Решение задачи MAP для марковской сети типа решётка

Новиков А. В.
МГУ, ВМиК, каф. ММП

21 января 2013 г.

1 Постановка задачи

Марковские сети применяются практически повсюду. После обучение сети нужно её использовать, то есть решать задачу максимизации апостериорной вероятности. Для большинства реальных задач эта задача NP–трудная.
В данной статье проводится обзор существующих state-of-the-art подходов к этой задаче.

2 Методы

Мы остановились на подклассе алгоритмов использующих двойственное разложение. В них задача минимазации исходной энергии сводится к задаче максимизации двойственной энергии (это функция всегда выпула вверх). Алгоритмы этой группы отличает конкретный метод максимизации.

- Субградиентный подъём [2]
- Bundle methods [3]
- «Полная декомпозиция»

3 Данные

Для сравнения подходов мы использовали данные опубликованные Karteek Alahari [1]

4 Субградиентный подъём

Результаты работы данного метода зависят от выбора последовательности шагов α_t. Использовался константный, адаптивный шаг и неточная одномерная оптимизация по величине шага.
Адаптивный подход нашел глобальный минимум, показав результат лучше чем α–расширение, но работал примерно в 60 раз дольше. Использование константного подхода показывает примерно одинаковые результаты для разных констант из хорошего диапазона. Если не угадать с константой, то метод либо разойдётся, либо будет сходится слишком медленно. В случае адаптивного шага использовалась следующая формула:
$\alpha_t = \frac{Approx_t - Dual_t}{\left\|\Delta \overrightarrow{g_t}\right\|^2}$
Где $Dual_t$ — текущее значение двойственной функции, $Approx_t$ — оценка оптимума двойственной функции.
$Approx_t = BestDual_t + \delta_t$,
где $BestDual_t$ — лучшее на данный момент значение двойственной функции,

$$\delta_{t+1} = \begin{cases} \gamma_0 \delta_t, & Dual_t > Dual_{t-1}, \\ max(\gamma_1 \delta_t, \epsilon) & Dual_t \leqslant Dual_{t-1}. \end{cases} \tag{1}$$

γ_0, γ_1, ϵ — параметры метода, выбранные нами эмпирически.
$\gamma_0 = 1.5$
$\gamma_1 = 0.5$
$\epsilon_t = \frac{1}{t}$

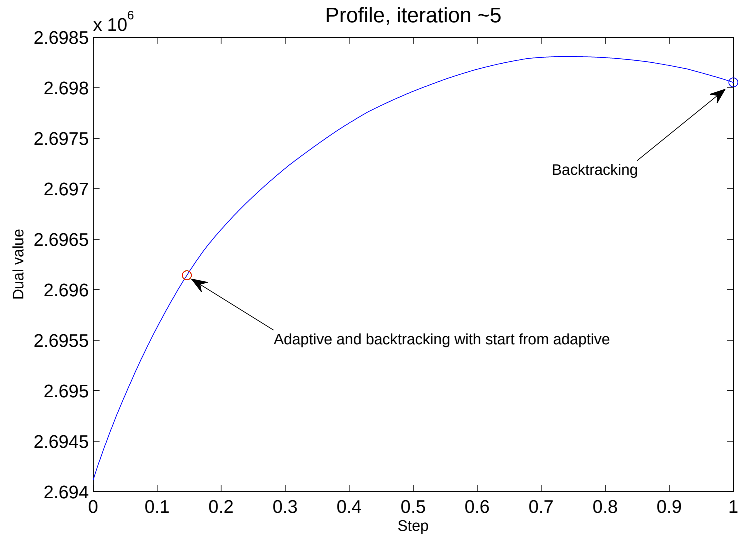
Не смотря на то, что двойственная функция является кусочно линейной, она очень близка к гладкой, так что методы неточной одномерной оптимизации кажутся довольно перспективным направлением работы (рис. 1). Нами был опробован метод Флетчера и «backtracking».

