Заметка к видео с частью лекции

1 Доказательство того, что на поведение ДПТ при повороте его ротора П-регулятором состояния на желаемый угол θ_w оказывает влияние только вид матрицы F (в частности ее характеристический полином)

Описывать состояние двигателя постоянного тока в указанной в заголовке ситуации можно как с помощью его вектора состояния $x = [\theta \ \omega \ I]^T$, так и с помощью ошибки e, определяемой из выражения:

$$e = x_w - x = \begin{bmatrix} \theta_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Это обусловлено тем, что, например, если значение вектора e будет известно в момент времени t_1, то найти значение вектора x в этот же момент времени можно обычной разностью:

$$x = x_w - e. \tag{2}$$

Подставим в модель вход-состояние-выход ДПТ:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{3}$$

уравнение, описывающее работу П-регулятора состояния:

$$u = Ke. \tag{4}$$

В итоге получим:

$$\dot{x} = Ax + BKe. \tag{5}$$

Продифференцируем выражение (1) по времени, и с учетом того, что $x_w = const$, получим:

$$\dot{e} = \dot{x}_w - \dot{x} = -\dot{x}. \tag{6}$$

Подставим в результат уравнение (5):

$$\dot{e} = -Ax - BKe. \tag{7}$$

Добавим и вычтем к/из правой части последнего выражение Ax_w — в результате получим:

$$\dot{e} = Ax_w - Ax - BKe - Ax_w = A(x_w - x) - BKe - Ax_w = Ae - BKe - Ax_w = \\ = (A - BK)e - Ax_w = Fe - Ax_w. \tag{8}$$

С учетом того, что

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

и содержания вектора x_w выражение (8) может быть преобразовано к виду:

$$\dot{e} = Fe - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = Fe - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = Fe, \tag{10}$$

который наглядно позволяет увидеть тот факт, что поведение вектора e, а значит и x (см. (2)), определяется исключительно матрицей F.