

TIPE 2022-2023



MODÉLISATION DES MOUVEMENTS DE FOULE

Thème: La ville



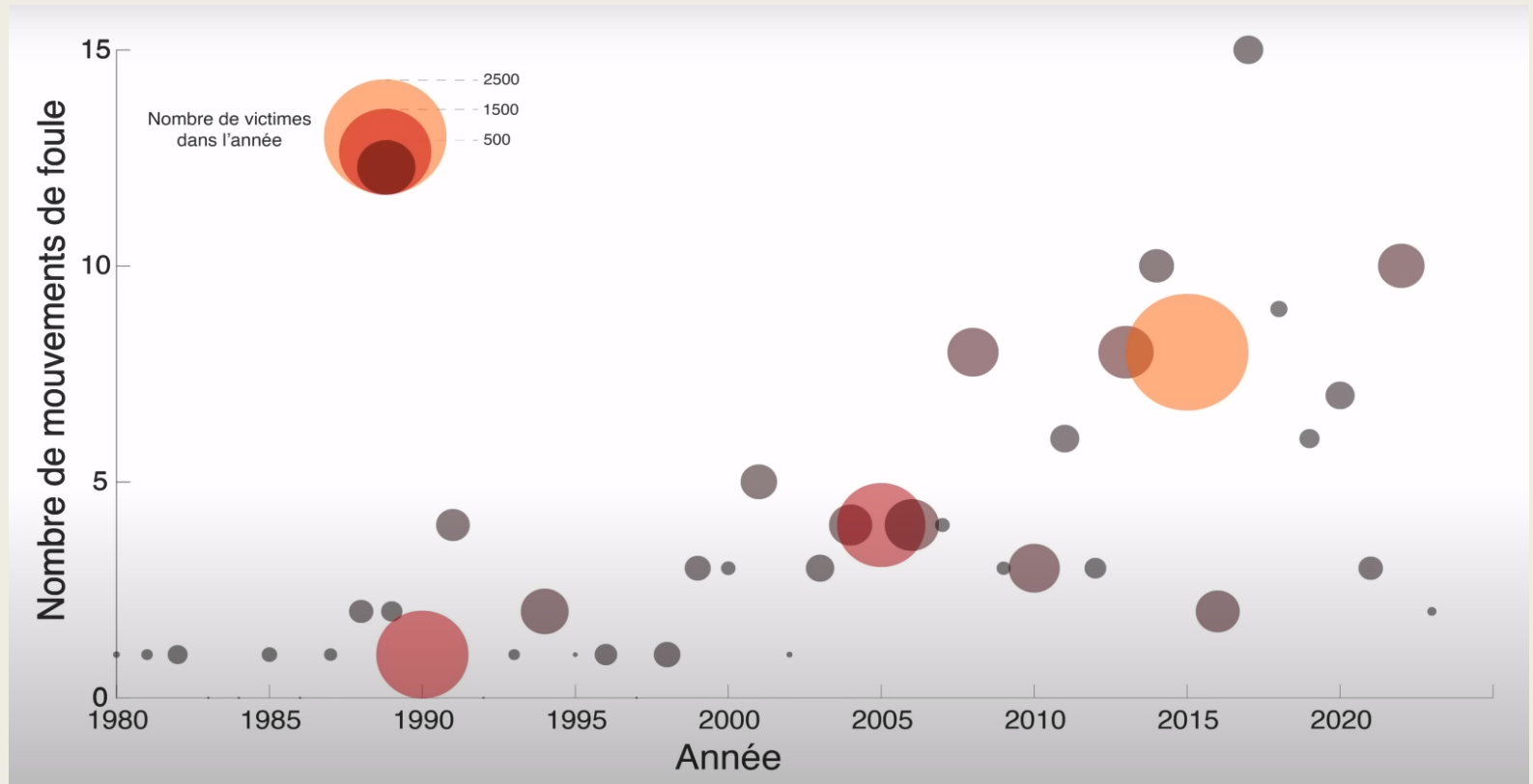
MALLEZ Alexandre - 41866



Sommaire:

- ① Introduction et problématisation
- ② Automates cellulaires
- ③ Modèle granulaire informatique
- ④ Modèle granulaire expérimental
- ⑤ Conclusion

Introduction



Statistiques répertoriées et publiées en 2023 par Mr Moussaid, chercheur à
à l'université Max Planck spécialiste des foules

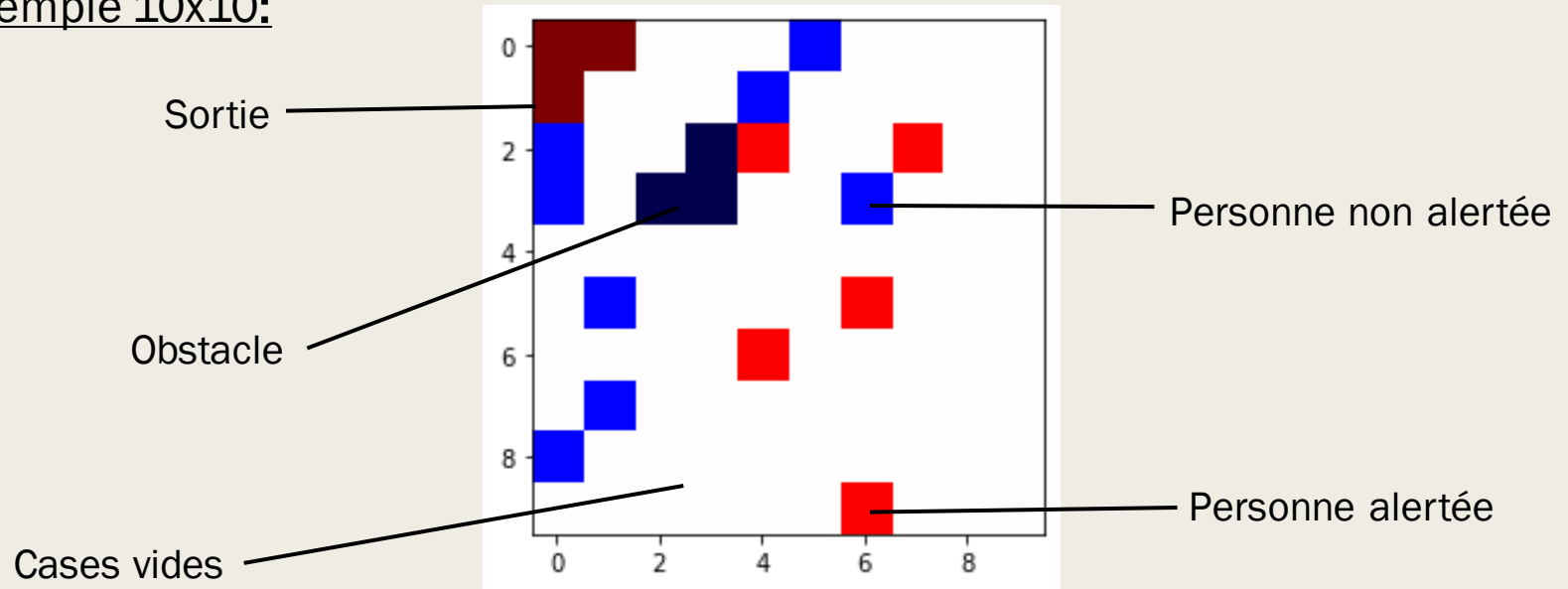
Problématisation



- **Cadre:** évacuation d'une foule
- **But :** Optimisation de la vitesse d'évacuation
- **Méthode :** Mise en œuvre du "*Slower is Faster effect*" à travers différents modèles

