2

Вперед динамика автомобиля

В этой главе рассматривается прямолинейное движение идеального жесткого транспортного средства. Мы игнорируем трение в воздухе и изучаем изменение нагрузки под шинами, чтобы определить пределы ускорения, уклон дороги и кинематические возможности автомобиля.

2.1 Припаркованный автомобиль на ровной дороге

Когда автомобиль припаркован на ровном тротуаре, нормальная сила, F_z, под каждым передних и задних колес, F_{z1}, F_{z2}, находятся

$$F_{z1} = м \, \frac{1}{2} \, грамм \, \frac{a_2}{л} \tag{2.1}$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } мг \, \frac{1}{2} \, \frac{a_1}{л} \tag{2.2}$$

куда, a_1 расстояние до центра масс автомобиля, C, от переднего моста, a_2 это расстояние C от задней оси, и л это колесная база.

$$l = a_1 + a_2 \tag{2.3}$$

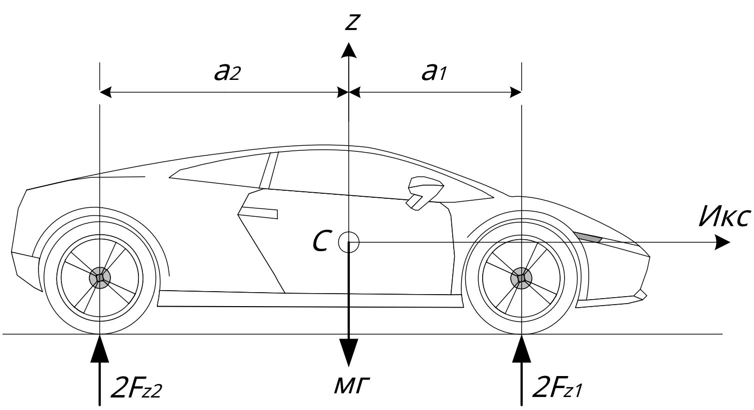

РИСУНОК 2.1. Припаркованный автомобиль на тротуаре.

Доказательство. Рассмотрим продольно-симметричный автомобиль, показанный на рисунке 2.1. Его можно смоделировать как двухосное транспортное средство. Симметричное двухосное транспортное средство эквивалентно жесткой балке с двумя опорами. Вертикальную силу под передними и задними колесами можно определить с помощью плоского статического равновесия. уравнения.

Икс

F_z знак равно 0 (2.4)

Икс

M_y знак равно 0 (2.5)

Применяя уравнения равновесия

$2F_{z1} + 2F_{z2}$ - мг = 0 $-2F_{z1}a_1$ (2,6)

$+ 2F_{z2}a_2$ знак равно 0 (2,7)

обеспечивают силы реакции под передними и задними шинами.

F_{z1} знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_2}{a_1 + a_2}$

знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_2}{л}$ (2,8)

F_{z2} знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_1}{a_1 + a_2}$

знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_1}{л}$ (2.9)

■

Пример 39 Силы реакции под колесами.

В машине есть 890 кг масса. Его центр масс,C, является 78 см за фронтом ось колеса, и он имеет 235 см колесная база.

a_1 знак равно 0,78 м (2.10)

l = 2,35 млн (2.11)

m = 890 кг (2.12)

Сила под каждым передним колесом

F_{z1} знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_2}{л}$

$= 890 \times 9,81 \times \frac{1}{2} \frac{2,35 - 0,78}{2.35} = 2916,5$ Н (2.13)

а сила под каждым задним колесом равна

F_{z2} знак равно мг $\frac{1}{2}$ $\frac{a_1}{л}$

$= 890 \times 9,81 \times \frac{1}{2} \frac{0,78}{2.35} = 1449$N. (2.14)

Пример 40 Положение центра масс.

Уравнения (2.1) и (2.2) можно переписать, чтобы вычислить положение центр масс.

$$a_1 \text{ знак равно } \frac{2л}{мг} F_{z2} \tag{2.15}$$

$$a_2 \text{ знак равно } \frac{2л}{мг} F_{z1} \tag{2.16}$$

Силы реакции под передними и задними колесами горизонтально припаркованного автомобиля. автомобиль, с колесной базой l = 2.34м, находятся:

$$F_{z1} \text{ знак равно } 2000N \tag{2.17}$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } 1800N \tag{2.18}$$

Следовательно, продольное положение центра масс автомобиля находится на

$$a_1 \text{ знак равно } \frac{2л}{мг} F_{z2} = 2 \frac{2.34}{2\,(2000 + 1800)} \times 1800 = 1{,}1084 \text{ м} \tag{2.19}$$

$$a_2 \text{ знак равно } \frac{2л}{мг} F_{z1} = 2 \frac{2.34}{2\,(2000 + 1800)} \times 2000 = 1{,}2316 \text{ м.} \tag{2.20}$$

Пример 41 Определение продольного центра масс.

Положение центра масс C можно определить экспериментально. Для определения продольного положенияC, мы должны измерить общий вес автомобиля, а также силу под передними или задними колесами. Рисунок 2.2 иллюстрирует ситуацию, в которой мы измеряем силу под передними колесами.

Предполагая, что сила под передними колесами равна $2F_z$, позиция центр масс рассчитывается по условиям статического равновесия

$$\text{Икс } F_z \text{ знак равно } 0 \tag{2.21}$$

$$\text{Икс } M_y \text{ знак равно } 0. \tag{2.22}$$

Применяя уравнения равновесия

$$2F_{z1} + 2F_{z2} - мг = 0 \tag{2.23}$$

$$-2F_{z1}a_1 + 2F_{z2}a_2 \text{ знак равно } 0 \tag{2.24}$$

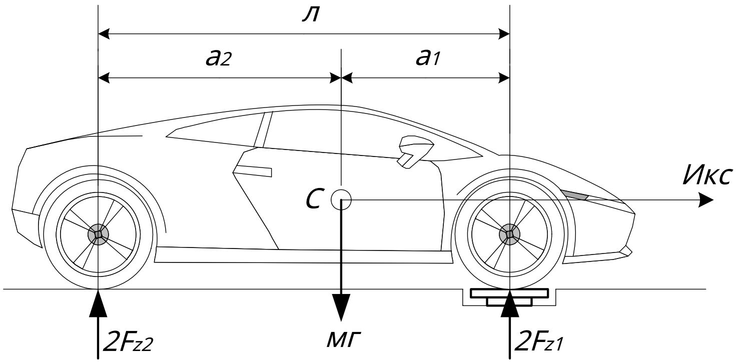

РИСУНОК 2.2. Измерение силы под передними колесами.

обеспечить продольное положение C и силы реакции под тылом колеса.

$$a_1 \text{ знак равно } \frac{2\text{л}}{\text{мг}} F_{z2}$$

$$\text{знак равно } \frac{2\text{л}}{\text{мг}} (\text{мг} - 2F_{z1}) \qquad (2.25)$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{1}{2}(\text{мг} - 2F_{z1}) \qquad (2.26)$$

Пример 42 Определение бокового центра масс.

Большинство автомобилей примерно симметрично относительно продольной центральной плоскости, проходящей через середину колес, и, следовательно, поперечное положение центра масс. C находится близко к центральной плоскости. Однако боковое положениеC можно рассчитать, взвесив одну сторону автомобиля.

Пример 43 Определение центра масс по высоте.

Чтобы определить высоту центра масс C, мы должны измерить силу под передними или задними колесами, когда автомобиль находится на наклонной поверхности. Экспериментально мы используем устройство, подобное изображенному на рисунке 2.3. Автомобиль припаркован на ровной поверхности так, чтобы передние колеса находились на подъемнике. Передние колеса будут заблокированы и закреплены на домкрате, а задние колеса будут свободно вращаться. Домкрат поднимает передние колеса, и требуемая вертикальная сила, прикладываемая домкратами, измеряется датчиком нагрузки.

Предположим, что у нас есть продольное положение C домкрат поднимается так, чтобы автомобиль составлял угол φ с горизонтальной плоскостью. Угол наклона φ измеряется с помощью уровнемеров. Предполагая, что сила под передние колеса $2F_{z_1}$, высоту центра масс можно рассчитать по формуле

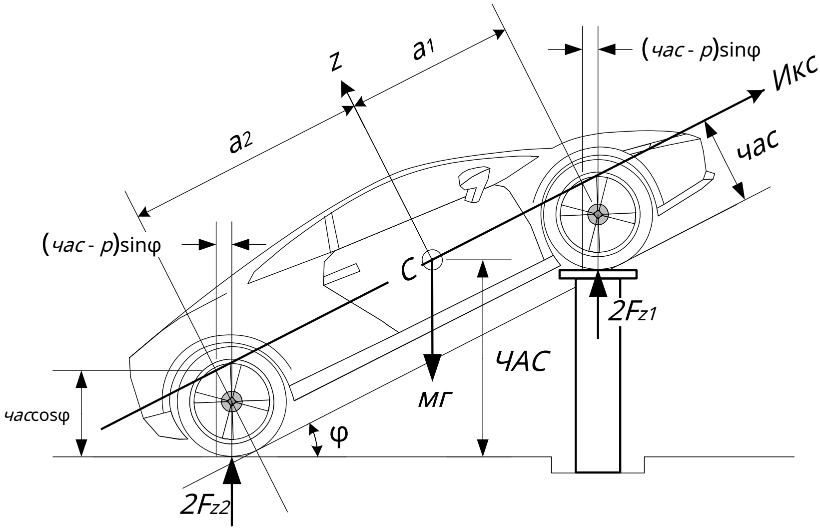

РИСУНОК 2.3. Измерение силы под колесами для определения высоты груза центр.

условия статического равновесия

$$\sum_{\text{Икс}} F_z \text{ знак равно } 0 \qquad (2.27)$$

$$\sum_{\text{Икс}} M_y \text{ знак равно } 0. \qquad (2.28)$$

Применяя уравнения равновесия

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - мг \text{ знак равно } 0 \qquad (2.29)$$

$$-2F_{z_1}(a_1 \cos\varphi - (ч - R)\sin\varphi) + 2F_{z_2}(a_2 \cos\varphi + (ч - R)\sin\varphi) \text{ знак равно } 0 \qquad (2.30)$$

обеспечивает вертикальное положение C и силы реакции под тылом колеса.

$$F_{z_2} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг - F_{z_1} \qquad (2.31)$$

$$h = \frac{F_{z_1}(R\sin\varphi + a_1\cos\varphi) + F_{z_2}(p\sin\varphi - a_2\cos\varphi)}{мг \sin\varphi}$$

$$\text{знак равно } R + \frac{a_1 F_{z_1} - a_2 F_{z_2}}{мг} \text{детская кроватка } \varphi$$

$$\text{знак равно } R + \left(2\frac{F_{z_1}}{мг} л - a_2\right) \text{детская кроватка } \varphi \qquad (2.32)$$

Автомобиль со следующими характеристиками

$$\begin{aligned} м &\ \text{знак равно}\ 2000\ кг \\ 2F_{z_1} &\ \text{знак равно}\ 18000N \\ \varphi &\ \text{знак равно}\ 30\ град. \approx 0{,}5236\ рад \\ a_1 &\ \text{знак равно}\ 110\ см \\ л &\ \text{знак равно}\ 230\ см \\ р &\ \text{знак равно}\ 30\ см \end{aligned} \qquad (2.33)$$

имеет C на высоте час

$$h = 34\ см \qquad (2.34)$$

В этом расчете есть три допущения: 1− предполагается, что шины представляют собой жесткие диски с радиусом Р, 2- этсдвиг жидкости, такой как топливо, охлаждающая жидкость и масло, игнорируются, и 3− прогиб подвески принимается равным нулю.

Прогиб подвески оказывает максимальное влияние на погрешность определения высоты. Чтобы исключить прогиб подвески, мы должны заблокировать подвеску, обычно путем замены амортизаторов на жесткие стержни, чтобы автомобиль оставался на высоте дорожного просвета.

Пример 44 Разные шины спереди и сзади.

В зависимости от области применения иногда необходимо использовать разные типы шин и колес для передней и задней оси. Когда продольное положениеC для симметричного транспортного средства можно найти высоту C путем измерения нагрузки только на одну ось. В качестве примера рассмотрим мотоцикл на рис. 2.4. У него разные передние и задние шины.

Предположим, что нагрузка находится под задним колесом мотоцикла. F_z известен. Высотачас из C можно найти, воспользовавшись моментом сил вокруг отпечаток передней шины.

$$h = \frac{F_{z_2}(a_1 + a_2) -}{мг} \quad \mu \ \text{а потому что грех}^{-1} \frac{ЧАС}{a_1 + a_2} ¶ + \frac{R_1 + R_2}{2} \qquad (2.35)$$

Пример 45 Статически неопределенный.

Транспортное средство с более чем тремя колесами статически неопределимо. Чтобы определить вертикальную силу под каждой шиной, нам нужно знать механические свойства и состояние шин, например величину прогиба в центре шины и ее вертикальную жесткость.

2.2 Припаркованный автомобиль на наклонной дороге

Когда автомобиль припаркован на наклонном тротуаре, как показано на рисунке 2.5, нормальная сила F_z, под каждым из передних и задних колес, F_{z_1}, F_{z_2}, является;

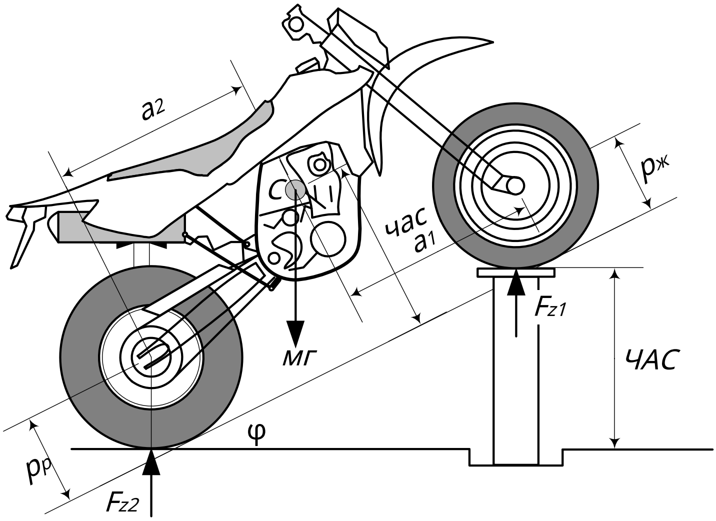

РИСУНОК 2.4. Мотоцикл с разными передними и задними шинами.

$$F_{z1} = мг \frac{1}{2} \cos φ \frac{a}{л} + мг \sin φ \frac{1}{2} \frac{час}{л} \qquad (2.36)$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } мг \frac{1}{2} \frac{a_1}{л} \cos φ - мг \sin φ \frac{1}{2} \frac{час}{л} \qquad (2.37)$$

$$l = a_1 + a_2$$

где φ - угол дороги с горизонтом. Горизонт перпендикулярен гравитационному ускорению.грамм.

Доказательство. Рассмотрим автомобиль, показанный на рисунке 2.5. Предположим, что усилия стояночного тормоза действуют только на задние колеса. Это означает, что передние шины свободно вращаться. Применение плоских уравнений статического равновесия

Икс
$F_{Икс}$ знак равно 0 (2.38)

Икс
F_z знак равно 0 (2.39)

Икс
M_y знак равно 0 (2.40)

показывает, что

$$2F_{Икс2} - мг \sin φ = 0 \; 2 \qquad (2.41)$$

$$F_{z1} + 2F_{z2} - мг \cos φ = 0 \; -2F_{z1} \qquad (2.42)$$

$$a_1 + 2F_{z2} a_2 - 2F_{Икс2} h = 0. \qquad (2.43)$$

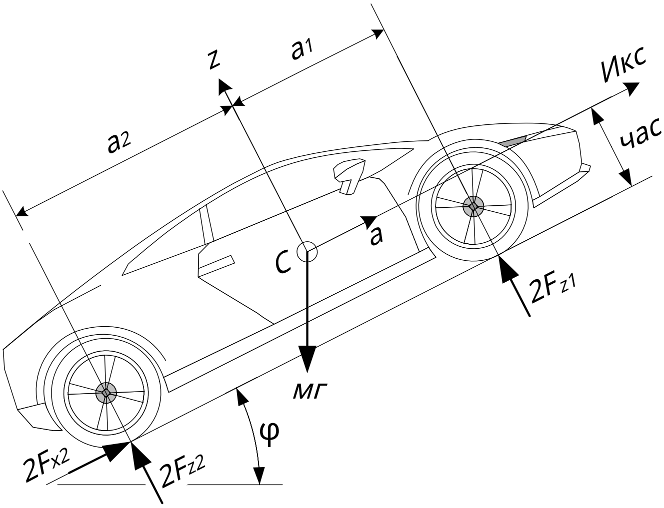

РИСУНОК 2.5. Припаркованный автомобиль на наклонном тротуаре.

Эти уравнения обеспечивают тормозное усилие и силы реакции под передней частью.
и задние шины.

$$F_{z1} = \frac{1}{2} мг \frac{a_2}{л} \cos φ - \frac{1}{2} мг \sin φ \frac{час}{л} \tag{2.44}$$

$$F_{z2} = \frac{1}{2} мг \frac{a}{л} \cos φ + \frac{1}{2} мг \sin φ \frac{час}{л} \tag{2.45}$$

$F_{икс2}$ знак равно $\frac{1}{2}$ мг sinφ (2.46)

■

Пример 46 Увеличение угла наклона.

