10. Übungsblatt zur Vorlesung
Statistische Methoden der Datenanalyse
Abgabe: 16.01.2018, 23:59 Uhr

WS 2017/2018
Prof. W. Rhode

Zeit	Raum	Abgabe im Moodle; Mails mit Betreff: [SMD1718]
Di. 10-12	CP-03-150	philipp2.hoffmann@udo.edu und jan.soedingrekso@udo.edu
Di. 16-18	P1-02-110	felix.neubuerger@udo.edu und tobias.hoinka@udo.edu
Di. 16-18	CP-03-150	simone.mender@udo.edu und maximilian.meier@udo.edu

Aufgabe 29: *Likelihoodkurve* **6 P.**

Aus einer Poisson-Verteilung werden 3 Stichproben, nämlich die Zahlen 13, 8 und 9 entnommen.

a) Berechnen Sie die negative Log-Likelihood-Funktion als Funktion des einzigen Parameters λ und stellen Sie sie graphisch dar.

b) Bei welchem Wert von λ liegt das Minimum $-\ln \mathcal{L}_{max}$?

c) Für welche Werte von λ nimmt $-\ln \mathcal{L}$ die Werte

$$\begin{aligned} &-\ln \mathcal{L}_{max} + \frac{1}{2} \quad , \\ &-\ln \mathcal{L}_{max} + 2 \quad \text{und} \\ &-\ln \mathcal{L}_{max} + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

an und was sagen diese Werte aus?

d) Vergleichen Sie diese Werte mit der Näherung über eine Taylor-Entwicklung 2.Ordnung, indem Sie die Näherung sowohl zusammen mit der Likelihood graphisch darstellen als auch die Werte aus c) bestimmen. Wofür könnte die Näherung nützlich sein?

Aufgabe 30: *F-Praktikum* **7 P.**

In einem Praktikumsversuch werden folgende Werte gemessen:

Ψ / °	Asymmetrie	Ψ / °	Asymmetrie	Ψ / °	Asymmetrie
0	−0,032	30	0,010	60	0,057
90	0,068	120	0,076	150	0,080
180	0,031	210	0,005	240	−0,041
270	−0,090	300	−0,088	330	−0,074

Die Asymmetriewerte haben einen Messfehler von ±0,011. Die Theorie sagt, dass die Asymmetrie durch einen Ansatz der Form

$$f(\varPsi) = A_0 \cos(\varPsi + \delta)$$

beschrieben wird.

a) Machen Sie zunächst den Ansatz

$$f(\varPsi) = a_1 f_1(\varPsi) + a_2 f_2(\varPsi)$$

mit

$$f_1(\varPsi) = \cos(\varPsi) \quad \text{und} \quad f_2(\varPsi) = \sin(\varPsi)$$

und schreiben Sie die Designmatrix $\mathbf{A}$ auf.

b) Berechnen Sie den Lösungsvektor $\mathbf{a}$ für die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate.

c) Berechnen Sie die Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[\mathbf{a}]$ sowie die Fehler von a_1 und a_2 und den Korrelationskoeffizienten.

d) Berechnen Sie A_0 und δ und deren Fehler und Korrelation aus a_1 und a_2.

Aufgabe 31: *Regularisierte kleinste Quadrate* **7 P.**

Ein Kollege hat für Sie eine Verteilung gemessen. Diese Verteilung wird Teil einer Monte-Carlo-Simulation. Um besser mit der Verteilung arbeiten zu können, suchen Sie nach einer geeigneten Parametrisierung. Sie wissen, dass sich die Verteilung durch ein Polynom sechsten Grades gut beschreiben lässt. Jedoch ist die Messung stark verrauscht und Ihr Kollege war auch nur in der Lage acht Wertepaare (x, y) zu nehmen.

a) Fitten sie mit der Methode der kleinsten Quadrate ein Polynom sechsten Grades an die Daten der Datei *aufg_a.csv*. Geben Sie die resultierenden Koeffizienten an und zeichnen Sie das gefittete Polynom und die Daten in eine Abbildung ein.

b) Fitten sie mit der Methode der kleinsten Quadrate ein Polynom sechsten Grades an die Daten der Datei *aufg_a.csv* und nutzen Sie dabei zusätzlich die Regularisierung über die zweite Ableitung ($\varGamma = \sqrt{\lambda} CA$). Für die Regularisierungsstärke nutzen sie $\lambda \in (0.1, 0.3, 0.7, 3, 10)$. Geben Sie die resultierenden Koeffizienten an und zeichnen Sie das gefittete Polynome und die Daten in eine Abbildung.

Ihr Kollege macht sich die Mühe und fertigt 50 neue Messungen des Spektrums an.

c) Fitten Sie mit der Methode der kleinsten Quadrate ein Polynom sechsten Grades an die Mittelwerte der Daten aus der Datei *aufg_c.csv*. Gewichten Sie die berechneten Mittelwerte mit dem Fehler des Mittelwerts. Nutzen Sie diese Gewichte beim Fitten. Zeichnen Sie das gefittete Polynom und die gemittelten Daten in eine Abbildung ein.