

2 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

2.1 Розрахункові схеми механічної частини електроприводу

Механічна частина електромеханічної системи включає в себе всі пов'язані рухомі маси: двигуна, передавального пристрою і виконавчого механізму машини. До ротора двигуна при швидкості прикладений електромагнітний момент M , під дією якого механічна частина приводиться в рух і на робочому органі машини відбувається передбачена технологією механічна робота. Безпосереднє подання про рухомих масах установки і механічних зв'язків між ними дає кінематична схема електроприводу.

Конкретні кінематичні схеми відрізняються різноманіттям, однак мають і загальні властивості, які можна встановити за допомогою кінематичної схеми електроприводу, представленій на (Рисунок 2.1). Тут двигун через сполучну муфту СМ1, ремінну передачу КРП, ряд зубчатих передач ЗП1, ЗП, і сполучну муфту СМ2 приводить в обертання барабан Б, що перетворює обертальний рух в поступальне переміщення ряду пов'язаних мас. У даній схемі передбачається, що робочим органом механізму є вантажозахватний пристрій, що переміщує вантаж.

Розглянута схема наочно відображає те положення, що в загальному випадку механічна частина електроприводу є системою пов'язаних мас, що рухаються з різними швидкостями обертаючись або поступально. При навантаженні елементи системи (вали, опори, пасові передачі, зубчасті зачеплення, канати і т. д.) деформуються, так як механічні зв'язки не є абсолютно жорсткими. При змінах навантаження маси мають можливість взаємного переміщення, яке при даному збільшенні навантаження визначається жорсткістю зв'язку.

При складанні даної кінематичної схеми прийнято, що механічна частина приводу містить n обертових рухомих зосереджених мас і k поступальних, причому механічна інерція елементів, що пов'язують ці маси, не враховується. Кожен рухомий елемент, що обертається, володіє моментом інерції J_i пов'язаний з $(i + 1)$ -м елементом механічної зв'язкою, яка має жорсткість j . Відповідно кожен елемент що рухається поступально має масу m_j і пов'язаний з наступним механічним зв'язком з жорсткістю c_j . В межах деформацій пружних механічних зв'язків, для яких виконується закон Гука, жорсткості їх можна визначити за допомогою співвідношень

$$c_i = \frac{M_{yi}}{\Delta\varphi_i}, \quad c_j = \frac{F_{yj}}{\Delta S_j}, \quad (2.1)$$

де M_{yi} та F_{yj} — навантаження пружного механічного зв'язку.

$\Delta\varphi_i$ та ΔS_j — деформація пружного механічного зв'язку при поступових і обертових рухах.

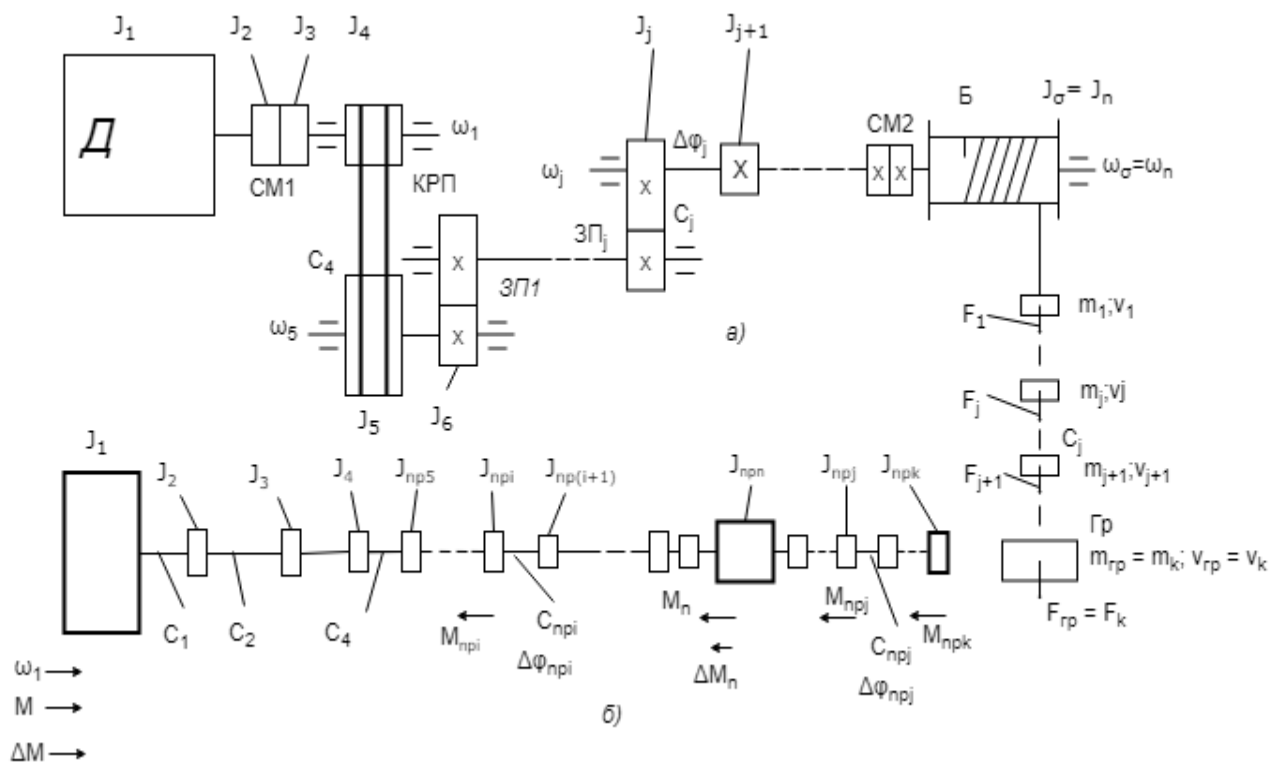


Рисунок 2.1 Кінематична (а) і розрахункова (б) схеми механічної частини електропривода

Маси елементів і жорсткості елементарних зв'язків у кінематичному ланцюзі приводу різні (

Рисунок 2. електропривода

). Визначальний вплив на рух системи надають найбільші маси і найменші жорсткості зв'язків. Тому одним з перших завдань проектування і дослідження електроприводів є складання спрощених розрахункових схем механічної частини, що враховують можливість зневаги пружністю досить жорстких механічних зв'язків і наближеного врахування впливу малих рухомих мас. При цьому слід враховувати, що в зв'язку з наявністю передач різні елементи системи рухаються з різними швидкостями, тому безпосередньо зіставляти їх моменти інерції J_i , маси m_i жорсткості зв'язків c_j , переміщення $\Delta\varphi_i$ ΔS_j неможливо. Як наслідок, для складання розрахункових схем механічної частини електропривода необхідно приведення всіх параметрів елементів кінематичного ланцюга до однієї розрахункової швидкості. Зазвичай найбільшу зручність представляє приведення їх до швидкості двигуна, тому воно використовується у всьому подальшому викладі. Однак слід мати на увазі можливість приведення до швидкості будь-якого елементу. Зокрема, при вирішенні ряду завдань виявляється корисним приведення до швидкості механізму, особливо при поступальному русі його органу.

Умовою відповідності наведеної розрахункової схеми реальної механічної системі є виконання закону збереження енергії. При приведенні необхідно забезпечити збереження запасу кінетичної і потенційної енергії системи, а також елементарної

роботи всіх діючих в системі сил і моментів на можливих переміщеннях. Відповідно при приведенні моменту інерції елемента системи, що обертається зі швидкістю ω_i або маси, що поступально рухається зі швидкістю v_j до розрахункової швидкості ω_1 необхідно щоб виконувались умови.

$$(W_{ki}) = \frac{J_{\text{прі}} \omega_1^2}{2} = W_{ki} = \frac{J_i \omega_i^2}{2} \quad (2.2)$$

$$(W_{kj}) = \frac{J_{\text{прj}} \omega_1^2}{2} = W_{kj} = \frac{m_j v_j^2}{2} \quad (2.3)$$

Звідки отримаємо формули приведення

$$J_{\text{прі}} = \frac{J_i}{i_{1i}^2}; J_{\text{прj}} = m_j \rho_{1j}^2 \quad (2.4)$$

де $i_{1i} = \omega_1 / \omega_i$ — відношення від валу приведення до i -го валу;
 $\rho_{1j} = v_j / \omega_1$ — радіус приведення до валу зі швидкістю ω_1 .