Когда φ = 0, Уравнения (2.36) и (2.37) сводятся к (2.1) и (2.2). При увеличении угла наклона нормальная сила под передними шинами припаркованного автомобиля уменьшается, а нормальная сила и тормозная сила под задними шинами увеличиваются. Предел для увеличения φ - это когда весовой вектор мграмм проходит через точку контакта заднего колеса с землей. Такой угол называетсяугол наклона.

Пример 47 Максимальный угол наклона.

Требуемая тормозная сила $F_{икс2}$ увеличивается на угол наклона. Быть-причина $F_{икс2}$ равна силе трения между шиной и дорожным покрытием, ее максимум зависит от состояния шины и дорожного покрытия. Есть конкретный угол $φ_M$ при котором тормозная сила $F_{икс2}$ насыщается и больше не может увеличиваться. При этом максимальном угле тормозная сила пропорциональна нормальная сила F_{z2}

$$F_{икс_2} = μ_{икс_2} F_{z2} \tag{2.47}$$

где коэффициент μ - Икс-коэффициент трения направления для задней части $_{Икс2}$ колесо. При φ = φМ, уравнения равновесия сведутся к

$$2\,мкм_{Икс2} F_{z_2} - мг \sin\varphi_M \text{ знак равно } 0 \quad (2.48)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg \cos\varphi_M \text{ знак равно } 0 \quad (2.49)$$

$$2F_{z_1} a_1 - 2F_{z_2} a_2 + 2\,мкм_{Икс2} F_{z_2} h = 0. \quad (2.50)$$

Эти уравнения обеспечивают

$$F_{z1} = мг \frac{1}{2} \frac{a}{л} \cos\varphi_M - \frac{1}{2} мг \frac{час}{л} \sin\varphi_M \quad (2,51)$$

$$F_{z2} = мг \frac{1}{2} \frac{a_1}{л} \cos\varphi_M + \frac{1}{2} м_{грамм} \frac{час}{л} \sin\varphi_M \quad (2,52)$$

$$\tan\varphi_M \text{ знак равно } \frac{a_1 \mu_{Икс2}}{l - \mu_{Икс_2} час} \quad (2,53)$$

показывающий, что существует связь между коэффициентом трения $\mu_{Икс_2}$, максимальный наклон φМ, а геометрическое положение центра масс C. Угол φМ увеличивается за счет уменьшения час

Для автомобиля имеющего технические характеристики

$$\begin{aligned} \mu_{Икс2} &\text{ знак равно } 1 \\ a_1 &\text{ знак равно } 110 \text{ см} \\ л &\text{ знак равно } 230 \text{ см} \\ час &\text{ знак равно } 35 \text{ см} \end{aligned} \quad (2,54)$$

угол наклона

$$\varphi_M \approx 0{,}514 \text{ рад} \approx 29{,}43 \text{ град.} \quad (2,55)$$

Пример 48 Торможение передних колес.

Когда передние колеса - единственные тормозные колеса $F_{Икс2} = 0$ а также $F_{Икс1} \neq 0$. В этом случае уравнения равновесия будут иметь вид

$$2F_{Икс_1} - мг \sin\varphi = 0 \quad (2,56)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - мг \cos\varphi = 0 \quad (2,57)$$

$$-2F_{z1} a_1 + 2F_{z2} a_2 - 2F_{Икс1} h = 0. \quad (2,58)$$

Эти уравнения обеспечивают тормозное усилие и силы реакции под передней частью. и задние шины.

$$F_{z1} \text{ знак равно } мг \frac{1}{2} \frac{a}{л} \cos\varphi - \frac{1}{2} мг \frac{час}{л} \sin\varphi \quad (2,59)$$

$$F_{z2} = мг \frac{1}{2} \frac{a}{л} \cos\varphi + \frac{1}{2} мг \frac{час}{л} \sin\varphi \quad (2,60)$$

$$F_{Икс_1} \text{ знак равно } мг \frac{1}{2} \sin\varphi \quad (2,61)$$

Под конечным углом $\varphi = \varphi_M$

$$F_{Икс_1} = \mu_{Икс_1} F_{z_1} \tag{2,62}$$

а также

$$2 \text{ мкм}_{Икс_1} F_{z_1} - \text{мг} \sin\varphi_M \text{ знак} \tag{2,63}$$

$$\text{равно } 0 \; 2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg \cos\varphi_M = 0 \tag{2,64}$$

$$2F_{z_1} a_1 - 2F_{z_2} a_2 + 2 \text{ мкм}_{Икс_1} F_{z_1} h = 0. \tag{2,65}$$

Эти уравнения обеспечивают

$$F_{z_1} \text{ знак равно мг } \frac{1}{2} \frac{a_2}{л} \cos\varphi_M - \text{мг} \frac{1}{2} \frac{час}{л} \sin\varphi_M \tag{2,66}$$

$$F_{z_2} = \text{мг} \frac{1}{2} \frac{a_1}{л} \cos\varphi_M + \text{мг} \frac{1}{2} \frac{час}{л} \sin\varphi_M \tag{2,67}$$

$$\tan\varphi_M \text{ знак равно } \frac{a_2 \mu_{Икс_1}}{l - \mu_{Икс_1} час}. \tag{2,68}$$

Назовем конечный угол для тормоза переднего колеса в уравнении (2.53) как $\varphi_{M_ж}$, а конечный угол для тормоза заднего колеса в уравнении (2.68) как $\varphi_{M_р}$. Сравнивая $\varphi_{M_ж}$ и $\varphi_{M_р}$ показывает, что

$$\frac{\varphi_{M_ж}}{\varphi_{M_р}} \text{ знак равно } \frac{a_1 \mu_{Икс_2}}{a_2 \mu_{Икс_1}} \frac{l - \mu_{Икс_1} час}{l - \mu_{Икс_2} час}. \tag{2,69}$$

Мы можем предположить, что передние и задние шины одинаковые, и поэтому

$$\mu_{Икс_1} = \mu_{Икс_2} \tag{2,70}$$

следовательно,

$$\frac{\varphi_{M_ж}}{\varphi_{M_р}} \text{ знак равно } \frac{a_1}{a_2}. \tag{2,71}$$

Следовательно, если $a_1 < a_2$ тогда $\varphi_{M_ж} < \varphi_{M_р}$ и поэтому задний тормоз больше эффективнее переднего тормоза при парковке на подъеме до тех пор, пока $\varphi_{M_р}$ меньше, чем угол наклона, $\varphi_{M_р} <$ загар$^{-1} \frac{a_2}{час}$. При угле наклона весовой вектор проходит через точку контакта заднего колеса с землей.

Аналогичным образом мы можем сделать вывод, что при парковке на спуске передний тормоз более эффективен, чем задний.

Пример 49 Торможение четырех колес.

Рассмотрим автомобиль с четырехколесным тормозом, припаркованный на холме, как показано на рисунке 2.6. В этих условиях будет две тормозные силы. $F_{Икс_1}$ на передние колеса и две тормозные силы $F_{Икс_1}$ на задние колеса.

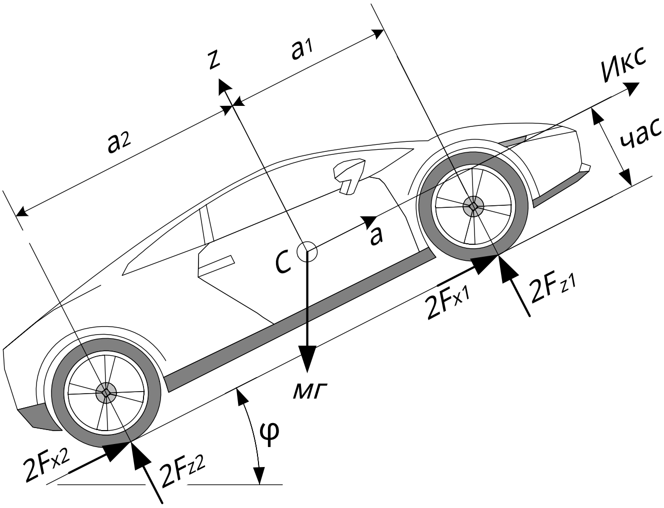

РИСУНОК 2.6. Автомобиль с четырехколесным тормозом, припаркованный в гору.

Уравнения равновесия для этого вагона следующие:

$$2F_{Икс_1} + 2F_{Икс_2} - мг\sin\varphi = 0\ 2 \tag{2,72}$$

$$F_{z1} + 2F_{z2} - mg\cos\varphi = 0 \tag{2,73}$$

$$-2F_{z1}a_1 + 2F_{z2}a_2 - (2F_{Икс_1} + 2F_{Икс_2})h = 0. \tag{2,74}$$

Эти уравнения обеспечивают тормозное усилие и силы реакции под передней частью.
и задние шины.

$$F_{z1}\ \text{знак равно}\ \frac{1}{2}мг\frac{a_2}{л}\cos\varphi - \frac{1}{2}мг\frac{час}{л}\sin\varphi \tag{2,75}$$

$$F_{z2} = мг\frac{1}{2}\frac{a_1}{л}\cos\varphi + \frac{1}{2}мг\frac{час}{л}\sin\varphi \tag{2,76}$$

$$F_{Икс1} + F_{Икс2}\ \text{знак равно}\ \frac{1}{2}мг\sin\varphi \tag{2,77}$$

Под конечным углом $\varphi = \varphi_М$, все колеса начнут скользить одновременно
и поэтому,

$$F_{Икс1}\ \text{знак равно}\ \mu_{Икс_1}F_{z1} \tag{2,78}$$

$$F_{Икс2}\ \text{знак равно}\ \mu_{Икс_2}F_{z2}. \tag{2,79}$$

Уравнения равновесия показывают, что

$$2\,мкм_{Икс_1}F_{z1} + 2\,мкм_{Икс_2}F_{z2} - m\,s\,n\varphi_М\ \text{знак равно}\ 0 \tag{2,80}$$

$$2F_{z1} + 2F_{z2} - мг\cos\varphi_М\ \text{знак равно}\ 0 \tag{2,81}$$

$$-2F_{z1}a_1 + 2F_{z2}a_2 - 2\,мкм_{Икс_1}F_{z1} + 2\,мкм_{Икс_2}F_{z2}\,h = 0. \tag{2,82}$$

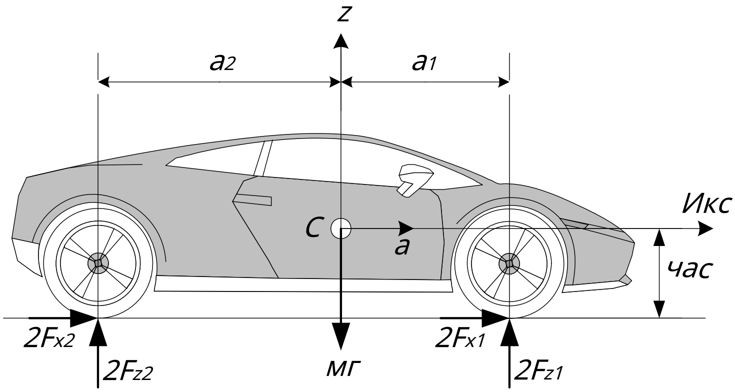

РИСУНОК 2.7. Ускоряющаяся машина на ровном асфальте.

Предполагая

$$\mu_{Икс1} = \mu_{Икс2} = \mu_{Икс} \tag{2,83}$$

обеспечит

$$F_{z1} = мг\,\frac{1}{2}\,\frac{a_2}{л}\cos\varphi_М - м\,\frac{1}{2}\,грамм\,\frac{час}{л}\sin\varphi_М \tag{2,84}$$

$$F_{z2} = мг\,\frac{1}{2}\,\frac{a_1}{л}\cos\varphi_М + \frac{1}{2}мг\,\frac{час}{л}\sin\varphi_М \tag{2,85}$$

$$\tan\varphi_М = \mu_{Икс}. \tag{2,86}$$

2.3 Ускорение автомобиля на ровной дороге

Когда машина мчится с ускорением a на ровной дороге, как показано на На рис. 2.7 вертикальные силы под передними и задними колесами равны

$$F_{z1} \text{ знак равно } \frac{1}{2}мг\,\frac{a_2}{л} - мг\,\frac{1}{2}\,\frac{xa}{LG} \tag{2,87}$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{1}{2}мг\,\frac{a_1}{л} + \frac{1}{2}мг\,\frac{xa}{LG}. \tag{2,88}$$

Первые сроки, $\frac{1}{2}мг\frac{a_2}{л}$ а также $\frac{1}{2}МГ\frac{a_1}{л}$, называются статические части, и второй термины $\pm\frac{1}{2}МГ\frac{xa}{LG}$ называются динамические части нормальных сил.

Доказательство. Транспортное средство рассматривается как твердое тело, движущееся по горизонтальной дороге. Сила на отпечатке шины каждой шины может быть разложена на нормальную и продольную силу. Уравнения движения ускоряющейся машины происходят из уравнения Ньютона вИкс-направление и два статических уравнения равновесия.

Икс

$F_{Икс}$ знак равно ма (2,89)

Икс

F_z знак равно 0 (2,90)

Икс

M_y знак равно 0. (2,91)

Расширение уравнений движения дает три уравнения для четырех неизвестные $F_{Икс_1}$, $F_{Икс_2}$, F_{z_1}, F_{z_2}.

$2F_{Икс_1} + 2F_{Икс_2}$ знак равно ма (2,92)

$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg = 0$ (2,93)

$-2F_{z_1} a_1 + 2F_{z_2} a_2 - 2(F_{Икс_1} + F_{Икс_2})\, h = 0$ (2,94)

Однако можно исключить ($F_{Икс_1} + F_{Икс_2}$) между первым и третьим уравнения и решить для нормальных сил F_{z_1}, F_{z_2}.

F_{z_1} знак равно $(F_{z_1})_{ул} + (F_{z_1})_{дин}$

знак равно $\frac{1}{2} мг \frac{a_2}{л} - \frac{1}{2} мг \frac{ха}{LG}$ (2,95)

F_{z_2} знак равно $(F_{z_2})_{ул} + (F_{z_2})_{дин}$

знак равно $\frac{1}{2} мг \frac{a_1}{л} + \frac{1}{2} мг \frac{ха}{LG}$ (2,96)

Статические части

$(F_z)_{1\,ул}$ знак равно $\frac{1}{2}$ м грамм $\frac{a_2}{л}$ (2,97)

$(F_{z_2})_{ул}$ знак равно $\frac{1}{2} мг \frac{a_1}{л}$ (2,98)

являются развесовкой для неподвижного автомобиля и зависят от горизонтали положение центра масс. Однако динамические части

$(F_{z_1})_{дин}$ знак равно $- \frac{1}{2} мг \frac{ха}{LG}$ (2,99)

$(F_z)_{2\,дин}$ знак равно $\frac{1}{2}$ м грамм $\frac{ха}{LG}$ (2.100)

указывают распределение веса в соответствии с горизонтальным ускорением и зависят от вертикального положения центра масс.

При ускорении a> 0, нормальные силы под передними шинами меньше статической нагрузки, а под задними шинами больше, чем статическая нагрузка.

■

Пример 50 Передний привод ускоряется по ровной дороге.

Когда машина переднеприводная, $F_{икс2}$ знак равно 0. Уравнения (2.92) - (2.88) обеспечат те же силы вертикального отпечатка шины, что и (2.87) и (2.88). Тем не мение, требуемая горизонтальная сила для достижения такого же ускорения, а, должны обеспечиваться исключительно передними колесами.

Пример 51 Задний привод ускоряется на ровной дороге.

Если машина заднеприводная, то, $F_{икс1}$ знак равно 0 и требуемая сила для достижения ускорения, а, должны обеспечиваться только задними колесами. Вертикаль сила под колесами останется такой же, как (2.87) и (2.88).

Пример 52 Максимальное ускорение на ровной дороге.

Максимальное ускорение автомобиля пропорционально трению под колесами. Мы предполагаем, что коэффициенты трения передних и задних шин равны, и все шины одновременно достигают максимального сцепления.

$$F_{икс1} \text{ знак равно } \pm \mu_{икс} F_{z1} \tag{2.101}$$

$$F_{икс2} \text{ знак равно } \pm \mu_{икс} F_{z2} \tag{2.102}$$

Уравнение Ньютона (2.92) теперь можно записать в виде

$$ma = \pm 2 \text{ мкм}_{икс} (F_{z1} + F_{z2}). \tag{2.103}$$

Подстановка F_{z_1} а также F_{z_2} из (2.93) и (2.94) дает

$$a = \pm \mu_{икс} \text{грамм}. \tag{2.104}$$

Следовательно, максимальное ускорение и замедление напрямую зависят от коэффициента трения.

Пример 53 Максимальное ускорение для одноосного автомобиля.

