Session S1

Unité 3

Évaluation formative

Automne 2022

Solutionnaire

Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté de génie
Université de Sherbrooke

Consignes :

Pour évaluer vos acquis, répondre aux questions suivantes sans l'aide d'aucune documentation. Par la suite, consultez le solutionnaire et portez un jugement sur la qualité de vos apprentissages. Revoir, au besoin, les documents d'apprentissage portant sur les éléments de compétences évalués à la fin de l'unité 3.

Notez que l'évaluation sommative, comporte deux volets : une évaluation pratique et une évaluation théorique. Vous n'aurez droit à aucune documentation. Vous pourrez cependant utiliser la calculatrice autorisée pour les évaluations.

Pour savoir sur quelles activités pédagogiques et sur quels éléments de compétence va porter l'évaluation sommative de l'unité 3, il faut consulter le guide étudiant.

Question 1

La mise en équations complète d'un circuit linéaire résistif par la méthode des boucles conduit au système d'équations suivant :

$$30\,x - 10\,y = 150$$
$$-10\,x + 25\,y = -100$$

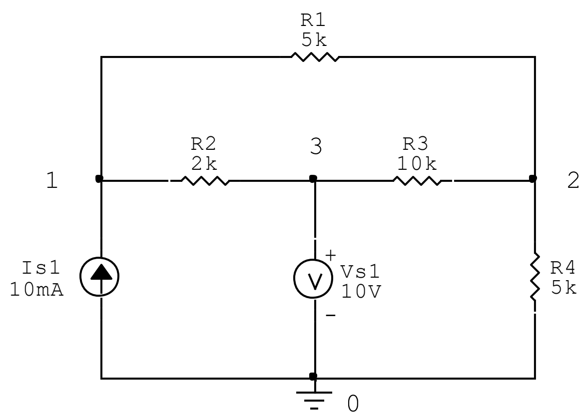
(a) Que représentent respectivement, dans le circuit en question, les variables (les inconnues) x et y ainsi que les constantes 30, -10, -10, 25 et les constantes 150 et -100 ? (GEN135)

Réponse :

Comme il s'agit d'équations résultant de la mise en équations d'un circuit par la méthode des boucles, les inconnues x et y sont les courants des boucles (A). *Les constantes en avant des inconnues x et y sont des résistances ou des combinaisons de résistances* (Ω) *et les constantes 150 et -100 sont des tensions ou des combinaisons de tensions* (V).

Question 2

Considérons le circuit suivant :



(a) Déterminez par quelle méthode il est opportun de procéder à la mise en équations complète du circuit puis, procédez à cette mise en équations. (GEN135)

Réponse : *Nombre de nœuds = 3, en plus du nœud de référence, mais la tension au noeud 3 est déjà connue.*

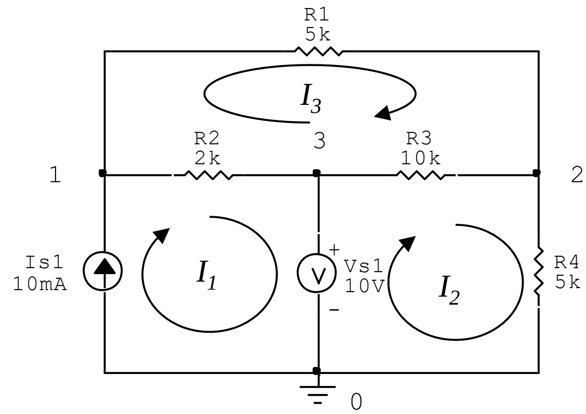
→ *2 équations requises*

Nombre de boucles = 3, mais le courant de la boucle « Is1, R2, Vs1 *» est déjà connu.*

→ *2 équations requises*

Conclusion : Les deux méthodes présentent le même degré de difficulté.

Méthode des boucles :



Pour une boucle donnée : La somme des chutes de tension orientées dans le sens anti-horaire égale la somme des chutes de tension orientées dans le sens horaire.

Boucle 1 : $I_1 = I_{s1} = 10\text{mA}$ *(le courant de boucle est fixé par la source de courant)*

Boucle 2 : $R_3 I_2 + R_4 I_2 = 10\text{V} + R_3 I_3$ (1)

Boucle 3 : $R_1 I_3 + R_2 I_3 + R_3 I_3 = R_2 I_1 + R_3 I_2 = R_2 \cdot 10\text{mA} + R_3 I_2$ (2)

Méthode des nœuds :

À chaque nœud : La somme des courants entrant égale la somme des courants sortant.

