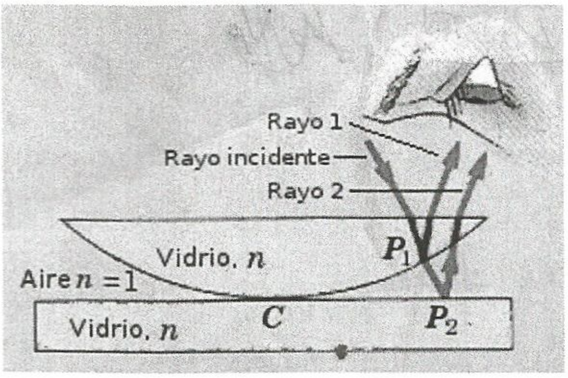
b) Determina la diferencia de camino óptico entre los rayos 1 y 2; puedes hacer las aproximaciones que creas conveniente para simplificar tu resultado pero indica cuales son.

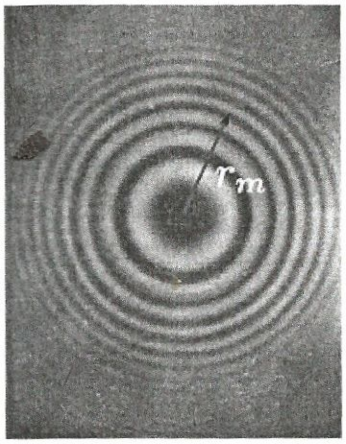
c) Determina la posición del m-ésimo anillo brillante en términos de la longitud de onda, el radio de curvatura R y el índice de refracción.

$1 - 2d + \frac{d^2}{R^2}$

$\frac{\beta}{1-\beta^2}$

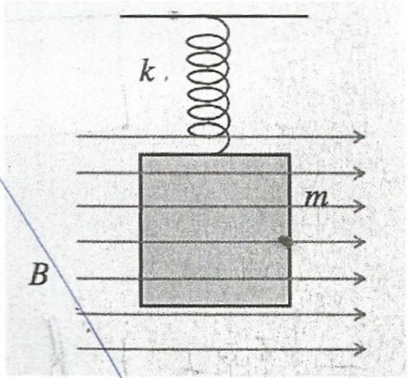
d) Una lente positiva con una superficie plana y radio de curvatura 20 cm descansa sobre un plano y esta iluminado perpendicularmente con un haz de luz de longitud de onda $\lambda_0 = 589.29\,\mathrm{nm}$, la distancia entre las dos superficies esta rellena con un liquido de índice $n' = 1.461$. ¿Cuál es el la razón entre los radios del anilio oscuro de orden 23 antes y después de introducir el liquido de índice n'?





Problema 7, 10 puntos

Una placa conductora cuadrada de lado b y espesor d esta hecha de cobre y tiene masa m. La placa esta suspendida verticalmente por un resorte, de constante k. Además la placa está confinada en una región donde existe un campo magnético B paralelo al plano de la placa como se muestra en la figura.



$\hat{p} \to \vec{B}$

En ausencia de campo magnético la placa mantiene un movimiento oscilatorio de frecuencia ω; En presencia del campo magnético cuando la placa esta en movimiento las cargas se acumulan en las caras opuestas de la placa lo que genera un voltaje, conocido como voltaje Hall.

a) Determina la expresión del voltaje Hall cuando se llega a un régimen estacionario de las cargas, en términos de B, d y la velocidad v de las cargas en la dirección del movimiento de la placa.

b) Determina la expresión de la energía almacenada en la placa, piensa que actúa como un capacitor.

La energía almacenada en la placa no es constante debido a que se esta moviendo dentro del campo magnético; por lo tanto la placa sufre una fuerza adicional debido al cambio de esta energía.

c) Determina la expresión de esta fuerza producida por la energía de la placa.

d) Demuestra que la nueva frecuencia de oscilación de la placa, en presencia del campo magnético, esta dada por la siguiente expresión:

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m + \varepsilon_0 b^2 B^2 d}} \tag{1}$$

$\frac{U}{V^2}$ $\frac{\varepsilon A}{V^2}$

$\frac{dy}{dt}$ v

$QV = v^2 C$