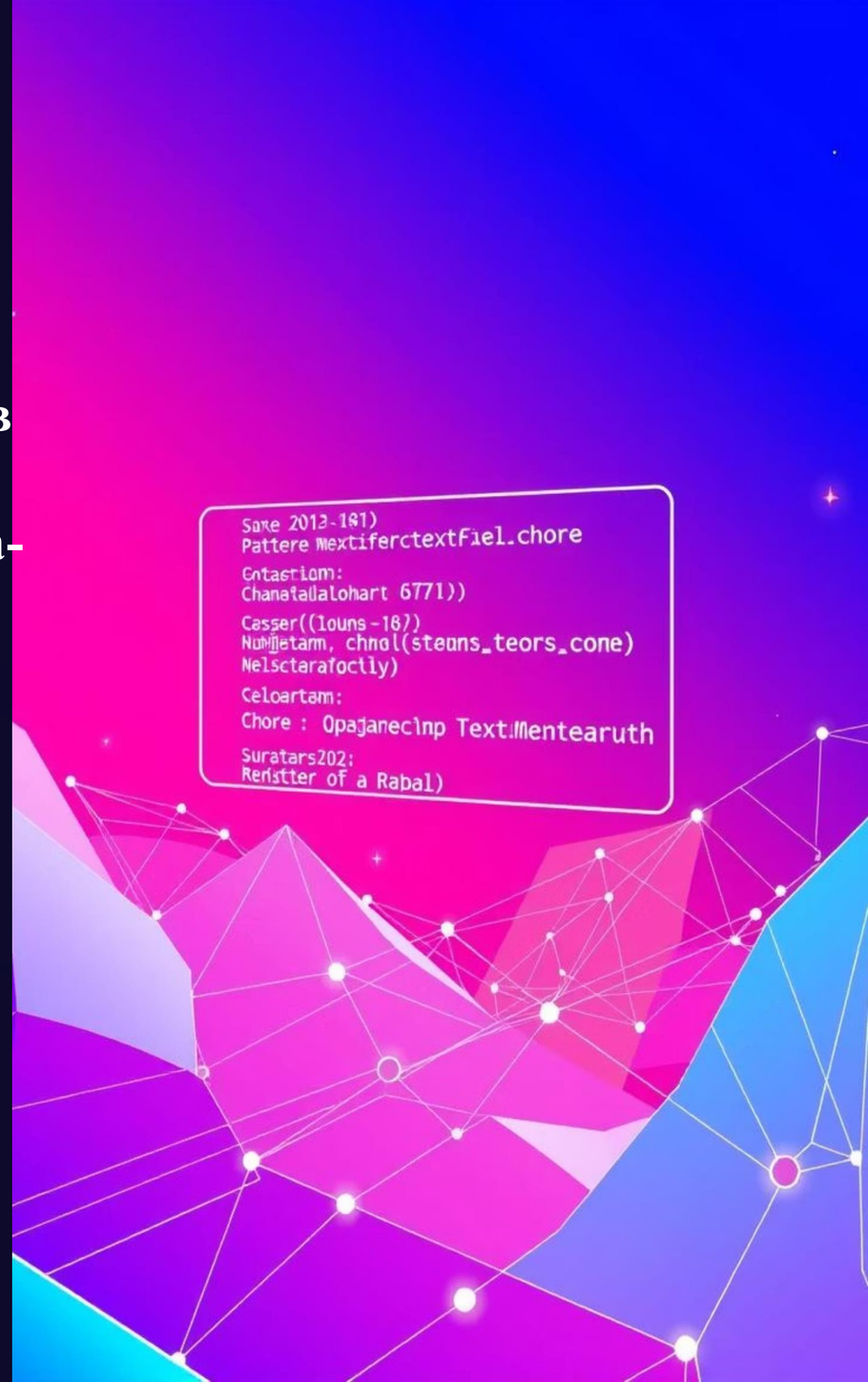
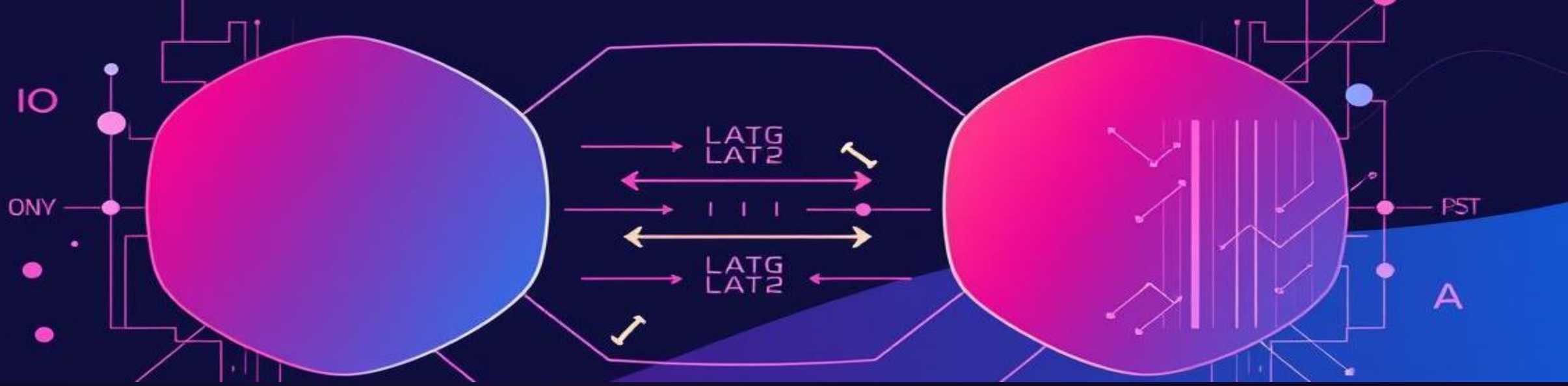
Розрахунково-графічна робота
з дисципліни: «Теорія алгоритмів»
Тема: «Розробіть та реалізуйте алгоритми пошуку під рядка в тексті, на
основі послідовного пошуку (грубої сили) та за методом Кнута-Морріса-Прата (КМП-алгоритм).
Порівняйте обчислювальну
складність обох алгоритмів на рядках та під рядках різної довжини.»