Nœud 3 : $V_3 = V_{s1} = 10\text{V}$ *(la tension de nœud est fixée par la source de tension)*

Nœud 1 : $I_{s1} = \dfrac{V_1 - 10}{R_2} + \dfrac{V_1 - V_2}{R_1} = 10\text{mA}$ (3)

Nœud 2 : $\dfrac{V_1 - V_2}{R_1} + \dfrac{10 - V_2}{R_3} = \dfrac{V_2}{R_4}$ (4)

(b) Exprimez les équations obtenues sous la forme matricielle standard :

$$\boldsymbol{R\,I} = \boldsymbol{V} \qquad \text{(GEN135)}$$

Réponse :

$$\begin{pmatrix} R_3 + R_4 & -R_3 \\ -R_3 & R_1 + R_2 + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0{,}01 \cdot R_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} & -\dfrac{1}{R_1} \\ -\dfrac{1}{R_1} & \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{10}{R_2} + 0{,}01 \\ \dfrac{10}{R_3} \end{pmatrix}$$

(c) Déterminez la valeur des inconnues du vecteur $\boldsymbol{I}$. (GEN135)

Réponse :

Méthode des boucles :

$$\begin{pmatrix} 15\text{k} & -10\text{k} \\ -10\text{k} & 17\text{k} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix} \qquad \det \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} 15\text{k} & -10\text{k} \\ -10\text{k} & 17\text{k} \end{vmatrix} = 155\times 10^6$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -10\text{k} \\ 20 & 17\text{k} \end{vmatrix}}{\text{dét } \boldsymbol{A}} = \frac{370\times 10^3}{155\times 10^6} = 2{,}387\text{mA} \qquad I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 15\text{k} & 10 \\ -10\text{k} & 20 \end{vmatrix}}{\text{dét } \boldsymbol{A}} = \frac{400\times 10^3}{155\times 10^6} = 2{,}581\text{mA}$$

Méthode des nœuds :

$$\begin{pmatrix} 7\times 10^{-4} & -2\times 10^{-4} \\ -2\times 10^{-4} & 5\times 10^{-4} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15\times 10^{-3} \\ 1\times 10^{-3} \end{pmatrix} \qquad \det \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} 7\times 10^{-4} & -2\times 10^{-4} \\ -2\times 10^{-4} & 5\times 10^{-4} \end{vmatrix} = 31\times 10^{-8}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 15\times 10^{-3} & -2\times 10^{-4} \\ 1\times 10^{-3} & 5\times 10^{-4} \end{vmatrix}}{\text{dét } \boldsymbol{A}} = \frac{77\times 10^{-7}}{3{,}1\times 10^{-7}} = 24{,}84\text{V} \qquad V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7\times 10^{-4} & 15\times 10^{-3} \\ -2\times 10^{-4} & 1\times 10^{-3} \end{vmatrix}}{\text{dét } \boldsymbol{A}} = \frac{37\times 10^{-7}}{3{,}1\times 10^{-7}} = 11{,}94\text{V}$$

(d) À partir des réponses obtenues, est-ce que la source de courant Is1 fournit ou absorbe de l'énergie ? Et la source de tension Vs1 ? (GEN135)

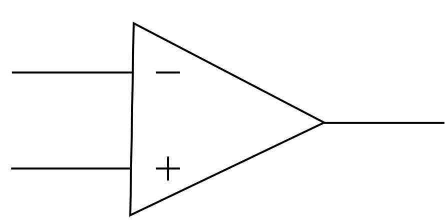
Réponse :

Lorsque le courant circule à l'intérieur d'un élément de sa borne dont la tension est la plus faible (-) vers sa borne dont la tension est la plus élevée (+), cet élément fournit de l'énergie, dans le cas contraire, il absorbe de l'énergie (voir Hambley, fig. 1.10).

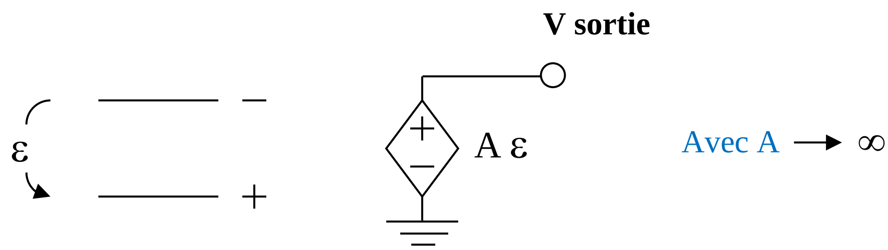
Donc, ici, puisque $V_1 > 0$, la source Is1 fournit de l'énergie. Aussi, puisque la source Vs1 est traversée par un courant de $(10 - 2{,}387)\,\text{mA}$ *circulant de sa borne (+) à sa borne (-), elle absorbe de l'énergie.*

Question 3 (GEN136)

