Olimpiada de Física Suiza 2016: Ronda 2

Traducido por: Pablo Israel Morales Guzmán¹

¹Aurau, 2 de abril de 2016

Parte teórica 1: 3 ejercicios

Duración: 150 minutos Total: 48 puntos

Ayuda permitida: Calculadora sin guardador de fórmulas, material para escribir y dibujar

Aviso: Empiecen cada ejercicio en una página nueva

¡Mucha suerte!

Apoyado por:

Staatssekretariat für Bildung und Forschung und Innovation

BASF (Basel)

Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK

Materials Science Technology

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

ETH Zurich Department of Physics

Fondation Claude Giuliana

Ernst Göhner Stiftung, Zug

Hasler Stiftung, Bern

Metrohm Stiftung, Herisau

Neue Kantonsschule Aarau

Novartis International AG (Basel)

Quantum Science and Technology

F. Hoffman-La Roche AG (Basel)

Société Valaisanne de Physique

Swiss Academy of Engineering Sciences SATW

Swiss Physical Society

Syngenta AG

Università della Svizzera italiana

Universität Bern FB Physik/Astronomie

Universität Zürich FB Physik Mathematik

Constantes de la naturaleza

- \blacksquare Velocidad de la luz en el vacío $c=299792458 \mathrm{m~s^{-1}}$
- \blacksquare Permeabilidad (vacío) $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \mathrm{kg~m~A^{-2}s^{-2}}$
- Permitividad (vacío) $\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ s}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3}$
- \blacksquare Constante de Planck $h=6,62606957\times 10^{-34}~\rm kg~m^2~s^{-1}$
- Carga elemental $e = 1,602176565(35) \times 10^{-19} \text{ A s}$
- \blacksquare Constante gravitatoria $G=6.67384(80)\times 10^{-11}~\mathrm{m^3~kg^{-1}~s^{-2}}$
- \blacksquare Aceleración de la gravedad en la Tierra $g=9.81~\mathrm{m~s^2}$
- Número de Avogadro $N_A = 6,02214129(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Constante universal de los gases $R = 8.3144598(48) \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- Constante de Boltzmann $k_B = 1,3806488(13) \times 10^{23} \mathrm{J \ K^{-1}}$
- \blacksquare Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5{,}670373(21)\times 10^{-8}~\mathrm{W~m^{-2}~K^{-4}}$

Fórmulas

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta) \tag{0.1}$$

$$A\cos(\alpha) + B\sin(\alpha) = \sqrt{(A^2 + B^2)}\cos(\alpha - \arctan(B/A))$$
(0.2)

I. EJERCICIO 1: UN VIAJE A LA FRONTERA DEL UNIVERSO (16 PUNTOS)

El 19 de enero de 2006 fue lanzada la sonda espacial "New Horizons" a un viaje de varios años a Plutón, que está a $4{,}77\times10^9$ km. La sonda de 478 kg está equipada con diferentes instrumentos, con los cuales podrá estudiar el planeta (?) y sus alrededores. En este ejercicio nos ocupamos con la fuente de energía de la sonda y su algunos de sus instrumentos.

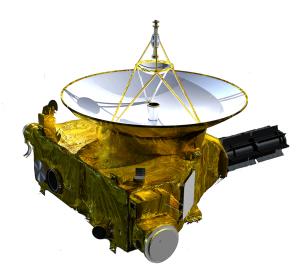


Figura 1. La sonda espacial "New Horizons".

A. Parte A. Producción de energía (8 puntos)

El viaje a Plutón dura casi 10 años, durante ese tiempo los instrumentos deben de tener energía. La sonda ha sido equipada para eso con un generador termoeléctrico, el cual funciona con Dióxido de Plutonio radioactivo. El Plutonio es un radiador- α ; él se calienta con sus mismos rayos. El calor es dirigido a la unión de dos materiales. La diferencia de temperaturas entre el material superior y el inferior de la unión crea una corriente; este es el conocido Efecto Seebeck.

- 1. (1 p.) ¿En qué consiste una partícula α ?
- 2. (2 p.) Calcula la vida media $T_{1/2}$ de los isótopos de Plutonio usados a partir de los siguientes asuntos: 4 meses después del inicio asciende la actividad del Plutonio a 1,4 GBq, 13 meses después del inicio es ahora 1,39173 GBq.

