

In[4560]:= "Условие"

```
f[x_, y_] = 8 x^2 + 8 * x^6 + 32 * x^3 * y^2 + 32 * x * y^3 + 8 * y^4 + 8 * y^6;  
g1[x_, y_] = 2 - x^4 - 6 * x^6 - 4 * x^2 * y - 7 * y^2 - 24 * x^3 * y^3 - 11 * y^6;  
g2[x_, y_] =  
  2 - 7 * x^2 - 7 * x^4 - 20 * x * y^2 - 28 * x^2 * y^3 - 5 * y^4 - 8 * y^6;  
g3[x_, y_] = 3 - 10 * x^4 - 2 * x^6 + 8 * x^3 * y^2 +  
  40 * x^2 * y^3 - 5 * y^4 - 20 * y^6;
```

"Первая часть"

"Точки, подозрительные на экстремумы"

```
S = N[Solve[D[f[x, y], x] == 0 && D[f[x, y], y] == 0, {x, y}, Reals]]  
[... решит... дифференцировать дифференцировать множество действительных чисел  
r1 = S[[1]];  
r2 = S[[2]];  
r3 = S[[3]];
```

Out[4560]= Условие

Out[4565]= Первая часть

Out[4566]= Точки, подозрительные на экстремумы

Out[4567]= {{x → 0., y → 0.}, {x → -2.15369, y → 2.09935}, {x → -0.16352, y → 0.409174}}

```
In[4571]:= g1[x, y] /. r1  
g2[x, y] /. r1  
g3[x, y] /. r1
```

Out[4571]= 2.

Out[4572]= 2.

Out[4573]= 3.

```
In[4574]:= g1[x, y] /. r2  
g2[x, y] /. r2  
g3[x, y] /. r2
```

Out[4574]= 588.519

Out[4575]= -1974.85

Out[4576]= -856.553

```
In[4577]:= g1[x, y] /. r3  
g2[x, y] /. r3  
g3[x, y] /. r3
```

Out[4577]= 0.739009

Out[4578]= 2.12638

Out[4579]= 2.82621

In[4580]:= "Отбрасываем r2 в силу того, что g2(r2) < 0"

Out[4580]= Отбрасываем r2 в силу того, что g2(r2) < 0

```
In[4581]:= a = Derivative[2, 0][f][x, y] /. r1
           |производная
```

```
b = Derivative[1, 1][f][x, y] /. r1
           |производная
```

```
c = Derivative[0, 2][f][x, y] /. r1
           |производная
```

```
Out[4581]= 16.
```

```
Out[4582]= 0.
```

```
Out[4583]= 0.
```

```
In[4584]:= Solve[(a - x)(c - x) - b^2 == 0, Reals]
           |решить уравнения |множест
```

```
Out[4584]= {{x -> 0}, {x -> 16.}}
```

```
In[4585]:= "Требуется доп. исследования:"
           "f(r1):"
           f[x, y] /. r1
           "r1:"
           r1
           "Локальный минимум:"
           FindMinimum[f[x, y], {{x, 1}, {y, 1}}]
           |найти минимум
```