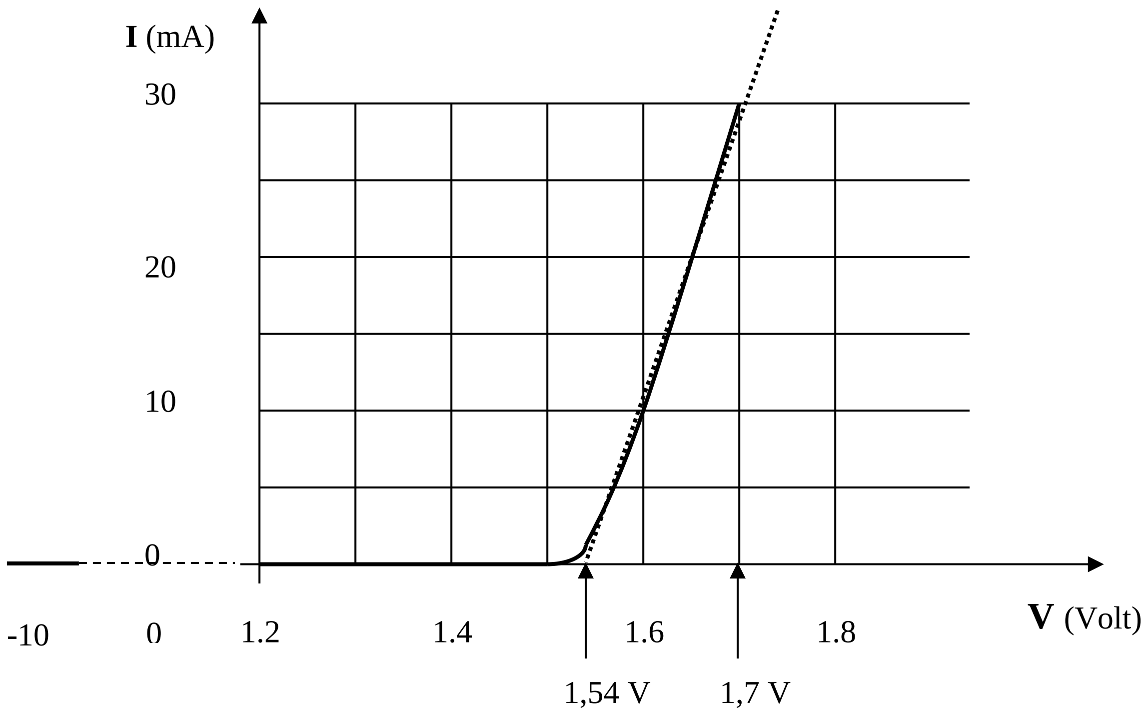
(a) En prenant soin de bien identifier chacune des bornes, illustrez par quel modèle il est possible de remplacer l'amplificateur opérationnel suivant, sous l'hypothèse que celui-ci est idéal.



Réponse :



(b) Un dispositif électronique à deux bornes présente la caractéristique I-V suivante :

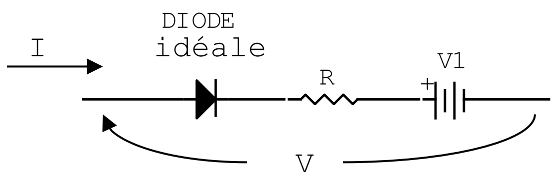


Par quel modèle simple est-il possible de représenter ce dispositif pour des tensions V comprises entre -10 V et +1,7 V ?

Réponse :

On trace une droite tangente à la caractéristique du dispositif, dans la zone d'intérêt, comme illustré sur le graphique de la page précédente.

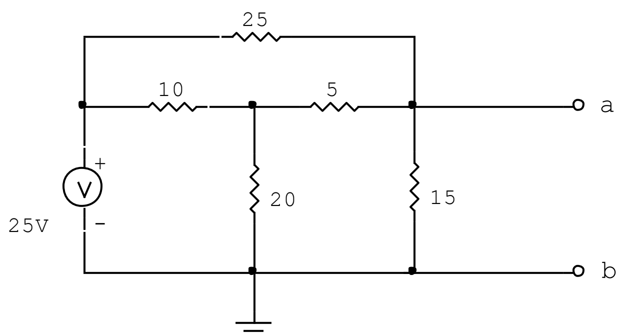
Le modèle correspondant, valide jusqu'à V = +1,7 V *est le suivant :*



avec V1 = 1,54 V *et* $R = \dfrac{\Delta V}{\Delta I} = \dfrac{1,7\text{V} - 1,54\text{V}}{30\text{ma} - 0\text{ma}} = 5,33\Omega$

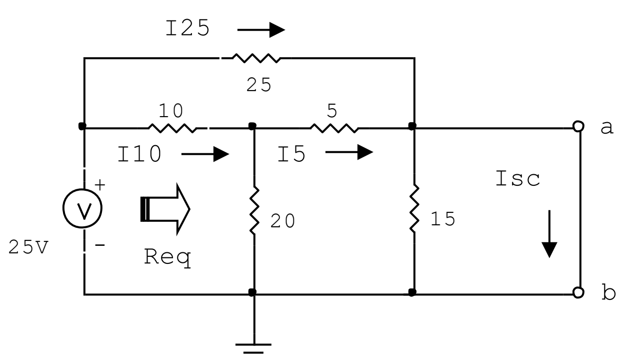
Question 4 (GEN135)

Déterminer les équivalents Thévenin et Norton du circuit suivant (entre les bornes a et b).



Réponse :

On détermine d'abord le courant de court-circuit **Icc** *:*



Icc = I25 + I5 *car il n'y a pas de courant qui circule dans la résistance de* 15 Ω *(pourquoi ?).*

I25 = 25 V / 25 Ω = 1 A

I10 = 25 V / Req où Req = 10 + 5//20 = 14 Ω

I10 = 1,79 A

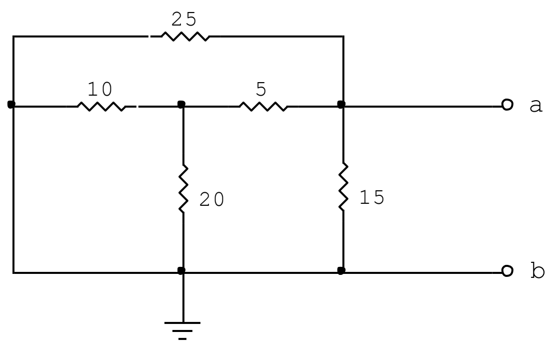
I5 = (20 x I10) / (20 +5) = 1,43 A

Par la loi des diviseurs de courant, ou encore

I5 = (20//5 x I10) / 5

Icc = 2,43 A ***c'est la valeur de la source de Norton***

On détermine ensuite la résistance de Thévenin (ou de Norton) en mettant la source de tension à 0 V, donc en la remplaçant par un court-circuit :



On obtient la résistance de Thévenin (Rth), vue entre les bornes a et b, en effectuant une suite de combinaisons série et parallèle, c.a.d.