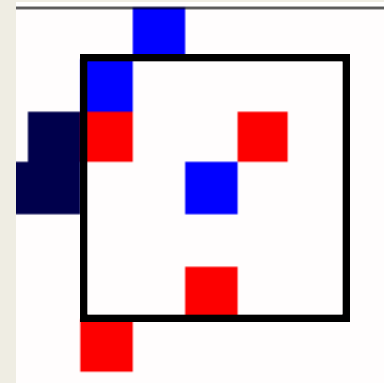
Automates cellulaires :

Exemple 10x10:



Notion de voisinage:

- Probabilité de devenir alerté
- Inertie

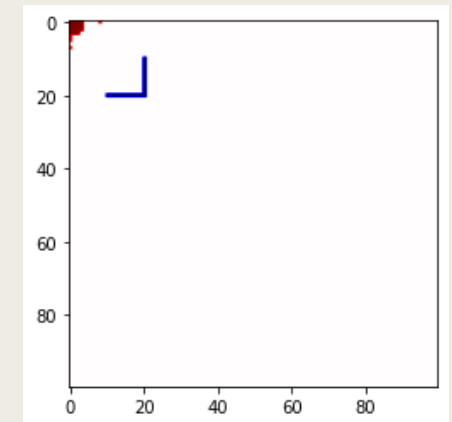
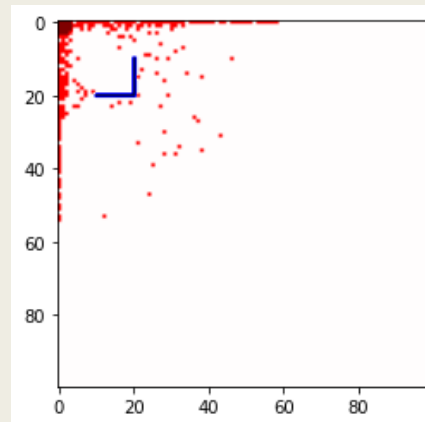
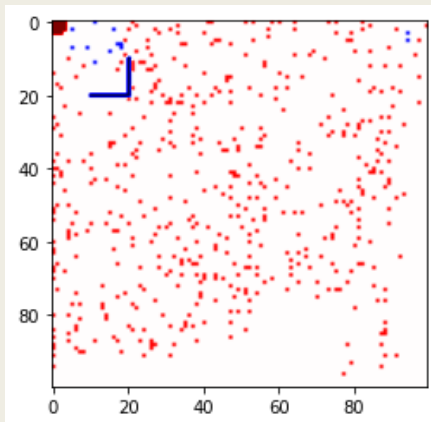
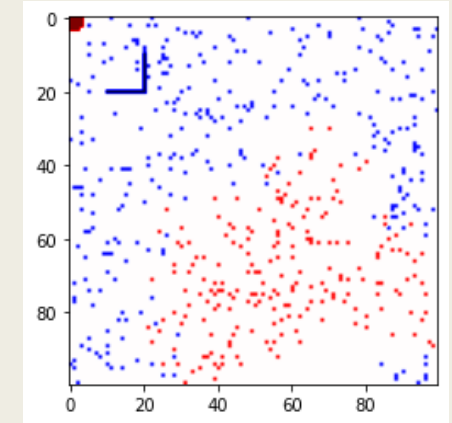
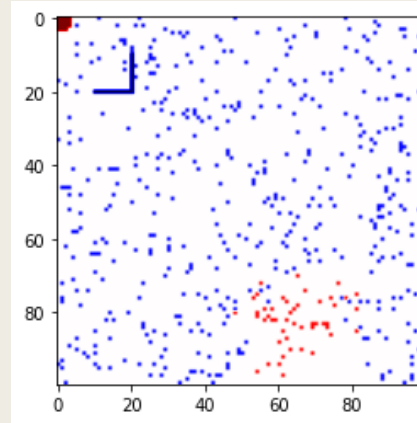
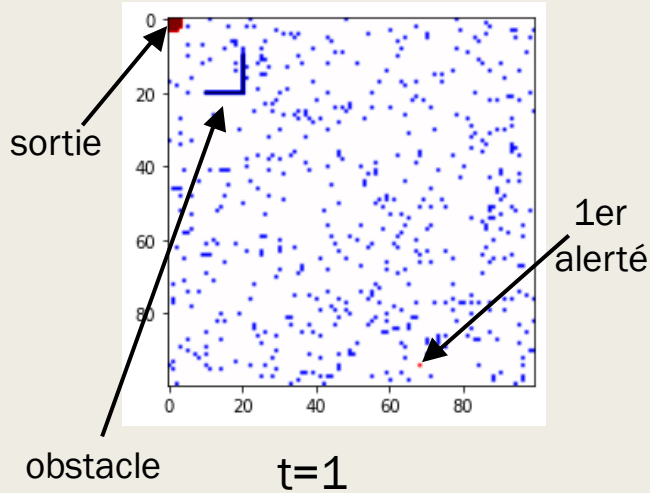


Simulation :