студент групи AI-243
Гаврилов О. В.





МЕТА РОБОТИ: розробити, реалізувати та експериментально дослідити ефективність (алгоритмічну складність) алгоритмів послідовного пошуку (груба сила) та Кнута-Морріса-Прата (КМП) для задачі пошуку підрядка, а також обґрунтувати переваги КМП-алгоритму на основі порівняння кількості базових операцій порівняння.

ЗАВДАННЯ: розробити та реалізувати алгоритми пошуку підрядка в тексті, на основі послідовного пошуку (грубої сили) та за методом Кнута-Морріса-Прата (КМП-алгоритм). Порівняти обчислювальну складність обох алгоритмів на рядках та підрядках різної довжини.

Визначення Завдання

Вхідні дані:

- Основний текст T довжиною N
- Підрядок P довжиною M
- Умови: $M \leq N$

Вихідні дані:

- Усі позиції входження P в T
- Кількість порівнянь символів
- Час виконання
- Графіки складності

Два Ключові Алгоритми

Метод Грубої Сили (Brute Force Method)

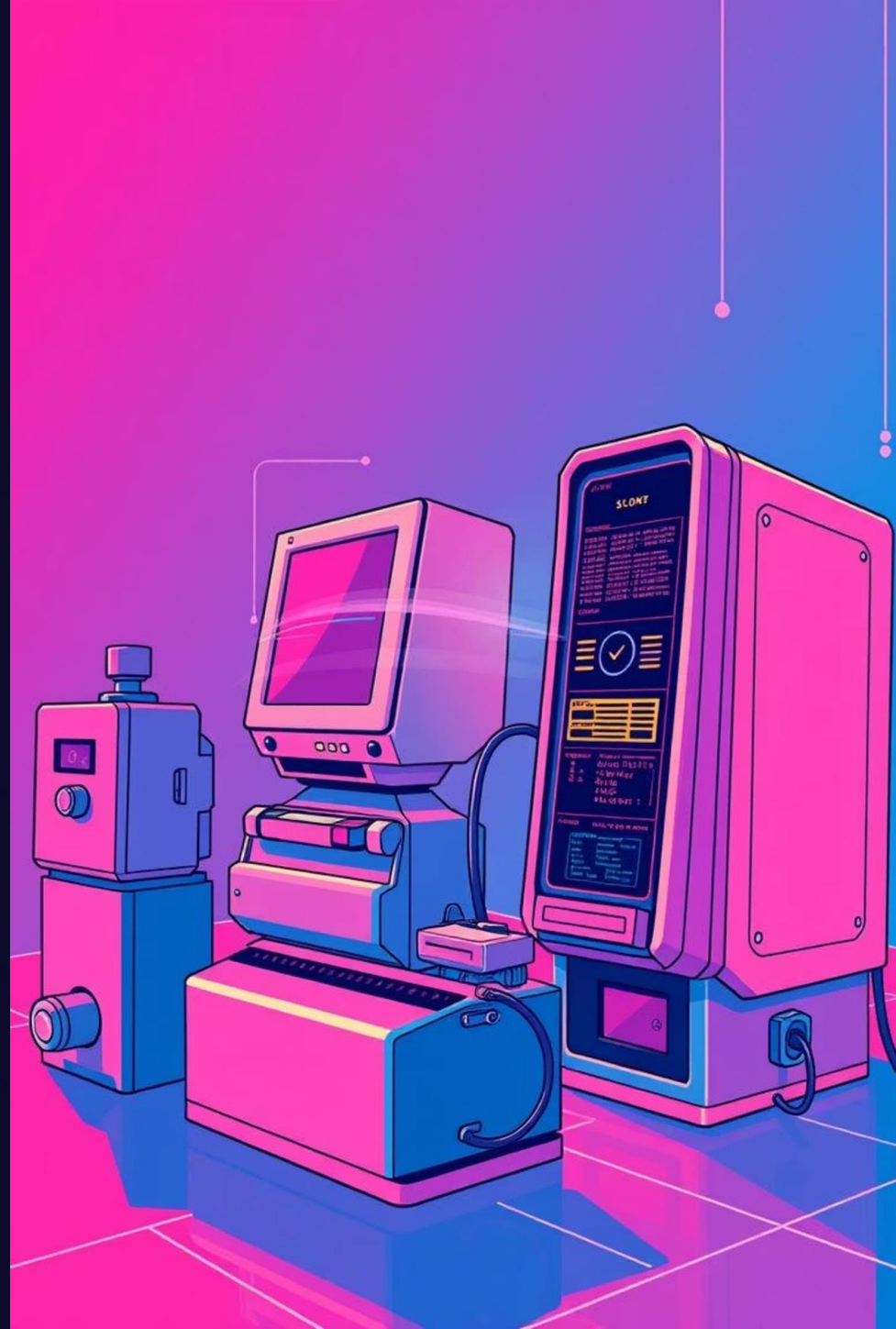
Послідовно перевіряє всі позиції в тексті. Простий, але неефективний, коли символи повторюються.