Rth = ((10//20) + 5)//15//25 = 5,2 Ω

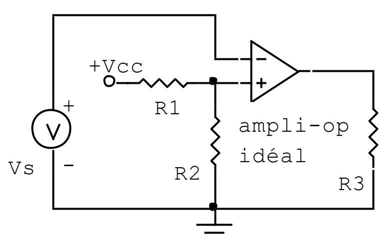
C'est aussi la valeur de la résistance de Norton (Rno).

On a finalement **Vco = Icc x Rth = 12,64 V** ***qui est la valeur de la source de Thévenin.***

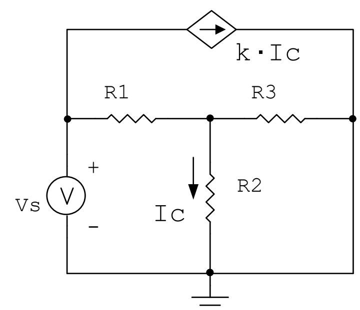
Question 5 (GEN135)

Parmi les circuits suivants, lesquels peuvent être décrits par des équations algébriques linéaires ?

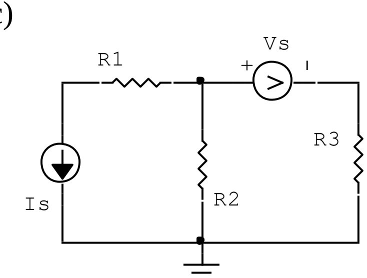
a)



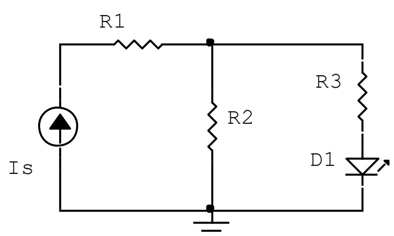
b)



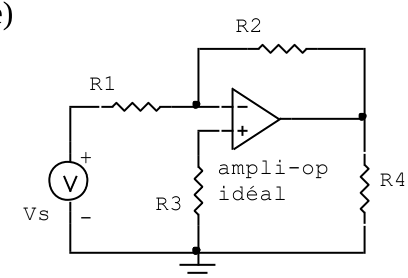
c)



d)



e)

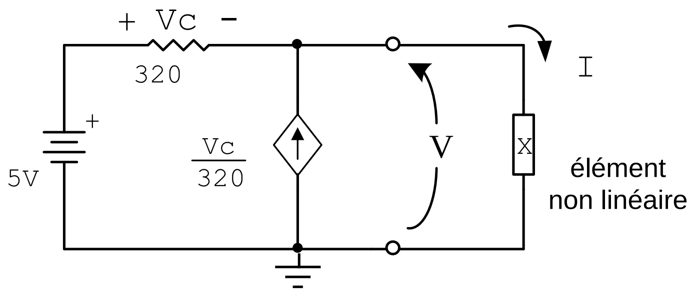


Réponse :

Les circuits (b), (c) et (e). La présence d'une diode LED dans le circuit (d) le rend évidemment non linéaire. Quant au circuit (a), il s'agit d'un ampli-op utilisé sans contre-réaction négative; il se comportera donc de façon non linéaire. Ici, il est en fait monté en comparateur. Il est aussi intéressant de noter que, contrairement au cas du circuit (e) les contraintes $i_i = 0$ et $e_i = 0$ (« summing point constraints ») ne s'appliquent pas pour le circuit (a).

Question 6 (GEN135)

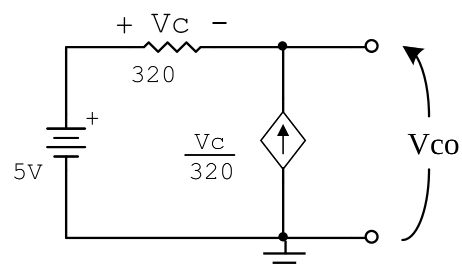
Déterminez, par la méthode de la droite de charge, la valeur de Vc et la valeur de I dans le circuit ci-dessous, où l'élément non linéaire X présente la caractéristique I-V illustrée au no. 3 (b).



Réponse :

Il faut d'abord, afin d'obtenir facilement l'équation de la droite de charge, établir l'équivalent Thévenin du circuit branché au dispositif non linéaire.

