Nombre:_____Escuela:____

Este examen contiene 6 páginas (incluyendo la portada) y 2 problemas. Lea cuidadosamente todos los problemas y revise si tiene las páginas completas. Durante los primeros 30 minutos puede realizar preguntas sobre la redacción del problema.

Anote toda la información solicitada en la parte superior de esta página e identifique sus hojas de trabajo anotando:

- 1. En la parte superior izquierda, las iniciales de su nombre completo.
- 2. En la parte superior derecha, identifique su respuesta de la siguiente manera: Número de Problema / Hoja / Total de Hojas.

No tiene permitido el uso de libros, notas o formularios. Solo se permite el uso de calculadoras científicas no programables.

Debe anotar la solución para cada problema en hojas separadas. Tenga en cuenta las siguientes reglas:

- Organice su trabajo de una manera razonablemente ordenada y coherente, en las hojas provistas. El trabajo disperso por toda la página, sin un orden claro recibe muy poco crédito.
- Respuestas misteriosas o no fundamentadas no recibirán todos los puntos. Una respuesta correcta, sin el apoyo de los cálculos, explicación o trabajo algebráico no recibirá crédito alguno; una respuesta incorrecta apoyada mediante cálculos y explicaciones sustancialmente correctas puede recibir un crédito parcial.
- Si necesita más hojas en blanco para trabajar, solicítelas.

Problema	Points	Score
1	9	
2	11	
Total:	20	

¡Éxito!

Introducción

Existen diversas maneras de estudiar un objeto con un agujero en su interior. Las oscilaciones mecánicas son un método no destructivo que permite obtener información relevante de algún sistema en particular. A lo largo de este problema experimental se estudiará el sistema mecánico conformado por un cubo de madera con densidad uniforme y un agujero cilíndrico en su interior.

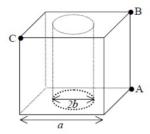


Fig. 1: Geometría del sistema

El cubo de lado a tiene un agujero cilíndrico de radio b a lo largo de su eje, como se muestra en la Fig 1. El agujero ha sido cubierto, no intente despegar la protección para ubicarlo. Con ayuda de los clips usted puede atar la cuerda para tener una mayor superficie de contacto, pegarlo en los extremos y suspenderlo para poder realizar oscilaciones. De esta manera es posible tener dos configuraciones, como se muestran en la Fig. 2.

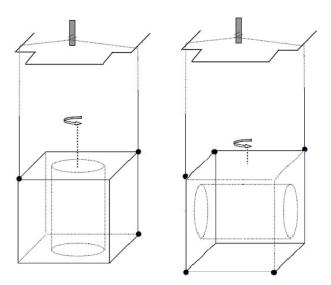


Fig. 2: Configuraciones para las oscilaciones

Para poder modelar este movimiento analizaremos las fuerzas involucradas en el sistema, siendo la tensión la única fuerza que provoca el movimiento oscilatorio, se tiene:

$$\tau = Fd$$

$$F \approx \left(\frac{1}{2}m_0g\right)\frac{d}{2l}\theta$$

donde d es la separación entre los dos hilos que suspenden al cubo, θ el ángulo de torsión, l la longitud de las cuerdas que sostienen al cubo, y m_0 la masa efectiva del sistema dado por:

$$m_0 = \rho a^3 \left(1 - \frac{\pi b^2}{a^2} \right)$$

A partir de ahora, definiremos la razón $\eta = \frac{b}{a}$.

Es evidente, que las configuraciones de las oscilaciones presentan inercias diferentes, éstas se encuentran dadas por:

$$I_1 = \frac{1}{6}\rho a^5 - \frac{1}{2}\rho \pi a b^4$$

$$I_2 = \frac{1}{6}\rho a^5 - \frac{1}{12}\rho\pi a^3 b^2 - \frac{1}{4}\rho\pi a b^4$$

Tomando en cuenta que $\tau = I\alpha$ con $\alpha = \ddot{\theta}$, es posible demostrar que se tiene un movimiento armónico simple cuyos periodos de oscilación son:

$$T_{1} = \left[\frac{8\pi^{2}}{3g} \left(\frac{a}{d} \right)^{2} \left(\frac{1 - 3\pi\eta^{4}}{1 - \pi\eta^{2}} \right) l \right]^{1/2}$$

$$T_2 = \left[\frac{8\pi^2}{3g} \left(\frac{a}{d} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\pi\eta^2}{2} - \frac{3\pi\eta^4}{2}}{1 - \pi\eta^2} \right) l \right]^{1/2}$$

Material

- 1 Cubo de madera.
- 1 Regla de Plástico.
- 1 Flexómetro.
- 1 Cronómetro

- 2 pedazos de hilo.
- 2 pares de clips.
- Cinta adhesiva.
- Papel milimétrico y hojas en blanco.