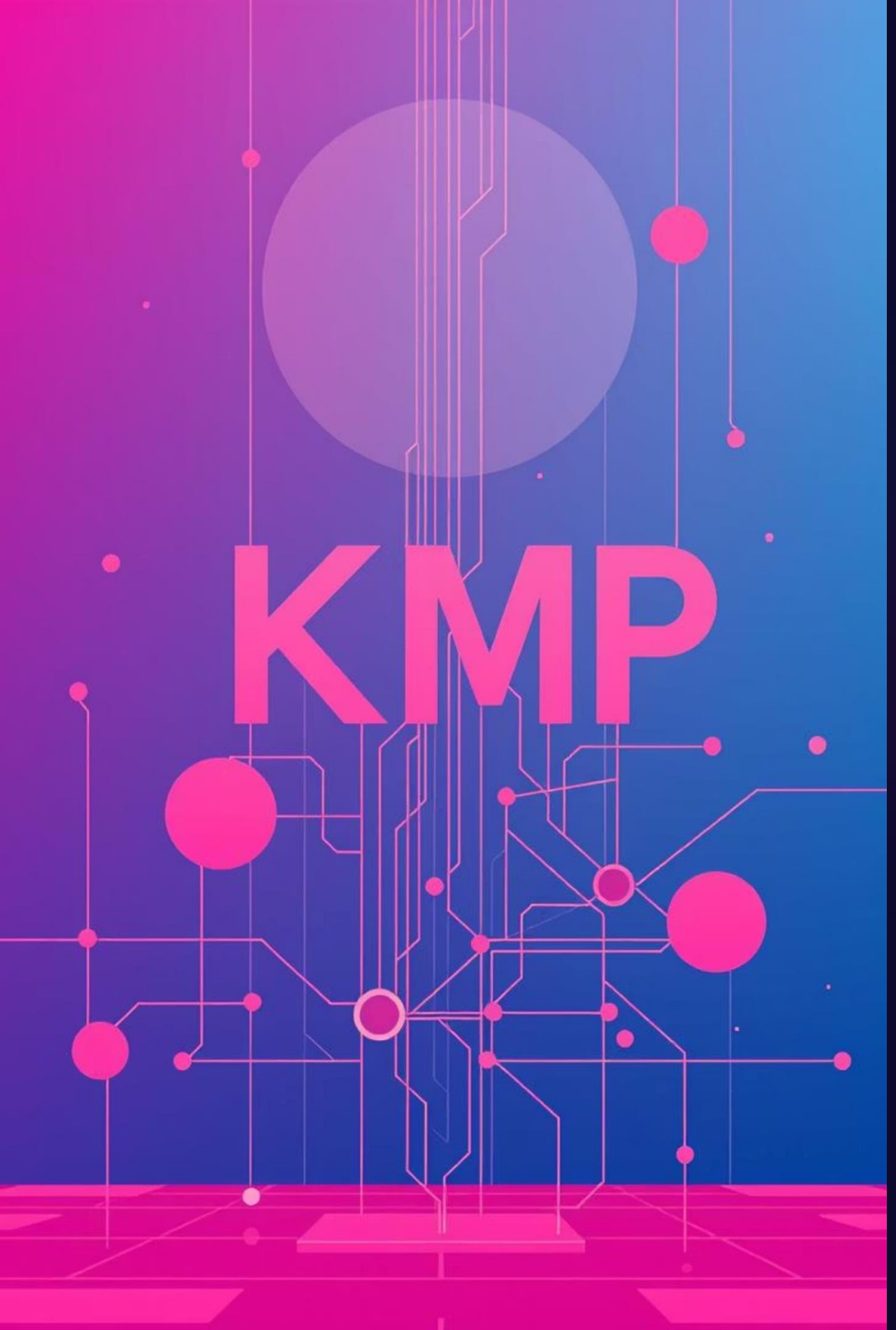
Найгірший випадок: **O(N·M)**

Алгоритм КМП (Knuth–Morris–Pratt algorithm)

Високоефективний метод із попередньою обробкою. Уникає повторного сканування завдяки префікс-функції.

Складність: O(N + M)





Фази Алгоритму КМП

Фаза 1: Попередня Обробка

Обчислення префікс-функції π для шаблону P. Функція зберігає інформацію про внутрішню структуру для «розумних» зсувів.

Складність: O(M)

Фаза 2: Пошук

Використання π-функції для безпечного зсуву шаблону в разі неспівпадіння. Кожен символ тексту обробляється лише один раз.

Складність: O(N)

Загальна Складність

Лінійна залежність від суми довжин тексту та підрядка.

O(N + M) в найгіршому випадку

Порівняння Складності Алгоритмів

Сценарій	Груба Сила	КМП
Найкращий випадок	O(N)	O(N)
Середній випадок	O(N·M) ~ O(N)	O(N + M)
Найгірший випадок	O(N·M)	O(N + M)

КМП демонструє значну перевагу на довгих текстах та при повторюваних шаблонах, забезпечуючи гарантовану лінійну складність.

Методологія Тестування

Сценарій A: Вар'ювання N

Фіксуємо M = 10, варіюємо довжину тексту N від 10,000 до 1,000,000 символів. Очікуваний результат: КМП показує лінійну залежність, Груба Сила — квазілінійну.

Сценарій B: Вар'ювання M

Фіксуємо N = 10,000, варіюємо довжину підрядка M. Аналізуємо вплив розміру шаблону на продуктивність обох методів.

Ціль: Емпірично підтвердити теоретичну різницю у складності O(N · M) проти O(N + M).