Nous avons donc à déterminer la valeur de Vco *du circuit suivant :*



KVL —> 5 V = Vc + Vco

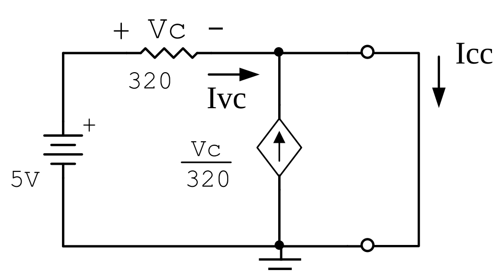
Vc *est la tension de contrôle de la source de courant contrôlée par une tension. Sa valeur est requise pour résoudre l'équation précédente.*

Puisque cette source est traversée par le courant de la source contrôlée, on écrit :

Vc = -320 Ω x (Vc/320) A c'est-à-dire Vc = -Vc qui oblige Vc = 0 V

Donc **Vco = 5 V**

Nous devons aussi déterminer la valeur de Icc *du circuit suivant :*



KCL —> Icc = Ivc + (Vc/320)

Mais, puisque qu'il y a un court-circuit à la droite de la résistance de 320 Ω, *la tension à ce point est de* 0 V, *donc :*

Ivc = (5 V - 0 V) / 320 Ω = 15.625 mA

Et, par un KVL sur la boucle extérieure —> Vc = 5 V et (Vc/320) = 15.625 mA

Donc $\boxed{\textbf{Icc = 31.25 mA}}$

On remarque que les points Vco =5 V *et* Icc = 31.25 mA *n'apparaissent pas sur les axes de la caractéristique V-I du dispositif X (voir no. 3 (b)). Il faudra donc obtenir l'équation de la droite de charge afin d'obtenir les coordonnées d'autres points lui appartenant et qu'il sera possible de localiser sur le graphique de la caractéristique V-I du dispositif X.*

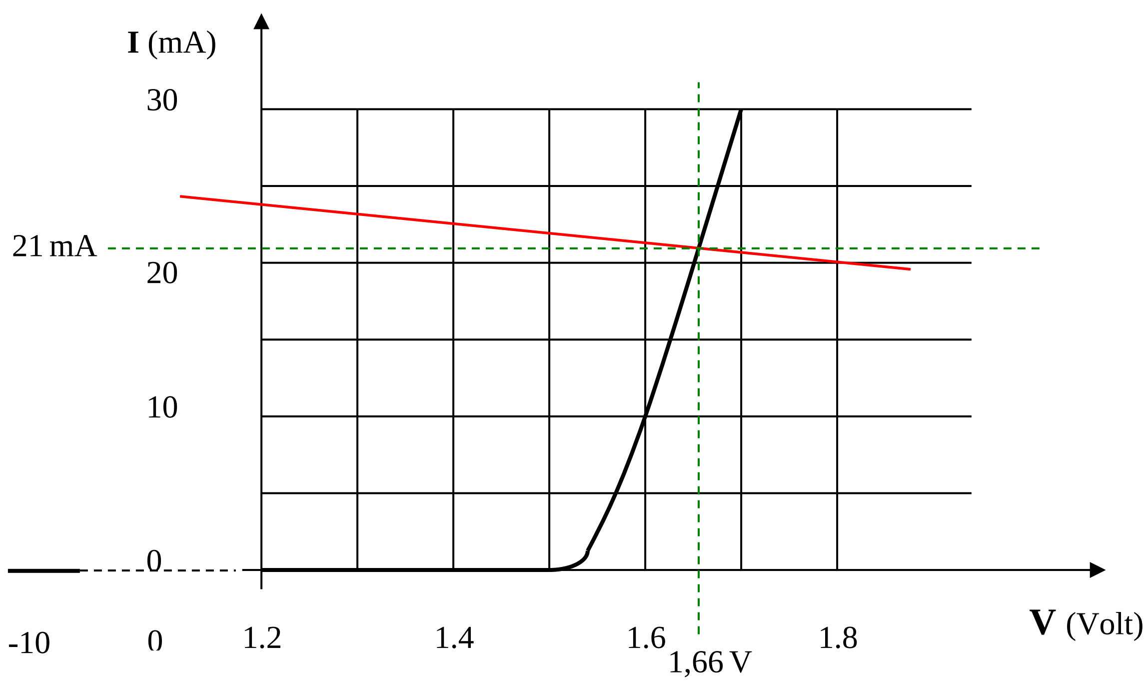
Puisque **Rthé = Vco/Icc = 160 Ω**, *l'équation de la droite de charge sera :*

V = 5 - 160 x I

On choisit V = 1.2 Volt —> I = 23.75 mA

V = 1.8 Volt —> I = 20 mA

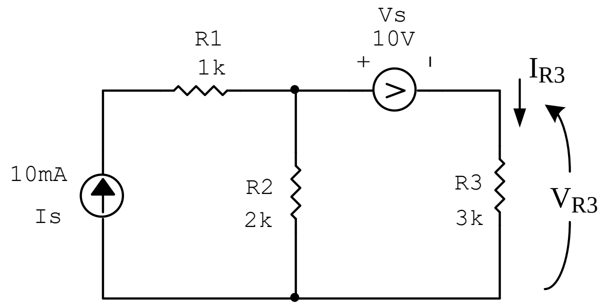
Il ne reste qu'à reporter ces deux points sur le graphique de la caractéristique V-I du dispositif X et à les relier par la droite de charge. À l'intersection de la droite de charge et de la caractéristique du dispositif, on lit I = 21 mA *et* V = 1.66 V.