Taille carte: 100x100

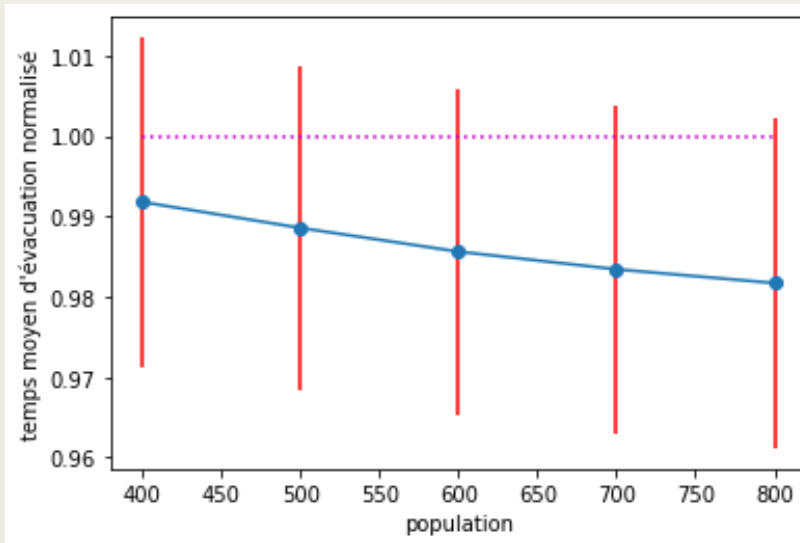
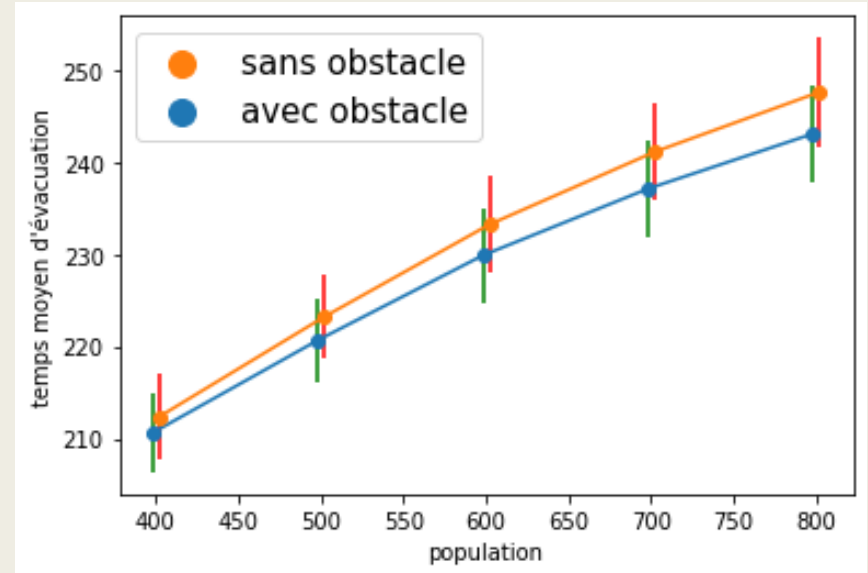
Population: 500

Voisinage: 8



Résultats :

Taille carte: 100x100
Voisinage: 8
Population: variable



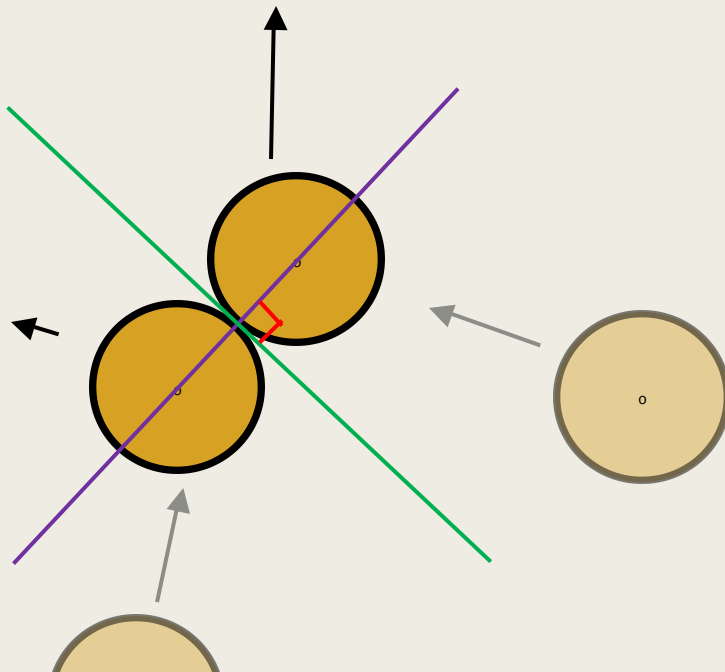
Baisse du temps d'évacuation
allant jusqu'à 2%

Incertitude élevé

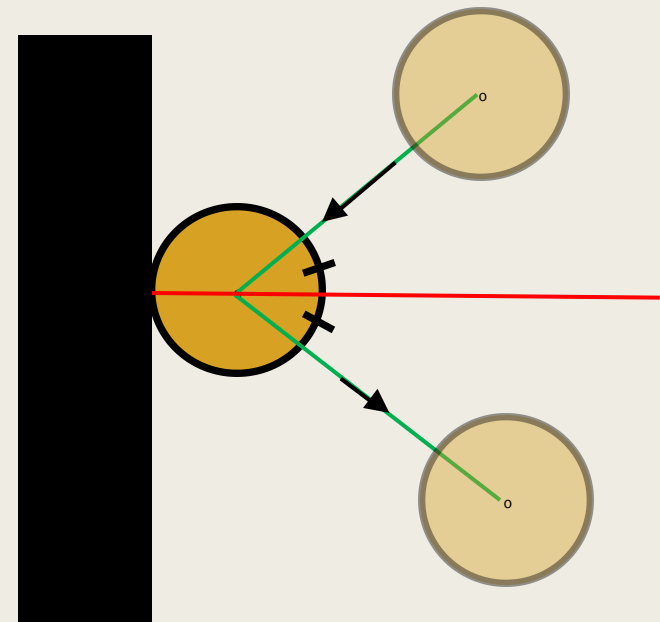
Modèle granulaire:

Principe : assimilation de la population à des boules/grains soumis au poids seul

Contact boule-boule



Contact mur/boule et obstacle/boule



Simulation informatique:

$g=10$

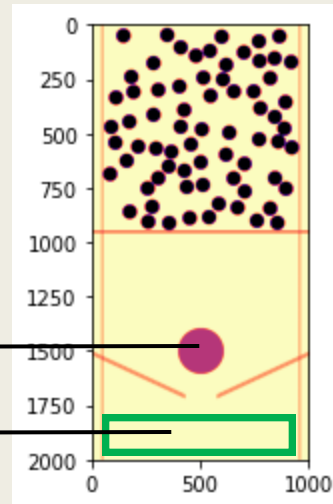
$N=70$ (nombre de boules)

$r=33$ (rayon boule)

$R=105$ (rayon obstacle)