На графиках приведены примеры работы алгоритмов (в том числе длинны шагов, выбранных адаптивным методом) на стереопаре Tsukuba.

Список литературы

[1] Alahari K., Kohli P., Torr P. H. S. Dynamic Hybrid Algorithms for MAP Inference in Discrete MRFs // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 2010. — C. 1846–1857.

[2] Komodakis N., Paragios N., Tziritas G. MRF energy minimization and beyond via dual decomposition // Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2011. — C. 531–552.



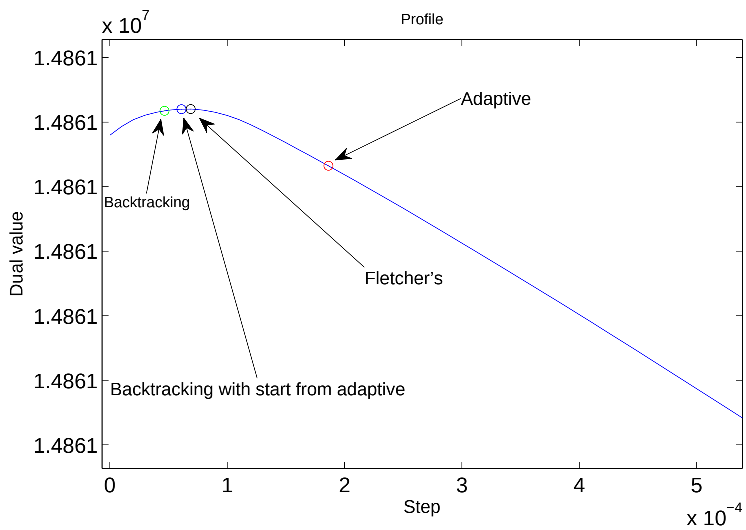
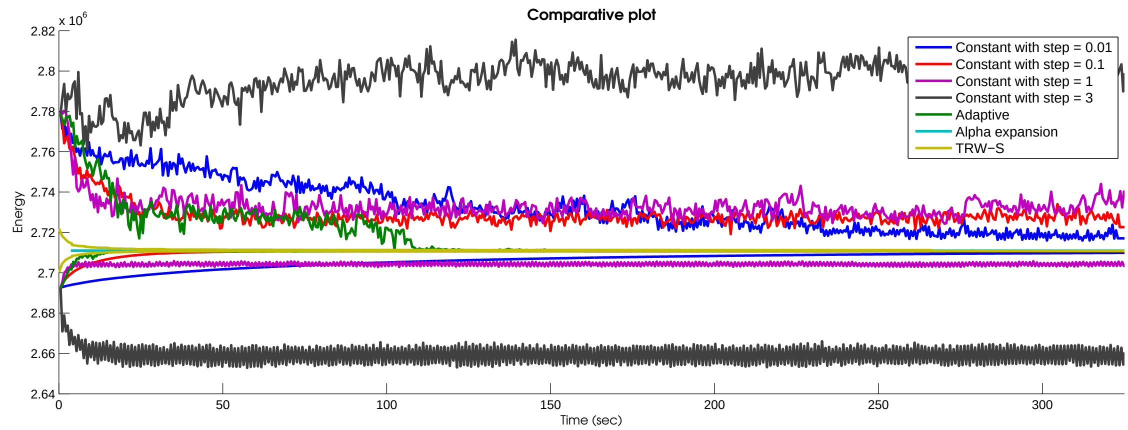
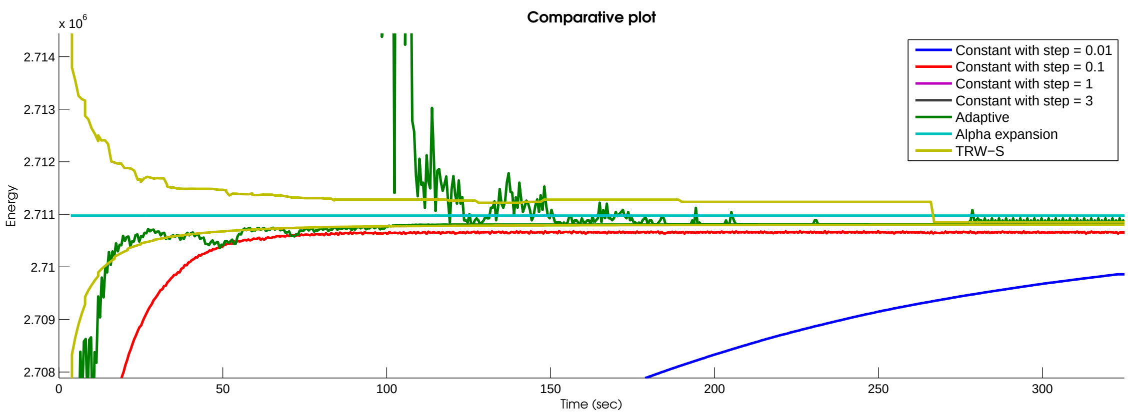
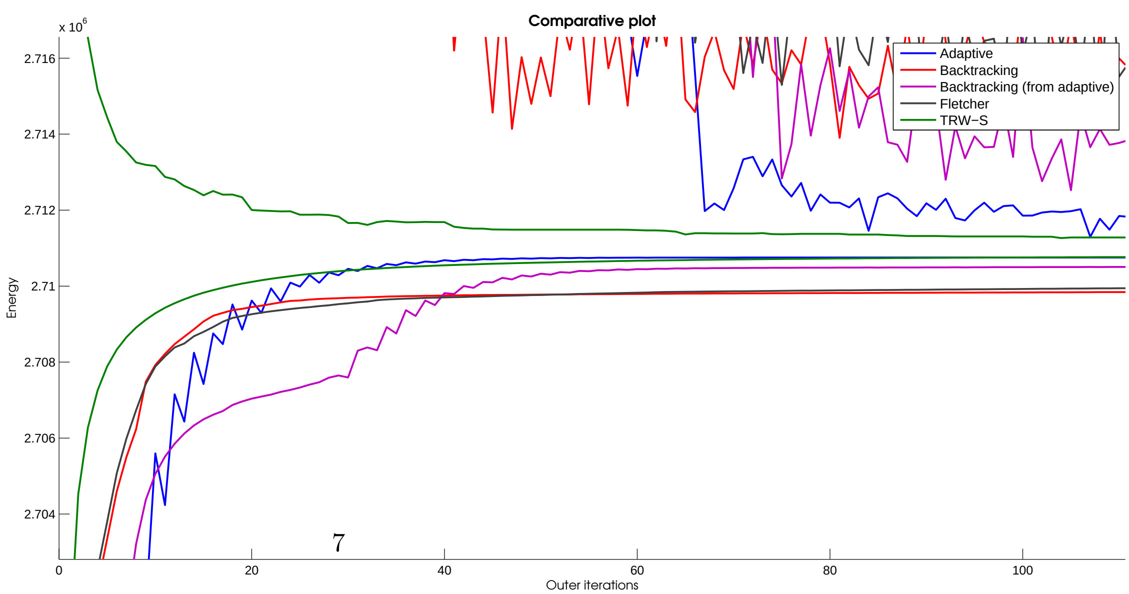