- 3. (2 p.) ¿Cuántas partículas- α fueron en este lapso emitidas?
- 4. (2 p.) La potencia térmica, por el cual el decaimiento atómico se genera, se describe con la ecuación $P_{th} = P_{th0}2^{-t/T_{1/2}}$. Para la generación de la potencia eléctrica, es un poco diferente: $P_e = P_{e0}2^{-2t/T_{1/2}}$, pues el efecto Seebeck depende de la diferencia de temperaturas, entonces depende solamente indirectamente de la potencia térmica. Tú sabes que 1 kg de Dióxido de Plutonio tiene una potencia térmica de 390 W, y que el viaje dura 9 años, 5 meses y 20 días. Además, el efecto Seebeck tiene un grado de conversión de solamente 5,5%. ¿Cuánto "combustible" radioactivo debe entonces de haber dado para que se generen 200 W de potencia eléctrica cuando pase por Plutón?
- 5. (1 p.) ¿Por qué no fue la sonda simplemente equipada con páneles solares?

B. Parte B. Medición de la atmósfera (8 puntos)

La meta de los espectrómetros llamados "Alice" es medir el contenido de nitrógeno, dióxido de carbono, metano e hidrógeno en la atmósfera de Plutón. Un espectrómetro UV está compuesto básicamente de dos partes, una rejilla óptica y un sensor de luz. La rejilla refleja las señales de luz entrantes, según la longitud de onda, a diferentes ángulos, y el sensor captura los rayos de luz. El sensor de imágenes se compone de muchos pixeles ordenados y sensibles a la luz, con forma de rejilla, que miden la cantidad de fotones que se encuentran. Como la luz de diferentes longitudes de onda es reflejada a diferentes zonas del sensor de imágenes, entonces se mide la intensidad de la señal de entrada dependiendo de la longitud de onda.

No hay cálculos numéricos.

Las longitudes de onda interesantes para los científicos se encuentran todas entre 48 y 188 nm. Esto hace ciertas demandas al tamaño del sensor. Un esquema simplificado del espectrómetro se puede encontrar en la fig. 2.

- 1. (1 p.) Dibuja el ángulo de difracción θ_{min} y θ_{max} del máximo de primer orden y da la longitud de onda que le pertenece. La constante de rejilla (*lattice constant*) es N líneas por mm.
- 2. (0.5 p) ¿Cuál es el ángulo óptimo θ_D entre el vector normal de la rejilla y el vector normal del sensor.
- 3. (3 p.) Marcamos con D_D la distancia entre la superficie del sensor y la mitad de la rejilla óptica. ¿Cuán largo debe de ser mínimamente l, para que todo el área de la onda se reproduzca en el sensor?

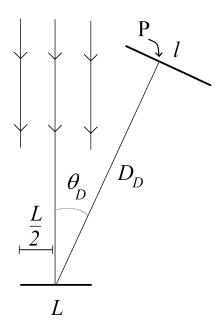


Figura 2. La reja óptica tiene un ancho L, el sensor de luz un ancho l.

Tu expresión para l debe de incluir la longitud L de la rejilla óptica, los ángulos θ_{min} , θ_{max} y θ_D , y la distancia D_D .

- 4. (1 p.) El punto P en la fig. 2 es el punto de corte de la superficie del sensor con la línea que corta la mitad de la rejilla y es paralela a la superficie del sensor. ¿Qué tan lejos de P se encuentra la mitad del sensor de luz?
- 5. (2.5 p) Supón que la rejilla óptica es muy pequeña, de forma tal que para este ejercicio se puede ver como puntual. Tu conoces solamente la distancia Δl, distancia que deben de tener dos señales entre si mismas para que se puedan diferenciar en una medición. Tu quieres diferenciar con "UV-Alice" dos señales de diferentes longitudes de onda λ₁ y λ₂, dado que |λ₁ λ₂| >= Δl. ¿De qué tamaño debe de ser, como mínimo, D_D? Consejo: Encuentre una expresión para D_D, que contenga θ₁ = θ(λ), θ₂ = θ(λ + Δλ), θ_D y Δl.