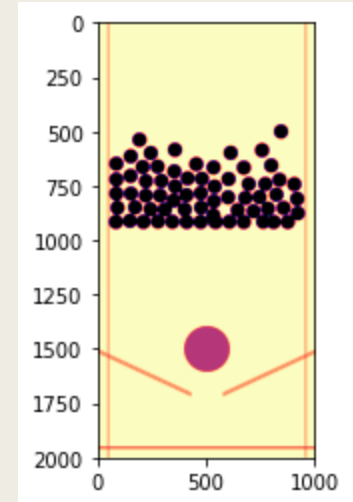
obstacle

zone
d'arrivée

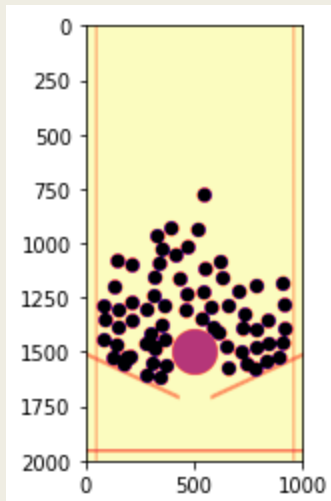


$t=0$

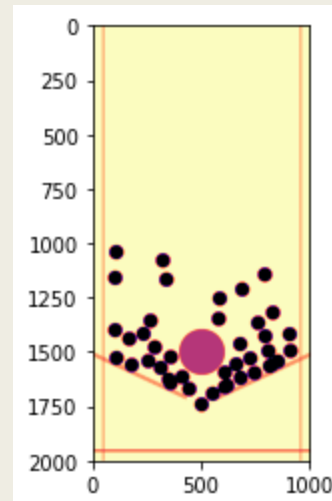
1ère étape de
stabilisation
d'un tas :



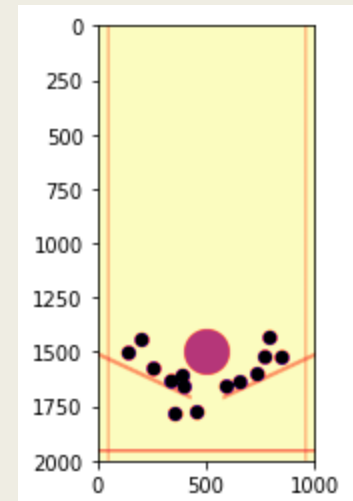
$t=10000$



$t=16000$

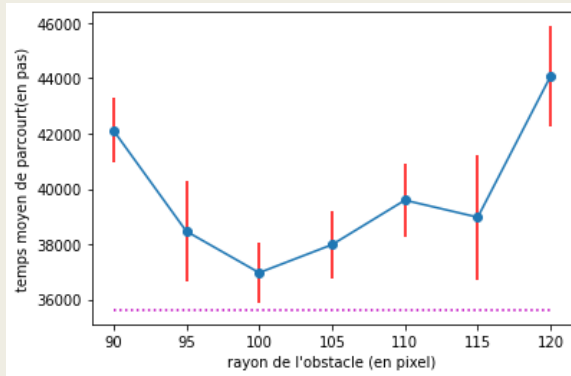


$t=30000$

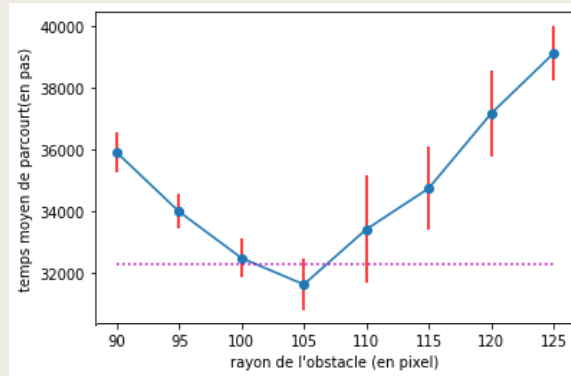


$t=42000$

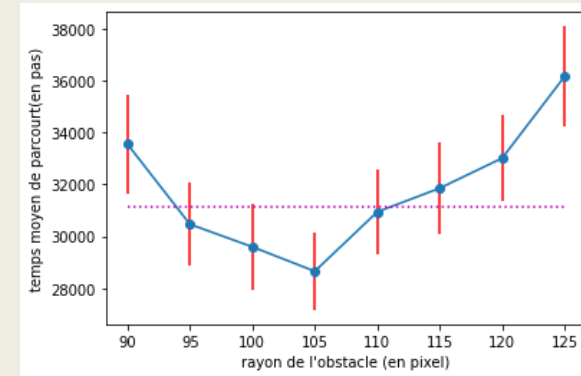
Résultats:



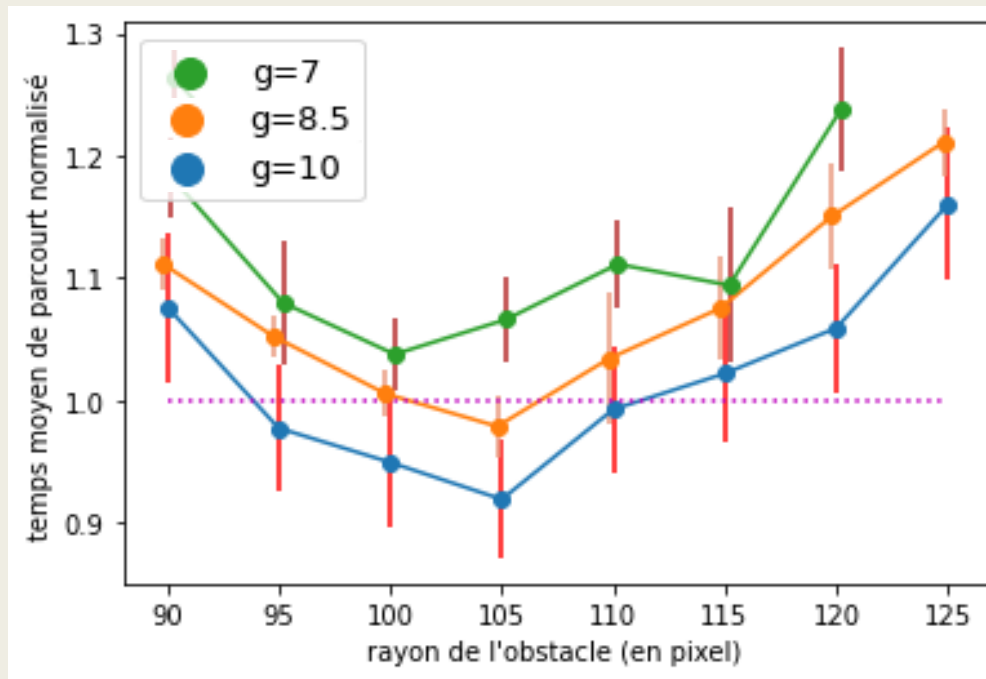
$g=7$



$g=8.5$



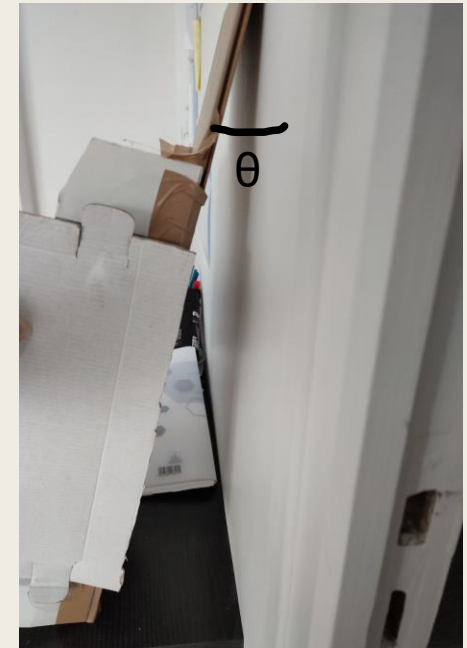
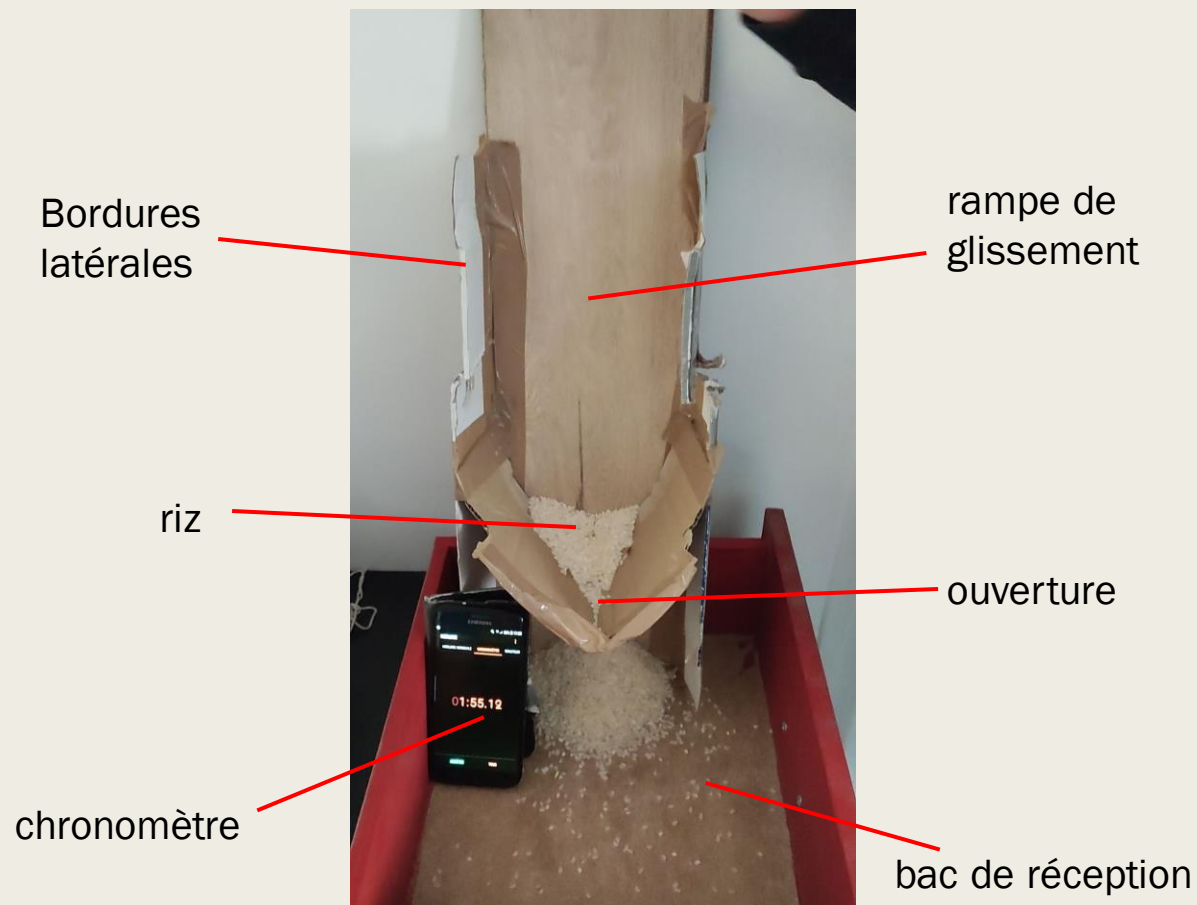
$g=10$



Le rayon optimal de l'obstacle est 3,2x celui d'une boule ($r=105$)

Simulation expérimentale:

Expériences réalisées avec
100g de riz cru



Angle θ variable

Simulation expérimentale:

Expérience avec obstacle et un angle $\theta=22^\circ$:



1



2



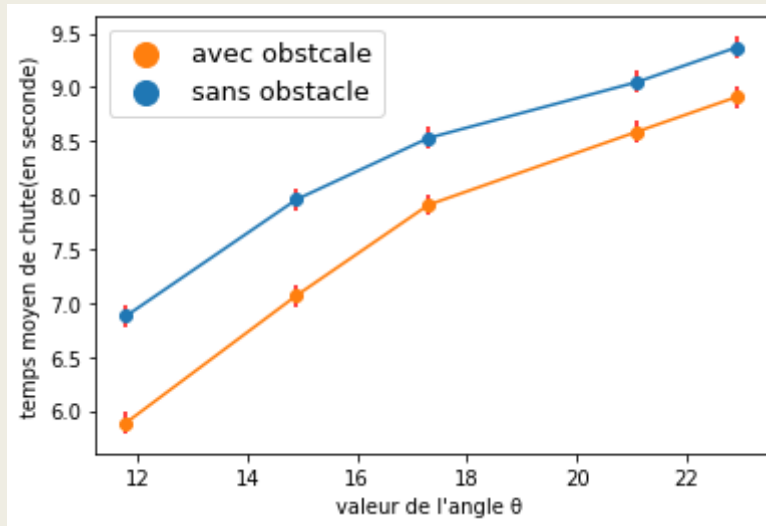
3



4

Résultats:

4



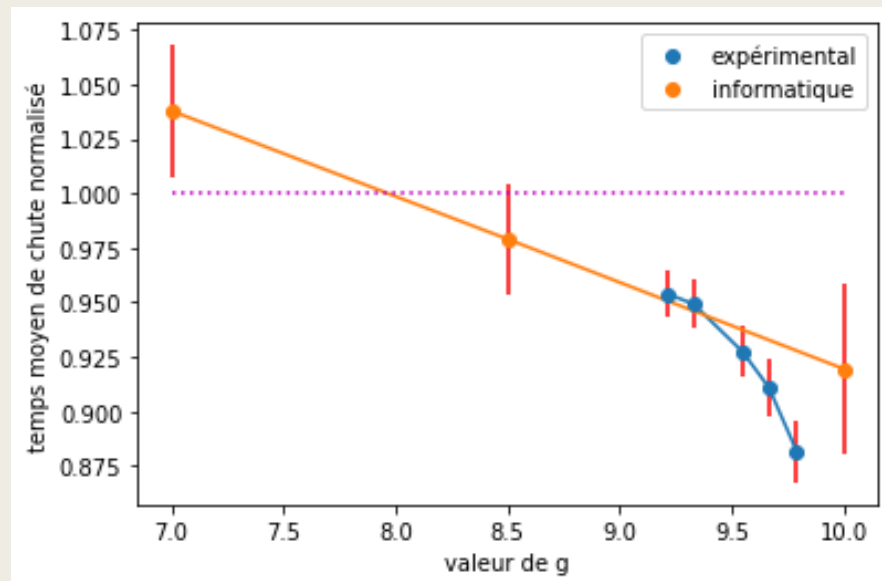
$m=100g$ de riz

θ variant

Dimension des pentes,
ouvertures et obstacle
constante.