Рис. 1: Профиль двойственной функции вдоль направления оптимизации и неточные максимумы найденные различными алгоритмами



(a) Сравнение скорости и качества работы различных методов. Для α–расширения указанна только прямая энергия, для остальных алгоритмов указанна прямая и двойственная энергия.





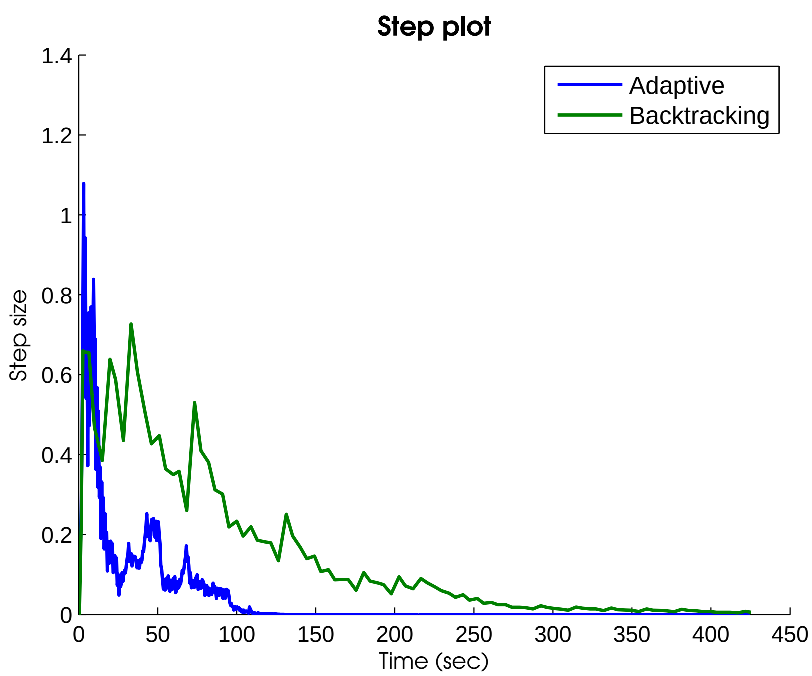
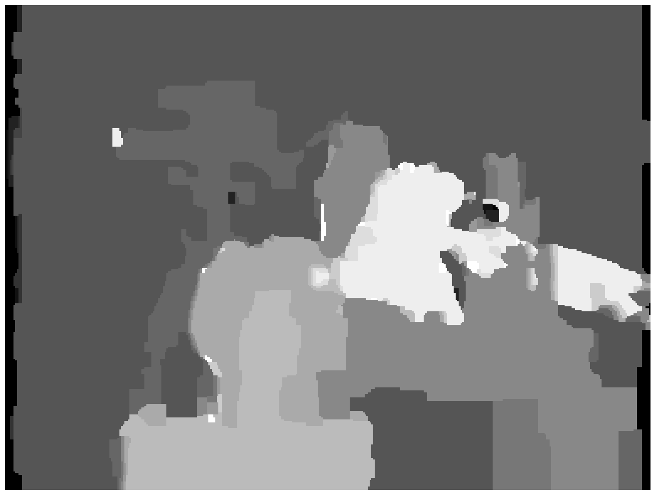
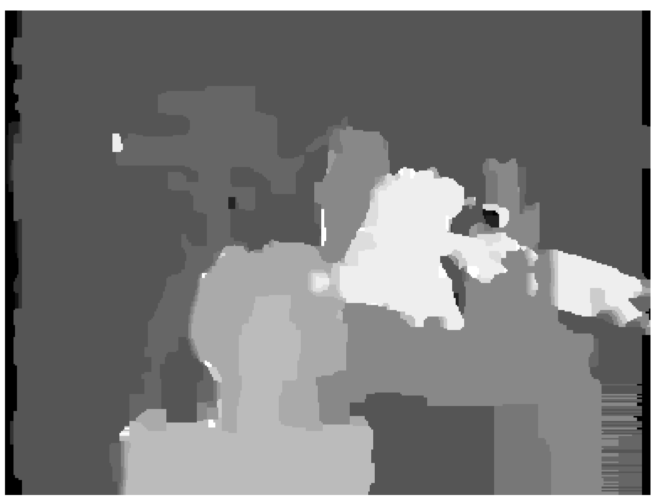


Рис. 2: Длинна шага выбранная на каждой итерации адаптивным методом и методом «backtracking»



(a) Итоговая разметка выбранная наилучшим методом (адаптивным)



(b) Разметка выбранная константным методом с длинной шага 0.1

[3] Kappes J. H. A Bundle Approach To Efficient MAP-Inference by Lagrangian Relaxation // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), IEEE Conference 2012. — C. 1688–1695.