2.2 Рівняння руху електроприводу

Механічна частина електропривода являє собою систему твердих тіл, на рух яких накладено обмеження, які визначаються механічними зв'язками. Рівняння механічних зв'язків встановлюють співвідношення між переміщеннями в системі, а в тих випадках, коли задаються співвідношення між швидкостями її елементів, відповідні рівняння зв'язків зазвичай інтегруються. Число незалежних змінних - узагальнених координат, що визначають положення системи, - дорівнює числу ступенів свободи системи. Відомо, що найбільш загальною формою записи диференціальних рівнянь руху таких систем є рівняння руху в узагальнених координатах (рівняння Лагранжа)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W_k}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.4)$$

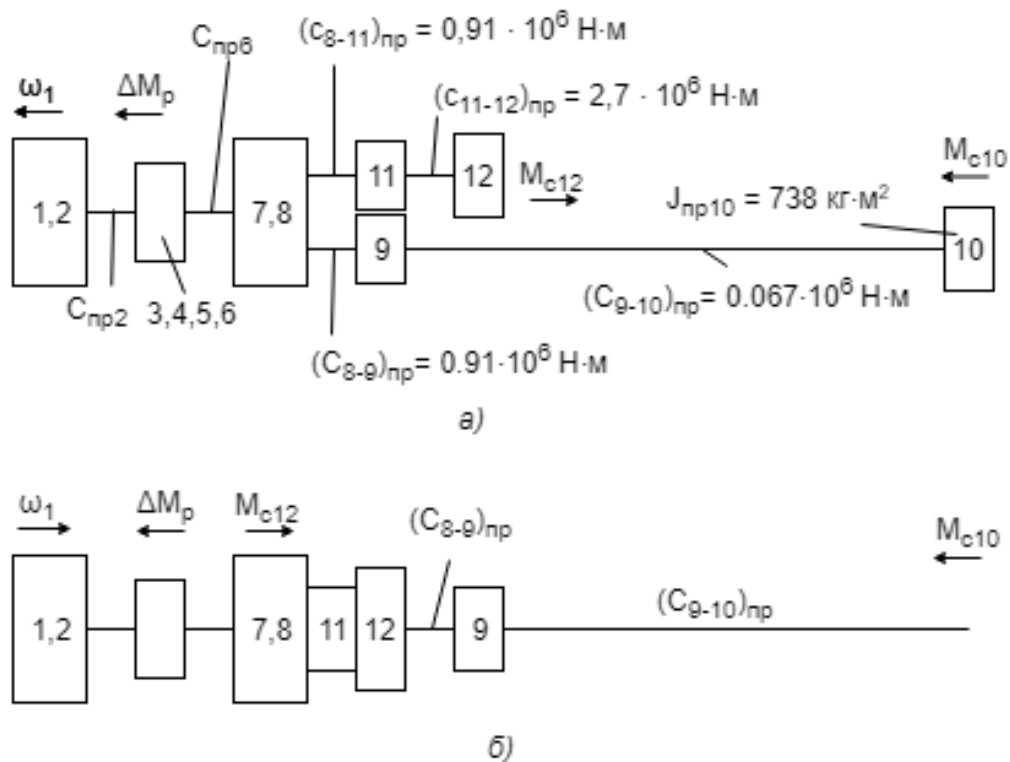


Рисунок 2.2 — Вихідна розрахункова схема механічної частини

де W_k — запас кінетичної енергії системи, виражений через узагальнені координати узагальненої швидкості; Q_i — узагальнення сила, яка визначається сумою елементарних робіт всіх діючих сил на можливому переміщенні або

$$\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q'_i \quad (2.5)$$

Де L — функція Лагранжа; Q' — узагальнена сила, що визначається сумою елементарних робіт на можливому переміщенні;

Функція Лагранжа являє собою різницю кінетичної W_k та потенційної W_n енергій системи.

У якості узагальнених координат можуть бути прийняті як різні кутові, так і лінійні переміщення в системі. Тому при математичному описі динаміки механічної частини приводу за допомогою рівнянь Лагранжа попереднього приведення її елементів до однієї швидкості не потрібно. Однак, як було зазначено, до виконання операції приведення в більшості випадків неможливо кількісно зіставляти між собою різні маси системи (Рисунок 2.3) і жорсткості зв'язків між ними, отже, неможливо виділити головні маси і головні пружні зв'язки, що визначають мінімальне число ступенів свободи системи, що підлягає врахуванню при проектуванні. Тому складання наведених розрахункових механічних схем і їх можливе спрощення є першим важливим етапом розрахунку складних електромеханічних систем електроприводу незалежно від способу отримання їх математичного опису.

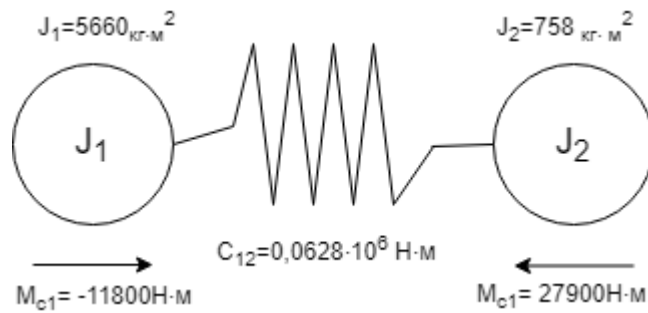


Рисунок 2.3 — Двомасова розрахункова схема механічної частини

Для визначення узагальненої сили Q' необхідно обчислити елементарну роботу всіх прикладених до першої маси моментів на можливе переміщення:

$$\delta A_1 = (M - M_{c1}) \delta \varphi_1 \quad (2.6)$$

$$Q'_1 = M - M_{c1} \quad (2.7)$$

Отримаємо наступну систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} M - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - M_{c1} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - M_{c2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - M_{c3} &= J_3 \frac{d\omega_3}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

В (2.8) пропорційні деформації пружних зв'язків моменти є моментами пружної взаємодії між масами що рухаються

$$M_{12} = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2); M_{23} = c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3); \quad (2.9)$$

З врахуванням (2.9) систему рівнянь можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} M - M_{12} - M_{c1} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{23} - M_{c2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \\ M_{23} - M_{c3} &= J_3 \frac{d\omega_3}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Розглядаючи (2.10) можна встановити, що рівняння руху наведених мас електроприводу однотипні. Вони відображають фізичний закон (другий закон Ньютона), відповідно до якого прискорення твердого тіла пропорційно сумі всіх доданих до неї моментів (або сил), включаючи моменти і сили, обумовлені пружною взаємодією з іншими твердими тілами системи.

З цього виходить що рух двомасової системи описується системою (2.10) при $J_3 = 0$ і $M_{23} = 0$:

$$\left. \begin{aligned} M - M_{12} - M_{c1} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt}; \\ M_{12} - M_{23} - M_{c2} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}; \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$M_{12} = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2);$$

Перехід від двомасової пружної системи до еквівалентного жорсткого наведеним механічному ланці для більшої наочності його фізичної суті корисно виконати в два етапи. Спочатку покладемо механічну зв'язку між першою і другою масами (Рисунок 2.1 (б)), абсолютно жорсткою. Отримаємо двомасових жорстку систему, розрахункова схема якої показана (Рисунок 2.4 —)Відмінністю її від схеми на є рівність швидкостей мас, при цьому відповідно до другого рівняння системи (2.11)

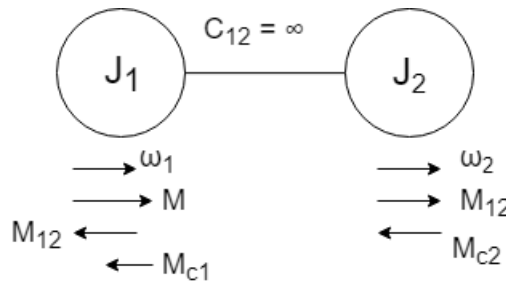


Рисунок 2.4 — Двомасова жорстка механічна система

$$M_{12} = M_{c2} + J_2 \frac{d\omega}{dt} \quad (2.12)$$

Рівняння (2.12) описує навантаження жорсткого механічного зв'язку при роботі електроприводів. Підставивши цей вираз в перше рівняння системи (2.11) отримаємо

$$M - M_{c1} - M_{c2} = (J_1 - J_2) \frac{d\omega}{dt} \quad (2.13)$$

Виходячи з цього отримаємо рівняння

$$M - M_c = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt} \quad (2.14)$$

Рівняння (2.14) іноді називають основним рівнянням руху електроприводу. Дійсно, значення його для аналізу фізичних процесів в електроприводі надзвичайно великий. Воно правильно описує рух механічної частини електроприводу в середньому. Тому з його допомогою можна за відомим електромагнітного моменту двигуна і значенням моменту інерції оцінити середнє значення прискорення електроприводу, передбачити час, за яке двигун досягне заданої швидкості, і вирішити багато інших практичних запитань навіть у тих випадках, коли вплив пружних зв'язків в системі є суттєвим.