Максимальное ускорение $a_{задний\ ход}$ для заднеприводной машины достигается когда мы заменяем $F_{икс1} = 0$, $F_{икс2} = \mu_{икс} F_{z_2}$ в уравнении (2.92) и воспользуемся Уравнение (2.88)

$$\mu_{икс} мг \left(\frac{a_1}{л} + \frac{ха_{задний\ ход}}{LG} \right) \text{ знак равно } ма_{задний\ ход} \tag{2.105}$$

и поэтому,

$$\frac{a_{задний\ ход}}{грамм} \text{ знак равно } \frac{a_1 \mu_{икс}}{l - h\mu_{икс}} \text{ знак равно } \frac{\mu_{икс}}{1 - \mu_{икс} \frac{час}{л}} \frac{a_1}{л}. \tag{2.106}$$

Передние колеса могут оторваться от земли, когда F_{z1} знак равно 0. Подстановка F_{z1} знак равно 0 в уравнении (2.88) обеспечивает максимальное ускорение, при котором передняя колеса еще в дороге.

$$\frac{a_{задний\ ход}}{грамм} \leq \frac{a_2}{час} \tag{2.107}$$

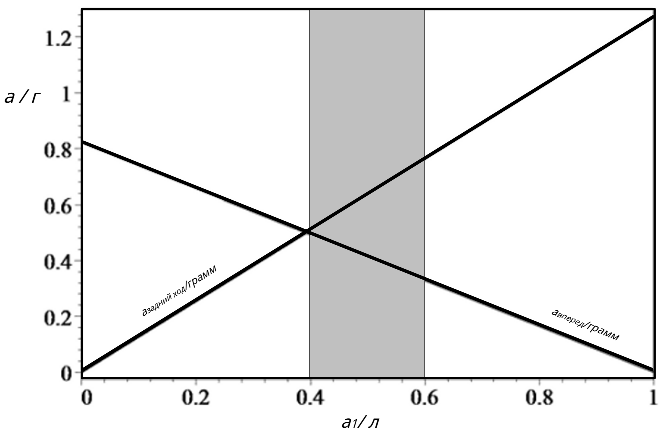

РИСУНОК 2.8. Влияние положения центра масс на максимально достижимое ускорение как переднеприводного, так и заднеприводного автомобиля.

Следовательно, максимально достижимое ускорение будет меньшим значением уравнения (2.106) или (2.107).

Аналогично максимальное ускорение $a_{вперед}$ для переднеприводной машины достигается заменой $F_{Икс2}$ знак равно 0, $F_{Икс1} = \mu_{Икс} F_{z1}$ в уравнении (2.92) и используйте уравнение (2.87).

$$\frac{a_{вперед}}{грамм} \text{ знак равно } \frac{a_2 \mu_{Икс}}{l + h\mu_{Икс}} з, \quad \text{знак равно } \frac{\mu_{Икс}}{1 + \mu_{Икс} \frac{час}{л}} \left(1 - \frac{a_1}{л}\right) \tag{2.108}$$

Чтобы увидеть влияние изменения положения центра масс на максимально достижимое ускорение, мы построим рисунок 2.8 для образца автомобиля с

$$\begin{aligned} \mu_{Икс} &\text{ знак равно } 1 \\ час &\text{ знак равно } 0{,}56 \text{ м} \\ л &\text{ знак равно } 2.6 \text{м.} \end{aligned} \tag{2.109}$$

Легковые автомобили обычно в ассортименте 0,4 <(a_1/ г) < 0,6, с участием (a_1/грамм) → 0,4 для переднеприводных автомобилей, и (a_1/грамм) → 0,6 для заднеприводных автомобилей. В этом диапазоне ($a_{задний\ ход}$/ г)> ($a_{вперед}$/грамм) и поэтому автомобили с задним приводом могут достигать более высокого переднего ускорения, чем автомобили с передним приводом. Это не-важный прикладной факт, особенно для гоночных автомобилей.

Максимальное ускорение также может быть ограничено условием наклона.

$$\frac{a_М}{грамм} \leq \frac{a_2}{час}. \tag{2.110}$$

Пример 54 Минимальное время для 0-100 км / ч на ровной дороге.

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками:

$$
\begin{aligned}
\text{длина} &\ \text{знак равно}\ 4245 \text{ мм} \\
\text{ширина} &\ \text{знак равно}\ 1795 \text{ мм} \\
\text{рост} &\ \text{знак равно}\ 1285 \text{ мм} \\
\text{колесная база} &\ \text{знак равно}\ 2272 \text{ мм} \\
\text{передняя колея} &\ \text{знак равно}\ 1411 \text{мм} \\
\text{задняя колея} &\ \text{знак равно}\ 1504 \text{ мм} \\
\text{вес нетто} &\ \text{знак равно}\ 1500 \text{ кг} \\
\text{час} &\ \text{знак равно}\ 220 \text{ мм} \\
\mu_{\text{Икс}} &\ \text{знак равно}\ 1 \\
a_1 &\ \text{знак равно}\ a_2
\end{aligned}
\tag{2.111}
$$

Предположим, что автомобиль заднеприводный, и его двигатель может обеспечить максимальное сцепление с дорогой, поддерживаемое трением. Уравнение (2.88) определяет нагрузку на задние колеса, и поэтому уравнение движения вперед имеет вид

$$
\begin{aligned}
2F_{\text{Икс}2} &\ \text{знак равно}\ 2\,\text{мкм}_{\text{Икс}} F_{z2} \\
&\ \text{знак равно}\ \text{мкг}_{\text{Икс}} \frac{a_1}{л} + \mu \text{ мг}_{\text{Икс}} \frac{\text{час}}{LG} a \\
&\ \text{знак равно}\ \text{ма.}
\end{aligned}
\tag{2.112}
$$

Перегруппировка дает следующее дифференциальное уравнение для вычисления ve-
местонахождение и перемещение:

$$
\begin{aligned}
a &\ \text{знак равно}\ \ddot{x} = \frac{\mu_{\text{Икс}}\text{грамм}\,\frac{a_1}{л}}{1 - \mu_{\text{Икс}}\text{грамм}\,\frac{\text{час}}{LG}} \\
&\ \text{знак равно}\ g\mu_{\text{Икс}} \frac{a_1}{l - h\mu_{\text{Икс}}}
\end{aligned}
\tag{2.113}
$$

Принимая интеграл

$$\int_0^{27,78} dv = \int_0^{т} a\, дт \tag{2.114}$$

между v = 0 а также v = 100 км / ч ≈ 27,78 м / с показывает, что минимальный время 0-100 км / ч на ровной дороге

$$t = \frac{27,78}{g\mu_{\text{Икс}} \frac{a_1}{l - h\mu_{\text{Икс}}}} \approx 5,11 \text{ с} \tag{2.115}$$

Если бы этот же автомобиль был переднеприводным, то сила тяги была бы

$$\begin{aligned} 2F_{x_1} &= 2\mu_x F_{z_1} \\ &= mg\,\mu_x \frac{a_2}{l} - \mu_x m \frac{h_1}{l}\, a \\ &= ma. \end{aligned} \tag{2.116}$$

и уравнение движения сводилось бы к

$$\begin{aligned} a = \ddot{x} &= \frac{\mu_x g \frac{a_2}{l}}{1 + \mu_x g \frac{h_1}{lg}} \\ &= g\mu_x \frac{a_2}{l + h\mu_x}. \end{aligned} \tag{2.117}$$

Минимальное время для 0-100 км / ч на ровной дороге для этого переднеприводного-водить машину

$$t = \frac{27{,}78}{g\mu_x \frac{a_2}{l + h\mu_x}} \approx 6.21 \text{ с.} \tag{2.118}$$

Теперь представьте, что этот же автомобиль полноприводный. Затем тяга сила

$$\begin{aligned} 2F_{x_1} + 2F_{x_2} &= 2\mu_x (F_{z_1} + F_{z_2}) \\ &= \frac{g}{l} m (a_1 + a_2) \\ &= ma. \end{aligned} \tag{2.119}$$

и минимальное время для 0–100 км / ч на ровной дороге для этого четырехколесного автомобиля привод машины теоретически можно свести к

$$t = \frac{27{,}78}{g} \approx 2.83 \text{ с.} \tag{2.120}$$

2,4 Ускорение автомобиля на наклонной дороге

Когда автомобиль ускоряется на наклонном покрытии под углом φ, как показано на рисунке 2.9, нормальная сила под каждым из передних и задних колес, F_{z_1}, F_{z_2}, было бы:

$$F_{z_1} = mg\frac{1}{2}\left(\frac{a_2}{l}\cos\varphi - \frac{h}{l}\sin\varphi\right) - \frac{1}{2}ma\frac{h}{l} \tag{2.121}$$

$$F_{z_2} = mg\frac{1}{2}\left(\frac{a_1}{l}\cos\varphi + \frac{h}{l}\sin\varphi\right) + ma\frac{1}{2}\frac{h}{l} \tag{2.122}$$

$$l = a_1 + a_2$$

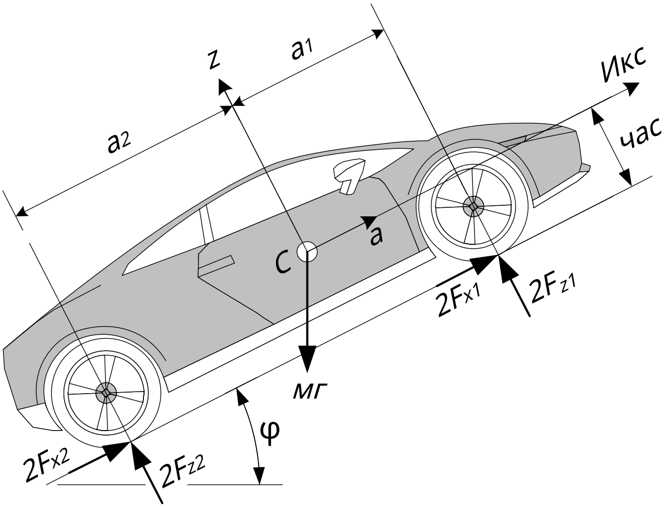

РИСУНОК 2.9. Разгоняющая машина на наклонном асфальте.

Динамические части, ±1 2мг xaG , зависеть от ускорения a и высота час из центр масс C и остаются неизменными, в то время как статические части подвержены влиянию по углу наклона φ и высоте час центра масс.

Доказательство. Уравнение Ньютона в Икс-направления и два уравнения статического равновесия, необходимо изучить, чтобы найти уравнение движения и грунта. силы реакции.

Икс
$F_{Икс}$ знак равно ма (2.123)

Икс
F_z знак равно 0 (2.124)

Икс
M_y знак равно 0. (2.125)

Расширение этих уравнений дает три уравнения для четырех неизвестных $F_{Икс1}$, $F_{Икс2}$, F_{z1}, F_{z2}.

$2F_{Икс1} + 2F_{Икс2}$ - мг sinφ = ма (2,126)

$2F_{z1} + 2F_{z2}$ - мг cos φ = 0 $2F_z$ (2.127)

$_1a_1 - 2F_{z2}a_2 + 2\,(F_{Икс1} + F_{Икс2})$ h = 0 (2.128)

Есть возможность исключить $(F_{Икс1} + F_{Икс2})$ между первым и третьим уравнениями, и решить для нормальных сил F_{z1}, F_{z2}.

F_{z1} знак равно $(F_{z1})_{ул} + (F_{z1})$ дин

μ ¶

знак равно $\frac{1}{2}$мг $\frac{a_2}{л}$ cos φ - $\frac{час}{л}$ sinφ - ма $\frac{1}{2}$ $\frac{час}{л}$ (2,129)

$$F_{z2} \text{ знак равно } (F_{z2})_{ул} + (F_{z2})_{дин}$$
$$\text{знак равно } \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_1}{л} \cos\varphi + \frac{час}{л} \sin\varphi \right) + ма \frac{1}{2} \frac{час}{л} \qquad (2.130)$$

■

Пример 55 Автомобиль переднеприводный, разгоняется по наклонной дороге.

Вместо переднеприводного автомобиля мы можем заменить $F_{Икс1}$ знак равно 0 в уравнениях (2.126) и (2.128), чтобы иметь определяющие уравнения. Однако это не так. влияют на силы реакции земли под шинами (2.129 и 2.130), пока автомобиль движется в предельных условиях.

Пример 56 Автомобиль с задним приводом, разгоняется по наклонной дороге.

Подстановка $F_{Икс2}$ знак равно 0 в уравнениях (2.126) и (2.128) и решение для нормальных сил реакции под каждой шиной дает те же результаты, что и (2.129) и (2.130). Следовательно, обычные силы, приложенные к шинам, не распознают, является ли автомобиль передним, задним или полноприводным. Пока мы едем по прямой с небольшим ускорением, ведущие колеса могут быть передними или задними. Однако преимущества и недостатки автомобилей с передним, задним или полным приводом проявляются при маневрировании, скользкой дороге или когда требуется максимальное ускорение.

Пример 57 Максимальное ускорение на наклонной дороге.

Максимальное ускорение зависит от трения под шинами. Предположим, что коэффициенты трения в передних и задних шинах равны. Потом, передняя и задняя тяговые силы равны

$$F_{Икс1} \le \mu_{Икс} F_{z1} \qquad (2.131)$$

$$F_{Икс2} \le \mu_{Икс} F_{z2}. \qquad (2.132)$$

Если предположить, что передние и задние колеса достигают предела тяги на в то же время, тогда

$$F_{Икс1} \text{ знак равно } \pm \mu_{Икс} F_{z1} \qquad (2.133)$$

$$F_{Икс2} \text{ знак равно } \pm \mu_x F_{z2} \qquad (2.134)$$

и мы можем переписать уравнение Ньютона (2.123) в виде

$$ма_М \text{ знак равно } \pm 2\ мкм_{Икс} (F_{z1} + F_{z2}) - мг \sin\varphi \qquad (2.135)$$

куда, $а_М$ это максимально достижимое ускорение.

Теперь подставляем F_{z1} а также F_{z2} из (2.129) и (2.130) дает

$$\frac{а_М}{грамм} \text{ знак равно } \pm \mu_{Икс} \cos\varphi - \sin\varphi. \qquad (2.136)$$

Разгон по дороге в гору ($a > 0$, $\varphi > 0$) и торможение на спуске ($a < 0$, $\varphi < 0$) являются крайними случаями, когда автомобиль может заглохнуть. В этих случаях автомобиль может двигаться столько, сколько

$$\mu_{Икс} \ge |\tan\varphi|. \qquad (2.137)$$

Пример 58 Пределы ускорения и угла наклона.

Предполагая $F_{z_1} > 0$ а также $F_{z_2} > 0$, мы можем записать уравнения (2.121) и (2.122) как

$$\frac{a}{g} \leq \frac{a_2}{h} \cos\varphi - \sin\varphi \tag{2.138}$$

$$\frac{a}{g} \geq -\frac{a_1}{h} \cos\varphi - \sin\varphi. \tag{2.139}$$

Следовательно, максимально достижимое ускорение ($a > 0$) ограничено a_2, h, φ; а максимальное замедление ($a < 0$) ограничено a_1, h, φ. Эти двое уравнения можно объединить, чтобы получить

$$-\frac{a_1}{h} \cos\varphi \leq \frac{a}{g} + \sin\varphi \leq \frac{a_2}{h} \cos\varphi. \tag{2.140}$$

Если $a \to 0$, тогда пределы угла наклона будут

$$-\frac{a_1}{h} \leq \tan\varphi \leq \frac{a_2}{h}. \tag{2.141}$$

Это максимальный и минимальный углы наклона дороги, при которых автомобиль может оставаться без опрокидывания и падения.

Пример 59 Максимальное замедление для автомобиля с одноосным тормозом.

Мы можем найти максимальное замедление торможения a_{fwb} переднеприводного затормозить автомобиль на горизонтальной дороге, подставив $\varphi = 0$, $F_{x_2} = 0$, $F_{x_1} = -\mu_x F_{z_1}$ в уравнении (2.126) и используя уравнение (2.121)

$$-\mu_x m g \left(\frac{a_2}{l} - \frac{h}{l}\frac{a_{fwb}}{g}\right) = m a_{fwb} \tag{2.142}$$

следовательно,

$$\frac{a_{fwb}}{g} = -\frac{\mu_x}{1 - \mu_x \frac{h}{l}}\left(1 - \frac{a_1}{l}\right). \tag{2.143}$$

Аналогично максимальное замедление торможения a_{rwb} переднего тормоза автомобиль может быть получен, если мы заменим $F_{x_2} = 0$, $F_{x_1} = \mu_x F_{z_1}$.

$$\frac{a_{rwb}}{g} = -\frac{\mu_x}{1 + \mu_x \frac{h}{l}}\frac{a_1}{l} \tag{2.144}$$

Влияние изменения положения центра масс на максимально достижимое замедление торможения показано на рисунке 2.10 для образца автомобиля.

с участием

$$\begin{aligned} \mu_x &= 1 \\ h &= 0{,}56 \text{ м} \\ l &= 2.6 \text{м}. \end{aligned} \tag{2.145}$$

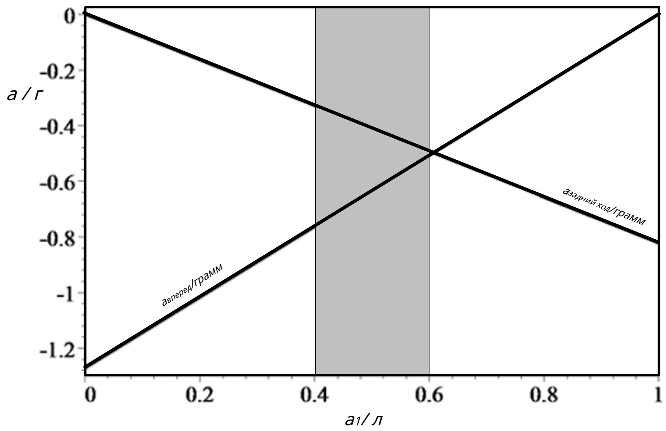

РИСУНОК 2.10. Влияние положения центра масс на максимально достижимое замедление переднеприводного и заднеприводного автомобиля.