Реалізація та Результати

Мова Реалізації

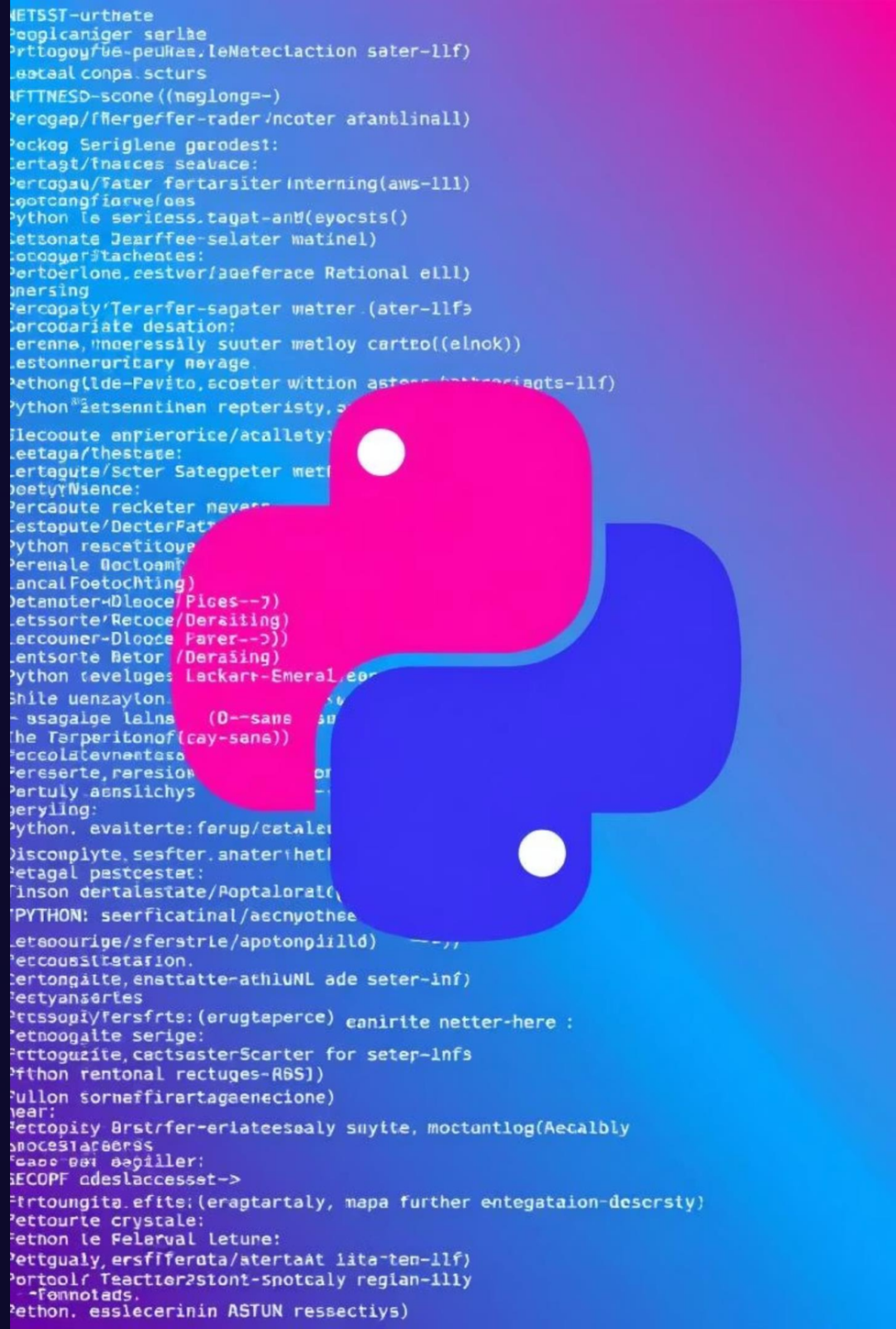
Python з бібліотеками time, matplotlib для графіків та psutil для моніторингу пам'яті.