2.3 Узагальнена електрична машина

Електрична машина (ЕМ) є одним із головних елементів електроприводу, а також електромеханічних систем, де він використовується, безпосередньо забезпечуючи процес електромеханічного перетворення енергії [10]. Незалежно від конструкції, по принципу електромеханічного перетворення енергії усі ЕМ розподіляються на машини постійного струму, асинхронні та синхронні. Більш детальна класифікація вміщує конструктивні особливості, наприклад, як ЕМ лінійної дії та обертові; спосіб збудження: електромагнітний, від постійних магнітів або реактивні; наявність явнополюсності; характер магніторушійної сили (МРС) у повітряному зазорі: синусоїдальний або трапецеїдальний і т.д. Адекватний математичний опис процесів електромеханічного перетворення енергії в ЕМ є важливим питанням для розробки алгоритмів керування цими процесами, їх аналітичного дослідження та моделювання. З загальних позицій процес перетворення електричної енергії в механічну і навпаки в усіх ЕМ базується на фундаментальних законах електродинаміки, електромагнетизму та механіки. Між тим здійснити загальний математичний опис, який би обіймав не тільки усі ЕМ, але й враховував особливості машин конкретного класу, ймовірно неможливо. Повномасштабне моделювання конкретного типу ЕМ з глибокою деталізацією процесів, звичайно приводить до багатовимірної складної моделі, яку важко використати для цілей керування. У зв'язку з цим математичний опис процесів електромеханічного перетворення енергії здійснюється на основі так званих *ідеалізованих* ЕМ, що базується на таких принципах:

- адекватний опис фундаментальних процесів, які відбуваються у конкретному класі електричних машин;
- ефекти другого порядку, такі як: неідеальність магнітних матеріалів та геометричної структури, несинусоїдальність МРС, несиметрія магнітних та електричних параметрів трифазних обмоток та інші відкидаються.

Процеси в ідеалізованих ЕМ звичайно описуються так званою узагальненою ЕМ, до якої можуть бути зведені основні типи електричних машин. Щодо ефектів другого порядку, то вони можуть бути враховані на етапі математичного моделювання конкретної ЕМ. Відмітимо, що вплив ефектів другого порядку значною мірою залежить від того, як машина спроектована. Сучасні електричні машини, що спеціально сконструйовані для конкретного способу керування, наприклад асинхронні двигуни для частотного та векторного керування, мають характеристики, що з високою точністю співпадають з характеристиками ідеалізованих машин.

В ЕМ електромагнітні процеси визначаються магнітними полями в повітряному зазорі, які створюються струмами, що проходять вздовж осі машини, оскільки струми в лобових частинах мають менший вплив і утворюють магнітні потоки розсіювання. У більшості випадків достатньо вважати, що силові лінії магнітного поля в зазорі перпендикулярні циліндричним поверхням статора і ротора, які утворюють повітряний зазор. Розподіл МРС у повітряному зазорі ЕМ, а також характер зміни їх у часі визначають її тип і характеристики. Розподіл струмів, в свою чергу, залежить від типу обмотки, а характер зміни їх у часі – від характеру підведеної до обмоток напруги.

У багатополюсних ЕМ усі електромагнітні процеси повторюються через кожну пару полюсів, тому при вивченні теорії ідеалізованих ЕМ достатньо розглянути двополюсну електричну машину.

Електромеханічний перетворювач можна розглядати як такий, що складається з двох частин: електричної та механічної, як це показано на рис. 2.1. Реальна ЕМ містить n статорних і m роторних обмоток, і має $n+m$ входних напруг, що зв'язують електромеханічний перетворювач з керуючим пристроєм. Вихідною координатою електричної частини є електромагнітний момент M , який одночасно являє собою вхідну координату механічної частини електропривода, до якої також прикладається момент збурення M_c . Швидкість ω і кутове положення ротора θ визначають за допомогою рівнянь руху механічної частини. Отже, механічні змінні θ , ω , M зв'язують електричну частину з механічною частиною в єдину взаємодіючу електромеханічну систему.

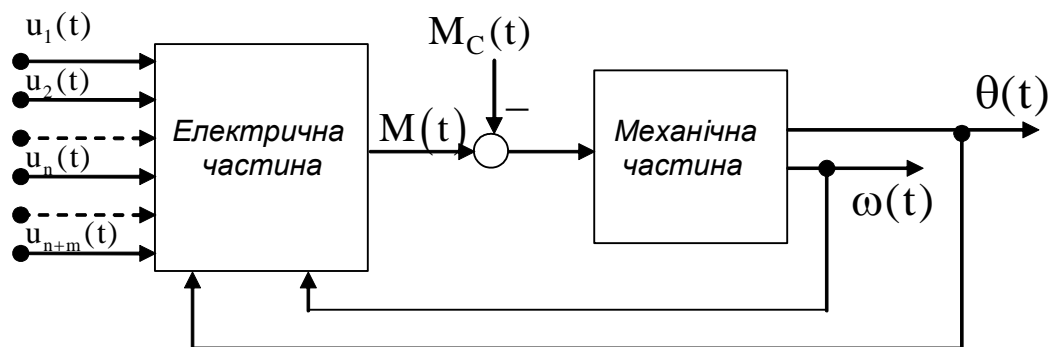


Рисунок 2.5 — Декомпозиція електромеханічного перетворювача

2.4 Математичний опис процесів електромеханічного перетворення енергії в довільних електричних машинах

Будемо розглядати клас електричних машин, спроектованих таким чином, що виконуються наступні умови [10]:

А.1. Магнітне коло машини не насичується і має нескінченну магнітну проникність, втрати на гістерезис і вихрові струми малі і ними можна знехтувати.

А.2. Електрична машина не накопичує потенціальну енергію, тобто може мати постійні магніти на одній стороні, статорі або роторі, при цьому явнополюсність може бути присутня на тій стороні, де розташовані постійні магніти.

А.3. Матриця індуктивностей $\mathbf{L}(\theta)$ розміром $(n+m) \times (n+m)$ симетрична і позитивно визначена, тобто $\mathbf{L}(\theta) = \mathbf{L}^T(\theta) > 0$.

А.4. Індуктивності розсіювання не залежать від кутового положення ротора.

1. При виконанні цих умов процес електромеханічного перетворення енергії може бути описаний у загальному вигляді наступним чином. Сформуємо вектори напруг, струмів і потокозчеплень електричної машини:

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= (u_{1s}, u_{2s}, \dots, u_{ns}; u_{1r}, u_{2r}, \dots, u_{mr})^T \\ \mathbf{i} &= (i_{1s}, i_{2s}, \dots, i_{ns}; i_{1r}, i_{2r}, \dots, i_{mr})^T \\ \boldsymbol{\psi} &= (\psi_{1s}, \psi_{2s}, \dots, \psi_{ns}; \psi_{1r}, \psi_{2r}, \dots, \psi_{mr})^T\end{aligned}\quad (2.15)$$

де частина індексу s – відноситься до статора, а r – до ротора.

Взаємозв'язок між струмами і потокозчепленнями задається лінійним алгебраїчним рівнянням

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{L}(\theta)\mathbf{i} \quad (2.16)$$

Узагальнене рівняння електричної рівноваги записується в формі рівняння Кірхгофа

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}_i + \dot{\boldsymbol{\psi}} \quad (2.17)$$

де $\mathbf{R} = \text{diag}(\mathbf{R}_{1s}, \mathbf{R}_{2s}, \dots, \mathbf{R}_{ns}; \mathbf{R}_{1r}, \mathbf{R}_{2r}, \dots, \mathbf{R}_{mr})$ – діагональна матриця активних опорів обмоток статора і ротора.

В теорії ідеалізованих машин приймається умова що активні опори обмоток статора (ротора) рівні.

Після підстановки (2.16) в (2.17), знаходимо векторне диференціальне рівняння, що встановлює зв'язок між вектором струмів та вектором напруг живлення

$$\dot{\mathbf{i}} = \mathbf{L}^{-1}(\theta) \left(-\mathbf{R}_i - \omega \frac{\partial \mathbf{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathbf{i} + \mathbf{u} \right) \quad (2.18)$$

В рівнянні (2.18) зворотна матриця індуктивностей завжди існує в силу умови $\mathbf{L}(\theta) = \mathbf{L}^T(\theta) > 0$. Оскільки розглядаються електричні машини з лінійною магнітною характеристикою, то функції ко-енергії і електромагнітної енергії співпадають і дорівнюють

$$\mathbf{W}_e = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L}(\theta) \mathbf{i} \quad (2.19)$$

При виконанні умови А.4 момент, який розвивається електричною машиною, знаходиться у вигляді

$$\mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{W}_e(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.20)$$

З урахуванням останнього виразу, момент двигуна запишеться

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{\partial \mathbf{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathbf{i}. \quad (2.21)$$

Доповнюючи рівняння (2.4), які описують динамічні процеси в електричній частині машини, і рівняння моменту (2.7) рівняннями руху механічної частини з постійним моментом інерції J , отримаємо узагальнену модель електричної машини у вигляді

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{J} [M - v\omega - M_c(t)], \quad M = \frac{1}{2} i^T \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i \\ \dot{i} &= L^{-1}(\theta) \left(-Ri - \omega \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i + u \right)\end{aligned}\quad (2.22)$$

де $v > 0$ коефіцієнт в'язкого тертя.

На рис.2.2. представлена структурна схема довільної електричної машини, яка відповідає рівнянням (2.8).