Donc **I = 21 mA** *et* **Vc** = 5 Volts – V = **3,34 Volts**

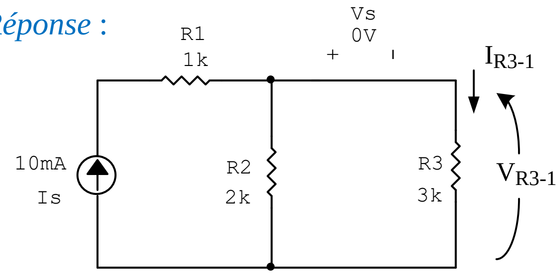
Question 7 (GEN135)

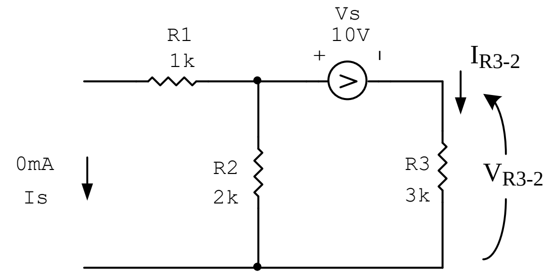
Soit le circuit suivant :



Déterminez, par la méthode de la superposition, la valeur de V_{R3} la tension aux bornes de la résistance R3 et I_{R3} le courant circulant dans la résistance R3.

Réponse :





R2 *est en parallèle avec* R3   R2//R3 = 1,2kΩ

$V_{R3\text{-}1}$ = 10 mA x 1,2kΩ = 12 V

Avec la loi des noeuds :

$I_{R3\text{-}1}$ = 10 mA x [R2 / (R2+R3)] = 4 mA

Ou bien, loi d'Ohm !

$I_{R3\text{-}1}$ = $V_{R3\text{-}1}$ / R3 = 4 mA

R2 *en série avec* R3 = 5kΩ

$I_{R3\text{-}2}$ = -10 V / 5kΩ = -2 mA

Diviseur de tension :

$V_{R3\text{-}2}$ = -10 V x [R3 / (R2+R3)] = -6 V

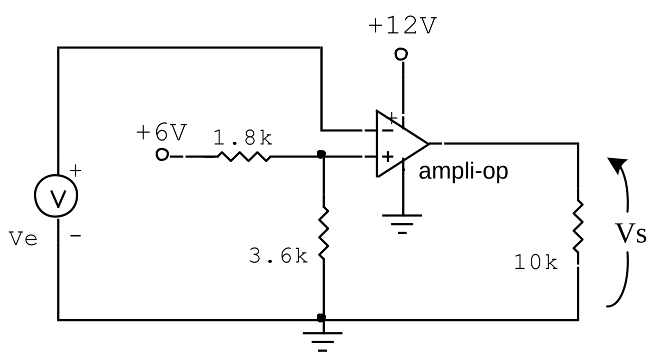
Ou bien, loi d'Ohm !

$V_{R3\text{-}2}$ = $I_{R3\text{-}2}$ x R3 = -6 V

$\boxed{\mathbf{V_{R3}} = V_{R3\text{-}1} + V_{R3\text{-}2} = \mathbf{6\ V} \qquad \mathbf{I_{R3}} = I_{R3\text{-}1} + I_{R3\text{-}2} = \mathbf{2\ mA}}$

Question 8 (GEN135)

Soit le circuit suivant :



Quelle est la valeur approximative de la tension Vs à la sortie de ce circuit lorsque :

(a) Ve = 9 Volts ?

(b) Ve = 6 Volts ?

(c) Ve = 3 Volts ?

Réponse :

Il s'agit d'un ampli-op sans contre-réaction négative, monté en comparateur. La tension de référence appliquée sur la borne (+) est de 6 V x (3.6 / 5.4) = 4 V *(diviseur de tension)*

Donc, pour une tension supérieure à 4 V *appliquée sur sa borne (-), l'ampli-op affichera environ* 0 V *en sortie. Pour une tension inférieure à* 4 V *appliquée sur sa borne (-), l'ampli-op affichera environ* 12 V *en sortie.*

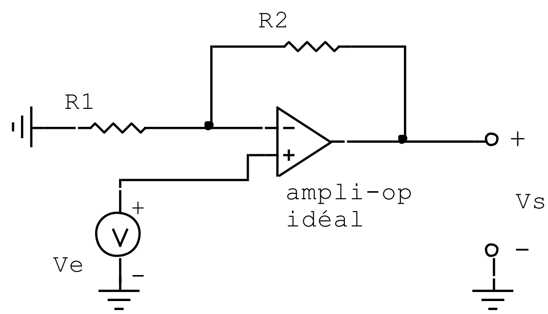
(a) Vs ≈ 0 Volt

(b) Vs ≈ 0 Volt

(c) Vs ≈ 12 Volts

Question 9 (GEN136)

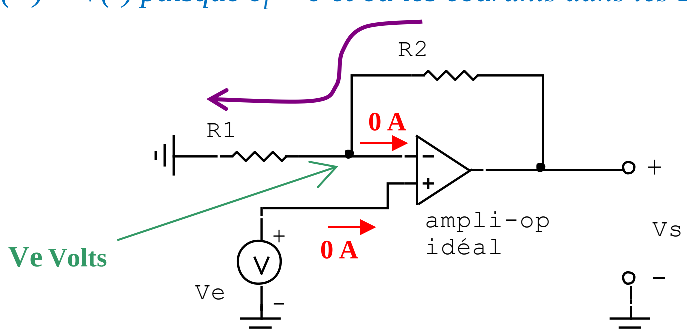
Soit le circuit amplificateur suivant :



Déterminez son modèle en vous référant au modèle général d'un amplificateur de tension (Hambley, p. 506).