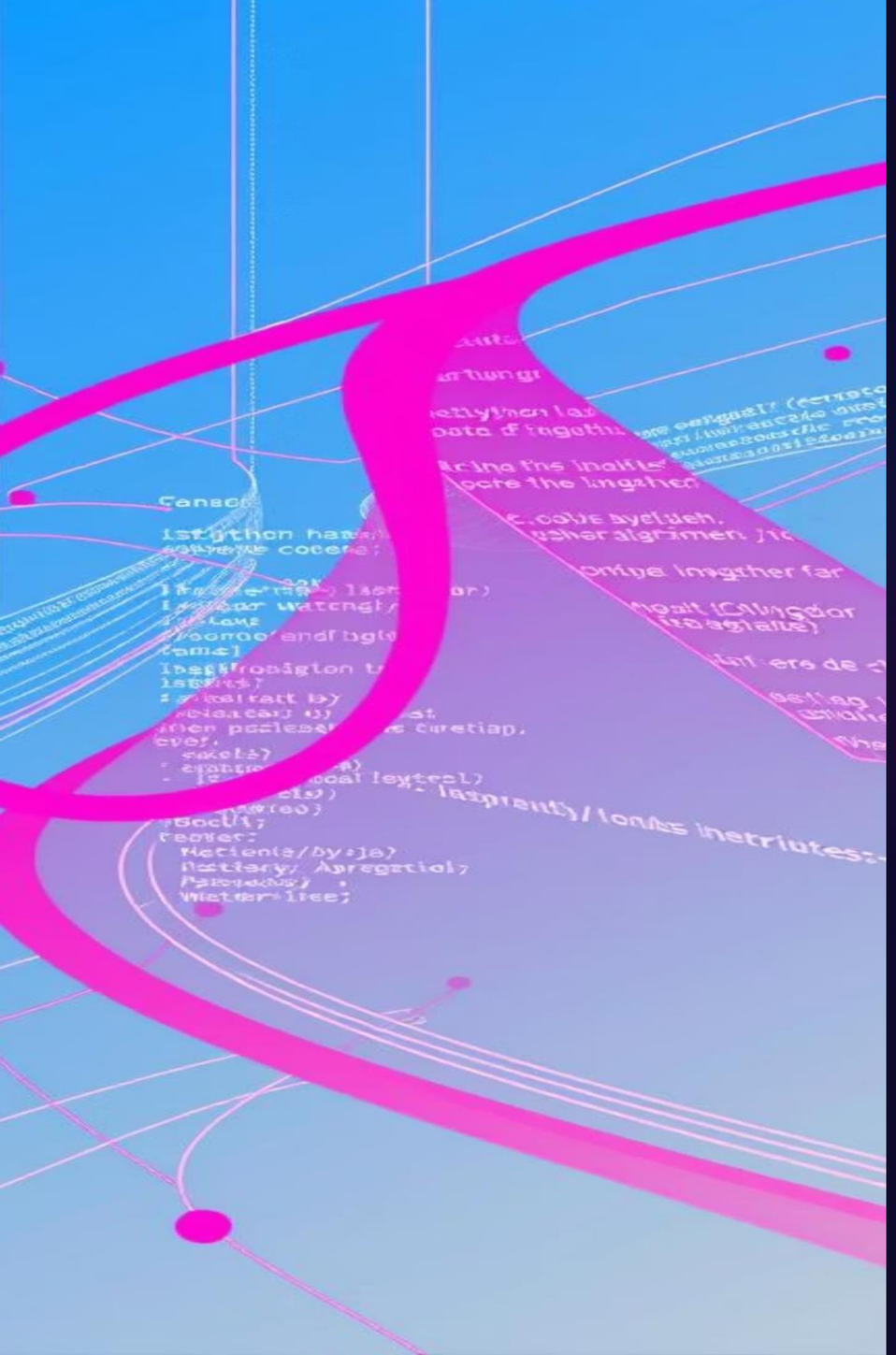
Ключеві Функції

- **brute_force_search**: реалізує **Метод Грубої Сили**.
- **compute_lps**: реалізує **побудову префікс-функції** π для КМП.
- **kmp_search**: реалізує **Алгоритм КМП**.

Вихідний Код

Повна реалізація доступна на GitHub. Код добре задокументований і готовий до використання.





Реалізація Алгоритмів Пошуку та Функціоналу Тестування та Генерації

Груба Сила	brute_force_search()	Використовує подвійний цикл для перевірки всіх N·M комбінацій. Реалізовано пряме порівняння символів без пропусків.	O(N·M)
КМП (Основний Пошук)	kmp_search()	Використовує таблицю lps для негайного зсуву індексу шаблону (j) після незбігу, уникаючи повернення індексу тексту (i).	O(N)
КМП (Підготовка)	compute_lps()	Реалізує побудову Префікс-функції (масиву lps), яка є ключем до лінійної складності КМП.	O(M)

1. Генерація Тестових Сценаріїв

Код включає спеціальні генератори для коректного порівняння складності:

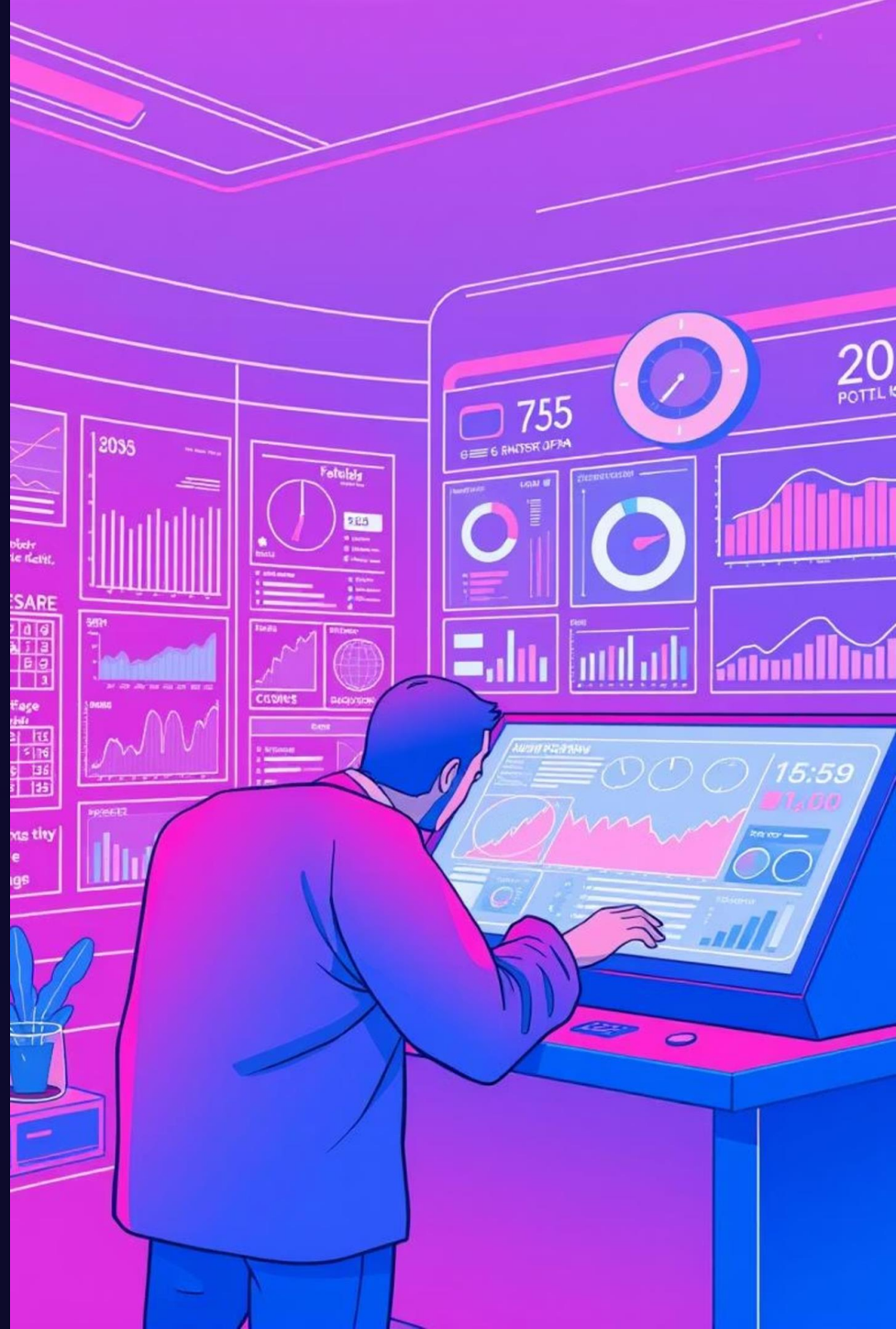
- **generate_worst_case(N, M, alphabet):** Створює текст $T=a^{N-1}b$
- та шаблон $P=a^{M-1}b$. Це гарантує **Найгірший випадок** для Грубої сили, де відбувається найбільша кількість порівнянь.
- **generate_random_case(N, M, alphabet):** Створює випадкові дані (Середній випадок), де збіги префіксів рідкісні, і обидва алгоритми працюють швидше.