Легковые автомобили обычно в ассортименте 0,4 <(a_1/ л) < 0,6. В этом диапазоне (a_{fwb}/ g) <(a_{rwb}/грамм) и поэтому автомобили с передним тормозом могут достичь лучшего замедления вперед, чем автомобили с задним тормозом. Следовательно, передние тормоза намного важнее задних тормозов.

Пример 60 F Автомобиль с прицепом.

На рис. 2.11 изображен автомобиль, движущийся по наклонной дороге с прицепом. Чтобы проанализировать движение автомобиля с прицепом, нам нужно разделить автомобиль и прицеп, чтобы увидеть силы на шарнире, как показано на рисунке 2.12. Мы предполагаем центр масс прицепа $C_т$ на расстоянии $б_3$ перед единственной осью трейлер. Если$C_т$ находится за осью прицепа, то $б_3$ должно быть отрицательным в следующих уравнениях.

Для идеального шарнира между автомобилем и прицепом, движущимся по прямой дороге, должна быть горизонтальная сила $F_{Икс_т}$ и вертикальная сила $F_{z_т}$.

Записывая уравнение Ньютона в Икс-направление и два статических равновесия уравнения как для прицепа, так и для транспортного средства

$$\text{Икс} \quad F_{Икс} \text{ знак равно } м_т a \tag{2.146}$$

$$\text{Икс} \quad F_z \text{ знак равно } 0 \tag{2.147}$$

$$\text{Икс} \quad M_y \text{ знак равно } 0 \tag{2.148}$$

находим следующую систему уравнений:

$$F_{Икс_т} - м_т \text{ грамм } \sin\varphi = м_т a \tag{2.149}$$

$$2F_{z_3} - F_{z_т} - м_т \text{ грамм } \cos\varphi = 0 \; 2 \tag{2.150}$$

$$F_{z_3} б_3 - F_{z_т} б_2 - F_{Икс_т} (час_2 - час_1) = 0 \tag{2.151}$$

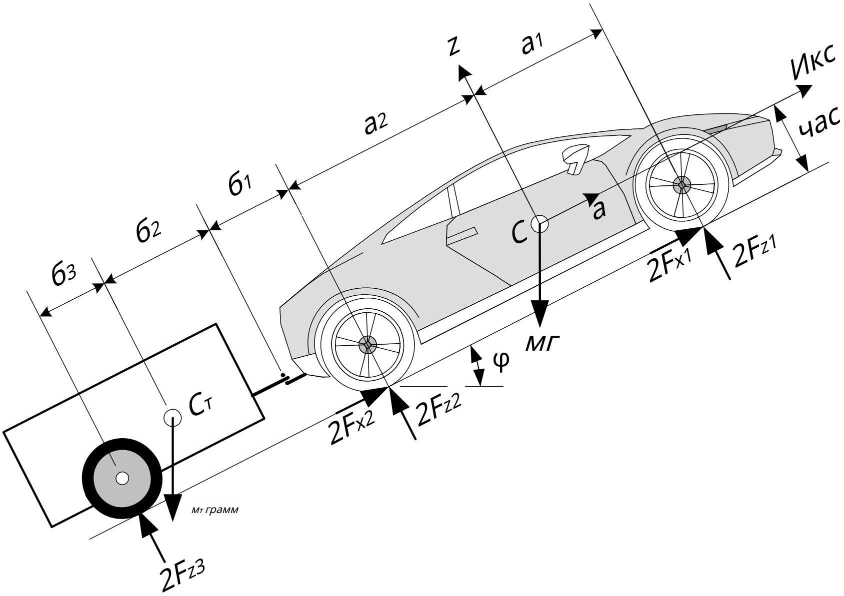

РИСУНОК 2.11. Автомобиль движется по наклонной дороге с прицепом.

$$2F_{Икс_1} + 2F_{Икс_2} - F_{Икс_т} - мг\sin\varphi = ма \tag{2.152}$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - F_{z_т} - мг\cos\varphi = 0 \tag{2.153}$$

$$2F_{z_1}a_1 - 2F_{z_2}a_2 + 2(F_{Икс_1} + F_{Икс_2})\,час - F_{Икс_т}(ч - ч_1) + F_{z_т}(б_1 + а_2) = 0 \tag{2.154}$$

Если значение тяговых сил $F_{Икс_1}$ а также $F_{Икс_2}$ даны, то это шесть уравнений для шести неизвестных: A, $F_{Икс_т}$, $F_{z_т}$, F_{z_1}, F_{z_2}, F_{z_3}. Решение этих уравнений предлагаем следующие решения:

$$а \text{ знак равно } \frac{2}{м + м_т}(F_{Икс_1} + F_{Икс_2}) - г\sin\varphi \tag{2.155}$$

$$F_{Икс_т} \text{ знак равно } \frac{2м_т}{м + м_т}(F_{Икс_1} + F_{Икс_2}) \tag{2.156}$$

$$F_{z_т} \text{ знак равно } \frac{ч_1 - ч_2}{б_2 - б_3}\,\frac{2м_т}{м + м_т}(F_{Икс_1} + F_{Икс_2}) + \frac{б_3}{б_2 - б_3}\, м_т \text{ грамм } \cos\varphi \tag{2.157}$$

$$F_{z_1} \text{ знак равно } \frac{б_3}{2л}\left(\frac{2а_2 - б_1}{б_2 - б_3}м_т + \frac{а_2}{б_3}м\right) г\cos\varphi + \left(\frac{2а_2 - б_1}{б_2 - б_3}(ч_т - ч_2)м_т - ч_1 м_т - хм\right)\frac{F_{Икс_1} + F_{Икс_2}}{л(м + м_т)} \tag{2.158}$$

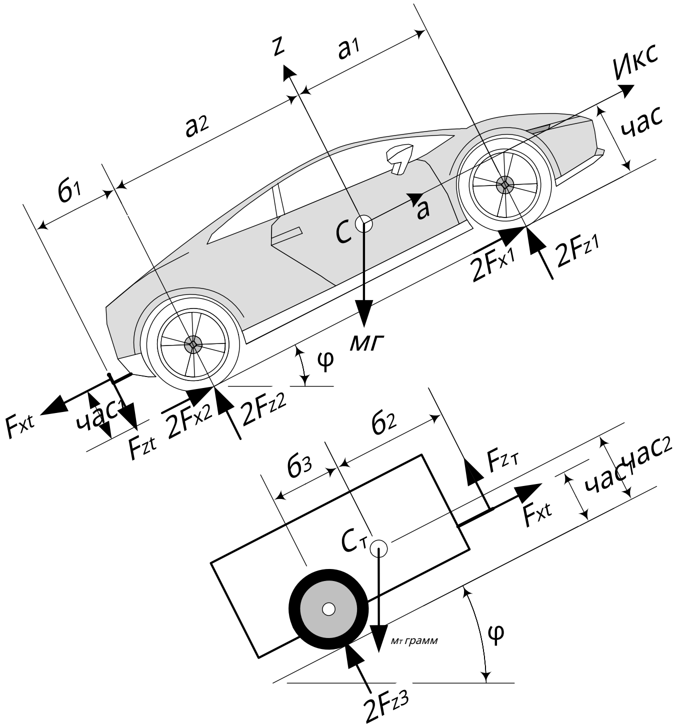

РИСУНОК 2.12. Свободная схема автомобиля и прицепа при движении по дорога в гору.

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{б_3}{2л}\left(\frac{а_1 - а_2 + б_1}{б_2 - б_3} м_т + \frac{а_1}{б_3} м\right) г \cos φ$$

$$+ \frac{а_1 - а_2 + б_1}{б_2 - б_3}(ч_1 - ч_2) м_т + час_1 м_т + хм \quad \frac{F_{Икс1} + F_{Икс2}}{л(м + м_т)} \qquad (2.159)$$

$$F_{z3} \text{ знак равно } \frac{1}{2}\frac{б_2}{б_2 - б_3} м_т г \cos φ + \frac{ч_1 - час_2}{б_2 - б_3}\frac{м_т}{м + м_т}(F_{Икс1} + F_{Икс2}) \qquad (2{,}160)$$

$$л \text{ знак равно } а_1 + а_2. \qquad (2.161)$$

Однако если значение ускорения а известно, то неизвестными являются: $F_{Икс1} + F_{Икс2}$, $F_{Икст}$, $F_{Zт}$, F_{z1}, F_{z2}, F_{z3}.

$$F_{Икс1} + F_{Икс2} \text{ знак равно } \frac{1}{2}(м + м_т)(а + г \text{ грех } φ) \qquad (2{,}162)$$

$$F_{Иксt} \text{ знак равно } м_т(а + г \sin φ) \qquad (2{,}163)$$

$$F_{Zт} \text{ знак равно } \frac{час_1 - час_2}{б_2 - б_3} м_т(а + г \text{ грех } φ) + \frac{б_3}{б_2 - б_3} м_т г \cos φ \qquad (2{,}164)$$

$$F_{z1} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3}m + m_t\frac{a_2}{b_3}\right) mg\cos\varphi + \frac{1}{2l}\left(\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3}(h_1 - h_2)m_t - h_1 m_t - hm\right)(a + g\sin\varphi) \quad (2,165)$$

$$F_{z2} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3}m + m_t\frac{a_1}{b_3}\right) mg\cos\varphi + \frac{1}{2l}\left(\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3}(h_1 - h_2)m_t + h_1 m_t + hm\right)(a + g\sin\varphi) \quad (2,166)$$

$$F_{z3} = \frac{1}{2}\frac{m_t}{b_2 - b_3}\left(b_2 g\cos\varphi + (h_1 - h_2)(a + g\sin\varphi)\right) \quad (2,167)$$

$$l = a_1 + a_2.$$

Пример 61 F Максимальный угол наклона для автомобиля с прицепом.

Для легкового автомобиля и прицепа, как показано на рисунке 2.11, максимальный угол наклона угол наклона φ_M это угол, при котором автомобиль не может разогнаться. Подстановка $a = 0$ и $\varphi = \varphi_M$ в уравнении (2.155) показывает, что

$$\sin\varphi_M = \frac{2}{(m + m_t)g}\left(F_{x_1} + F_{x_2}\right). \quad (2,168)$$

Значение максимального угла наклона φ_M увеличивается за счет уменьшения общей массы автомобиля и прицепа $(m + m_t)$ грамм или увеличение тяги сила $F_{x_1} + F_{x_2}$.

Сила тяги ограничена максимальным крутящим моментом на ведущем колесе. и трение под ведущей шиной. Предположим, что автомобиль четырехколесный, а коэффициенты трения на передних и задних колесах равны. Потом, передняя и задняя тяговые силы равны

$$F_{x_1} \le \mu_x F_{z1} \quad (2,169)$$

$$F_{x_2} \le \mu_x F_{z2}. \quad (2,170)$$

Если предположить, что передние и задние колеса достигают предела тяги на в то же время, тогда

$$F_{x_1} = \mu_x F_{z1} \quad (2.171)$$

$$F_{x_2} = \mu_x F_{z2} \quad (2,172)$$

и мы можем переписать уравнение (2.168) как

$$\sin\varphi_M = \frac{2\mu_x}{(m + m_t)g}\left(F_{z_1} + F_{z_2}\right) \quad (2,173)$$

Теперь подставляем F_{z1} а также F_{z2} из (2.158) и (2.159) дает

$$(mb_3 - mb_2 - m_t b_3)\mu_x\cos\varphi_M + (b_2 - b_3)(m + m_t)\sin\varphi_M$$

$$= 2\mu_x\frac{m_t(h_1 - h_2)}{m + m_t}\left(F_{x_1} + F_{x_2}\right). \quad (2,174)$$

Если представить уравнение (2.174) в виде

$$A\cos \varphi_M + B \sin\varphi_M \text{ знак равно } C \qquad (2,175)$$

тогда

$$\varphi_M \text{ знак равно atan2 } \left(\sqrt{\frac{C}{A_2 + B_2}}, \pm \text{ р} \sqrt{1 - \frac{C_2}{A_2 + B_2}}\right) - \text{atan2 } (A, Б) \qquad (2,176)$$

а также

$$\varphi_M \text{ знак равно atan2 } \left(\sqrt{\frac{C}{A_2 + B_2}}, \pm \text{ п} \sqrt{A_2 + B_2 - C_2}\right) - \text{atan2 } (A, Б) \qquad (2,177)$$

куда

$$A \text{ знак равно } (мб_3 - мб_2 - м_т б_3)\ \mu_{Икс} \qquad (2,178)$$

$$B \text{ знак равно } (б_2 - б_3)\ (м + м_т) \qquad (2,179)$$

$$C \text{ знак равно } 2\ мкм_{Икс} \frac{м_т (час_1 - час_2)}{м + м_т}\ (F_{Икс_1} + F_{Икс_2}). \qquad (2,180)$$

Для заднеприводного автомобиля, тянущего прицеп со следующим характером:
istics:

$$\begin{aligned}
л &\text{ знак равно } 2272 \text{ мм} \\
ш &\text{ знак равно } 1457 \text{ мм} \\
час &\text{ знак равно } 230 \text{ мм} \\
а_1 &\text{ знак равно } а_2 \\
час_1 &\text{ знак равно } 310 \text{ мм} \\
б_1 &\text{ знак равно } 680 \text{ мм} \\
б_2 &\text{ знак равно } 610 \text{мм} \\
б_3 &\text{ знак равно } 120 \text{ мм} \\
час_2 &\text{ знак равно } 560 \text{ мм} \\
м &\text{ знак равно } 1500 \text{ кг} \\
м_т &\text{ знак равно } 150 \text{ кг} \\
\mu_{Икс} &\text{ знак равно } 1 \\
\varphi &\text{ знак равно } 10 \text{ град} \\
а &\text{ знак равно } 1 \text{ м / с}_2
\end{aligned} \qquad (2.181)$$

мы нашли

$$\begin{aligned}
F_{z_1} &\text{ знак равно } 3441.78N \\
F_{z_2} &\text{ знак равно } 3877.93N \\
F_{z_3} &\text{ знак равно } 798,57N \\
F_{z_т} &\text{ знак равно } 147.99N \\
F_{Икс_т} &\text{ знак равно } 405,52N \\
F_{Икс_2} &\text{ знак равно } 2230.37N.
\end{aligned} \qquad (2,182)$$

Проверить, требуется ли тяговое усилие. $F_{Иксс2}$ применимо, мы должны сравнить это максимально доступная сила трения μF_{z2} и это должно быть

$$F_{Иксс2} \leq \mu F_{z2}. \tag{2,183}$$

Пример 62 F Решение уравнения a cos θ + б грех θ = c.

Первый тип тригонометрического уравнения - это

$$a \cos\theta + б \text{ грех } \theta = c. \tag{2,184}$$

Ее можно решить, введя две новые переменные p и η такие, что

$$a \text{ знак равно } p \text{ грех } \eta \tag{2,185}$$

$$б \text{ знак равно } p \cos\eta \tag{2.186}$$

и поэтому,

$$p \text{ знак равно } \sqrt{a^2 + б^2} \tag{2,187}$$

$$\eta = \operatorname{atan2}(a, б). \tag{2,188}$$

Подстановка новых переменных показывает, что

$$\text{грех } (\eta + \theta) \text{ знак равно } \frac{c}{p} \tag{2,189}$$

$$\text{соз } (\eta + \theta) \text{ знак равно } \pm\sqrt{1 - \frac{c^2}{p^2}}. \tag{2,190}$$

Следовательно, решения проблемы следующие:

$$\theta = \operatorname{atan2}\left(\frac{c}{p}, \pm\sqrt{1 - \frac{c^2}{p^2}}\right) - \operatorname{atan2}(a, б) \tag{2,191}$$

а также

$$\theta = \operatorname{atan2}\left(c, \pm\sqrt{p^2 - c^2}\right) - \operatorname{atan2}(a, б). \tag{2,192}$$

Следовательно, уравнение a cos θ + б грех θ = c имеет два решения, если p^2 знак равно $a^2 + б^2 > c^2$, одно решение, если p^2 знак равно c^2, и нет решения, если $p^2 < c^2$.

Пример 63 F Функция загар$^{-1}\frac{y}{Икс}$ 2 знак равно atan2 (y, x).

При расчете кинематики существует множество ситуаций, в которых нам нужно найти угол на основе грех а также потому что функции угла. Тем не мение, загар$^{-1}$ не может показать влияние отдельного знака для числителя и знаменателя. Он всегда представляет собой угол в первом или четвертом квадранте. Чтобы преодолеть эту проблему и определить угол в правильном квадранте, в atan2 функция представлена, как показано ниже.

$$\operatorname{atan2}(y, x) = \begin{cases} \text{загар}^{-1}\frac{y}{Икс} & \text{если } y > 0 \\ \text{загар}^{-1}\frac{y}{Икс} + \text{знак } \pi\, y & \text{если } y < 0 \\ \frac{\pi}{2} \text{ подписать} Икс & \text{если } y = 0 \end{cases} \tag{2,193}$$

В этом тексте, упоминалось ли это или нет, где бы загар$^{-1}\frac{y}{x}$ является используется, он должен быть рассчитан на основе atan2 (y, x).

Пример 64 Нулевое вертикальное усилие на шарнире.