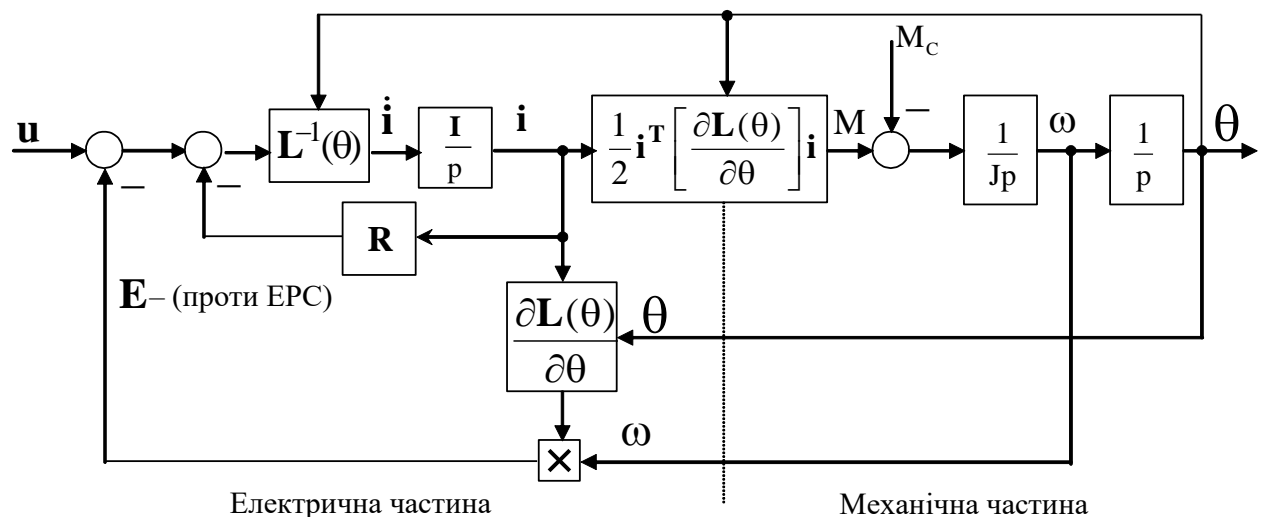


Рисунок 2.6 – Узагальнена структурна схема електричної машини

2.5 Математичний опис узагальненої машини у двофазних змінних

В теорії ідеалізованих електричних машин математичний опис процесів електромеханічного перетворення енергії можна суттєво спростити в результаті переходу до еквівалентної двофазної моделі [11]. Можливість такої заміни забезпечує отримання узагальненого математичного опису процесів електромеханічного перетворення енергії для оберտальних ЕМ за допомогою ідеалізованого двофазного електромеханічного перетворювача, який називають узагальненою електричною машиною.

Узагальнена ЕМ – це спрощена модель реальної машини. Крім вище названих припущень А.1 – А.4, вона основана на тому, що магнітні потоки та МРС, які створюються обмотками статора і ротора, синусоїдально розподілені вздовж довжини

кола машини. Для обмоток, які мають несинусоїдальну МРС, враховують першу просторову гармоніку поля, а магнітні потоки від вищих гармонік відносять до потоків розсіювання.

Динамічні процеси в електричній частині елементарної узагальненої електричної машини, схема якої зображена на рис. 2.3, описуються чотирма рівняннями електричної рівноваги в колах її обмоток та рівнянням електромагнітного моменту двигуна як функції струмів обмоток та механічних координат ω і θ .

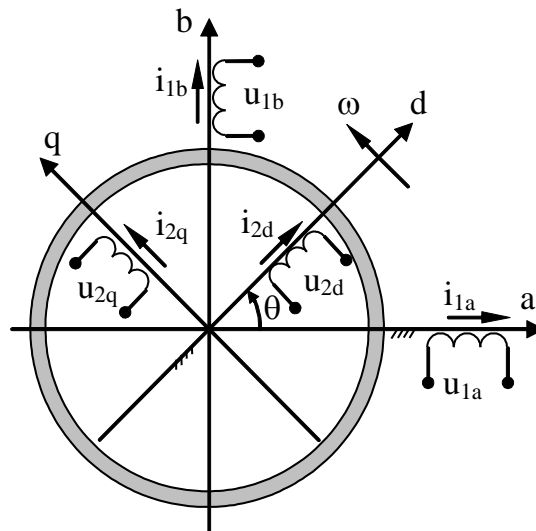


Рисунок 2.3 – Схема елементарної узагальненої двофазної машини.

На рис. 2.3 позначено: (a-b) – стаціонарна система координат статора, (d-q) – система координат ротора, що жорстко зв'язана з ним. Індеси 1 та 2 в позначеннях напруг та струмів вказують на відношення до статора та ротора, (a-b), (d-q) – визначають розташування обмоток по осям систем координат (a-b) та (d-q).

Для електричної машини, еквівалентна схема якої показана на рис. 2.3, сформуємо вектори змінних статора

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= (u_{1a}, u_{1b})^T \\ \mathbf{i}_1 &= (i_{1a}, i_{1b})^T \\ \boldsymbol{\psi}_1 &= (\psi_{1a}, \psi_{1b})^T, \end{aligned} \quad (2.23)$$

а також вектори змінних ротора

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_2 &= (u_{2d}, u_{2q})^T \\ \mathbf{i}_2 &= (i_{2d}, i_{2q})^T \\ \boldsymbol{\psi}_2 &= (\psi_{2d}, \psi_{2q})^T. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Визначимо: $u = (u_1^T, u_2^T)^T$ – вектор прикладених напруг; $i = (i_1^T, i_2^T)^T$ – вектор струмів; $\psi = (\psi_1^T, \psi_2^T)^T$ – вектор потокозчеплень; $L(\theta) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – матриця індуктивностей, $R = \text{diag}(R_1, R_1, R_2, R_2)$ – матриця активних опорів машини, R_1, R_2 – активні опори статора і ротора.

Виходячи із конфігурації узагальненої електричної машини, рис. 2.3, матриця індуктивностей запишеться у наступному вигляді

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_{12} \cos \theta & -L_{12} \sin \theta \\ 0 & L_1 & L_{12} \sin \theta & L_{12} \cos \theta \\ L_{12} \cos \theta & L_{12} \sin \theta & L_2 & 0 \\ -L_{12} \sin \theta & L_{12} \cos \theta & 0 & L_2 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

де L_1, L_2 – власні індуктивності обмоток статора і ротора, L_{12} – максимальне значення взаємної індуктивності між обмотками статора і ротора, коли їх магнітні осі співпадають. За умови неявнополюсності власні індуктивності статора (ротора) прийняті однаковими.

Матрицю (2.11) записують також у блочному вигляді

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} L_1 I & L_{12} e^{J\theta} \\ L_{12} e^{-J\theta} & L_2 I \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

де $I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ – одинична матриця,

$$e^{J\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \quad e^{-J\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}; \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Необхідно відмітити, що оператори $e^{J\theta}$ і $e^{-J\theta}$ забезпечують координатні перетворення векторів з системи координат що обертається в стаціонарну і навпаки.

Рівняння електричної рівноваги для кіл статора і ротора мають вигляд

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} \\ u_2 &= R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Рівняння потокозчеплень ЕМ з (2.2), (2.12) записуються

$$\begin{aligned} \psi_1 &= L_1 i_1 + L_{12} e^{J\theta} i_2 \\ \psi_2 &= L_2 i_2 + L_{12} e^{-J\theta} i_1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Підставивши (2.14) в (2.13), отримаємо рівняння електричної рівноваги ЕМ в такому вигляді

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} e^{j\theta} \frac{di_2}{dt} + L_{12} \omega e^{j\theta} J i_2 \\ u_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} e^{-j\theta} \frac{di_1}{dt} - L_{12} \omega e^{-j\theta} J i_1 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Система (2.15) – є системою нелінійних диференціальних рівнянь 4-го порядку. В векторно-матричній формі вона перепишеться у вигляді

$$\begin{bmatrix} L_1 & L_{12} e^{j\theta} \\ L_{12} e^{-j\theta} & L_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 - R_1 i_1 - \omega L_{12} e^{j\theta} J i_2 \\ u_2 - R_2 i_2 + \omega L_{12} e^{-j\theta} J i_1 \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

Після перетворень система (2.16) набуває наступної форми:

$$\begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix} = L^{-1}(\theta) \begin{pmatrix} -R_1 i_1 - \omega L_{12} J e^{j\theta} i_2 + u_1 \\ -R_2 i_2 + \omega L_{12} J e^{-j\theta} i_1 + u_2 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

В рівняннях (2.17) враховано, що матриці $e^{j\theta}$ та \mathbf{J} є комутативними, тобто $(e^{j\theta} \mathbf{J}) = (\mathbf{J} e^{j\theta})$, $(e^{-j\theta} \mathbf{J}) = (\mathbf{J} e^{-j\theta})$.

Для отримання статичних електромеханічних характеристик необхідно в отриманих диференціальних рівняннях прийняти умову відповідному усталеному режиму, тоді ці рівняння перетворюються в алгебраїчні.