II. EJERCICIO 2: SYNCHRONMOTOR (16 PUNTOS)

El Synchronmotor es una variante del motor eléctrico. Éste consiste, en su modelo más sencillo, de un imán permanente giratorio y dos bobinas fijas a ambos lados del imán permanente (véase fig. 3). A través de una inversión de polaridad continua de la corriente en la bobina cambia el campo magnético de la bobina de tal manera

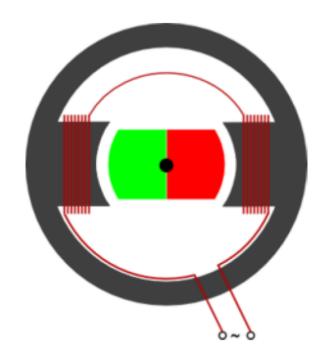


Figura 3. Construcción del Synchronmotor.

que siempre está dirigido en contra del campo magnético del imán permanente. Esto pone en marcha al imán permanente en un movimiento giratorio.

Haz las siguientes suposiciones para el cálculo:

- El bobinado no tiene resistencia eléctrica. El número de vueltas de ambas bobinas es N, la inductividad de las bobinas es L. Ambas bobinas están conectadas en serie a la fuente de voltaje (véase figura 3).
- No hay fricción en la parte rotativa del motor.
- El imán permanente rotativo del centro genera un cambio del flujo magnético de modo que con un número de revoluciones constante se induce una corriente alterna de forma sinusoidal en ambas bobinas. El flujo magnético del imán permanente no depende de la carga, y tiene un valor máximo Θ₀.

A. Parte A. Experimento en "marcha sin carga"

En la primera parte el Synchronmotor será observado sin carga.

- 1. (0.5 p.) El imán permanente será desmontado ahora una vez, y el motor será conectado a una corriente alterna sinusoidal $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$. ¿Qué tan grande es la intensidad de corriente I(t) en la bobina, expresado en términos de U_0 , L y ω ?
- (1 p.) Considera ahora el motor con el imán permanente, pero sin que las bobinas estén conectadas a la fuente de voltaje. El imán permanente es

impulsado por un momento de giro externo y gira con una frecuencia de ω_{mec} , el dispositivo funciona entonces como generador. ¿Qué tan grande es el voltaje inducido $U_{ind}(t)$ in ambas bobinas?

B. Parte B. La corriente indeseada (7.5 puntos)

Para los siguientes ejercicios se partirá de que el motor ya está puesto en marcha y que gira, que su velocidad es constante, y que no hay diferencia de fases entre U(t) y $U_p(t)$.

- 1. (2 p.) El motor es impulsado por un voltaje alterno $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$, de modo que el imán permanente gira con velocidad constante. Así induce el flujo magnético cambiante $\phi_p(t)$ del imán permanente giratorio un voltaje $U_p(t)$ en las bobinas. Debido a la diferencia de voltaje $U(t)-U_p(t)$ fluye una corriente reactiva, que a su vez genera un flujo magnético $\phi_b(t)$. La modificación temporal de la suma $\phi_p(t) + \phi_b(t)$ induce un voltaje, que es igual al voltaje alterno U(t). Con una frecuencia de giro dada ω , hay un valor extremo de voltaje U_0 , con el cual el Synchronmotor no tiene corriente reactiva. Calcula U_0 como función de ω .
- 2. (2.5 p.) El motor puesto en funcionamiento con un voltaje mayor al calculado en B.1, por lo que fluye una corriente reactiva. Calcula la corriente reactiva $I_b(t)$. ¿Es la corriente reactiva del tipo capacitivo o inductivo?
- 3. (3 p.) Las corrientes reactivas no son deseadas en las redes, porque fluye una corriente sin la cual se produce trabajo. Para compensar esta corriente reactiva se puede poner un capacitor en paralelo al motor, como se muestra en la figura 3. El rol de este capacitor es que no fluya ninguna corriente a la fuente de voltaje. Calcula la capacidad de este capacitor, dependiendo de los siguientes parámetros del motor: el valor pico del voltaje U_0 , frecuencia de giro ω , número de vueltas N, la inductividad L y el valor pico del flujo magnético del imán permanente en las bobinas Φ_0 .