Comparaison avec le
modèle informatique
avec le rayon
d'obstacle optimal:

$$g=9.8\cos\theta$$



Conclusion:

Solution retenue:

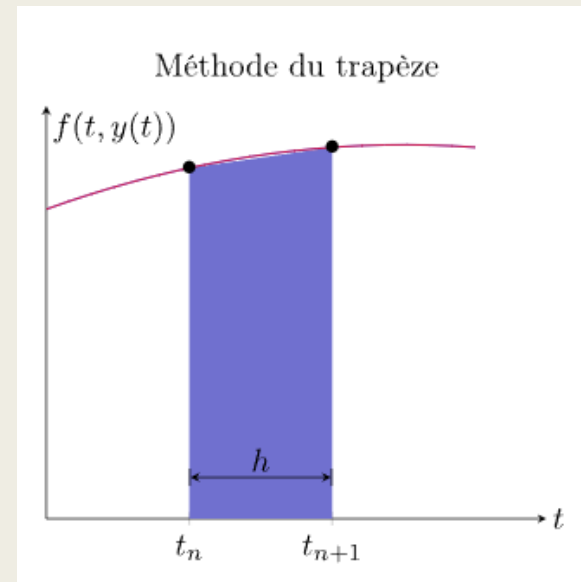
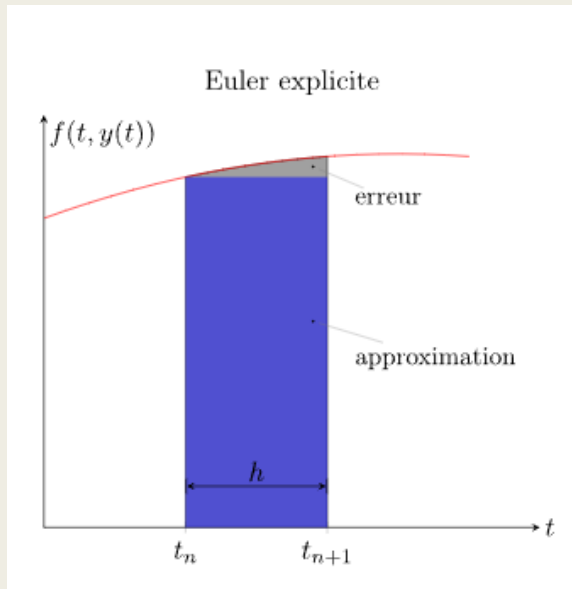
Obstacle circulaire (du moins arrondie) situé devant la sortie
Efficace à forte densité et accélération : réduction jusqu'à 10%

Pistes d'améliorations:

- Essayer plus d'obstacles différents
- Expérience à échelle humaine pour comparer les résultats
- Préciser les modèles en rajoutant des forces/effets réelles observées dans la réalité...

ANNEXE:

Méthode Runge Kutta 2 par rapport à Euler explicite :



$$v[n+1] = v[n] + a[n] * dt$$

$$a'[n] = (a[n+1] + a[n]) / 2$$
$$v[n+1] = v[n] + a'[n] * dt$$

Forces sociales:

Représentation phénoménologique des forces appliquées sur chaque individu, représenté par une boule:

- 1) Force attirant l'individu vers la sortie

$$\overrightarrow{F_i^S}(t) = \frac{\overrightarrow{v_{s,i}}(t) - \overrightarrow{v_i}}{\tau_i}$$

$\overrightarrow{v_{s,i}}(t)$ la vitesse souhaitée

- 2) Force repoussant l'individu appliqué par les murs

$$\overrightarrow{F_{k \rightarrow i}^M}(t) = -\overrightarrow{\text{grad}}(U_k)(\overrightarrow{r_i}(t))$$

$$U_k(\overrightarrow{r}) = U^0 \exp\left(-\frac{d(\overrightarrow{r}, M_k)}{\mu}\right)$$

- 3) Force d'interaction entre les individus

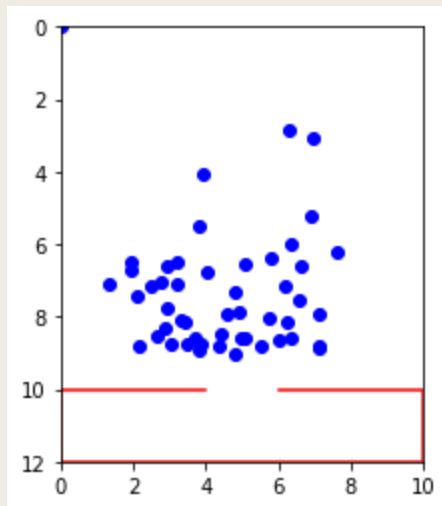
$$\overrightarrow{F_{j \rightarrow i}^P}(t) = -\overrightarrow{\text{grad}}(V_j)(\overrightarrow{r_i}(t))$$

$$V_j(\overrightarrow{r}) = V^0 \exp\left(-\frac{b_j(\overrightarrow{r})}{\sigma}\right) \quad b_j(\overrightarrow{r}) = \frac{\sqrt{(\|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_j}\| + \|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_j} - v_j t \cdot \overrightarrow{e_j}\|)^2 - (v_j t)^2}}{2}$$

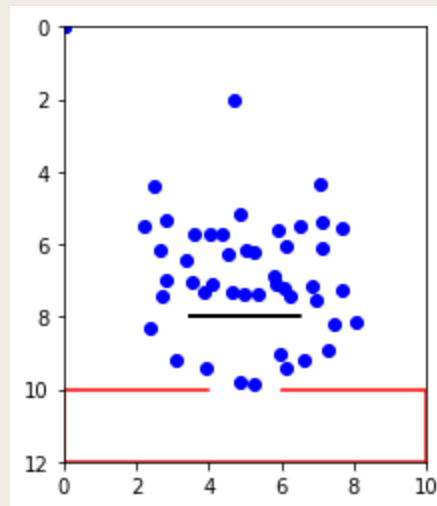
Simulation :

Population: 50

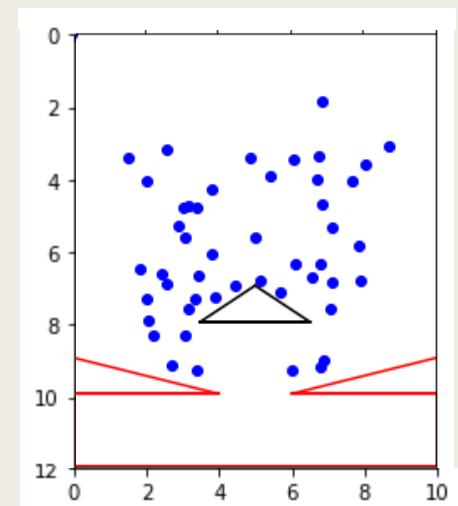
3 types :