Враховуючи, що похідна від матриці індуктивностей (2.12) має вигляд

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} 0 & L_{12} e^{j\theta} \mathbf{J} \\ -L_{12} e^{-j\theta} \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

рівняння моменту узагальненої ЕМ (2.7) запишеться

$$M = L_{12} i_1^T \mathbf{J} e^{j\theta} i_2 \quad (2.33)$$

2.6 Неявнополюсні синхронні двигуни зі збудженням від постійних магнітів та їх математична модель

Виходячи з теорії двофазної узагальненої електричної машини еквівалентна схематизація симетричного СД із збудженням від постійних магнітів має вигляд, показаний на рис. 2.5.

На рис. 2.5 використано наступні стандартні позначення: (a-b), (d-q) – системи координат статора та ротора; (u_{1a}, u_{1b}) , (i_{1a}, i_{1b}) – компоненти векторів напруги та струму статора, $i_f = \text{const}$ – струм фіктивного джерела струму, що схематизує дію постійних магнітів; θ, ω – кутове положення та кутова швидкість ротора відносно статора, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

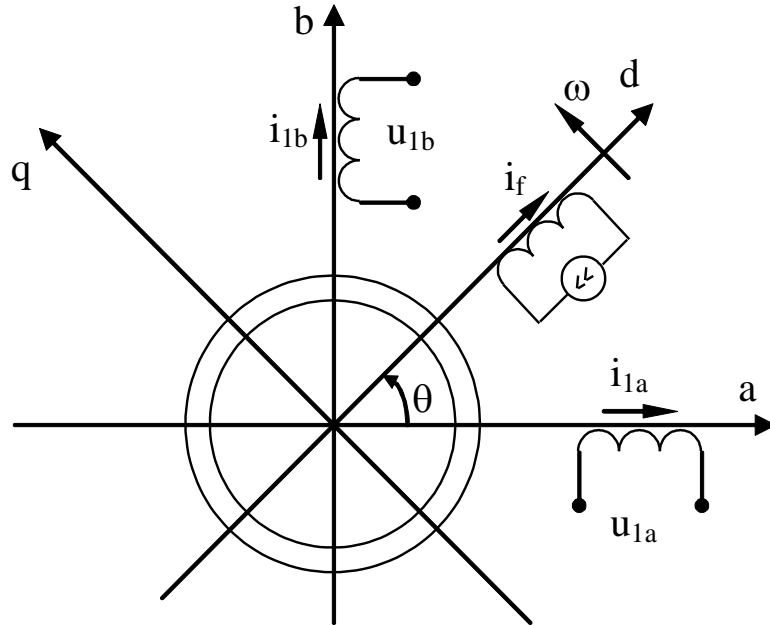


Рисунок 2.5 – Схематизація СД

Вектори струму, потокозчеплення та напруги статора СД мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{i} &= (i_{1a}, i_{1b}, i_f)^T \\ \Psi &= (\Psi_{1a}, \Psi_{1b}, \Psi_f)^T \\ \mathbf{u}_1 &= (u_{1a}, u_{1b})^T \end{aligned} \quad (2.34)$$

За умов відсутності явнополюсності матриця індуктивностей електричної машини, що представлена на рис.2.5, має вигляд

$$\mathbf{L}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_m \cos \theta \\ 0 & L_1 & L_m \sin \theta \\ L_m \cos \theta & L_m \sin \theta & L_f \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

де L_1, L_f – індуктивності статорної та фіктивних обмоток, L_m – індуктивність контуру намагнічування, одна пара полюсів прийнята без втрати загальності.

Електромагнітна енергія та момент узагальненої машини мають вигляд

$$W(\theta) = \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L}(\theta) \mathbf{i} \right) \quad (2.36)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\partial W(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.37)$$

Після підстановки (2.20) – (2.22) в (2.23) отримаємо наступний вираз для моменту СД:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{\partial \mathbf{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathbf{i} \right) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_m \sin \theta \\ 0 & 0 & L_m \cos \theta \\ -L_m \sin \theta & L_m \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \mathbf{i} = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{i}_{1a}, \mathbf{i}_{1b}, \mathbf{i}_f) \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L_m \sin \theta \\ 0 & 0 & L_m \cos \theta \\ -L_m \sin \theta & L_m \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_{1a} \\ \mathbf{i}_{1b} \\ \mathbf{i}_f \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{i}_{1a}, \mathbf{i}_{1b}, \mathbf{i}_f) \begin{pmatrix} -L_m \mathbf{i}_f \sin \theta \\ L_m \mathbf{i}_f \cos \theta \\ -L_m \mathbf{i}_{1a} \sin \theta + L_m \mathbf{i}_{1b} \cos \theta \end{pmatrix} = L_m \mathbf{i}_f (-\mathbf{i}_{1a} \sin \theta + \mathbf{i}_{1b} \cos \theta) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Рівняння для потокозчеплень

$$\Psi = \mathbf{L}(\theta) \mathbf{i}$$

з урахуванням (2.21) набуває вигляду

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_m \cos \theta \\ 0 & L_1 & L_m \sin \theta \\ L_m \cos \theta & L_m \sin \theta & L_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_f \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

де $\mathbf{i}_1 = (\mathbf{i}_{1a}, \mathbf{i}_{1b})^T$, $\Psi_1 = (\Psi_{1a}, \Psi_{1b})^T$ – вектори струму та потокозчеплення статора.

Узагальнене рівняння електричної рівноваги статорного кола у формі Кірхгофа запишеться

$$U_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{i}_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}, \quad (2.40)$$

в якому вектор потокозчеплення статора дорівнює

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} \Psi_{1a} \\ \Psi_{1b} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_{1a} \\ \mathbf{i}_{1b} \end{pmatrix} + L_m \mathbf{i}_f \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

де $\mathbf{R}_1 = \text{diag}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_1)$ – матриця активних опорів статора.

Після підстановки (2.41) в (2.40) отримаємо

$$\begin{pmatrix} u_{1a} \\ u_{1b} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_{1a}}{dt} \\ \frac{di_{1b}}{dt} \end{pmatrix} + L_m i_f \begin{pmatrix} -\omega \sin \theta \\ \omega \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Для випадку, коли повний момент інерції механічної системи J постійний, динамічна модель електромеханічного об'єкта може бути отримана з (2.24), (2.28) у наступному вигляді

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{J} [k_M (-i_{1a} \sin \theta + i_{1b} \cos \theta) - M_c] \\ \dot{i}_{1a} &= L_1^{-1} (u_{1a} - R_1 i_{1a} + L_m i_f \omega \sin \theta) \\ \dot{i}_{1b} &= L_1^{-1} (u_{1b} - R_1 i_{1b} - L_m i_f \omega \cos \theta) \end{aligned} \quad (2.43)$$

де $k_M = \frac{3}{2} L_m i_f = \text{const}$ – коефіцієнт моменту, M_c – момент навантаження.

Таким чином отримано математичну модель неявнополюсного синхронного двигуна зі збудженням від постійних магнітів, записану в стаціонарній системі координат статора (a-b), має вигляд, заданий рівняннями (2.29).

Після перетворення змінних до системи координат ротора (d-q), орієнтованою за вектором i_f

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{pmatrix} &= e^{-j p_n \theta} \begin{pmatrix} u_{1a} \\ u_{1b} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{pmatrix} &= e^{-j p_n \theta} \begin{pmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.44)$$

рівняння (2.29) набувають вигляду

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{J} \left(\frac{3}{2} p_n L_m i_f i_{1q} - M_c \right) \\ \dot{i}_{1d} &= -\frac{R_1}{L_1} i_{1d} + p_n \omega i_{1q} + \frac{1}{L_1} u_{1d} \\ \dot{i}_{1q} &= -\frac{R_1}{L_1} i_{1q} - p_n \omega i_{1d} - \frac{L_m}{L_1} i_f p_n \omega + \frac{1}{L_1} u_{1q} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Просторове розташування систем координат статора і ротора згідно перетворень (2.30) зображено на рис.2.5.

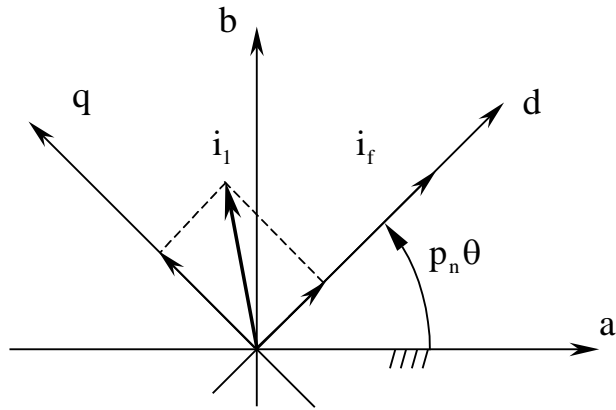


Рисунок 2.5 – Перетворення систем координат синхронного двигуна.

Модуль вектора потокозчеплення ротора з (2.25) має вигляд

$$\Psi_f = L_m i_{ld} + L_f i_f \quad (2.46)$$

Структурна схема СД представлена на рис.2.6.