Мы можем сделать вертикальную силу на шарнире равной нулю, исследуя Уравнение (2.157) для вертикальной силы шарнира F_{z_T}.

$$F_{z_t} \text{ знак равно } \frac{час_1 - час_2}{б_2 - б_3} \frac{2м_т}{м + м_т} (F_{Икс_1} + F_{Икс_2}) + \frac{б_3}{б_2 - б_3} м_т \text{ грамм } \cos φ \tag{2,194}$$

Сделать $F_{z_т} = 0$, достаточно отрегулировать положение центра масс прицепа $C_т$ точно на оси прицепа и на той же высоте, что и шарнир. В эти условия у нас есть

$$час_1 \text{ знак равно } час_2 \tag{2,195}$$

$$б_3 \text{ знак равно } 0 \tag{2,196}$$

что делает

$$F_{z_т} \text{ знак равно } 0. \tag{2,197}$$

Однако для повышения безопасности нагрузку следует распределять равномерно по прицепу. Тяжелые предметы следует загружать как можно ниже, в основном через ось. Следует раздавать более объемные и легкие предметы, чтобы itive $б_3$. Такой прицеп называется носовой балкой на тягово-сцепном устройстве.

2.5 Припаркованный автомобиль на обочине дороги

На рисунке 2.13 показано влияние угла крена φ на распределение нагрузки транспортного средства. Крен приводит к увеличению нагрузки на нижние шины, и нагрузка на верхние шины уменьшиться. Силы реакции шины:

$$F_{z_1} \text{ знак равно } \frac{1}{2}\frac{мг}{ш} (б_2 \cos φ - час \sin φ) \tag{2,198}$$

$$F_{z_2} \text{ знак равно } \frac{1}{2}\frac{мг}{ш} (б_1 \cos φ + час \text{ грех } φ) \tag{2,199}$$

$$ш = б_1 + б_2 \tag{2.200}$$

Доказательство. Начиная с уравнений равновесия

$$\sum_{Икс} F_y \text{ знак равно } 0 \tag{2.201}$$

$$\sum_{Икс} F_z \text{ знак равно } 0 \tag{2.202}$$

$$\sum_{Икс} M_{Икс} \text{ знак равно } 0. \tag{2.203}$$

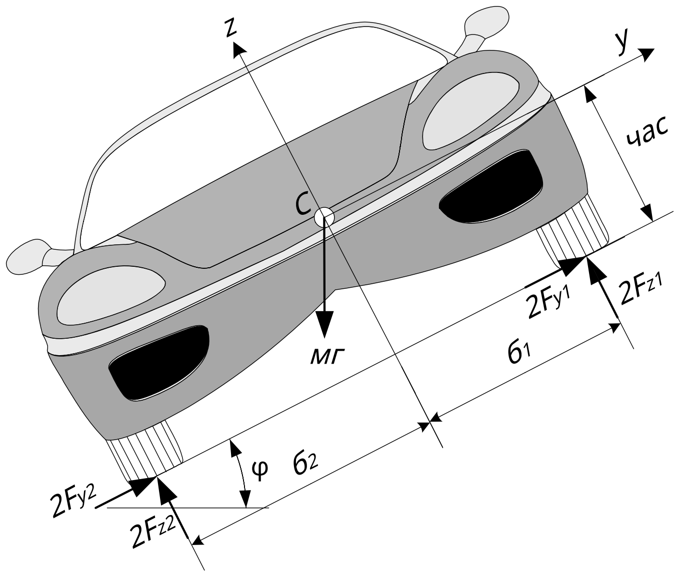

РИСУНОК 2.13. Нормальная сила под шинами транспортного средства при подъеме и спуске, припаркован на обочине дороги.

мы можем написать

$$2F_{y1} + 2F_{y2} - мг \sin\varphi = 0 \quad 2F_{z1} \tag{2.204}$$

$$+ 2F_{z2} - мг \cos\varphi = 0 \quad 2F_{z1}б_1 - \tag{2.205}$$

$$2F_{z2}б_2 + 2\left(F_{y1} + F_{y2}\right) h = 0. \tag{2.206}$$

Мы предположили, что силы под нижними шинами, передними и задними, равны, а также силы под верхними шинами, передними и задними равными. Чтобы рассчитать силы реакции под каждой шиной, мы можем принять общую боковую силу $F_{y1} + F_{y2}$ как неизвестный. Решение этих уравнений дает боковой и силы реакции под верхними и нижними шинами.

$$F_{z1} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \frac{б_2}{ш} \cos\varphi - \frac{1}{2} мг \frac{час}{ш} \sin\varphi \tag{2.207}$$

$$F_{z2} = \frac{1}{2} мг \frac{б_1}{ш} \cos\varphi + \frac{1}{2} мг \frac{час}{ш} \sin\varphi \tag{2.208}$$

$$F_{y1} + F_{y2} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \sin\varphi \tag{2.209}$$

Под конечным углом $\varphi = \varphi_M$, все колеса начнут скользить одновременно- и поэтому,

$$F_{y1} \text{ знак равно } \mu_{y_1} F_{z1} \tag{2.210}$$

$$F_{y2} \text{ знак равно } \mu_{y_2} F_{z_2}. \tag{2.211}$$

Уравнения равновесия показывают, что

$$2\ \text{мкм}_{y1} F_{z1} + 2\ \text{мкм}_{y2} F_{z2} - mg \sin\varphi = 0 \quad (2.212)$$

$$2F_{z1} + 2F_{z2} - mg \cos\varphi = 0 \quad (2.213)$$

$$2F_{z1} b_1 - 2F_{z2} b_2 + 2\ \text{мкм}\ F_{y1} + \mu_{y2} F_{z2}\ h = 0. \quad (2.214)$$

Предполагая

$$\mu_{y1} = \mu_{y2} = \mu_y \quad (2.215)$$

обеспечит

$$F_{z1} = \text{мг}\frac{1}{2}\frac{б_2}{ш}\cos\varphi_M - \frac{1}{2}\text{мг}\frac{час}{ш}\sin\varphi_M \quad (2.216)$$

$$F_{z2} = \text{мг}\frac{1}{2}\frac{б_1}{ш}\cos\varphi_M + \frac{1}{2}\text{м грамм}\frac{час}{ш}\sin\varphi_M \quad (2.217)$$

$$\tan\varphi_M = \mu_y. \quad (2.218)$$

Эти расчеты верны до тех пор, пока

$$\tan\varphi_M \le \frac{б_2}{час} \quad (2.219)$$

$$\mu_y \le \frac{б_2}{час}. \quad (2,220)$$

Если боковое трение μ_y выше чем $б_2$/час потом машина покатится под гору. Чтобы увеличить способность автомобиля двигаться по дороге с наклоном, автомобиль должен быть как можно шире с центром масс как можно ниже. ■

Пример 65 Резиновые нагрузки припаркованного автомобиля на дороге с наклоном.

Автомобиль, имеющий

$$\begin{aligned} м &\ \text{знак равно}\ 980\ кг \\ час &\ \text{знак равно}\ 0{,}6\ м \\ ш &\ \text{знак равно}\ 1{,}52\ м \\ б_1 &\ \text{знак равно}\ б_2 \end{aligned} \quad (2.221)$$

припаркован на выезде с насыпью, φ = 4 град. Силы под нижним и Верхние шины автомобиля:

$$\begin{aligned} F_{z1} &\ \text{знак равно}\ 2265.2\ \text{с.ш.} \\ F_{z2} &\ \text{знак равно}\ 2529.9\ \text{с.ш.} \\ F_{y1} + F_{y2} &\ \text{знак равно}\ 335{,}3\ \text{с.ш.} \end{aligned} \quad (2.222)$$

Соотношение подъемной силы F_{z1} к силе спуска F_{z2} зависит только от положение центра масс.

$$\frac{F_{z1}}{F_{z2}}\ \text{знак равно}\ \frac{б_2 \cos\varphi - час \sin\varphi}{б_1 \cos\varphi + час \sin\varphi} \quad (2.223)$$

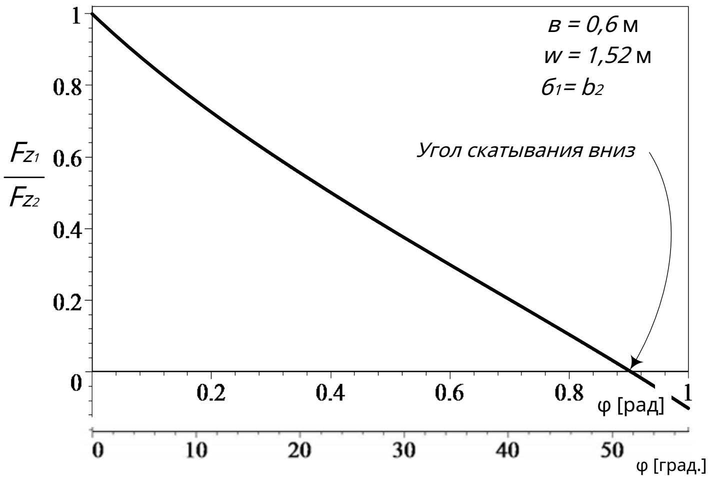

РИСУНОК 2.14. Иллюстрация соотношения силF_{z1}/ F_{z2} как функция угла наклона дороги φ.

Предполагая симметричный автомобиль с $б_1$ знак равно $б_2$ знак равно ж /2 упрощает уравнение до

$$\frac{F_{z1}}{F_{z2}} \text{ знак равно } \frac{\text{ш} \cos\varphi - 2\text{час} \sin\varphi}{\text{ш} \cos\varphi + 2\text{час} \sin\varphi}. \tag{2.224}$$

Рисунок 2.14 иллюстрирует поведение соотношения сил. F_{z1}/ F_{z2} как функция от φ для h = 0,6 м а также w = 1.52м. Угол скатывания $\varphi_М$ знак равно загар$_{-1}$ ($б_2$/ ч) = 51,71 град указывает угол крена, при котором сила под подъемными колесами становятся нулевыми, и машина скатывается. Отрицательная часть кривой указывает на силу, необходимую для удержания автомобиля на дороге, что неприменимо в реальных ситуациях.

2,6 F Оптимальное распределение приводного и тормозного усилия

Определенное ускорение a может быть достигнуто путем регулировки и контроля продольные силы $F_{Икс_1}$ а также $F_{Икс_2}$. Оптимальные продольные силы под передними и задними шинами для достижения максимального ускорения равны

$$\frac{F_{Икс_1}}{\text{мг}} \text{ знак равно } -\frac{1}{2}\frac{\text{час}}{\text{л}}\left(\frac{a}{\text{грамм}}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{a_2}{LG}$$

$$\text{ знак равно } -\frac{1}{2}\mu_{Икс}^2\frac{\text{час}}{\text{л}} + \frac{1}{2}\mu_{Икс}\frac{a_2}{\text{л}} \tag{2.225}$$

$$\frac{F_{Икс2}}{мг} \text{ знак равно } \frac{1\ час}{2\ л}\left(\frac{a}{грамм}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{a_1 a}{LG}$$

$$\text{знак равно } \frac{1}{2}\frac{час}{л}\mu^2_{Икс} + \mu_{Икс}\frac{1}{2}\frac{a_1}{л}. \tag{2.226}$$

Доказательство. Продольное уравнение движения автомобиля по горизонтальной дороге имеет вид

$$2F_{Икс1} + 2F_{Икс2} \text{ знак равно } ма \tag{2.227}$$

а максимальное тяговое усилие под каждой шиной зависит от нормального сила и коэффициент трения.

$$F_{Икс1} \leq \pm \mu_{Икс}F_{z1} \tag{2.228}$$

$$F_{Икс2} \leq \pm \mu_{Икс}F_{z2} \tag{2.229}$$

Однако нормальные силы зависят от ускорения автомобиля и геометрия.

$$F_{z1} \text{ знак равно } \frac{1}{2}мг\frac{a_2}{л} - \frac{1}{2}мг\frac{ха}{LG} \tag{2,230}$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{1}{2}мг\frac{a_1}{л} + \frac{1}{2}мг\frac{ха}{LG} \tag{2.231}$$

Мы можем обобщить уравнения, сделав их безразмерными. В лучших условиях мы должны довести тяговые усилия до максимума.

$$\frac{F_{Икс1}}{мг} \text{ знак равно } \frac{1}{2}\mu_{Икс}\left(\frac{a_2}{л} - \frac{ха}{LG}\right) \tag{2,232}$$

$$\frac{F_{Икс2}}{мг} \text{ знак равно } \frac{1}{2}\mu_{Икс}\left(\frac{a_1}{л} + \frac{ха}{LG}\right) \tag{2.233}$$

и поэтому продольное уравнение движения (2.227) принимает вид

$$\frac{a}{грамм} = \mu_{Икс}. \tag{2.234}$$

Подстановка этого результата обратно в уравнения (2.232) и (2.233) показывает, что

$$\frac{F_{Икс1}}{мг} \text{ знак равно } -\frac{1\ час}{2\ л}\left(\frac{a}{грамм}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{a_2 a}{LG} \tag{2,235}$$

$$\frac{F_{Икс2}}{мг} \text{ знак равно } \frac{1\ час}{2\ л}\left(\frac{a}{грамм}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{a_1 a}{LG}. \tag{2.236}$$

В зависимости от геометрии автомобиля (ч, a_1, a_2), а ускорение а> 0, эти два уравнения определяют, насколько передний и задний привод силы должны быть. Те же уравнения применяются для замедленияа < 0, к

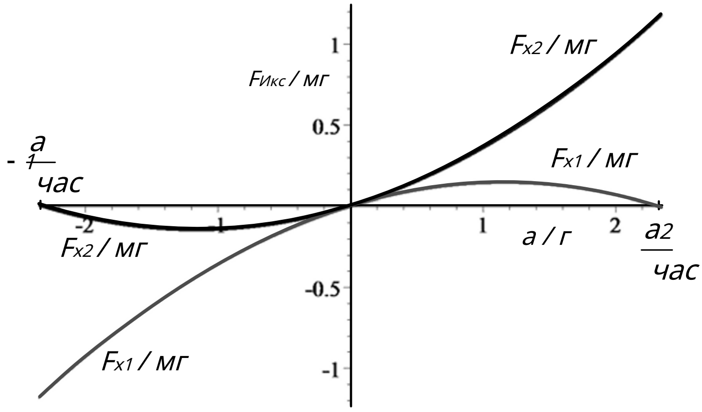

РИСУНОК 2.15. Оптимальные ведущие и тормозные силы для автомобиля-образца.

определить величину оптимальных передних и задних тормозных сил. На рисунке 2.15 представлена графическая иллюстрация оптимальных движущих сил и тормозных сил для образца автомобиля с использованием следующих данных:

$$\mu_{Икс} \text{ знак равно } 1$$
$$\frac{час}{л} \text{ знак равно } \frac{0,56}{2,6} = 0,21538 \tag{2.237}$$
$$\frac{a_1}{л} \text{ знак равно } \frac{a_2}{л} \text{ знак равно } \frac{1}{2}$$

При ускорении а> 0, оптимальная движущая сила на задней шине быстро растет, в то время как оптимальная движущая сила на передней шине падает после макс. имум. Значение (а / г) = (a_2/час) максимально возможное ускорение, при котором передние колеса теряют контакт с землей. Ускорение- ция, при которой передние (или задние) шины теряют контакт с землей, называется ускорение опрокидывания.

Обратное явление происходит при замедлении. Дляа < 0, оптимальное переднее тормозное усилие быстро увеличивается, а заднее тормозное усилие падает до ноль после минимума. Замедление (а / г) = - (a_1/час) это максимально возможное замедление, при котором задние колеса теряют контакт с грунтом.

Графическое представление оптимальных сил движения и торможения можно лучше показать, построив график $F_{Икс1}$/ (мг) против $F_{Икс2}$/ (мг) с использованием (а / г) как параметр.

$$F_{Икс1} \text{ знак равно } \frac{a_2 - час\frac{a}{грамм}}{a_1 + час\frac{a}{грамм}} F_{Икс2} \tag{2,238}$$

$$\frac{F_{Икс1}}{F_{Икс2}} \text{ знак равно } \frac{a_2\ \mu_{Икс} час}{a_1 + \mu_{Икс} час} \tag{2,239}$$

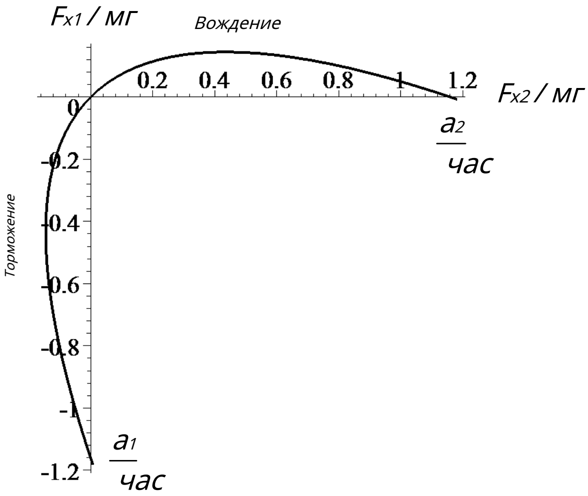

РИСУНОК 2.16. Оптимальное распределение тягового усилия и тормозного усилия между передними и задними колесами.

Такой график показан на рисунке 2.16. Это расчетная кривая, описывающая соотношение между силами под передними и задними колесами для достижения максимального ускорения или замедления.

Регулировка оптимального распределения силы не является автоматической процедурой и требует системы управления распределителем силы для измерения и регулиро[redacted]и сил.

Пример 66 F Наклон на нуле.

