# Examen 1

**Olimpiada Mexicana de Física, SMF** **Entrenamiento 2015**
**Segundo Entrenamiento-Selectivo mayo 2015, CIMAT Guanajuato.**

---

## Problema 1, tamaño de las partículas interplanetarias.

El espacio interplanetario contiene muchas partículas pequeñas conocidas como polvo interplanetario. La presión de radiación proveniente del Sol pone un límite inferior al tamaño de esas partículas. Para comprender el origen de este límite, considere una partícula esférica de polvo de radio $R$ y densidad de masa $\rho$.

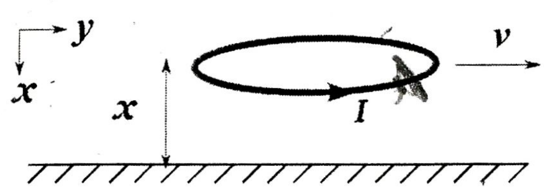
**a)** Escriba una expresión para la fuerza gravitacional que ejerce el Sol (masa $M$) sobre esta partícula cuando esta última se encuentra a una distancia $r$ del Sol.

**b)** Sea $L$ la luminosidad del Sol, equivalente a la tasa con la que emite energía en forma de radiación electromagnética. Calcule la fuerza ejercida sobre la partícula (totalmente absorbente) debido a la presión de radiación solar, recordando que la intensidad de la radiación solar también depende de la distancia $r$.

**c)** La densidad de masa de una partícula representativa de polvo interplanetario es de alrededor de $3000\,\mathrm{kg/m^3}$. Determine el radio de la partícula $R$ tal que las fuerzas gravitacional y de radiación que actúan sobre la partícula son de igual magnitud. La luminosidad del Sol es de $3.0 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$. ¿La respuesta depende de la distancia que hay entre la partícula y el Sol? ¿Por qué?

**d)** Explique por qué es poco probable que en el Sistema Solar se encuentren partículas de polvo con un radio menor que el calculado en el inciso c).

## Problema 2, espira y plano conductor.




Se tiene una espira circular de radio $r$ y masa $m$ por la que circula una corriente $I$, la espira esta restringida a moverse de tal manera que su eje siempre es perpendicular a un plano infinito perfectamente conductor, ver figura. La espira es libre de moverse verticalmente; la altura, respecto del plano conductor, es $x$.

La espira se mueve en la dirección horizontal $y$ con velocidad $v \ll c$ por lo cual el plano conductor genera también un campo magnético adicional al que genera la espira.

Supongamos que el radio de la espira es mucho menor a la distancia vertical $x$.

**a)** Determina la distancia de equilibrio $x_e$ a la cual la espira levita en la dirección $x$ en presencia del plano conductor.

**b)** Si la espira se desplaza una pequeña distancia $\delta$, respecto la altura de equilibrio $x_e$, la espira oscila; determina la frecuencia de oscilación $\omega$.

## Problema 3, modelo dieléctrico $n(\omega)$

La *dispersión de la luz* en un prisma es un fenómeno conocido en el cual la luz, dependiendo de su longitud de onda ("color"), es refractada a diferentes ángulos, este fenómeno se debe a que hay una dependencia en el índice de refracción del prisma con la longitud de onda.

Un modelo para explicar esta propiedad de los materiales dieléctricos consiste en considerar que las partículas cargadas (de masa $m$) dentro del material están sujetas a una fuerza de restitución que satisface la ley de Hooke, denotemos en este caso por $\omega_0$ a la frecuencia de oscilación de las partículas cargadas cuando están sujetas únicamente a la fuerza de restitución.

**a)** Si se aplica un campo eléctrico externo que varia en el tiempo $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$, donde $E_0 > 0$, las partículas cargadas siguen exhibiendo un movimiento de tipo oscilador armónico, en este caso expresa la amplitud de la oscilación en términos de $\omega$ y $\omega_0$.

Por otra parte, considera un cubo del material dieléctrico con el que esta hecho el prisma. Si se aplica un campo eléctrico externo $E_{ext}$ entonces se produce una *carga de polarización* en ambos lados del cubo. Si la carga de polarización que aparece en los lados del cubo es $\pm q_p$, a su vez, la carga de polarización produce un campo eléctrico $E_p$ que es proporcional al desplazamiento de la carga de polarización: $E_p = bx$, donde $b$ es una constante.

**b)** Regresando al problema y tomando el cuenta el parrafo anterior, determina una expresión para el índice de refracción del prisma como función de la frecuencia del campo aplicado $E(t) = E_0 \cos(\omega t)$, es decir determina $n = n(\omega)$.

**c)** Considera que el modelo puede ser aplicado a un vidrio óptico llamado KF1, usando los datos de la siguiente tabla calcula la frecuencia angular propia del vidrio $\omega_0$ y $\lambda_0$.

| longitud de onda (m) | $7.682 \times 10^{-7}$ | $5.876 \times 10^{-7}$ | $4.047 \times 10^{-7}$ |
|---|---|---|---|
| índice de refracción | 1.466 | 1.471 | 1.482 |

Consideraciones:

La velocidad de la luz en un material esta dada por $c' = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, donde $\epsilon_0$ y $\mu_0$ corresponden a la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del material. Considera que $\mu/\mu_0 = 1$, independientemente de la longitud de onda, la velocidad de la luz en el vacío es: $c = 299,792,458$ m/s.

## Problema 4, Desintegración de un pión.

El pión negativo $\pi^-$ es una partícula subatómica, con una masa en reposo de 139.5 MeV/c$^2$ y vida media de $2.6 \times 10^{-8}$ s, cuya principal desintegración es bajo el siguiente proceso:

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \tag{1}$$

**a)** La masa en reposo de $\mu^-$ es 105.6 MeV y la del antineutrino es muy pequeña en comparación con las demás. Obtén una expresión para la energía del muón y calcula su valor en MeV.

**b)** ¿Cuál es la velocidad de muón? Indica tu respuesta en términos de c.

**c)** Ahora, consideremos el decaimiento cuando el pión posee una velocidad $v$. Si el antineutrino emerge a 90° con respecto a la dirección inicial del pión. Muestra que el muón posee una dirección dada por:

$$\tan\theta = \frac{1 - m_{\mu^-}^2/m_{\pi^-}^2}{2\beta\gamma^2} \tag{2}$$