Модель СД в координатах ротора має наступні властивості:

- рівняння СД, що записані в системі координат ротора, не залежать від кутового положення, але є нелінійними;
- момент СД є лінійною функцією квадратурної компоненти струму статора i_{lq} і не залежить від i_{ld} за умов відсутності явнополюсності;
- модуль вектора потокозчеплення ротора Ψ_f залежить лінійно від прямої компоненти струму статора i_{ld} .

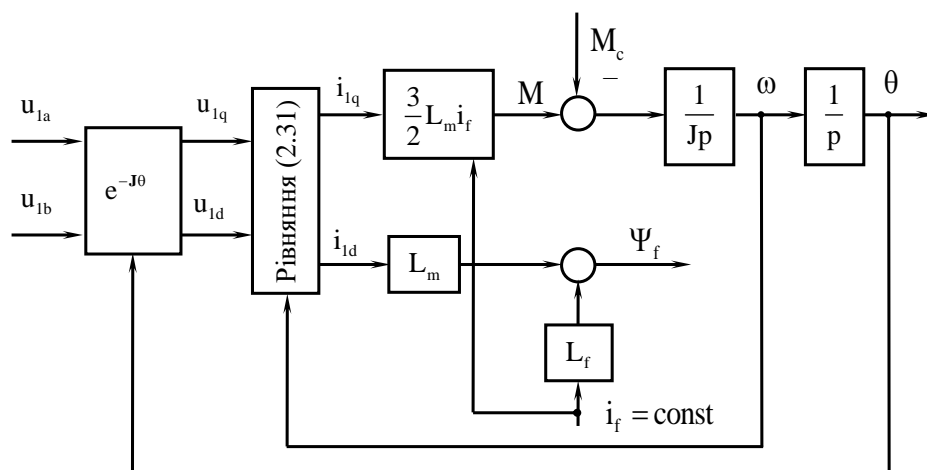


Рисунок 2.6 – Структурна схема СД із збудженням від постійних магнітів

2.7 Керування моментом синхронних двигунів зі збудженням від постійних магнітів

Синхронні електричні машини, збуджувані від постійних магнітів, є основним типом сучасних приводних двигунів для високодинамічних використаннях, таких як: металообробка, робототехніка, модулі гнучкого виробництва, військова техніка та інші. Вони замінили двигуни постійного струму в цих використаннях, гарантуючи підвищення динамічних властивостей систем та їх надійність, зменшивши потребу в обслуговуванні електричної машини.

Для найбільш відповідальних застосувань, ці електричні машини проектуються з синусоїдальним розподіленням МРС та неявнополюсним ротором. Більш дешеві двигуни мають явнополіусний ротор.

Залежність рівнянь динаміки СД від кутового положення може бути виключена, якщо оперувати не з фізичними змінними, що задані в стаціонарній системі координат статора (a–b), а з абстрактними, що визначені в системі координат ротора (d–q) згідно перетворення (2.30). Це перетворення носить назву Парка–Горєва і є базовим при розробці алгоритмів векторного керування СД. Визначивши змінні в системі координат ротора згідно перетворення Парка–Горєва у вигляді

$$\mathbf{x}^{(d-q)} = e^{-j p_n \theta} \mathbf{x}^{(a-b)} \quad (2.47)$$

модель СД набуває вигляду (2.31) :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega, \\ \omega &= \frac{1}{J} (M - M_c), \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_{ld} &= -\frac{R_1}{L_1} i_{ld} + p_n \omega i_{lq} + \frac{1}{L_1} u_{ld}, \\ \dot{i}_{lq} &= -\frac{R_1}{L_1} i_{lq} + p_n \omega i_{ld} + \frac{k_m}{L_1} u_{lq}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} k_m i_{lq} \\ |\psi_2| &= L_m i_{ld} + L_f i_f \end{aligned} \quad (2.50)$$

Порівнюючи рівняння СД в фізичних двофазних координатах та в координатах ротора встановлюємо:

1. Рівняння СД, що записані в системі координат ротора, не залежать від кутового положення, але лишаються нелінійними.

2. Рівняння моменту лінійне відносно ортогональної до напрямку \dot{i}_f компоненти струму статора \dot{i}_{lq} і не є залежним від компоненти \dot{i}_{ld} ; воно формально співпадає з рівнянням моменту двигуна постійного струму.
3. Потокозчеплення ротора $|\Psi_2|$ лінійне відносно прямої компоненти струму статора \dot{i}_{ld} .

Сформувавши вектор напруг статора в (2.35) наступним чином:

$$\begin{pmatrix} U_{ld} \\ U_{lq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 p_n \omega \dot{i}_{lq} + v_d \\ L_1 p_n \omega \dot{i}_{ld} + v_q \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega, \\ \omega &= \frac{1}{J} (M - M_c), \\ M &= \frac{3}{2} k_m \dot{i}_{lq} \\ \dot{i}_{ld} &= -\frac{R_1}{L_1} \dot{i}_{ld} + p_n \omega \dot{i}_{lq} + \frac{1}{L_1} u_{ld}, \\ \dot{i}_{lq} &= -\frac{R_1}{L_1} \dot{i}_{lq} + p_n \omega \dot{i}_{ld} + \frac{k_m}{L_1} u_{lq}, \\ |\Psi_2| &= L_m \dot{i}_{ld} + L_f \dot{i}_f \end{aligned} \quad (2.52)$$

Рівняння динаміки СД (2.38) та (2.39), що отримані в силу перетворення координат (2.33) та дії нелінійного керування (2.37) є лінійними. При цьому система рівнянь (2.38) описує електромеханічну підсистему СД і повністю співпадає з рівняннями динаміки ДПС при заміні відповідних змінних та параметрів. Рівняння (2.39) описують електромагнітну підсистему СД. Дві підсистеми – електромеханічна та електромагнітна, як це видно з рівнянь (2.38) і (2.39), є розв'язаними. Друге рівняння в (2.39) відображає специфіку формування потокозчеплення $|\Psi_2|$ в типі СД, що розглядається, за рахунок дії постійних магнітів $(L_f \dot{i}_f)$ та прямої компоненти струму статора $(L_m \dot{i}_{ld})$. Алгоритм керування, що перетворює нелінійну модель СД до лінійної повністю керованої форми (2.38) – (2.39) задається зворотнім перетворенням в (2.33) та рівнянням (2.37) і має вигляд:

$$\begin{pmatrix} U_{1a} \\ U_{1b} \end{pmatrix} = e^{j p_n \theta} \begin{pmatrix} -L_1 p_n \omega i_{1q} + v_d \\ L_1 p_n \omega i_{1d} + v_q \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$\begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \end{pmatrix} = e^{-j p_n \theta} \begin{pmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \end{pmatrix},$$

$$e^{j p_n \theta} = \begin{bmatrix} \cos p_n \theta & -\sin p_n \theta \\ \sin p_n \theta & \cos p_n \theta \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Цей алгоритм класифікується як лінеаризуючий зворотнім зв'язком, а у відповідності з принципом формування керуючих дій (2.37) в системі координат ротора (d-q), називається векторним керуванням в координатах ротора. Структурна схема лінеаризуючого зворотнім зв'язком регулятора показана на рис. 2.9.

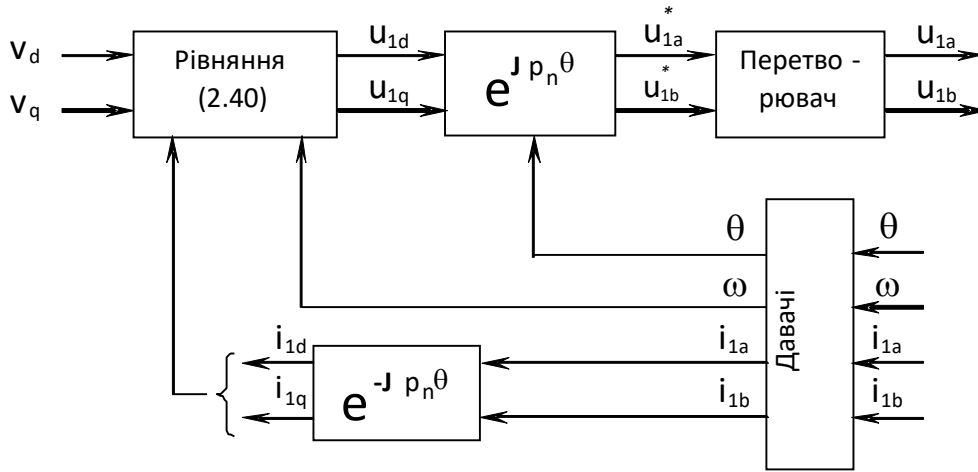


Рисунок 2.7 – Структурна схема лінеаризуючого регулятора СД із збудженням від постійних магнітів