"r1 совпадает с результатом работы функции,  
которая ищет локальный минимум в заданной окрестности, значит r1 нам подходит"

```
Out[4585]= Требуется доп. исследования:
```

```
Out[4586]= f(r1):
```

```
Out[4587]= 0.
```

```
Out[4588]= r1:
```

```
Out[4589]= {x -> 0., y -> 0.}
```

```
Out[4590]= Локальный минимум:
```

```
Out[4591]= {1.49678 × 10-29, {x -> -1.18209 × 10-26, y -> 3.69843 × 10-8}}
```

```
Out[4592]= r1 совпадает с результатом работы функции, которая ищет
           локальный минимум в заданной окрестности, значит r1 нам подходит
```

```
In[4593]:= 0.`
```

```
Out[4593]= 0.
```

```
In[4594]:= a = Derivative[2, 0][f][x, y] /. r3
           |производная
```

```
b = Derivative[1, 1][f][x, y] /. r3
           |производная
```

```
c = Derivative[0, 2][f][x, y] /. r3
           |производная
```

```
Out[4594]= 10.9152
```

```
Out[4595]= 18.1733
```

```
Out[4596]= 9.67379
```

```
In[4597]:= Solve[(a - x)(c - x) - b^2 == 0, Reals]
           |решить уравнения |множест
```

```
Out[4597]= {{x -> -7.8894}, {x -> 28.4784}}
```

```
In[4598]:= "r3 не является экстремумом, так как собственные
           значения матрицы второго дифференциала имеют различные знаки"
```

```
Out[4598]= r3 не является экстремумом, так как собственные
           значения матрицы второго дифференциала имеют различные знаки
```

```
In[4599]:= res = {r1}
```

```
Out[4599]= {{x -> 0., y -> 0.}}
```

```
In[4600]:= "Вторая часть"
```

```
Out[4600]= Вторая часть
```

```
In[4601]:= L1[x_, y_, l1_] = f[x, y] - l1 * g1[x, y];
           L2[x_, y_, l2_] = f[x, y] - l2 * g2[x, y];
           L3[x_, y_, l3_] = f[x, y] - l3 * g3[x, y];
```

```
In[4604]:= S1 = N[Solve[D[L1[x, y, l1], x] == 0 && D[L1[x, y, l1], y] == 0 && g1[x, y] == 0, Reals]]
           |...|решить...|дифференцировать |дифференцировать |множеств
```

```
Out[4604]= {{l1 -> -0.154312, x -> -1.69713, y -> 381509.},
           {l1 -> -0.165883, x -> -1.6366, y -> -26789.1}, {l1 -> -5.03786, x -> -1.16183, y -> 1.01304},
           {l1 -> -2.05563, x -> -0.81287, y -> -0.0861754},
           {l1 -> 0.693048, x -> -0.39031, y -> 0.489026}, {l1 -> -0.1415, x -> 0.202867, y -> -0.520147}}
```

```
In[4605]:=
```

```
"Подходят:"
```

```
Out[4605]= Подходят:
```

```
In[4606]:= For[i = 1, i < 6, i++, If[(g1[x, y] /. S1[[i]]) >= 0 &&
           |цикл для |условный оператор
           (g2[x, y] /. S1[[i]]) >= 0 && (g3[x, y] /. S1[[i]]) >= 0, Print[S1[[i]]]]
           |печатать
```

```
In[4607]:= "Ничего не подходит :C"
           |генерируемая константа
```

```
Out[4607]= Ничего не подходит :C
```

$$\text{In[460]:= S2 = N[Solve[D[L2[x, y, 12], x] == 0 \&\& D[L2[x, y, 12], y] == 0 \&\& g2[x, y] == 0, Reals]]$$

```

In[4624]:= {{x → -10.317940399107684`}, {x → -1.4485483379932693`}}
Out[4624]= {{x → -10.3179}, {x → -1.44855}}

In[4625]:= "r22 -- точка условного максимума"
AppendTo[res, r21];
добавить в конец к
AppendTo[res, r22];
добавить в конец к

Out[4625]= r22 -- точка условного максимума

In[4628]:= S3 = N[Solve[D[L3[x, y, l3], x] == 0 && D[L3[x, y, l3], y] == 0 && g3[x, y] == 0, Reals]]
... решит... дифференцировать дифференцировать множества
"Подходят:"
For[i = 1, i < 4, i++, If[(g1[x, y] /. S3[[i]]) >= 0 &&
цикл для условный оператор
(g2[x, y] /. S3[[i]]) ≥ 0 && (g3[x, y] /. S3[[i]]) ≥ 0, Print[S3[[i]]]]
печатаь

Out[4628]= {{13 → -1.20454, x → -0.721961, y → 1.81899 × 10-11},
{13 → -1.20454, x → 0.721961, y → -1.16415 × 10-10},
{13 → 6.91711, x → -0.967251, y → 0.912744},
{13 → -0.644145, x → -0.590377, y → -0.429219},
{13 → -1.08696, x → -0.320776, y → -0.616834},
{13 → -0.104537, x → 0.308434, y → -0.630535},
{13 → -1.31884, x → 0.717851, y → -0.209447},
{13 → 0.122659, x → 3.26107, y → 5.49557 × 1016}}

Out[4629]= Подходят:

In[4631]:=
"Ничего не подходит :C"
ген

Out[4631]= Ничего не подходит :C

In[4632]:= "Третья часть"
Out[4632]= Третья часть

In[4633]:= Sg1 = N[Solve[g2[x, y] == 0 && g3[x, y] == 0, {x, y}, Reals]]
... решить уравнения множества

Out[4633]= {{x → -0.642427, y → -0.358268}, {x → -0.426061, y → 0.758779},
{x → 0.0173003, y → 0.678192}, {x → 0.0183767, y → -0.677853}}

In[4634]:= g1[x, y] /. Sg1[[]]
Out[4634]= {0.784949, -3.93845, -2.29076, -2.28253}

In[4635]:= AppendTo[res, Sg1[[1]]]; res
добавить в конец к

Out[4635]= {{x → 0., y → 0.}, {12 → -0.906703, x → 0.481586, y → -4.09273 × 10-12},
{12 → -0.906703, x → -0.481586, y → -1.59162 × 10-11}, {x → -0.642427, y → -0.358268}}

In[4636]:= Sg2 = N[Solve[g1[x, y] == 0 && g3[x, y] == 0, {x, y}, Reals]]
... решить уравнения множества

Out[4636]= {{x → -0.728334, y → 0.249288}, {x → -0.516133, y → -0.501336},
{x → 0.440888, y → -0.579673}, {x → 0.73671, y → 0.192478}}