C. Parte C. ¡Al trabajo! (7 puntos)

Para el siguiente ejercicio el motor es cargado. Se parte de que el motor es empujado por el voltaje, de modo que el motor sin carga no consume corriente reactiva.

1. (1.5 p.) Un motor es cargado ahora con un momento de giro (angular) M. Se supone que la carga no bloquea todavía al motor, gira entonces siempre con el mismo número de revoluciones, como si estuviera en marcha sin carga. Sea el voltaje de alimentación $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$. ¿Qué tan grande es la

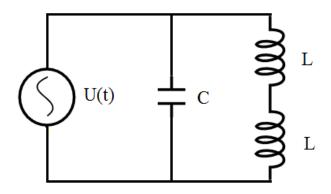


Figura 4. Esquema del circuito.

corriente activa I(t)? Consejo: el trabajo mecánico es $P=M\omega$.

- 2. (3.5 p.) En comparación con el motor sin carga es el flujo del imán permanente desfasada con el ángulo α , eso quiere decir $\Phi_0 \cos(\omega t + \alpha)$. ¿Cuál es la diferencia de fases α ? Cuidado: en un motor con carga la corriente activa genera un campo magnético.
- 3. (2 p.) ¿Cuál es el valor pico de la corriente reactiva I_0 en un motor, que es cargado con un momento angular M?

III. EJERCICIO 3: LAS LUNAS COORBITALES DE SATURNO

Saturno tiene muchas lunas dándole vueltas - hasta ahora se han descubierto 62. Este ejercicio trata con Janus y Epithemeus, dos lunas con una relación especial. Algunas medidas para Saturno:

- Periodo de rotación (en su propio eje): $T_S = 10$ h 33 min
- Masa: $M_S = 5,6886 \times 10^{26} \text{ kg}$
- Periodo sideral (alrededor del sol): $T_{sid} = 29,457$ años

Janus y Epimetheus dan vueltas alrededor del planeta en la misma dirección en órbitas similares (las órbitas pueden ser consideradas como círculos):

- \blacksquare Tamaño del semieje: $a_J=151460$ km, $a_E=151410$ km
- Masa: $M_J = 1,8975 \times 10^{18}$ kg, $M_E = 5,266 \times 10^{17}$ kg

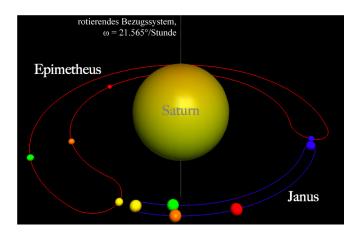


Figura 5. Sistema de referencia rotativo de las órbitas de Janus y Epithemeus.

A. Parte A. ¡Todo da vuelta! (5 puntos)

- 1. (1 p.) Calcula los periodos T_J de Janus y T_E de Epithemeus así como su velocidad angular ω_J y ω_E .
- 2. (0.5 p.) Calcula la velocidad (tangencial a la órbita) v_J de JAnus y v_E de Epithemeus. Consejo: No es necesario ningún resultado numérico, la fórmula es suficiente.
- 3. (1 p.) Nos desplazamos a un sistema de referencia polar con origen en el centro de Saturno (véase la fig. 6). En el tiempo $t_0 = 0$ se encuentran Janus y Epithemeus a 180° uno de otro, están entonces en lados opuestos de Saturno. ¿Cuál luna "gana terreno" (alcanza a la otra)? ¿Y en qué tiempo t_1 se encuentran las lunas a 90° entre sí mismas?
- 4. (2.5 p.) La constelación de Saturno, en el tiempo t_0 está dada en las figs. 6 y 8. La situación en la fig. 6 está desde el punto de vista de un observador externo, que gira a 21,565°/hora alrededor del centro de Saturno. Añade los vectores v_J' y v_E' de la velocidad orbital de Janus y Epithemeus en el sistema de referencia rotativo de la fig. 8. Consejo: No se preguntan los valores numéricos.