Оскільки рівняння електромеханічної підсистеми СД, що отримане в силу дії лінеаризуючого алгоритму (2.40), відносно керуючої дії v_q структурно співпадає з рівняннями ДПС, то проектування алгоритму відпрацювання моменту здійснюється згідно рівнянь:

$$\begin{aligned} v_q &= L_m i_f p_n \omega + R_l i_{1q}^* + L_l (\dot{i}_{1q}^* - k_{iq1} \tilde{i}_{1q} - x_q), \\ \dot{x}_q &= k_{iiq} \tilde{i}_{1q}, \\ \tilde{i}_{1q} &= i_{1q} - i_{1q}^*, \\ i_{1q}^* &= \frac{2 M^*}{3 k_m}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Рівняння динаміки помилок відпрацювання моменту та моментної компоненти струму статора \tilde{i}_{lq} мають вигляд:

$$\begin{aligned}\tilde{M} &= \frac{3}{2} k_m \tilde{i}_{lq}, \\ \dot{x}_q &= k_{iiq} \tilde{i}_{lq}, \\ \dot{\tilde{i}}_{lq} &= -k_{iq} \tilde{i}_{lq} - x_q,\end{aligned}\tag{2.57}$$

$$\text{де } k_{iq} = \frac{R_l}{L_l} + k_{iql}$$

Рівняння руху механічної частини СД при цьому дорівнює:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega, \\ \omega &= \frac{1}{J} (M^* + \tilde{M} - M_c),\end{aligned}\tag{2.58}$$

Оскільки рівняння моменту СД, що розглядається, не залежить від прямої компоненти i_{ld} струму статора, то мета керування моментом досягається без специфікації динамічної поведінки цієї компоненти струму статора. Це є наслідком структури СД зі збудженням від постійних магнітів: за допомогою трьох керуючих дій $u_1 = (u_{1a}, u_{1b})^T$, $i_f = \text{const}$ необхідно керувати двома вихідними координатами – моментом та потокозчепленням ротору, згідно рівнянь (2.36). Сучасна теорія керування, такі об'єкти класифікує як такі, що мають надлишковість керування. Для таких об'єктів надлишкові ступені свободи можуть бути використані для досягнення додаткових цілей керування, наприклад, підвищення енергетичної ефективності процесу електромеханічного перетворення енергії. Так в СД зі збудженням від постійних магнітів мінімальні втрати активної потужності досягаються при виконанні умови:

$$P_{aB} = R_l (i_{lq}^2 + i_{ld}^2) = \min\tag{2.59}$$

тобто за умови $i_{ld} = 0$. При цьому вектори i_l та $i_f(\psi_2)$ ортогональні, а потокозчеплення ротора формується лише дією постійних магнітів, тобто за рахунок струму збудження $i_f = \text{const}$. Умова $i_{ld} = 0$ в системах векторного керування СД використовується при швидкостях нижче номінальної. При роботі із кутовими швидкостями вище номінальної ω_n структура СД дозволяє забезпечити ослаблення модуля потокозчеплення ротора $|\psi_2|$ за рахунок $i_{ld} < 0$ по аналогії з системами двозонного регулювання ДПС. Розглянемо статичне рівняння електричної рівноваги статорного кола по осі q (2.35):

$$U_{lq} = R_l i_{lq} + p_n \omega (L_l i_{ld} + L_m i_f)\tag{2.60}$$

Якщо в (2.45) $i_{ld} = 0$, то необхідна напруга u_{lq} зростає пропорційно кутовій швидкості, в той час як регулювання прямої компоненти струму статора за законом

$$L_1 \dot{i}_{ld} = L_m \dot{i}_f \left(\left| \frac{\omega_n}{\omega} \right| - 1 \right) \quad (2.61)$$

При $|\omega| > \omega_n$, забезпечує стабілізацію компоненти U_{lq} в (2.45) відносно зростання кутової швидкості.

Визначивши заданий закон зміни потокозчеплення ротора як:

$$\psi_2^* = L_m \dot{i}_{ld}^* + L_f \dot{i}_f \quad (2.62)$$

Рівняння електромагнітної підсистеми системи (2.39) в помилках відпрацювання набувають вигляду

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_2 &= L_m \tilde{\dot{i}}_{ld}, \\ \dot{\tilde{i}}_{ld} &= -\frac{R_1}{L_1} \tilde{i}_{ld} - \frac{R_1}{L_1} i_{ld}^* + \frac{V_d}{L_1} - \dot{i}_{ld}^*, \end{aligned} \quad (2.63)$$

Де $\tilde{i}_{ld} = i_{ld} - i_{ld}^*$, а заданий закон змін прямої компоненти струму статора i_{ld}^* визначається стратегією ослаблення поля СД.

Рівняння (2.63) структурно співпадають з рівняннями для ДПС з електромагнітним збудженням, тому алгоритм керування потокозчепленням формується у вигляді:

$$\begin{aligned} V_d &= R_1 i_{ld}^* + L_1 (\dot{i}_{ld}^* - k_{i_{ld}} \tilde{i}_{ld} - x_d), \\ x_d &= k_{iid} \tilde{i}_{ld}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

і динаміка помилок відпрацювання у формі:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{2d} &= L_m \dot{\tilde{i}}_{ld}, \\ \dot{x}_d &= k_{iid} \tilde{i}_{ld}, \\ \dot{\tilde{i}}_{ld} &= -k_{ld} \tilde{i}_{ld} - x_d \end{aligned} \quad (2.65)$$

Функціональна схема системи векторного керування моменту та потокозчеплення СД в координатах ротора показана на рис.2.8.

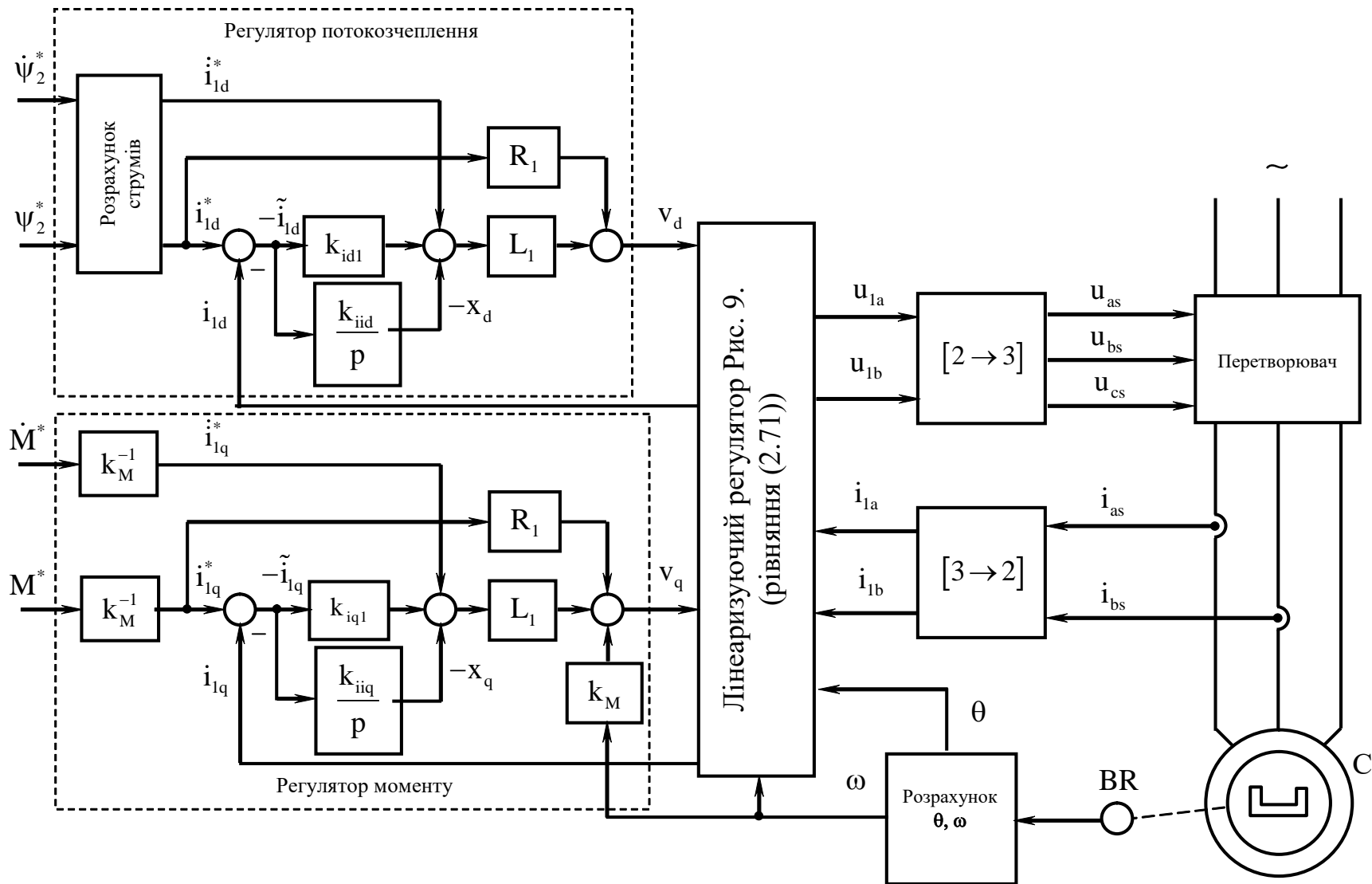


Рисунок 2.8 – Функціональна схема системи відпрацювання моменту та потокозчеплення ротора СД.