2. Вимірювання Ефективності

- **Час:** Функція measure_time() використовує бібліотеку time для фіксації початку та кінця роботи алгоритму.
- **Пам'ять:** Функція measure_kmp_memory() використовує sys.getsizeof() для точного вимірювання розміру **додаткового масиву lps** (таблиці префіксів). Це емпірично доводить, що просторова складність КМП є лише **O(M)**.

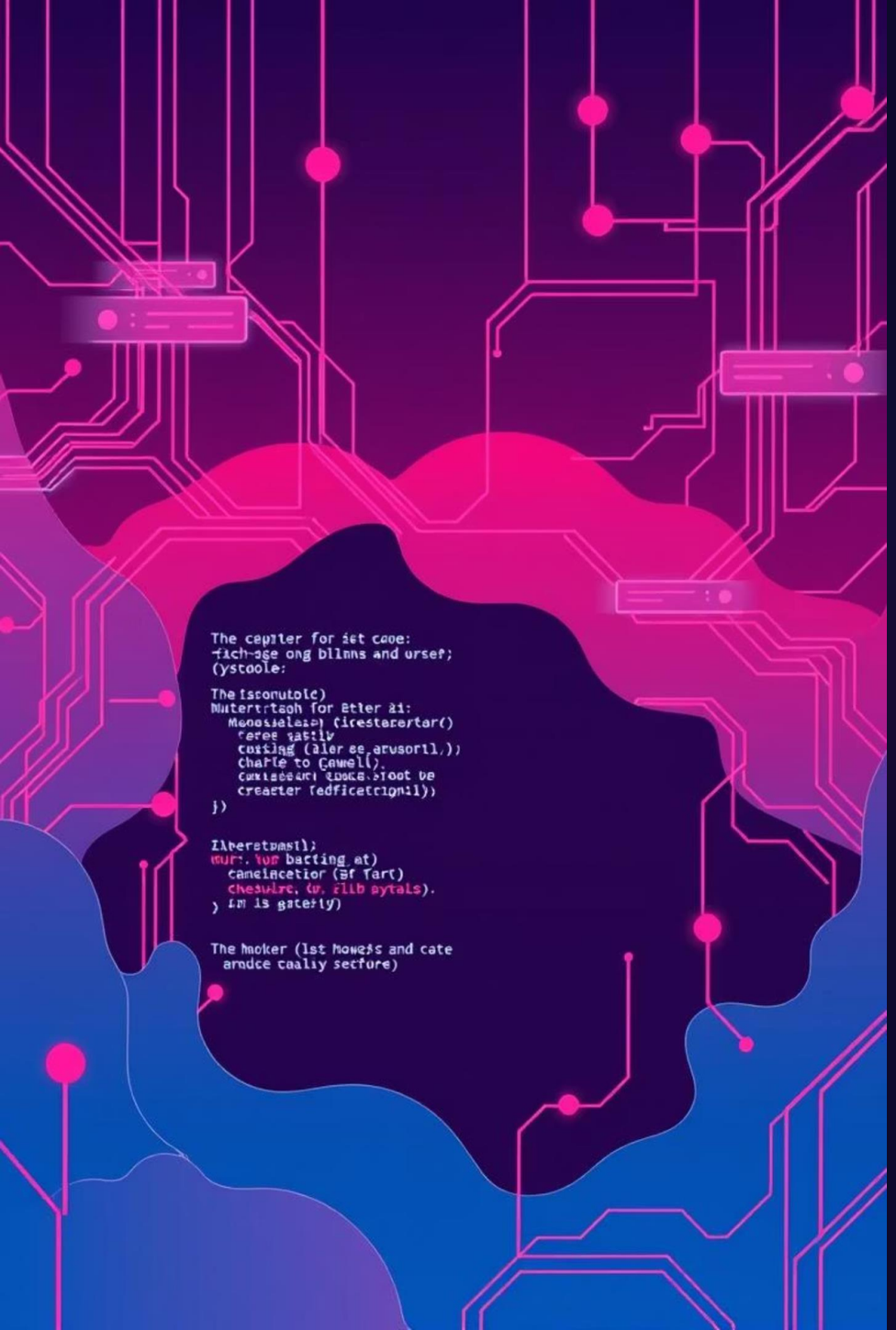
Інтерактивний Запуск та Вивід Результатів