Dibuja la constelación de los tres cuerpos celestes en el tiempo $t_2=1$ año, una vez desde el punto de vista del observador externo de la fig. 7, y otra vez desde el punto de vista del observador que da vueltas de la fig. 9. Consejo: 1) Da el valor del ángulo en la figura. 2) Tú puedes elaborar las figuras también en una hoja por separado. 3) Dibuja, como ya se hizo en la fig. 6, un punto rojo que diga la orientación de Saturno.

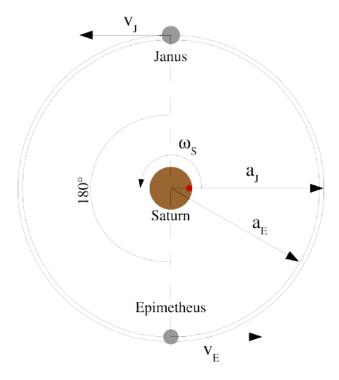


Figura 6. Los tres cuerpos celestes en el tiempo t_0 en un sistema de referencia fijo.

B. Parte B. La influencia de la fuerza (6 puntos)

- 1. (3 p.) Encuentra la fórmula de la fuerza de gravedad entre Janus y Epithemeus como función de las cantidades físicas de las lunas y los ángulos α entre ambas lunas y en sistema de referencia polar.
- 2. (2 p.) Dibuja una gráfica de esta fuerza como función de los ángulos α con una escala logarítmica en el eje de las y y una escala lineal en el eje de las x.
- 3. (1 p.) ¿A partir de qué ángulo α_{100} es la fuerza de gravedad de ambas lunas 100 veces más grande que cuando $\alpha = 180^{\circ}$.

C. Parte C. El ballet de la luna (5 puntos)

Janus tiene un radio medio de apenas 60 km, Epithemeus de alrededor de 90 km., y el semieje de Janus es solamente 50 km más grande que el de Epithemeus. Una colisión parece inevitable. De cualquier manera ambas lunas siguen su camino sin tocarse.

- 1. (2 p.) ¿Cómo cambia la órbita de una luna, si se acelera tangencialmente? ¿Cómo cambia la órbita, si la luna es frenada?
- (3 p.) La fig. 5 muestra el rastro de la órbita de JAnus y Epithemeus alrededor de Saturno en un sistema de referencia, que gira alrededor del centro

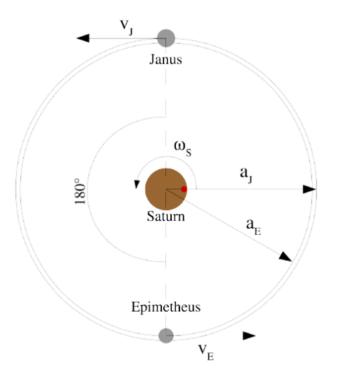


Figura 7. Tu dibujo de la configuración en el tiempo $t_2=1$ año en un sistema de referencia fijo.

de Saturno a $21,565^{\circ}$ /hora. Dibuja la dirección de giro de la órbita de ambas lunas en la fig. 5. Aclara qué pasa en el lugar donde ambas lunas se acercan, y cómo evita una colisión.

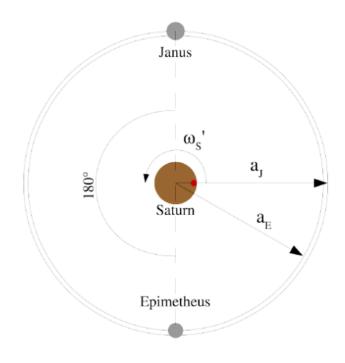


Figura 8. Los tres cuerpos celestes en el tiempo t_0 en un sistema de referencia que da vueltas alrededor de Saturno. Añade los vectores v_E' y v_J' .

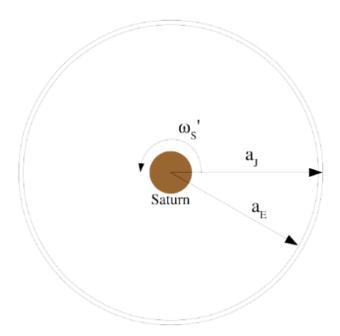


Figura 9. Tu dibujo de la configuración en el tiempo $t_2=1$ año en un sistema de referencia que da vueltas alrededor de Saturno.