2.8 Векторне керування кутовою швидкістю

За умов струмового керування $i_{lq} = i_{lq}^*$, яке асимптотично забезпечується при збільшенні коефіцієнтів регуляторів струму k_i та k_{ii} , досягається моментне керування СД так, що $M = M^*$. При цьому СД описується лінійним диференціальним рівнянням першого порядку у вигляді (2.34) – (2.36), де момент M може розглядатися як керуюча дія [12].

Розглянемо наступну задачу відпрацювання заданих траєкторій змін кутової швидкості. Нехай для моделі СД при моментному керуванні виконуються наступні припущення:

b1) момент інерції J – відомий і сталий;

b2) момент навантаження M_C – обмежений невідомий і сталий;

b3) кутове положення θ і кутова швидкість ω вимірюються;

b4) задана траєкторія змін кутової швидкості $\omega^*(t)$ має обмежену відому похідну $\dot{\omega}^*(t)$.

При виконанні цих умов необхідно сконструювати алгоритм керування кутовою швидкістю СД, який би гарантував:

O1) асимптотичне відпрацювання заданих траєкторій руху

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} = 0, \quad (2.66)$$

де $\tilde{\omega} = \omega - \omega^*$ – похибка відпрацювання;

O2) каскадну структуру системи кутовою швидкістю з зовнішнім контуром регулювання кутової швидкості та внутрішнім контуром регулювання моменту (струму).

Запишемо (2.38) в похибках відпрацювання

$$\dot{\tilde{\omega}} = J^{-1}M - J^{-1}M_C - \dot{\omega}^* \quad (2.67)$$

Оскільки в (2.67) $J^{-1}M_C$ є невідомою константою, то визначимо її оцінку \hat{M}_C так, що похибка оцінювання буде

$$\tilde{M}_C = \frac{M_C}{J} - \hat{M}_C \quad (2.68)$$

Виходячи із рівняння (2.68), синтезуємо лінійний пропорційно-інтегральний (ПІ) регулятор швидкості у вигляді

$$M = J(-k_{\omega}\tilde{\omega} + \hat{M}_C + \dot{\omega}^*) \quad (2.69)$$

$$\dot{\hat{M}}_C = -k_{\omega i}\tilde{\omega}$$

де $(k_{\omega}, k_{\omega i})$ коефіцієнти пропорційної та інтегральної дії регулятора швидкості. Після підстановки (2.54) в (2.52) отримаємо повні рівняння динаміки похибок відпрацювання механічних координат

$$\begin{aligned} \dot{\hat{M}}_C &= k_{\omega i}\tilde{\omega} \\ \dot{\tilde{\omega}} &= -k_{\omega}\tilde{\omega} - \hat{M}_C \end{aligned} \quad (2.70)$$

Система другого порядку (2.55) є асимптотично стійкою при усіх $(k_{\omega}, k_{\omega i}) > 0$. Бажані показники якості керування забезпечується за рахунок вибору налагоджувальних параметрів регуляторів швидкості, $k_{\omega}, k_{\omega i}$.

Для досягнення коефіцієнтів демпфування $\xi = 1$, $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ у системі другого порядку (2.55) застосовується стандартне налагодження ПІ регулятора швидкості відповідно до співвідношення $k_{\omega i} = \frac{k_{\omega}^2}{2} (\xi = 1)$, $k_{\omega i} = \frac{k_{\omega}^2}{4} \left(\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Еквівалентна структурна схема системи відпрацювання механічних координат та повна структурна схема системи векторного керування показані на рис.2.9 та 2.10 відповідно.

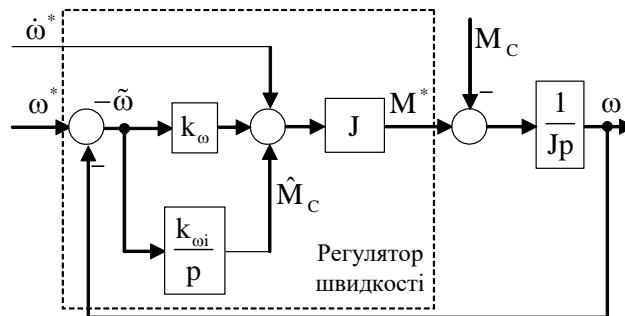


Рисунок 2.9 – Структурна схема системи векторного керування швидкості

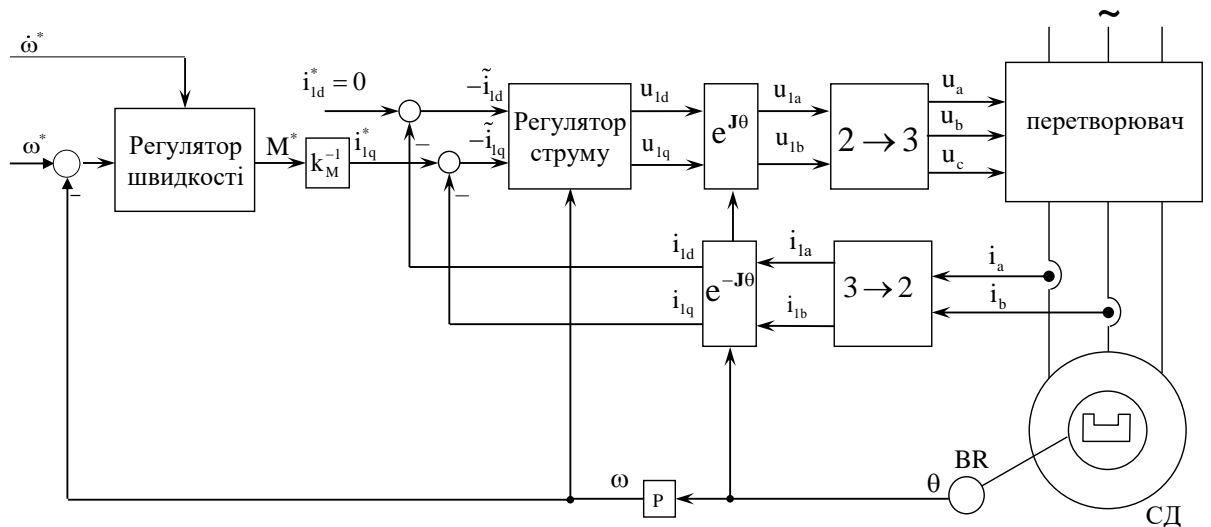


Рисунок 2.10 – Повна структурна схема системи векторного керування

2.9 Векторне керування кутовим положенням

Розглянемо наступну задачу відпрацювання заданих траєкторій змін кутового положення. Нехай для моделі СД виконуються наступні припущення:

- b1) кутове положення θ і кутова швидкість ω вимірюються;
- b2) задана траєкторія змін кутового положення $\theta^*(t)$ має обмежену відому похідну $\dot{\theta}^*(t)$.

При виконанні цих умов необхідно сконструювати алгоритм керування кутовим положенням СД, який би гарантував:

- O1) асимптотичне відпрацювання заданих траєкторій руху

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta} = 0, \quad (2.71)$$

де $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ – похибка відпрацювання;

- O2) каскадну структуру системи кутовим положенням з зовнішнім контуром регулювання кутовим положенням та внутрішніми контурами регулювання кутової швидкості і моменту (струму).

Запишемо перше рівняння в (2.38) в похибках відпрацювання

$$\dot{\tilde{\theta}} = \omega^* + \tilde{\omega} - \dot{\theta}^* \quad (2.72)$$

Виходячи із рівняння (2.57), синтезуємо пропорційний регулятор положення у вигляді

$$\omega^* = \dot{\theta}^* - k_{\theta} \cdot \tilde{\theta} \quad (2.73)$$

Підстановка (2.58) в (2.57) дає рівняння динаміки похибки відпрацювання положення

$$\dot{\tilde{\theta}} = -k_{\theta} \cdot \tilde{\theta} + \tilde{\omega} \quad (2.74)$$

Рівняння (2.59) є стійким при $k_{\theta} > 0$. Бажані показники якості керування забезпечується за рахунок вибору параметру регулятора положення k_{θ} .

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2

В даному розділі наведені основні положення з теорії керування машинами змінного струму:

- поняття про узагальнену електричну машину;
- представлено математичний опис процесів електромеханічного перетворення енергії в довільних електричних машинах;
- показаний математичний опис узагальненої машини у двофазних змінних;
- наведено математичний опис неявнополюсного синхронного двигуна зі збудженням від постійних магнітів;
- представлений метод конструювання алгоритмів керування моментом та кутовою швидкістю синхронних двигунів зі збудженням від постійних магнітів.

Наведені алгоритми реалізуються на практиці у системах керування швидкістю та рухом для досягнення високих показників керування.