Réponse :

Puisque la résistance R2 crée une contre-réaction négative et qu'il s'agit d'un ampli-op idéal, les contraintes $i_i = 0$ et $e_i = 0$ (« summing point constraints ») s'appliquent comme l'indique le schéma ci-dessous, où V(+) = V(-) puisque $e_i = 0$ et où les courants dans les 2 bornes d'entrée sont nuls :

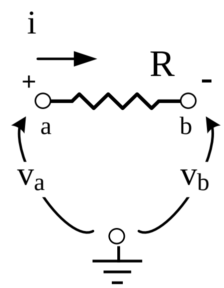


Puisque le courant entrant dans la borne (-) de l'ampli-op est nul, le courant dans la résistance R2 est identique au courant dans la résistance R1, ce que nous écrivons :

$$\frac{Vs - Ve}{R2} = \frac{Ve - 0}{R1}$$

Rappel :

$$Vs = \left(1 + \frac{R2}{R1}\right) \cdot Ve$$



$$\boxed{i = \frac{v_a - v_b}{R}}$$

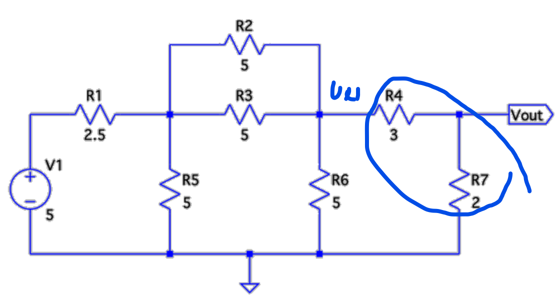
Pour modéliser cet amplificateur, il faudrait donc poser $A_{voc} = 1 + \frac{R2}{R1}$ *dans le modèle général d'un amplificateur de tension.*

De plus, puisque la source Ve n'a à fournir aucun courant, elle « voit » une résistance d'entrée infinie. R_i dans le modèle général de la page 506 serait donc remplacé par un circuit ouvert.

Finalement, puisque l'ampli-op est idéal, il peut être modélisé par une source de tension idéale contrôlée par une tension. La résistance de sortie d'une telle source est nulle, ce qui signifie que R_o dans le modèle général de la page 506 serait remplacé par un court-circuit.

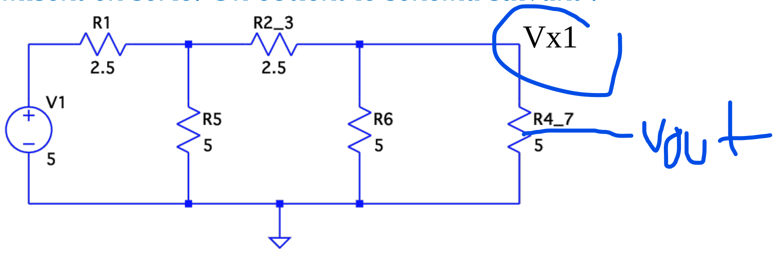
Question 10 (GEN135)

Déterminez la tension Vout dans le circuit suivant en utilisant des simplifications successives :

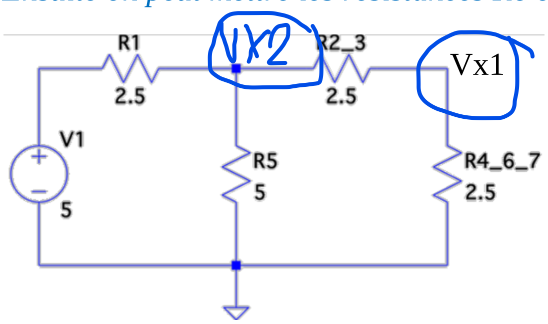


Vout

Les résistances R2 et R3 peuvent être misent en parallèle. Les résistances R4 et R7 peuvent être misent en série. On obtient le schéma suivant :

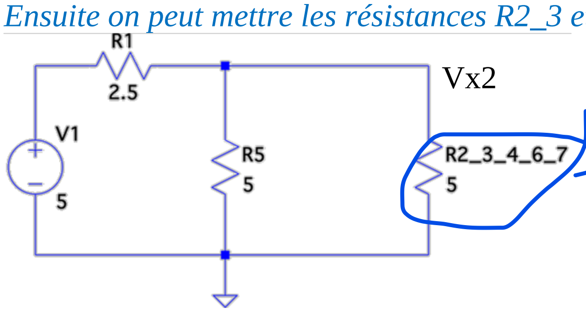


Ensuite on peut mettre les résistances R6 et R4_7 en parallèle :