Montaje Experimental

- 1. Las oscilaciones del cubo deben evitar colisionar con el borde de la mesa. Por ello, con la cinta adhesiva, fije en el borde de la mesa la regla de plástico, de esta manera le servirá de soporte para el resto del experimento. (Fig. 3)
- 2. Para poder suspender el cubo es necesario pegar los hilos en los bordes de este mismo, sin embargo, debido a la falta de superficie de contacto puede ser muy difícil solo con cinta adhesiva. Tome los extremos de la cuerda, átelos a los clips para aumentar la superficie y péguelos finalmente en los extremos del cubo. (Fig. 4)
- 3. Suspenda el cubo con ayuda de los hilos hasta obtener la altura deseada, luego ajuste con cinta adhesiva los extremos del hilo que quedan sueltos a la mesa. (Fig. 5)
- 4. Finalmente, compruebe que el cubo puede oscilar libremente sin obstáculo alguno.



Fig. 3: Regla fijada en el borde de la mesa



Fig. 4: Cuerdas atadas a los clips



Fig. 5: Ajuste de los extremos libres para sostener al cubo

Preguntas

Sección 1. (9 Puntos) Ubicación del eje del cilindro

El eje del cilindro puede encontrarse en cualquiera de los lados marcados con las letras A, B y C, si se desea suspender cada una de las caras de forma individual (tomando el extremo superior derecho y el inferior izquierdo como puntos de suspensión) se tienen 3 posibilidades, descritas esquemáticamente a continuación:

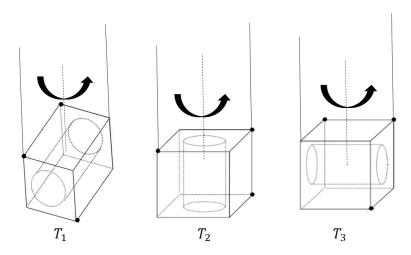


Fig. 6: Diferentes configuraciones de oscilación con su respectivo período

(a) (3 puntos) Sean los períodos T_1 , T_2 y T_3 correspondientes a las configuraciones antes descritas. ¿Qué relación debe existir entre los períodos (>, < o =) si se mantiene la misma longitud de suspensión entre las configuraciones? Justifique su respuesta.

 $T_1 \square T_2$ $T_1 \square T_3$ $T_2 \square T_3$

- (b) (3 puntos) Realiza mediciones del período de oscilación para cada una de las caras marcadas con las letras A, B y C. Recuerda que debes suspender el extremo superior derecho y el inferior izquierdo de cada una de estas. (Presente sus resultados en forma de tabla).
- (c) (1 puntos) Indica el valor los lado del cubo a, la distancia entre las cuerdas d y la longitud de suspensón l utilizada en las mediciones anterior. (Anota la incertidumbre en cada medición).
- (d) (2 puntos) Qué relación encontró entre los períodos (>, < o =) de cada una de las cartas de manera experimental?. Indique en qué cara se encuentra el cilindro.

 $T_A \square T_B$ $T_A \square T_C$ $T_B \square T_C$

Sección 2. (11 Puntos) Obtención del parámetro η

- (a) (1 puntos) Elije una de las configuraciones anteriores para proceder a encontrar experimentalmente el parámetro η . Justifique su elección.
- (b) (4 puntos) Realice diversas mediciones del período de oscilación del sistema para diversas longitudes. (Presente sus resultados en forma de tabla)
- (c) (1 puntos) Para realizar un análisis gráfico de linealización, primeramente será necesario transformar la expresión que relaciona el período y la longitud de la configuración de oscilación elegida, hasta obtener una linea recta de la forma y = mx + b, indique cada uno de los parámetros anteriores.
- (d) (3 puntos) Realice un análisis gráfico con la transformación obtenida anteriormente y obtenga la pendiente m de la recta propuesta.
- (e) (2 puntos) Obtenga el valor del parámetro η .