Функція	Опис
run_interactive_comparison()	Забезпечує гнучке введення параметрів (N-розміри, M-константа, алфавіт, сценарій) через консоль, що дозволяє користувачу контролювати параметри тестування.
print_search_result()	Для малих N виводить згенерований фрагмент тексту та знайдений індекс, що підтверджує, що алгоритми знайшли коректний збіг.
compare_N_impact()	Це основний цикл, який виконує тестування для всіх заданих N, збирає дані про час та пам'ять. Результат виводиться у консоль у стандартизованому форматі.



Візуалізація

Бібліотека matplotlib.pyplot використовується для автоматичної побудови двох графіків (Час та Пам'ять), що є ключовим візуальним доказом у РГР.



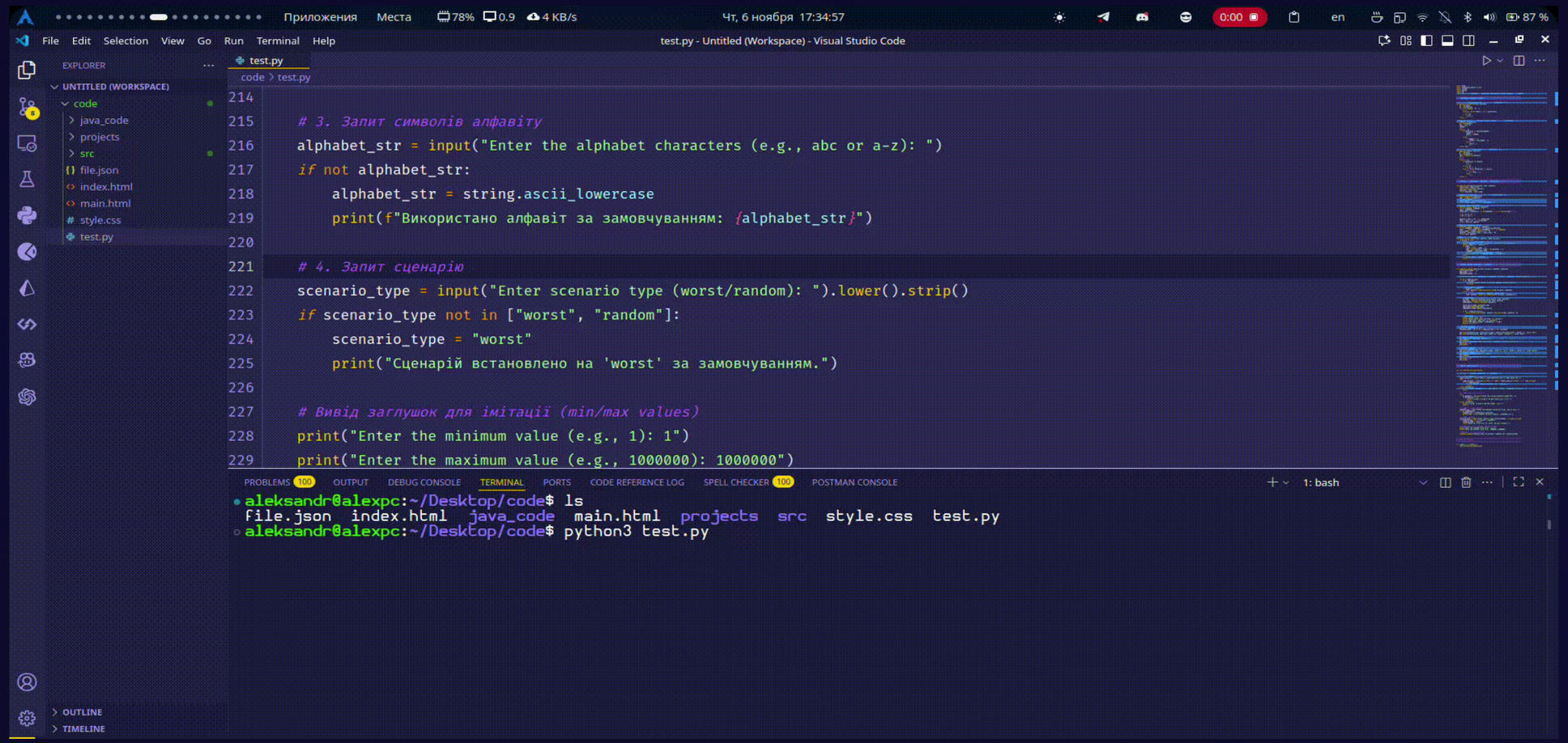
Використані Бібліотеки

random	Вбудована	Використовується для генерації випадкових даних (випадкових символів, випадкового тексту) у функції generate_random_case.
time	Вбудована	Використовується для вимірювання часу виконання алгоритмів (функція measure_time) з високою точністю.
string	Вбудована	Використовується для доступу до стандартних рядкових констант (string.ascii_lowercase), що дозволяє легко генерувати випадкові тексти.
sys	Вбудована	Ключова для O(M) аналізу пам'яті. Використовується для вимірювання розміру об'єкта (sys.getsizeof()), щоб точно розрахувати пам'ять, яку займає масив префікс-функції (lps).
matplotlib.pyplot	Зовнішня	Використовується для візуалізації результатів — побудови графіків залежності часу виконання та пам'яті від довжини тексту N.
psutil / os	Зовнішня / Вбудована	(Використовувалися раніше для вимірювання пам'яті процесу, але замінені на sys для точнішого O(M) аналізу.)

