（扫码填写问卷，谢谢大家配合）

第一章　二元关系：

等价关系：

自反的（$<x,x>\in A$**）、对称的**$<x,y>\in A\Rightarrow<y,x>\in A$**、传递的**$<x,y>\in A,<y,z>\in A\Rightarrow<x,z>\in A$ **如何证明?**

1、自反$<x,x>\in A$

2、对称$<x,y>\in A\Rightarrow<y,x>\in A$

3、传递$<x,y>\in A,<y,z>\in A\Rightarrow<x,z>\in A$

商集：所有等价类构成的集合

划分

给出一个集合，有几个等价关系，列出的所有等价关系

例如 3 个元素的集合，有几个等价关系（三个元素在一个集合 1 个；一个元素一个集合：1 个， 两个元素等价剩下的一个元素：3，总共有 5 个）

相容关系：自反的、对称的 如何证明（同理）

偏序关系：自反的、反对称的、传递的　如何证明？（同理）

盖住关系 COV　　哈斯图　　极大元 极小元　最大元 最小元　上界 下界 最小上界 最大下界

3 设 A={2, 3, 6, 12, 24, 36}，其上的整除关系 R={<a, b>| $a\in A\wedge b\in A\wedge a$ 能整除 b} 是 A 上的偏序关系，试求盖住关系 COV A，画出哈斯图，确定下列集合的上界和 下界． 8 分

(1) B_1={2, 3, 6}

(2) B_2={12, 24, 36}

解 盖住关系为 COV A={<2, 6>, <3, 6>, <6, 12>, <12, 24>, <12, 36>}，（2 分）哈斯图为图 4. 7. 6. 2 分

B_1 的上界是 6，12，24，36. 没有下界．2 分

B_2 的下界是 2，3，6，12. 没有上界．2 分

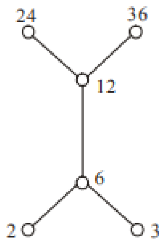

图4.7.6

第二章　函数：

函数的定义　（定义域中每个元素都有像　　可以多对一　不可一对多）　 判断某个关系是否是函数

单射（B 中的元素如果有原像，必定是唯一的）、满射（B 中每一个元素都有原像）、双射（单射：f(x)=f(y) 能推出 x=y 满射：任意的 y 有，f（x）=y，能找到原像 x 与之对应）

从 A(有 n 个元素)到 B(m 个元素)的函数集合计算

有多少个二元关系 2^mn

有多少个函数 m ^ n

在什么情况下有单射无满射？有多少个单射？　（从 m 个元素中选取一个，第二个从（m-1）个元素中选取一个。。。。。。）

n<m　 m(m-1)(m-2)……(m-n+1)

在什么情况下有满射无单射？　有多少个满射

n>m　 n!S(m,n)　　　(Stirling 数)

在什么情况下有双射？有多少个双射 m=n

n!　(n!)

<u>常函数、恒等函数、单调递增（递减）、特征函数(写出某个特征函数)、自然映射</u>

判断函数的性质

函数的复合（结合律）　反函数（求解）

集合的基数：给定某个集合，判断集合的基数是多少。

第三章 代数系统：

二元运算—代数系统—半群—含幺半群—群-交换群

二元运算：（加法、乘法　矩阵加法　乘法　 函数复合）

交换律（xy=yx）、结合律((xy)z=x(yz) 函数的复合运算满足结合律)、幂等律(x*x=x)、分配率((x*y)z = (xz)*(yz); z(x*y) = (zx)*(zy))、吸收率(x(x*y)=x; x*(xy) = x))、**单位元(xe=x,ex=x)、零元(xo=o, ox=o)、逆元(xy=e)**、消去律(xy =xz y=z　　 yx = zx　y=z)

(如何判断是否是代数系统？**封闭性)**

证明代数系统的（单同态、满同态、同构）

1、首先说明是同类型的代数系统

2、 $f(x \circ y) = f(x) * f(y)$

3、证明是单射、满射、双射(证明方法见第二章)