```

In[4637]:=

 $g2[x, y] /. Sg2[[]]$ Out[4637]=  $\{-3.02917, 2.72997, -2.39605, -4.52267\}$ In[4638]:= **AppendTo[res, Sg2[[2]]];**[добавить в конец к](#)In[4639]:= **Sg3 = N[Solve[g1[x, y] == 0 && g2[x, y] == 0, {x, y}, Reals]]**[... решить уравнения](#)[множеств](#)Out[4639]=  $\left\{ \left\{ x \rightarrow -0.704468, y \rightarrow -0.413061 \right\}, \left\{ x \rightarrow -0.584527, y \rightarrow 0.442715 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow 0.218958, y \rightarrow 0.494413 \right\}, \left\{ x \rightarrow 0.232129, y \rightarrow -0.524269 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow 2.03995, y \rightarrow -0.275726 \right\}, \left\{ x \rightarrow 10.9241, y \rightarrow -1.22184 \times 10^{23} \right\} \right\}$ In[4640]:=  $g3[x, y] /. Sg3[[]]$ Out[4640]=  $\{-1.82847, 2.28291, 2.6382, 1.89455, -312.661, -6.65436 \times 10^{139}\}$ In[4641]:= **AppendTo[res, Sg3[[2]]]; AppendTo[res, Sg3[[3]]]; AppendTo[res, Sg3[[4]]]**[добавить в конец к](#)[добавить в конец к](#)[добавить в конец к](#)Out[4641]=  $\left\{ \left\{ x \rightarrow 0., y \rightarrow 0. \right\}, \left\{ 12 \rightarrow -0.906703, x \rightarrow 0.481586, y \rightarrow -4.09273 \times 10^{-12} \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ 12 \rightarrow -0.906703, x \rightarrow -0.481586, y \rightarrow -1.59162 \times 10^{-11} \right\}, \left\{ x \rightarrow -0.642427, y \rightarrow -0.358268 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow -0.516133, y \rightarrow -0.501336 \right\}, \left\{ x \rightarrow -0.584527, y \rightarrow 0.442715 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow 0.218958, y \rightarrow 0.494413 \right\}, \left\{ x \rightarrow 0.232129, y \rightarrow -0.524269 \right\} \right\}$ In[4642]:= **DeleteDuplicates[res]**[удалить дубликаты](#)Out[4642]=  $\left\{ \left\{ x \rightarrow 0., y \rightarrow 0. \right\}, \left\{ 12 \rightarrow -0.906703, x \rightarrow 0.481586, y \rightarrow -4.09273 \times 10^{-12} \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ 12 \rightarrow -0.906703, x \rightarrow -0.481586, y \rightarrow -1.59162 \times 10^{-11} \right\}, \left\{ x \rightarrow -0.642427, y \rightarrow -0.358268 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow -0.516133, y \rightarrow -0.501336 \right\}, \left\{ x \rightarrow -0.584527, y \rightarrow 0.442715 \right\}, \right.$   
 $\left. \left\{ x \rightarrow 0.218958, y \rightarrow 0.494413 \right\}, \left\{ x \rightarrow 0.232129, y \rightarrow -0.524269 \right\} \right\}$ In[4643]:= **f[x, y] /. res**Out[4643]=  $\{0., 1.9552, 1.9552, 3.86914, 3.89006, 0.544388, 1.90821, 0.242439\}$ In[4644]:= **"Точка минимума:"** $\{x \rightarrow 0., y \rightarrow 0.\}$ **0**

Out[4644]= Точка минимума:

Out[4645]=  $\{x \rightarrow 0., y \rightarrow 0.\}$ Out[4646]= **0**In[4647]:= **"Точка максимума:"** $\{x \rightarrow -0.51613307489132, y \rightarrow -0.5013364334655184\}$ **3.890057794807422**

Out[4647]= Точка максимума:

Out[4648]=  $\{x \rightarrow -0.516133, y \rightarrow -0.501336\}$ Out[4649]= **3.89006**

In[4650]:=