Начальное оптимальное распределение тягового усилия - это наклон оптимального изгиб ($F_{Икс1}$/ (мг), $F_{Икс2}$/ (мг)) на нуле.

$$\frac{d\frac{F_{Икс1}}{мг}}{d\frac{F_{Икс2}}{мг}} \text{ знак равно } \lim_{a\to 0}\frac{-\frac{1\,час}{2\,л}\mu\left(\frac{a}{грамм}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{a_2\,a}{LG}}{\frac{1\,час}{2\,л}\mu\left(\frac{a}{грамм}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{a_1\,a}{LG}}$$

$$\text{знак равно } \frac{a_2}{a_1} \qquad (2,240)$$

Следовательно, начальное распределение тягового усилия зависит только от положения центра масс. С.

Пример 67 F Баланс тормозов и АБС.

При торможении автомобиль устойчив, если задние колеса не блокируются. Таким образом, задние тормозные силы всегда должны быть меньше максимально возможной тормозной силы. Это означает, что распределение тормозного усилия всегда должно быть в заштрихованной области рисунка 2.17 и ниже оптимальной кривой. Это ограничивает

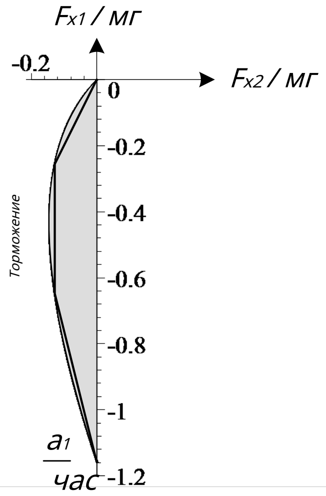

РИСУНОК 2.17. Оптимальное распределение тормозного усилия между передними и задними колесами, а также оцениваемое расстояние между колесами.

достижимое замедление, особенно при низких значениях трения, но повышает устойчивость автомобиля.

Когда распределителю силы легче следовать по линии, оптимальная кривая торможения недооценивается с использованием двух или трех линий и системы управления регулирует соотношение сил $F_{икс_1}/F_{икс_2}$. Пример трехлинейной аппроксимации показан на рис. 2.17.

Распределение тормозного усилия между передними и задними колесами называется тормозной баланс. Баланс тормозов меняется в зависимости от замедления. Чем выше упор, тем больше нагрузка будет передаваться на передние колеса и тем большее тормозное усилие они могут выдержать. При этом задние колеса разгружаются, и у них должно быть меньше тормозного усилия.

Пример 68 F Лучшая гоночная машина.

Гоночные автомобили всегда работают с максимально достижимым ускорением, чтобы завершить гонку за минимальное время. Обычно они разрабатываются с задним приводом и полным тормозом. Однако, если разумно построить полноприводный гоночный автомобиль, тогда распределитель силы будет следовать кривой, показанной на рисунке. 2.18, это то, что нужно для лучшей гонки.

Пример 69 F Эффект C расположение при торможении.

При торможении нагрузка передается с задних колес на передние. Чем выше C, тем больше нагрузка переносится. Итак, для улучшения торможения центр массC должен быть как можно ниже и как можно глубже. Это возможно не для каждого транспортного средства, особенно для уличных автомобилей с передним приводом. Однако этот факт следует учитывать, когда автомобиль

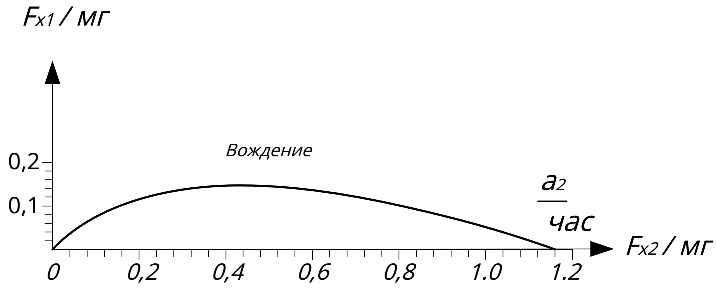

РИСУНОК 2.18. Оптимальное распределение тягового усилия между передней и задней частью колеса.

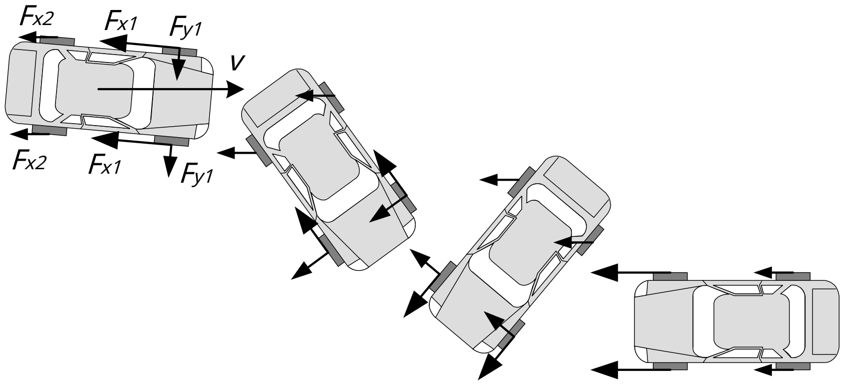

РИСУНОК 2.19. 180 градусов скользящее вращение автомобиля с блокировкой задних колес.

разработан для лучшего торможения.

Пример 70 F Блокировка передних и задних колес.

Оптимальное распределение тормозного усилия соответствует уравнению (2.239) для идеальный $F_{икс1}$/ $F_{икс2}$ соотношение. Однако, если распределение тормозного усилия неидеально, то сначала заблокируются передние или задние колеса. Блокировка задней части колеса делают автомобиль неустойчивым, и он теряет курсовую устойчивость. Когда задние колеса блокируются, они скользят по дороге и теряют способность выдерживать поперечную силу. Результирующая поперечная сила на отпечатке шины задних колес уменьшается до динамической силы трения в направлении, противоположном скольжению.

Небольшое боковое движение задних колес из-за любого возмущения вызывает рыскание из-за неуравновешенных поперечных сил на передние и задние колеса. Момент рыскания поворачивает автомобиль относительноz-ось до тех пор, пока задний конец не приведет к переднему концу, и автомобиль не повернется 180 град. Рисунок 2.19 иллюстрирует 180 град. скользящее вращение автомобиля с блокировкой задних колес.

Блокировка передних колес не вызывает нестабильности в направлении движения, хотя автомобиль не будет управляемым, и водитель потеряет управление.

2,7 F Транспортные средства с более чем двумя осями

Если транспортное средство имеет более двух осей, например трехосный автомобиль, показанный на рис. 2.20, то транспортное средство будет статически неопределимым, и нормальные силы под шинами не могут быть определены уравнениями статического равновесия. Нам нужно учитывать прогиб подвесов, чтобы определить их приложенные силы.

В п нормальные силы $F_{Zя}$ под шины можно рассчитать с помощью следующий п алгебраические уравнения.

$$\sum_{я=1}^{n} F_{Zя} - мг \cos \varphi = 0 \qquad (2.241)$$

$$\sum_{я=1}^{n} F_{Zя} Икс_я + ч\,(а + мг \sin\varphi) = 0 \qquad (2.242)$$

$$\frac{F_{Zя}}{k_я} - \frac{x_я - x_1}{Икс_n - Икс_1}\left(\frac{F_{Zn}}{k_n} - \frac{F_{Z1}}{k_1}\right) - \frac{F_{Z1}}{k_1} \text{ знак равно 0 для я = 2, 3, · · ·, п - 1}$$

(2.243)

куда $F_{Иксa я}$ а также $F_{Zя}$ продольные и нормальные силы под шинами прикреплен к номеру оси я, а также $Икс_я$ расстояние до центра масс C от номера оси я. Расстояние $Икс_я$ положительно для осей перед C, и отрицательный для осей в задней части C. Параметр $k_я$ это вертикаль жесткость подвески на оси я.

Доказательство. Для многоосного транспортного средства следующие уравнения

$$\sum F_{Икс} \text{ знак равно ма} \qquad (2.244)$$

$$\sum F_{z} \text{ знак равно 0} \qquad (2,245)$$

$$\sum M_{y} \text{ знак равно 0} \qquad (2,246)$$

дают те же уравнения, что и (2.126) - (2.128). Однако, если общее количество осейп, тогда отдельные силы могут быть заменены суммирование.

$$\sum_{я=1}^{n} F_{Иксa я} - мг \sin\varphi = ма \qquad (2,247)$$

$$\sum_{я=1}^{n} F_{Zя} - мг \cos \varphi = 0 \qquad (2,248)$$

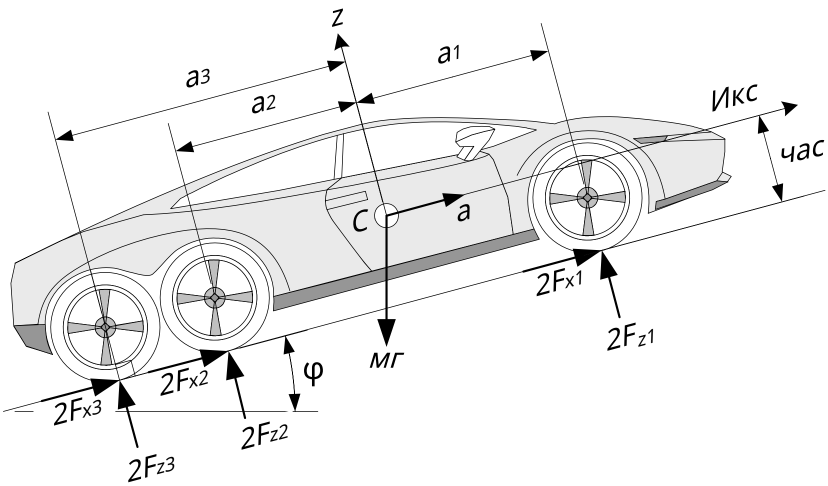

РИСУНОК 2.20. Трехосный автомобиль движется по наклонной дороге.

$$2\sum_{я=1}^{Икс} F_{zя} Икс_я + 2час \sum_{я=1}^{Икс} F_{Икс_я} \text{ знак равно } 0 \tag{2.249}$$

Общая передовая сила $F_{Икс}$ знак равно $2\sum_{я=1}^{п} F_{Икс_я}$ можно исключить между Уравнения (2.247) и (2.249) составляют уравнение (2.242). Затем снова два основных уравнения (2.241) и (2.242) для п неизвестные $F_{zя}$, я = 1, 2, · · ·, п. Следовательно, нам нужно п - 2 дополнительные уравнения для определения колесных нагрузок. Дополнительные уравнения возникают из-за совместимости прогиба подвесок.

Мы игнорируем соответствие шин и используем z для обозначения статической вертикали перемещение автомобиля на C. Тогда, если $z_я$ прогиб подвески в центре оси я, а также $k_я$ - вертикальная жесткость подвески на оси я, прогибы

$$z_я \text{ знак равно } \frac{F_{zя}}{k_я}. \tag{2,250}$$

Для ровной дороги и жесткого автомобиля мы должны иметь

$$\frac{z_я - z_1}{Икс_я - Икс_1} \text{ знак равно } \frac{z_п - z_1}{Икс_п - Икс_1} \quad \text{для } я = 2, 3, \cdots, п - 1 \tag{2.251}$$

которое после замены на (2.250) сводится к уравнению (2.243). В п - 2 уравнения (2.251) вместе с двумя уравнениями (2.241) и (2.242) достаточно для расчета нормальной нагрузки под каждой шиной. Результирующая система уравнений линейна и может быть представлена в виде матрицы.

$$[A] [X] = [B] \tag{2.252}$$

куда

$$[X] = \begin{bmatrix} F_{z1} & F_{z2} & F_{z3} & \cdots & F_{zn} \end{bmatrix}^{T} \qquad (2.253)$$

$$[A] \ \text{знак равно} \begin{bmatrix} 2 & 2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 2 \\ 2Икс_1 & 2Икс_2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 2Икс_n \\ \frac{Икс_n - Икс_2}{k_1 л} & \frac{1}{k_2} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{x_2 - x_1}{k_n л} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{Икс_n - Икс_я}{k_1 л} & \cdots & \cdots & \frac{1}{k_я} & \cdots & \cdots & \frac{x_я - x_1}{k_n л} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{Икс_n - Икс_{n-1}}{k_1 л} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{1}{k_{n-1}} & \frac{Икс_{n-1} - Икс_1}{k_n л} \end{bmatrix} \qquad (2.254)$$

$$л \ \text{знак равно} \ Икс_1 - Икс_n \qquad (2.255)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} мг \cos\varphi & -h\,(a + mg \sin\varphi) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^{T}. \qquad (2,256)$$

■

Пример 71 F Реакции колес для трехосного автомобиля.

На рис. 2.20 изображен трехосный автомобиль, движущийся по наклонной дороге. Считать оси многоосного автомобиля начинаем с передней оси как ось-1, и двигайтесь последовательно назад, как показано на рисунке.

Система уравнений для трехосного вагона, как показано на рис. 2.20, выглядит следующим образом:

$$2F_{Икс1} + 2F_{Икс2} + 2F_{Икс3} - мг \sin\varphi \ \text{знак равно} \ ма \qquad (2.257)$$

$$2F_{z1} + 2F_{z2} + 2F_{z3} - мг \cos\varphi \ \text{знак равно} \ 0 \qquad (2.258)$$

$$2F_{z1} x_1 + 2F_{z2} x_2 + 2F_{z3} x_3 + 2h\,(F_{Икс1} + F_{Икс2} + F_{Икс3}) \ \text{знак равно} \ 0 \qquad (2.259)$$

$$\frac{1}{Икс_2 - Икс_1}\left(\frac{F_{z2}}{k_2} - \frac{F_{z1}}{k_1}\right) - \frac{1}{Икс_3 - Икс_1}\left(\frac{F_{z3}}{k_3} - \frac{F_{z1}}{k_1}\right) \ \text{знак равно} \ 0 \qquad (2,260)$$

который можно упростить до

$$2F_{z1} + 2F_{z2} + 2F_{z3} - мг \cos\varphi \ \text{знак равно} \ 0 \qquad (2.261)$$

$$2F_{z1}Икс_1 + 2F_{z2}Икс_2 + 2F_{z3}Икс_3 + хм\,(a + г \sin\varphi) \ \text{знак равно} \ 0 \qquad (2,262)$$

$$(Икс_2 k_2 k_3 - Икс_3 k_2 k_3)\, F_{z1} + (Икс_1 k_1 k_2 - Икс_2 k_1 k_2)\, F_{z3} - (Икс_1 k_1 k_3 - Икс_3 k_1 k_3)\, F_{z2} \ \text{знак равно} \ 0. \qquad (2,263)$$

Система уравнений для колесных нагрузок является линейной и может быть преобразована в матричную форму

$$[A]\,[X] = [B] \qquad (2.264)$$

куда

$$[A] \text{ знак равно } \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2Икс_1 & 2Икс_2 & 2Икс_3 \\ k_2k_3(Икс_2 - Икс_3) & k_1k_3(Икс_3 - Икс_1) & k_1k_2(Икс_1 - Икс_2) \end{bmatrix} \quad (2{,}265)$$

$$[ИКС] \text{ знак равно } \begin{bmatrix} F_{z_1} \\ F_{z2} \\ F_{z3} \end{bmatrix} \quad (2{,}266)$$

$$[B] \text{ знак равно } \begin{bmatrix} мг \cos\varphi \\ -хм\,(a + г \sin\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2{,}267)$$

Неизвестный вектор может быть найден с помощью обращения матрицы

$$[X] = [A]^{-1}[B]. \quad (2{,}268)$$

Решение уравнений:

$$\frac{1}{k_1 м} F_{z1} \text{ знак равно } \frac{Z_1}{Z_0} \quad (2{,}269)$$

$$\frac{1}{k_2 м} F_{z2} \text{ знак равно } \frac{Z_2}{Z_0} \quad (2{,}270)$$

$$\frac{1}{k_2 м} F_{z3} \text{ знак равно } \frac{Z_3}{Z_0} \quad (2.271)$$

куда,

$$Z_0 = -4k_1k_2(Икс_1 - Икс_2)^2 - 4k_2k_3(Икс_2 - Икс_3)^2 - 4k_1k_3(Икс_3 - Икс_1)^2 \quad (2.272)$$

$$\begin{aligned} Z_1 \text{ знак равно } & г\,(x_2k_2 - Икс_1k_3 - Икс_1k_2 + Икс_3k_3)\,час \sin\varphi \\ & + a\,(x_2k_2 - Икс_1k_3 - Икс_1k_2 + Икс_3k_3)\,час \\ & + gk_2Икс_2^2 - Икс_1k_2Икс_2 + k_3Икс_3^2 - Икс_1k_3Икс_3 \cos\varphi \end{aligned} \quad (2{,}273)$$

$$\begin{aligned} Z_2 \text{ знак равно } & г\,(x_1k_1 - Икс_2k_1 - Икс_2k_3 + Икс_3k_3)\,час \sin\varphi \\ & + a\,(xk_1 - x_2k_1 - Икс_2k_3 + Икс_3k_3)\,час \\ & + gkx_1^2 - Икс_2k_1Икс_1 + k_3Икс_3^2 - Икс_2k_3Икс_3 \cos\varphi \end{aligned} \quad (2{,}274)$$

$$\begin{aligned} Z_3 \text{ знак равно } & г\,(x_1k_1 + Икс_2k_2 - Икс_3k_1 - Икс_3k_2)\,час \sin\varphi \\ & + a\,(x_1k_1 + Икс_2k_2 - Икс_3k_1 - Икс_3k_2)\,час \\ & + gkx_1^2 - xkx + k_2Икс_2^2 - Икс_3k_2Икс_2 \cos\varphi \end{aligned} \quad (2{,}275)$$

$$Икс_1 \text{ знак равно } a_1 \quad (2{,}276)$$

$$Икс_2 \text{ знак равно } -a_2 \quad (2{,}277)$$

$$Икс_3 \text{ знак равно } -a_3. \quad (2{,}278)$$

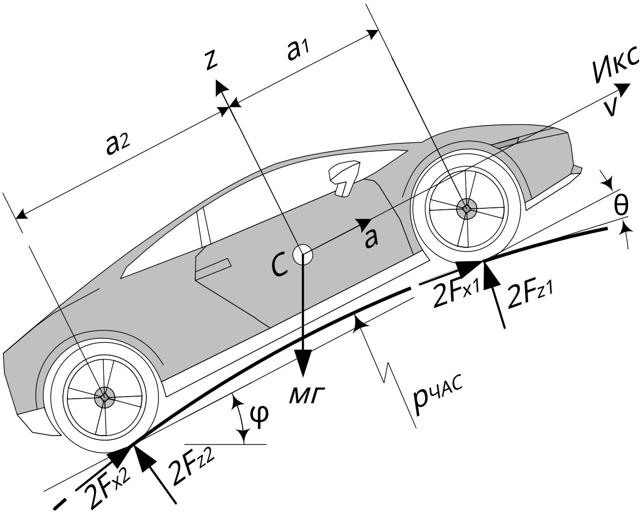

РИСУНОК 2.21. Транспортное средство с гребнем в точке, где холм имеет радиус кривизны. $р_{час}$.