（单射：f(x)=f(y) 能推出 x=y 满射：任意的 y 有，f（x）=y，能找到原像 x 与之对应）

能够判断是半群、含幺半群、群、交换群（阿贝尔群），并证明

1、 证明是代数系统（封闭性）

2、 证明可结合　　 半群

3、 证明含单位元　　 含幺半群

4、 证明任何元素的逆元都在集合中　　群

5、证明可交换　　　　交换群
群的阶，群中元素 a 的 n 次幂，a 的阶（|a|），群的阶（k 阶元或者无限阶元）（了解）
证明：　G 是群，a、b 是群的有限阶元，证明|ab|=|ba|
　方法：设|ab|=t，|ba|=r

1、$(ab)^r = e \to t \mid r$

2、$(ba)^t = e \to r \mid t$

第四章 图
矩阵表示：
有向图、无向图　关联矩阵　　点与边
有向图（无向图）　邻接矩阵（相邻矩阵）　　点与点
求通路？ A^2 = A*A（长度等于 2 的通路数）　　B^2= A^1+ A^2(长度小于等于 2 的通路数)　对角线上是回路的数目
可达矩阵　　C = A^0 + A^1+……+A^(n-1) （大于等于 1 的置为 1 其余的为 0）
如何求解可达矩阵？判断是否强连通？
(判断图是否是欧拉图、哈密顿图、二部图、平面图)
欧拉图：
有向图（无向图）是欧拉图、含有欧拉回路的充要条件
无向图是欧拉图的充要条件 无奇度顶点　欧拉通路：仅有两个奇度顶点
有向图 出度等于入度 欧拉通路:两个例外顶点，一个出度比入度大 1，一个入度比出度大 1

欧拉回路的求解方法 （走未曾走过的边，不走桥，除非当前仅剩一条）
中国邮递员问题
理想情况：是欧拉图，直接找到欧拉回路
次理想情况：不是欧拉图，含有欧拉通路，找到两个奇度顶点的最短路径，然后将最短路径重复构成欧拉图，寻找欧拉回路
哈密顿图：
必要条件：从无向图 G 中删除任意顶点真子集后所得连同分支数小于等于删除的顶点数目（W(G-S)<=|S|）
推论：有割点的图不是哈密尔顿图

充分条件：无向图：$d(u)+d(v) \ge n-1$，哈密顿通路

$d(u)+d(v) \ge n$ 哈密顿图

有向图：略去所有边的方向，能够得到生成子图，则含哈密顿通路
证明某个图是哈密顿图

二部图：
充要条件：**当且仅当 G 中无奇数长度的回路**
匹配、极大匹配、最大匹配、完备匹配、完美匹配

Hall 定理，$|V_1| \le |V_2|$ 时，V1 到 V2 存在完备匹配的充要条件是 V1 中任意 k 个顶点至少与 V2

中 k 个顶点相邻。
t 条件： V1 中每个顶点至少关联 t 条边，V2 中每个顶点最多关联 t 条边。

平面图：
面（无限面（外部面）、有限面（内部面）），边界，次数
所有面的次数之和是边的两倍 （边和面的关系）
极大平面：连通图、n 大于等于 3 阶平面图是极大平面图的充分必要条件是**它的每个面次数都为 3.**
欧拉公式：G 为连通平面图，则 n-m+r=2 n 为 G 的顶点数，m 为边数，r 为面数**（顶点、边、面数的关系）**
G 具有 k 个连通分支的平面图：n-m+r=k+1
证明连通平面图，边和顶点的关系，如何证明？
利用平面图边和面数的关系以及欧拉公式联合证明。

给定连通平面图, 有 m 条边, n 个顶点, 且每个面的次数至少为 l ($l \geq 3$), 则 $m \leq \frac{l}{l-2}(n-2)$