Sans obstacle



Obstacle plat



Obstacle plat
et pente

Résultats:

5

Forme	Moyenne	Ecart-type
Sans obstacle	20818	710
Avec obstacle plat	22144	921
Avec obstacle triangulaire	19237	653

Code automates cellulaires:

5

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import random as r

cpt=0
while cpt<1:
    n=10 #taille map
    h=10 #nombre de points/personnes sur la map
    v=10#perimetre de propagation
    s=2 #taille sortie
    N=500 #nombre d'étape

    M=[[0 for _ in range(n)] for _ in range(n)]
    d={}
    for j in range(2,4):
        M[3][j]=4
        M[j][3]=4
    for i in range(s):
        for j in range(s):
            M[i][j]=3
    M[s-1][s-1]=0

    for i in range(h+1):
        x,y=r.randint(0,n-1),r.randint(0,n-1)
        while M[x][y]!=0:
            x,y=r.randint(0,n-1),r.randint(0,n-1)
        d[i]=(x,y,0,0,0) #position,état,voisins,voisins alertés
        M[x][y]=1

    def compteur_voisin(d,M):
        for i in d:
            x,y,a,b,c=d[i]
            cpt=0
            alert=0
            for x0 in range (2*v+1):
                if x-v+x0>=0 and x-v+x0<n:
                    for y0 in range (2*v+1):
                        if y-v+y0>=0 and y-v+y0<n:
                            if (x-v+x0,y-v+y0)!= (x,y):
                                if M[x-v+x0][y-v+y0]!=0 and M[x-v+x0][y-v+y0]!=3 and M[x-v+x0][y-v+y0]!=4:
                                    cpt+=1
                                if M[x-v+x0][y-v+y0]==2:
                                    alert+=1
            d[i]=(x,y,a,cpt,alert)
        return d

    def maj_etat(d,M):
        for i in d:
            x,y,a,b,c=d[i] #b,c=voisins,voisins alertés
            if a!=3:
                if b!=0:
                    P=[0 for _ in range (b)]
                    for j in range (c):
                        P[j]=1
                    if P[r.randint(0,b-1)]==1:
                        M[x][y]=2
                        d[i]=(x,y,1,b,c)
        return d,M

    def deb(d,i):
        A,B,C,D,E=d[0]
        M[A][B]=2
        d[i]=(A,B,1,D,E)
        return d
```

```
def random_move(d,M):
    for k in d:
        x,y,a,b,c=d[k]
        if a==1:
            m=r.randint(0,1)
            i,j=x,y
            if x==0 and M[x][y-1]==0:
                m=2
                j-=1
            if y==0 and M[x-1][y]==0:
                m=2
                i-=1
            if x!=0 and m==1:
                if M[x-1][y]==0:
                    i-=1
                elif y!=0 and M[x][y-1]==0:
                    j-=1
            if y!=0 and m==0:
                if M[x][y-1]==0:
                    j-=1
                elif x!=0 and M[x-1][y]==0:
                    i-=1
            if M[x][y-1]==3 or M[x-1][y]==3 :
                d[k]=i,j,3,b,c
                M[x][y]=0
            if (i,j)!= (x,y):
                d[k]=(i,j,a,b,c)
                M[i][j]=M[x][y]
                M[x][y]=0
        return d,M

def last(M,i):
    cpt=0
    for k in range(n):
        for j in range(n):
            if M[k][j]==1 or M[k][j]==2:
                cpt+=1

    if cpt==0:
        return i
    return N

def couleur(M):
    M1=[[0 for _ in range(len(M[0]))]for _ in range(len(M))]
    for i in range(len(M)):
        for j in range(len(M[i])):
            if M[i][j]==0:
                M1[i][j]=2
            if M[i][j]==1:
                M1[i][j]=1
            if M[i][j]==2:
                M1[i][j]=3
            if M[i][j]==3:
                M1[i][j]=4
            if M[i][j]==4:
                M1[i][j]=0
    return M1

def show(n, M,d):
    plt.figure()
    d=deb(d,0)
    k=N
    i=0
    while i<=N and k==N:
        M1=couleur(M)
        plt.imshow(M1,cmap='seismic')
        i+=1
        k=last(M,i)
        plt.show()
        d,M=maj_etat(d,M)
        d,M=random_move(d,M)
        d=compteur_voisin(d,M)
        print(k)
    cpt+=1
    show(n,M,d)
```

Code modèle granulaire 1:

5

```
import matplotlib.pyplot as plt
import random as r

g=10 #g
N=1000 #taille map
n=70 #nombre de boules
R=N//30 #rayon boules
L=N//20
M=[[0 for _ in range(N+1)]for _ in range(N+1)]
d={}
dt=0.002
t=100000 #nombre d'itération maximal
s=1 #decris le changement d'étape
hh=int(N*15/10) #hauteur barriere
p=2.15 #coeff de la pente
yo,xo=int(N/2),int(N*15/10) #position de l'obstacle
rr=105 #rayon obstacle

e=0.7 #coefficient d'amortissement boule/sol
el=1 #coefficient d'amortissement boule/boule
def compatible(x,y,d):
    if (x,y)==(0,0):
        return False
    for j in d:
        a,b,_,_=d[j]
        if ((x-a)**2+(y-b)**2)< 4* R**2:
            return False
    return True

for l in range(n):
    x,y=0,0
    while compatible(x,y,d)==False:
        x,y=r.randint(R,N-R-L),r.randint(L+R,N-R-L)
    d[l]=(x,y,(0,0),(0,0))

#####
def poids(d):
    for j in d:
        x,y,v,a=d[j]
        ax,ay=a
        ax+=g
        a=ax,ay
        d[j]=x,y,v,a
    return d

def maj_vitesse(d,d1):
    for j in d:
        x1,y1,v1,a1=d1[j]
        x,y,v,a=d[j]
        vx1,vy1=v1
        vx,vy=v
        ax1,ay1=a1
        ax,ay=a
        v=(vx+(ax+ax1)*dt/2,vy+(ay+ay1)*dt/2)
        d[j]=x,y,v,(ax,ay)
    return d
```