2,8 F Транспортные средства на гребне и падении

Когда дорога имеет кривизну наружу или внутрь, мы называем дорогу гребнем или провалом. Кривизна может уменьшить или увеличить нормальные силы под колесами.

2.8.1 F Транспортные средства на гербе

Движение по выпуклой кривой холма называется гребень. Нормальная сила под колесами движущегося по гребню транспортного средства меньше силы на ровной наклонной дороге с таким же уклоном из-за развитой центробежной силы. $мв^2/Р_{ЧАС}$ в -z-направление.

На рис. 2.21 показан движущийся по гребню автомобиль в точке холма с радиус кривизны $р_{ЧАС}$. Тяговое усилие и нормальные силы под его шинами равны примерно равно

$$F_{Икс1} + F_{Икс2} \approx \frac{1}{2}м\,(a + г\sin\varphi) \tag{2,279}$$

$$F_{z1} \approx \frac{1}{2}мг\left(\frac{a_2}{л}\cos\varphi + \frac{час}{л}\sin\varphi\right) - \frac{1}{2}ма - м\frac{час}{л}\,\frac{1}{2}\,\frac{v^2}{р_{ЧАС}}\,\frac{a_2}{л} \tag{2.280}$$

$$F_{z2} \approx \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_1}{л} \cos φ - \frac{час}{л} \sin φ \right) \cdot μ$$

$$+ \frac{1}{2} ма \frac{час}{л} - м \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л} \quad (2.281)$$

$$л \text{ знак равно } a_1 + a_2. \quad (2,282)$$

Доказательство. Для гребного вагона, показанного на рисунке 2.21, нормальное и тангенциальное направления эквивалентны:z а также Икс направления соответственно. Следовательно управляющее уравнение движения для автомобиля

$$\overset{Икс}{F_{Икс}} \text{ знак равно } ма \quad (2.283)$$

$$- \overset{Икс}{F_z} \text{ знак равно } м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \quad (2,284)$$

$$\overset{Икс}{M_y} \text{ знак равно } 0. \quad (2,285)$$

Расширение этих уравнений дает следующие уравнения:

$$2F_{Икс1} \cos θ + 2F_{Икс2} \cos θ - мг \sin φ = ма \quad (2,286)$$

$$-2F_{z1} \cos θ - 2F_{z2} \cos θ + мг \cos φ = м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \quad (2,287)$$

$$2F_{z1} a_1 \cos θ - 2F_{z2} a_2 \cos θ + 2 (F_{Икс1} + F_{Икс2}) час \cos θ$$

$$+ 2F_{z1} a_1 грех θ - 2F_{z2} a_2 грех θ - 2 (F_{Икс1} + F_{Икс2}) h грех θ = 0. \quad (2,288)$$

Мы можем исключить $(F_{Икс1} + F_{Икс2})$ между первым и третьим уравнениями, и решить для общей силы тяги $F_{Икс1} + F_{Икс2}$ и нормальные силы колеса F_{z1}, F_{z2}.

$$F_{Икс1} + F_{Икс2} \text{ знак равно } \frac{ма + мг \sin φ}{2 \cos θ} \quad (2,289)$$

$$F_{z1} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_2}{л \cos θ} \cos φ + \frac{ч (1 - грех 2θ)}{л \cos θ \cos 2θ} \sin φ \right) \cdot μ$$

$$- \frac{1}{2} ма \frac{ч (1 - грех 2θ)}{л \cos θ \cos 2θ} - м \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_2}{л \cos θ} \quad (2,290)$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_1}{л \cos θ} \cos φ - \frac{ч (1 - грех 2θ)}{л \cos θ \cos 2θ} \sin φ \right) \cdot μ$$

$$+ \frac{1}{2} ма \frac{ч (1 - грех 2θ)}{л \cos θ \cos 2θ} - м \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л \cos θ \cos θ} \quad (2,291)$$

Если колесная база автомобиля намного меньше радиуса кривизны, л ¿ $р_{ЧАС}$, то угол наклона θ слишком мал, и мы можем использовать следующие тригонометрические приближения.

$$\cos θ \approx \cos 2θ \approx 1 \quad (2,292)$$

$$грех θ \approx грех 2θ \approx 0 \quad (2,293)$$

Подстановка этих приближений в уравнения (2.289) - (2.291) дает следующие приблизительные результаты:

$$F_{икс1} + F_{икс2} \approx \frac{1}{2} м (а + г \sin\varphi) \tag{2,294}$$

$$F_{z1} \approx \frac{1}{2} мг \cdot \mu \left(\frac{a_2}{л} \cos\varphi + \frac{час}{л} \sin\varphi \right) - \frac{1}{2} ма - м \frac{час}{л} \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_2}{л} \tag{2,295}$$

$$F_{z2} \approx \frac{1}{2} мг \cdot \mu \left(\frac{a_1}{л} \cos\varphi - \frac{час}{л} \sin\varphi \right) + \frac{1}{2} ма \frac{час}{л} м \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л} \tag{2,296}$$

■

Пример 72 F Колесные нагрузки гребного автомобиля.

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками:

$$\begin{aligned} л &\ \text{знак равно}\ 2272 \text{ мм} \\ ш &\ \text{знак равно}\ 1457 \text{ мм} \\ м &\ \text{знак равно}\ 1500 \text{ кг} \\ час &\ \text{знак равно}\ 230 \text{ мм} \\ а_1 &\ \text{знак равно}\ а_2 \\ v &\ \text{знак равно}\ 15 \text{ м / с} \\ а &\ \text{знак равно}\ 1 \text{ м / с}^2 \end{aligned} \tag{2,297}$$

который пересекает холм в том месте, где дорога

$$\begin{aligned} р_{ЧАС} &\ \text{знак равно}\ 40 \text{м} \\ \varphi &\ \text{знак равно}\ 30 \text{ град.} \\ \theta &\ \text{знак равно}\ 2{,}5 \text{ град.} \end{aligned} \tag{2,298}$$

Информация о силе на автомобиле:

$$\begin{aligned} F_{икс1} + F_{икс2} &\ \text{знак равно}\ 4432.97N \\ F_{z1} &\ \text{знак равно}\ 666.33N \\ F_{z2} &\ \text{знак равно}\ 1488.75N \\ мг &\ \text{знак равно}\ 14715N \\ F_{z1} + F_{z2} &\ \text{знак равно}\ 2155.08N \\ м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} &\ \text{знак равно}\ 8437.5N \end{aligned} \tag{2,299}$$

Если упростить результаты, полагая малым θ, приближенные значения сил

$$
\begin{aligned}
F_{икс1} + F_{икс2} &\text{ знак равно } 4428.75N \\
F_{z1} &\approx 628.18N \\
F_{z2} &\approx 1524.85N \\
мг &\text{ знак равно } 14715N \\
F_{z1} + F_{z2} &\approx 2153.03N \\
м\frac{v^2}{р_{ЧАС}} &\text{ знак равно } 8437.5N.
\end{aligned}
\tag{2.300}
$$

Пример 73 F Потеря контакта с дорогой на гребне.

Когда автомобиль едет слишком быстро, он может потерять контакт с дорогой. Такая машина называется а этинь машина. Условие иметь летающую машину F_{z_1} знак равно 0 а также F_{z_2} знак равно 0.

Предполагая симметричный автомобиль a_1 знак равно a_2 знак равно л /2 без ускорения и используя приближенные уравнения (2.280) и (2.281)

$$\frac{1}{2}мг\left(\frac{a_2}{л}\cos\varphi + \frac{час}{л}\sin\varphi\right) - м\frac{1}{2}\frac{v^2}{р_{ЧАС}}\frac{a_2}{л} = 0 \tag{2.301}$$

$$\frac{1}{2}мг\left(\frac{a_1}{л}\cos\varphi - \frac{час}{л}\sin\varphi\right) - м\frac{1}{2}\frac{v^2}{р_{ЧАС}}\frac{a_1}{л} = 0 \tag{2.302}$$

мы можем найти критическую минимальную скорость v_c чтобы начать летать. Есть две критические скорости v_{c_1} а также v_{c_2} за потерю контакта передних и задних колес соответственно.

$$v_{c_1} \text{ знак равно } \sqrt{2gR_{ЧАС}\left(\frac{час}{л}\sin\varphi + \frac{1}{2}\cos\varphi\right)} \tag{2.303}$$

$$v_{c_2} \text{ знак равно } \sqrt{-2gR_{ЧАС}\left(\frac{час}{л}\sin\varphi - \frac{1}{2}\cos\varphi\right)} \tag{2.304}$$

Для любой машины критические скорости v_{c_1} а также v_{c_2} являются функциями холма радиус кривизны $р_{ЧАС}$ и угловое положение на холме, обозначенное φ. Угол φ не может быть вне углов наклона, определяемых уравнением (2.141).

$$-\frac{a_1}{час} \le \tan\varphi \le \frac{a_2}{час} \tag{2.305}$$

На рис. 2.22 показан автомобиль, преодолевший круговой холм, а на рис. 2.23 показаны критические скорости. v_{c_1} а также v_{c_2} под другим углом φ для -1,371 рад ≤

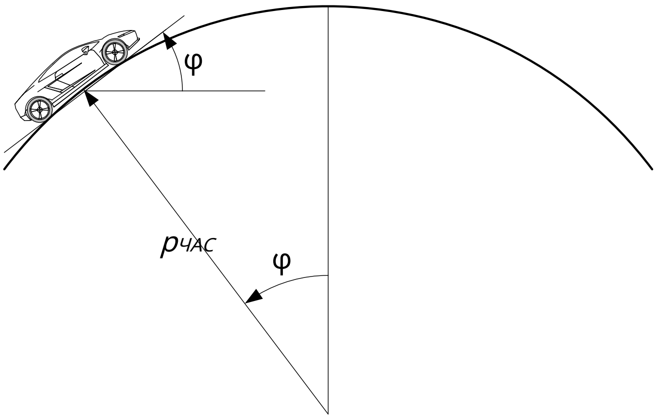

РИСУНОК 2.22. Автомобиль взбирается на круговой холм.

φ ≤ 1,371 рад. Технические характеристики машины и горки:

л знак равно 2272 мм
час знак равно 230 мм
$а_1$ знак равно $а_2$
а знак равно 0 м / $с^2$
$р_{ЧАС}$ знак равно 100м.

На максимальном подъеме φ = 1,371 рад ≈ 78,5 град, передние колеса могут отрываться от земли с нулевой скоростью, в то время как задние колеса находятся на земле. Когда машина движется по холму и достигает максимального спуска φ = -1,371 рад ≈ -78,5 град. задние колеса могут отрываться от земли с нулевой скоростью, в то время как передние колеса находятся на земле. Пока автомобиль движется в гору, передние колеса могут отрываться от земли с меньшей скоростью, а при спуске задние колеса отрываются от земли с меньшей скоростью. Следовательно, на каждом угол наклона φ нижняя кривая определяет критическую скорость v_c.

Чтобы получить общее представление о критической скорости, мы можем построить нижнюю ценности v_c как функция от φ, используя $р_{ЧАС}$ или ч / л как параметр. Фигура 2.24 показан эффект радиуса кривизны холма. $р_{ЧАС}$ на критической скорости v_c для машины с ч / л = 0,10123 мм / мм а на рис. 2.25 показано влияние высокого фактора автомобиля. ч / л на критической скорости v_c для круглого холма с $р_{ЧАС}$ знак равно 100м.

2.8.2 F Транспортные средства на провале

Движение по вогнутой кривой холма называется окунание. Нормальная сила под колесами падающего транспортного средства больше, чем сила на ровной наклонной дороге с таким же уклоном из-за развитой центробежной силы.

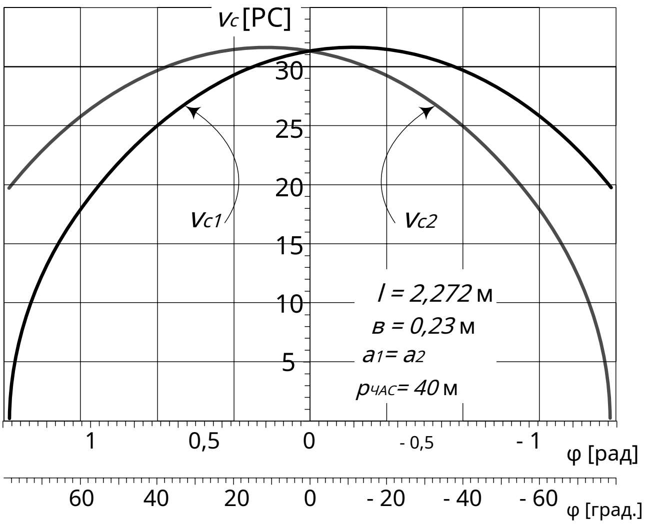

РИСУНОК 2.23. Критические скоростиv_{c1} а также v_{c2} под разным углом φ для конкретного автомобиля и холм.

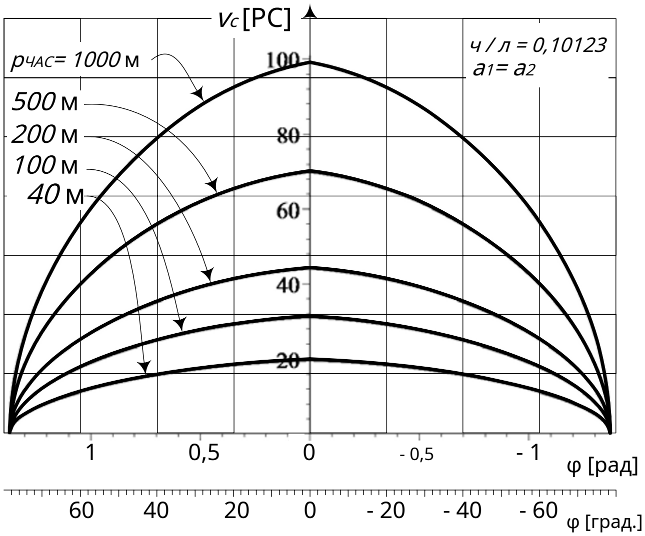

РИСУНОК 2.24. Влияние радиуса кривизны холма$p_{час}$ на критической скорости v_c для автомобиля.

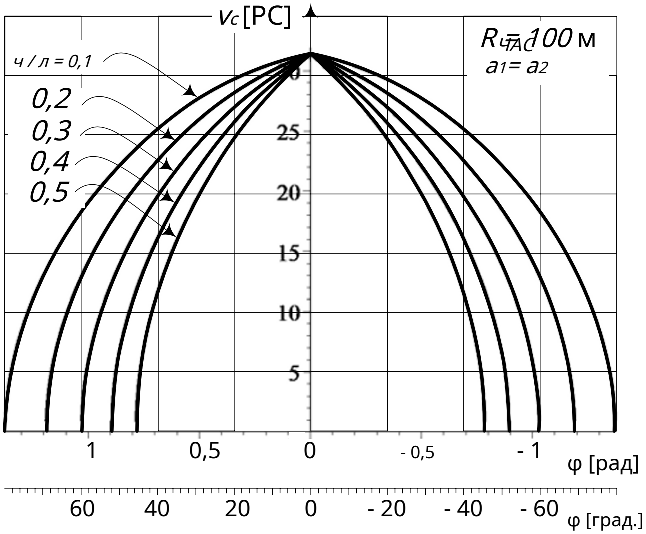

РИСУНОК 2.25. Влияние фактора высоты автомобиляч / л на критической скорости v_c для круговой горки.

сила $мв^2/Р_{ЧАС}$ в z-направление.