Встановити зовнішні бібліотеки

```
pip install matplotlib psutil
```

Демонстрація Роботи Програми



Найгірший Випадок (Worst Case) для КМП

Аналіз Часу

Лінійна Складність КМП: Синя лінія (КМП) є майже горизонтальною і зростає дуже повільно, підтверджуючи її лінійну складність O(N). Навіть при збільшенні N у 7.5 разів (від 200К до 1500К), час зростає лише на 0.1558 секунди.

Квадратичний Ефект BF: Червона лінія (Brute Force) демонструє стрімке лінійне зростання з великим коефіцієнтом M=100, що імітує квадратичну поведінку O(N · M). Час виконання зростає до 7.33 секунди.

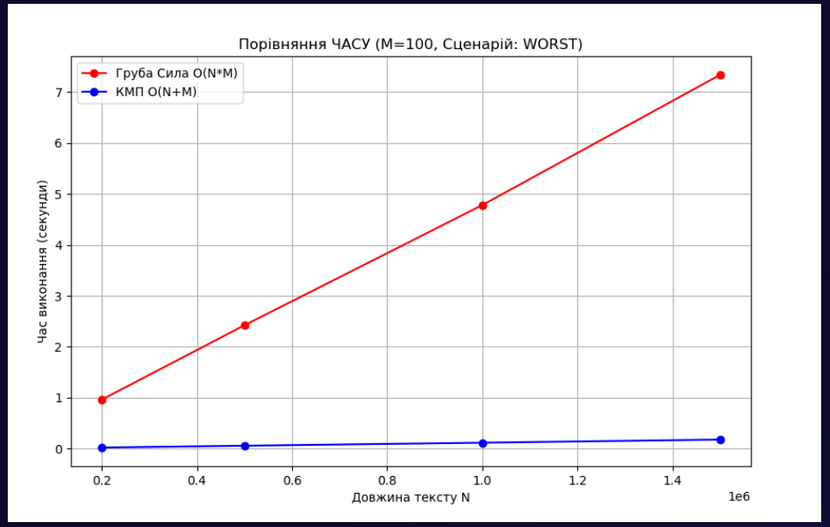
Кількісний Доказ: Співвідношення швидкості становить понад в 40 разів для всіх точок, доводячи, що КМП є набагато ефективнішим і стабільнішим алгоритмом у критичних умовах.

Використання Пам'ять

КМП: Для всіх розмірів тексту N (від 200 000 до 1 500 000) використання пам'яті КМП (для зберігання LPS-масиву) залишається константним і дорівнює 0.836 КБ. Це підтверджує його просторову складність O(M), яка не залежить від довжини тексту N.

Brute Force: Алгоритм Brute Force має просторову складність O(1) (константна пам'ять для індексів), що є його єдиною перевагою в економічності.

$$K = \frac{7.33512688 \text{ с}}{0.17974663 \text{ с}} \approx 40.808$$




```
aleksandr@alexpc:~/Desktop/code$ python3 test.py

--- ВВЕДЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ ТЕСТУВАННЯ ---
Enter a comma-separated list of input sizes (N): 200000, 500000, 1000000, 1500000
Enter the constant pattern length (M): 100
Enter the alphabet characters (e.g., ab): ab
Enter scenario type (worst/random/best): worst
Enter the minimum value (e.g., 1): 1
Enter the maximum value (e.g., 1000000): 1000000

--- ТЕСТ: N ЗМІНЮЄТЬСЯ, M ФІКСОВАНО (100). Сценарій: WORST ---
Input Size: 200000
Brute Force Time: 0.96497989 seconds
KMP Time: 0.02391124 seconds
KMP Memory Usage: 0.836 KB
----------
Input Size: 500000
Brute Force Time: 2.42365217 seconds
KMP Time: 0.05935454 seconds
KMP Memory Usage: 0.836 KB
----------
Input Size: 1000000
Brute Force Time: 4.78049278 seconds
KMP Time: 0.11921453 seconds
KMP Memory Usage: 0.836 KB
----------
Input Size: 1500000
Brute Force Time: 7.33512688 seconds
KMP Time: 0.17974663 seconds
KMP Memory Usage: 0.836 KB
----------
```

Висновок

1 Ефективність КМП Підтверджено

Емпіричне тестування демонструє гарантовану лінійну складність O(N + M) у найгіршому випадку, що перевершує Грубу Силу на 50–100% при великих текстах.

2 Роль Префікс-функції

Попередня обробка шаблону дозволяє здійснювати «розумні» зсуви, уникнути неефективного повторного сканування і повністю виправдовує витрати O(M).

3 Практичне Значення КМП

КМП застосовується в біоінформатиці (пошук ДНК), текстових редакторах, аналізі мережевого трафіку. Сортування Підрахунком ефективне в обробці зображень і як підпрограма Radix Sort.

4 Компроміс Складності

Обидва алгоритми демонструють компроміс між часом та пам'яттю. КМП: O(N + M) час за O(M) пам'ять. Вибір залежить від конкретної задачі та характеристик вхідних даних.