```
def maj_position(d,d1):
    for j in d:
        x1,y1,v1,a1=d1[j]
        x,y,v,a=d[j]
        vx1,vy1=v1
        vx,vy=v
        x=x+(vx+vx1)*dt/2
        y=y+(vy+vy1)*dt/2
        d[j]=x,y,v,a
    return d

def bords_bas(d,s):
    for j in d:
        x,y,v,_,_=d[j]
        vx,vy=v
        if x>s*N-R-L and vx>2:
            vx=-e*vx
            v=(vx,vy)
            d[j]=x,y,v,_,_
        elif x>s*N-R-L and vx>-1 and vx<2:
            d[j]=x,y,(0,vy),(0,0)
        else:
            d[j]=x,y,v,(g,0)
        if y>N-R-L and vy>0.5:
            v=(vx,e*-vy)
            d[j]=x,y,v,_,_
        if y<R+L and vy<0.5:
            v=(vx,e*-vy)
            d[j]=x,y,v,_,_
        if (y>N-R-L or y<R+L) and vy>-0.5 and vy<0.5:
            d[j]=x,y,(vx,0),_,_
        if s==2:
            if abs(x - (hh-20) - y/p) <=2 and y<N*p/5 and y>10:
                q=np.arctan(p)
                va=vx*np.cos(q)+vy*np.sin(q)
                vb=-vx*np.sin(q)+vy*np.cos(q)
                vb=-e*vb
                vx=va*np.cos(q)-vb*np.sin(q)
                vy=va*np.sin(q)+vb*np.cos(q)
                v=(vx,vy)
                d[j]=x,y,v,_,_
            if abs(x - (hh-20) - (N-y)/p) <=2 and y> N - N*p/5 and y<N-10:
                q=np.arctan(-p)
                va=vx*np.cos(q)+vy*np.sin(q)
                vb=-vx*np.sin(q)+vy*np.cos(q)
                vb=-e*vb
                vx=va*np.cos(q)-vb*np.sin(q)
                vy=va*np.sin(q)+vb*np.cos(q)
                v=(vx,vy)
                d[j]=x,y,v,_,_
    return d
```

Code modèle granulaire 2 :

5

```
def obstacle(d):
    for j in d:
        x,y,v,a=d[j]
        x1,y1,v1=xo,yo,(0,0)
        if ((x-x1)**2+(y-y1)**2)<(R+rr)**2:
            if y!=y1:
                q=np.arctan((x1-x)/(y1-y))
            else:
                q=np.pi
            vx,vy=v
            vx1,vy1=v1
            va=-vx*np.cos(q) + vy*np.sin(q)
            vb=vx*np.sin(q) + vy*np.cos(q)
            vb=-vb
            vx=-va*np.cos(q) + vb*np.sin(q)
            vy=va*np.sin(q) + vb*np.cos(q)
            v=(vx,vy)
            d[j]=x,y,v,a
    return d

def maj_matrice(d,s):
    M=[[0 for _ in range(N+1)]for _ in range(2*N+1)]
    for i in range(0,N):
        for t in range(0):
            M[s*N-L+t][i]=1
            M[2*i][N-L+t]=1
            M[2*i][L-t]=1
    for i in range(hh, hh+(int(2*N/10))):
        j=int(i*p - hh*p)
        for t in range(20):
            M[i+t][j]=1
            M[i+t][j]=1
    for j in d:
        x,y,v,a=d[j]
        x,y=int(x),int(y)
        for i in range(x-R,x+R):
            for j in range(y-R,y+R):
                if ((x-i)**2+(y-j)**2)<R**2:
                    M[i][j]=2
    for i in range(xo-rr,xo+rr):
        for j in range(yo-rr,yo+rr):
            if ((xo-i)**2+(yo-j)**2)<rr**2:
                M[i][j]=1
    return M
```

```
def double_contact(d,s):
    for j in d:
        c=-1
        for k in d:
            x,y,v,a=d[j]
            x1,y1,v1,a1=d[k]
            if ((x-x1)**2+(y-y1)**2)<4*R**2:
                vx1,vy1=v1
                if x>s*N-L-10:
                    if vx1**2+vy1**2<20:
                        c+=1
        if c==2:
            d[j]=x,y,(0,0),a
    return d

def contact(d,h,s):
    f=[]
    for j in d:
        if j not in f:
            for k in d:
                if j!=k and h[j,k]==0:
                    x,y,v,a=d[j]
                    x1,y1,v1,a1=d[k]
                    if ((x-x1)**2+(y-y1)**2)<4*R**2:
                        f.append(k)
                        h[j,k]=0
                        if y!=y1:
                            q=np.arctan((x1-x)/(y1-y))
                        else:
                            q=np.arccos(0)
                        vx,vy=v
                        vx1,vy1=v1
                        va=-vx*np.cos(q) + vy*np.sin(q)
                        val=-vx1*np.cos(q) + vy1*np.sin(q)
                        vb=vx*np.sin(q) + vy*np.cos(q)
                        vbl=vx1*np.sin(q) + vy1*np.cos(q)
                        vb,vbl=vb,vb
                        va,va1=e1*va,e1*va1
                        vx=-va*np.cos(q) + vb*np.sin(q)
                        vy=va*np.sin(q) + vb*np.cos(q)
                        vx1=-val*np.cos(q) + vbl*np.sin(q)
                        vy1=val*np.sin(q) + vbl*np.cos(q)
                        if x>s*N-L-R and vx>0:
                            vx=0
                        if x1>s*N-L-R and vx1>0:
                            vx1=0
                        v=(vx,vy)
                        vl=(vx1,vy1)
                        d[j]=x,y,v,a
                        d[k]=x1,y1,v1,a1
    return d,h
```

```
def controle(d,s):
    Sup=[]
    for j in d:
        x,y,v,a=d[j]
        if x>9*N/5:
            Sup.append(j)
    for j in Sup:
        del(d[j]) #élimine les boules du bas
    return(d)

"""
Projections: si x1,y1>x,y
val=vx1*np.cos(q)+vy1*np.sin(q)
vbl=-vx1*np.sin(q)+vy1*np.cos(q)
vx1=val*np.cos(q)-vbl*np.sin(q)
vy1=val*np.sin(q)+vbl*np.cos(q)
"""

h={}
for j in d:
    for k in d:
        h[(j,k)]=0

def maj_h(h):
    for i in h:
        if h[i]!=0:
            h[i]=1
    return h

for l in range(n):
    x,y=0,0
    while compatible(x,y,d)==False:
        x,y=r.randint(R,N-R-L),r.randint(L+R,N-R-L)
        d[l]=(x,y,(0,0),(0,0))
d=poids(d)
d1=d.copy()
for i in range(t):
    h= maj_h(h)
    d1=d.copy()
    d=maj_position(d,d1)
    d,h=contact(d,h,s)
    d=maj_vitesse(d,d1)
    d=bords_bas(d,s)
    d=double_contact(d,s)
    d=controle(d,s)
    d=obstacle(d)
    if len(d)<int(n/10):
        print(i)
        break
    if i%500==0:
        M=maj_matrice(d,s)
        plt.figure()
        plt.imshow(M, cmap='magma_r')
        plt.show()
    if s==1 and i%10000==9999:
        s=2
    if s==2:
        d=poids(d)
```