На рис. 2.26 показан автомобиль, падающий вглубь, в точке, где холм имеет наклон. радиус кривизны $р_{ЧАС}$. Тяговое усилие и нормальные силы под шинами автомобиль примерно равен

$$F_{икс_1} + F_{икс_2} \approx \frac{1}{2} м\,(а + г \sin\varphi) \tag{2.306}$$

$$F_{z_1} \approx \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_2}{л} \cos\varphi + \frac{час}{л} \sin\varphi \right) - \frac{1}{2} ма + м \frac{час}{л} \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_2}{л} \tag{2.307}$$

$$F_{z_2} \approx \frac{1}{2} мг \left(\frac{a_1}{л} \cos\varphi - \frac{час}{л} \sin\varphi \right) + \frac{1}{2} ма + м \frac{час}{л} \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л} \tag{2.308}$$

$$л \text{ знак равно } a_1 + a_2. \tag{2.309}$$

Доказательство. Чтобы разработать уравнения тягового усилия и нормальных сил под шинами падающего автомобиля, мы следуем той же процедуре, что и гребенчатый автомобиль. Нормальное и тангенциальное направления падающей машины, показанные на рисунке 2.21, эквивалентны направлению движения.z а также Икс направления соответственно. Следовательно, руководящие

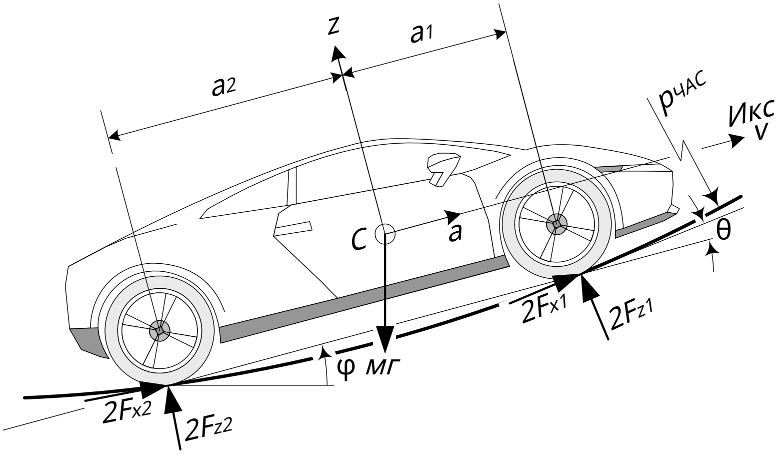

РИСУНОК 2.26. Падающее транспортное средство в точке, где холм имеет радиус кривизны. $p_{час}$.

уравнения движения автомобиля

Икс

$F_{Икс}$ знак равно ма (2.310)

Икс

F_z знак равно м $\frac{v^2}{p_{ЧАС}}$ (2.311)

Икс

M_y знак равно 0. (2.312)

Расширение этих уравнений дает следующие уравнения:

$$2F_{Икс1} \cos\theta + 2F_{Икс2} \cos\theta - мг \sin\varphi = ма \quad (2.313)$$

$$-2F_{z1} \cos\theta - 2F_{z2} \cos\theta + мг \cos\varphi = м \frac{v^2}{p_{ЧАС}} \quad (2.314)$$

$$2F_{z1}a_1 \cos\theta - 2F_{z2}a_2 \cos\theta + 2 (F_{Икс1} + F_{Икс2}) \text{ час } \cos\theta$$
$$+ 2F_{z1}a_1 \text{ грех } \theta - 2F_{z2}a_2 \text{ грех } \theta - 2 (F_{Икс1} + F_{Икс2}) \text{ час грех } \theta = 0. \quad (2.315)$$

Суммарное тяговое усилие ($F_{Икс1} + F_{Икс2}$) можно исключить между первым и третьим уравнениями. Тогда полученные уравнения дают следующее силы для полного тягового усилия $F_{Икс1} + F_{Икс2}$ и нормальные силы колеса F_{z1}, F_{z2}:

$$F_{Икс1} + F_{Икс2} \text{ знак равно } \frac{ма + мг \sin\varphi}{2 \cos\theta} \quad (2.316)$$

$$F_{z1} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \cdot \mu \; \frac{a_2}{л \cos\theta} \cos\varphi + \frac{ч\,(1 - грех\, 2\theta)}{л \cos\theta \cos 2\theta} \sin\varphi \; ¶¸$$
$$- \frac{1}{2} ма \frac{ч\,(1 - грех\, 2\theta)}{л \cos\theta \cos 2\theta} + \frac{1}{2} м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_2}{л \cos\theta} \qquad (2.317)$$

$$F_{z2} \text{ знак равно } \frac{1}{2} мг \cdot \mu \; \frac{a_1}{л \cos\theta} \cos\varphi - \frac{ч\,(1 - грех\, 2\theta)}{л \cos\theta \cos 2\theta} \sin\varphi \; ¶¸$$
$$+ \frac{1}{2} ма \frac{ч\,(1 - грех\, 2\theta)}{л \cos\theta \cos 2\theta} + \frac{1}{2} м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л \cos\theta \cos\theta} \qquad (2.318)$$

Предполагая, что θ ¿ 1, эти силы можно приблизить к

$$F_{Икс1} + F_{Икс2} \approx \frac{1}{2} м\,(a + г \sin\varphi) \qquad (2.319)$$

$$F_{z1} \approx \frac{1}{2} мг \cdot \mu \; \frac{a_2}{л} \cos\varphi + \frac{час}{л} \sin\varphi \; ¶¸$$
$$- \frac{1}{2} ма + м \frac{час}{л} \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_2}{л} \qquad (2.320)$$

$$F_{z2} \approx \frac{1}{2} мг \cdot \mu \; \frac{a_1}{л} \text{ потому что } \varphi - \frac{час}{л} \sin\varphi \; ¶¸$$
$$+ \frac{1}{2} ма + м \frac{час}{л} \frac{1}{2} \frac{v^2}{р_{ЧАС}} \frac{a_1}{л}. \qquad (2.321)$$

■

Пример 74 F Колесные нагрузки погружающегося автомобиля.

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками:

$$\begin{aligned} л &\text{ знак равно } 2272 \text{ мм} \\ ш &\text{ знак равно } 1457 \text{ мм} \\ м &\text{ знак равно } 1500 \text{ кг} \\ час &\text{ знак равно } 230 \text{ мм} \\ a_1 &\text{ знак равно } a_2 \\ v &\text{ знак равно } 15 \text{ м / с} \\ a &\text{ знак равно } 1 \text{ м / с}^2 \end{aligned} \qquad (2.322)$$

это спускается на холм в точке, где дорога

$$\begin{aligned} р_{ЧАС} &\text{ знак равно } 40 м \\ \varphi &= 30 \text{ град.} \\ \theta &= 2{,}5 \text{ град.} \end{aligned} \qquad (2.323)$$

Информация о силе автомобиля:

$$
\begin{aligned}
F_{икс_1} + F_{икс_2} &\text{ знак равно } 4432.97 N \\
F_{z_1} &\text{ знак равно } 4889{,}1 \text{ с.ш.} \\
F_{z_2} &\text{ знак равно } 5711.52 N \\
мг &\text{ знак равно } 14715 N \\
F_{z_1} + F_{z_2} &\text{ знак равно } 10600.62 N \\
м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} &\text{ знак равно } 8437.5 N
\end{aligned}
\tag{2.324}
$$

Если мы проигнорируем влияние θ, приняв θ ¿ 1, тогда приблизительный стоимость сил

$$
\begin{aligned}
F_{икс_1} + F_{икс_2} &\text{ знак равно } 4428.75 N \\
F_{z_1} &\approx 4846.93 N \\
F_{z_2} &\approx 1524.85 N \\
мг &\text{ знак равно } 5743{,}6 \text{ с.ш.} \\
F_{z_1} + F_{z_2} &\approx 10590.53 N \\
м \frac{v^2}{р_{ЧАС}} &\text{ знак равно } 8437.5 N.
\end{aligned}
\tag{2.325}
$$

2,9 Резюме

Для прямого движения симметричного жесткого транспортного средства мы можем предположить, что силы на левом колесе равны силам на правом колесе, и упростить расчет усилия на шину.

Когда автомобиль ускоряется на наклонной дороге под углом φ, нормальная силы под передними и задними колесами, F_{z_1}, F_{z_2}, находятся:

$$F_{z_1} = мг \frac{1}{2} \left(\frac{a_2}{л} \cos φ - \frac{час}{л} \sin φ \right) - ма \frac{1}{2} \frac{час}{л} \tag{2.326}$$

$$F_{z_2} \text{ знак равно } мг \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{л} \cos φ + \frac{час}{л} \sin φ \right) + ма \frac{1}{2} \frac{час}{л} \tag{2.327}$$

$$l = a_1 + a_2 \tag{2.328}$$

куда, $\frac{1}{2}мг \left(\frac{a_1}{л} \cos φ \pm \frac{час}{л} \text{ грех } φ \right)$ статическая часть и $\pm \frac{1}{2}мг \frac{ха}{LG}$ является динамic часть, потому что это зависит от ускорения a.

2.10 Ключевые символы

$a \equiv \ddot{x}$	ускорение
$a_{вперед}$	ускорение переднего привода;
$a_{задний\ ход}$	ускорение заднего привода;
a_1	расстояние первой оси от центра масс
a_2	второй оси от центра масс номера оси
$a_я$	я от центра масс максимальное
$a_М$	ускорение
а, б	аргументы в пользу atan2 (а, б)
А, Б, В	постоянные параметры
$б_1$	расстояние левых колес от центра масс; расстояние между
$б_1$	точкой шарнира от задней оси; расстояние правых колес
$б_2$	от центра масс; расстояние точки шарнира от центра масс
$б_2$	прицепа; расстояние оси прицепа от центра масс прицепа;
$б_3$	центр масс транспортного средства.
С	
$С_т$	центр масс
F	прицепа
$F_{Икс}$	тяговое усилие или тормозное усилие под действием тяги
$F_{Икс1}$	колеса или тормозное усилие под действием тяги передних
$F_{Икс2}$	колес или тормозное усилие под задними колесами
$F_{Икст}$	горизонтальное усилие на шарнире
F_z	нормальная сила под колесом нормальная
F_{z1}	сила под передними колесами нормальная
F_{z2}	сила под задними колесами нормальная
F_{z3}	сила под колесами прицепа нормальная
$F_{zт}$	сила на шарнире
грамм, грамм	высота ускорения
час	свободного падения С
ЧАС	рост
я	момент инерции массы
$k_я$	вертикальная жесткость подвески по номеру оси я
л	колесная база
м	масса автомобиля
$м_т$	масса прицепа
М	момент
р	радиус шины
$р_ж$	радиус передней шины
$р_р$	радиус заднего колеса
$р_{ЧАС}$	радиус кривизны
т	время
$v \equiv \dot{x}, v$	скорость
v_c	критическая скорость

ш	отслеживать
$z_я$	прогиб пазухи номер я
х, у, г	Оси координат транспортного средства
X, Y, Z	глобальные координатные оси
θ	уклон дороги
φ	угол дороги с горизонтом
$φ_М$	максимальный угол уклона
μ	коэффициент трения

Подписки

дин	динамичный
ж	передний
вперед	передний привод
М	максимум
р	задний
задний ход	задний привод
ул	статика

Упражнения

1. Осевая нагрузка.

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками, припаркованный на ровной дороге. Найдите нагрузку на переднюю и заднюю оси.

м знак равно 1765 кг

л знак равно 2,84 млн

a_1 знак равно 1,22 м

a_2 знак равно 1,62 млн

2. Осевая нагрузка.

Рассмотрим автомобиль со следующей спецификацией и найдите оси нагрузка.

м знак равно 1245 кг

a_1 знак равно 1100 мм

a_2 знак равно 1323мм

3. Отношение расстояния до центра масс.

Пежо 907 КонцепцияTM примерно имеет следующую специфику - ции.

м знак равно 1400 кг

л знак равно 97,5 дюйма

Предполагать $a_1/ a_2 \approx 1.131$ и определить нагрузку на оси.

4. Передаточная нагрузка на ось. Джип Коммандер XKTM примерно имеет следующую специфику - ции.

мг знак равно 5091 фунтов

л знак равно 109,5 дюймов

Предполагать $F_{z_1} / F_{z_2} \approx 1{,}22$ и определить нагрузку на оси.

5. Соотношение нагрузки на ось и расстояния между центрами масс. Колесная база1981 г. Спортивный автомобиль DeLoreanTM является

l = 94,89 дюйма

Найдите нагрузку на оси, если предположим

$a_1/ a_2 \approx 0{,}831$

мг = 3000 фунтов.

6. Высота центра масс. Спортивный автомобиль McLaren SLR 722TM имеет следующие характеристики.

передняя шина 255/35ZR19
задняя шина 295/30ZR19

$$m = 1649 \text{ кг}$$
$$l = 2700 \text{ мм}$$

Когда передний мост поднят H = 540мм, Предположим, что

a_1 знак равно a_2

F_{z_2} знак равно 0,68мг.

Какая высота час центра масс?

7. Припаркованная машина на дороге в гору. Технические характеристики Lamborghini GallardoTM находятся

м знак равно 1430 кг
л знак равно 2560мм.

Предполагать

a_1 знак равно a_2
час знак равно 520 мм

и определить силы F_{z_1}, F_{z_2}, а также F_{x_2} если эта машина припаркована на подъем с φ = 30 град. и ручной тормоз связан с задними колесами.

Каким будет максимальный уклон дороги φ_M, что машину можно припарковать, если μ_{x} знак равно $\frac{1}{2}$.

8. Припаркован на дороге в гору. Роллс-Ройс ФантомTM имеет следующие характеристики

м знак равно 2495 кг
л знак равно 3570 мм
F_{z_2} знак равно 0,499мг.

Предположим, автомобиль припаркован на дороге, ведущей в гору, и

a_1 знак равно a_2
час знак равно 670 мм
φ знак равно 30 град.

Определите силы под колесами, если автомобиль (а) торможение передних колес

(б) торможение задних колес

(с) торможение четырех колес.

9. Припаркованная машина на спуске.

Решите упражнение 7, если машина припаркована на спуске.

10. Максимальное ускорение. Honda CR-VTM это среднеразмерный внедорожник со следующими характеристиками:

ции.

м знак равно 1550 кг

л знак равно 2620мм

Предполагать

a_1 знак равно a_2

час знак равно 720 мм

μикс знак равно 0,8

и определить максимальное ускорение автомобиля, если

(а) машина заднеприводная

(б) автомобиль переднеприводный

(в) автомобиль полноприводный.

11. Минимальное время для 0 - 100 км / ч.

RoadRazerTM легкий заднеприводный спортивный автомобиль с

м знак равно 300 кг

л знак равно 2286мм

час знак равно 260мм.

Предполагать a_1 знак равно a_2. Если машина может набрать скорость0-100 км / ч в t = 3,2 с, какой будет минимальный коэффициент трения?

12. Осевая нагрузка полноприводного автомобиля. Acura CourageTM это полноприводная машина с

$$m = 2058.9 \text{ кг}$$

$$l = 2750{,}8 \text{ мм}.$$

Предполагать a_1 знак равно a_2 а также h = 760мм. Определите нагрузку на оси, если автомобиль разгоняется на a = 1,7 м / $с^2$.

13. Автомобиль с прицепом. Фольксваген Туарег^{ТМ} это

полноприводная машина с

$$m = 2268 \text{ кг}$$
$$l = 2855 \text{мм.}$$

Предполагать $а_1$ знак равно $а_2$ и машина тянет прицеп с

$м_т$ знак равно 600 кг
$б_1$ знак равно 855 мм
$б_2$ знак равно 1350 мм
$б_3$ знак равно 150 мм
час$_1$ знак равно час$_2$.

Если автомобиль ускоряется на ровной дороге с ускорением а = 2 м / с ^{2}, какие бы силы были на петле.

14. Припаркованная машина на обочине дороги.

Кадиллак Эскалейд^{ТМ} это внедорожник с

м знак равно 2569,6 кг
л знак равно 2946,4 мм
$ш_ж$ знак равно 1732,3 мм
$ш_р$ знак равно 1701,8 мм.

Предполагать $б_1$ знак равно $б_2$, h = 940мм, и использовать среднюю колею для определения нагрузки на колеса, когда автомобиль припаркован на дороге с наклоном, с φ = 12 град.

15. F Припаркованный автомобиль на обочине дороги с $ш_ж$ 6 = $ш_р$.

Определите нагрузку на колеса припаркованного автомобиля на дороге с наклоном, если передняя и задняя колеи автомобиля разные.

16. Оптимальное тяговое усилие. Митсубиси Аутлендер^{ТМ} это полноприводный внедорожник со

следующими характеристиками:
мычание спецификаций.

м знак равно 1599,8 кг
л знак равно 2669,6 мм
ш знак равно 1539,3 мм.

Предполагать

$а_1$ знак равно $а_2$
час знак равно 760 мм
$μ_{икс}$ знак равно 0,75

и найти оптимальное соотношение тягового усилия $F_{\text{икс}1}$/ $F_{\text{икс}2}$ для достижения максимального ускорения.

17. F Трехосный автомобиль. Ситроен Круиз Кроссер™ трехосный внедорожный пикап. Предполагать

м знак равно 1800 кг
a_1 знак равно 1100 мм
a_2 знак равно 1240 мм
a_3 знак равно 1500 мм
k_1 знак равно 12800 Н / м
k_2 знак равно 14000 Н / м
k_3 знак равно 14000 Н / м

и найдите нагрузку на оси на ровной дороге, когда автомобиль движется без ускорения.

http://www.springer.com/978-0-387-74243-4

Vehicle Dynamics: Theory and Application
Jazar, R.N.
2008, XX, 1015 p. 585 illus., Hardcover
ISBN: 978-0-387-74243-4