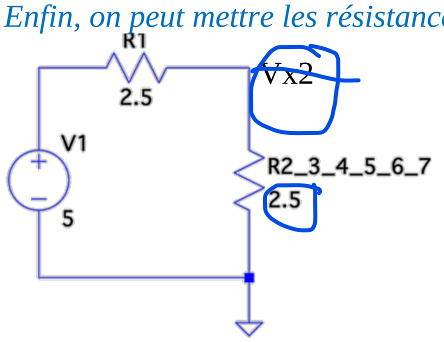


$$V_{x1} = \frac{V_{x2} \cdot R_{467}}{R}$$

Ensuite on peut mettre les résistances R2_3 et R4_6_7 en série:



Enfin, on peut mettre les résistances R5 et R2_3_4_6_7 en parallèle :

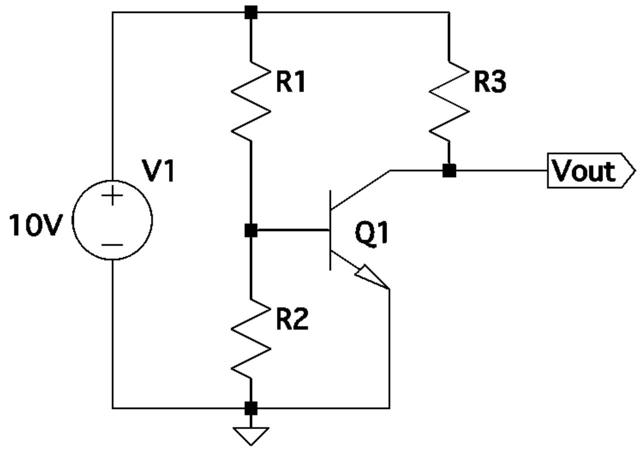


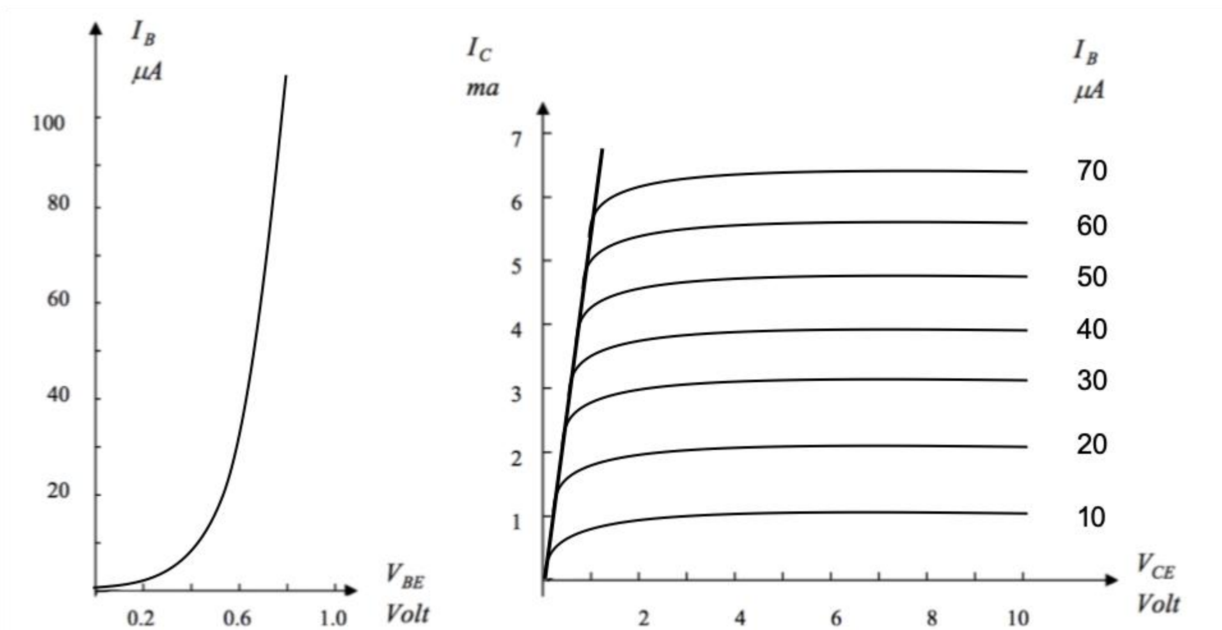
$$V_{x2} = \frac{V_1 \cdot R}{R_1 + R}$$

*Avec la méthode du diviseur de tensions on détermine que la tension entre R1 et R2_3_4_5_6_7 est Vx2 = 1/2*V1 = 2.5V. De la même façon, on détermine que Vx1 = 1/2*Vx2 = 1.25V . Enfin, le diviseur de tension créé par R4 et R7 donne l'équation suivante : Vout = 2/5*Vx1 = 0.5V.*

Question 10 (GEN136)
On s'intéresse au circuit électrique suivant. Les caractéristiques courant-tensions des bornes du transistor Q1 sont présentés sous forme graphique plus bas.

La valeur des résistances est :
R1 = 142,86 kΩ
R2 = 15,87 kΩ
R3 = 4,00 kΩ

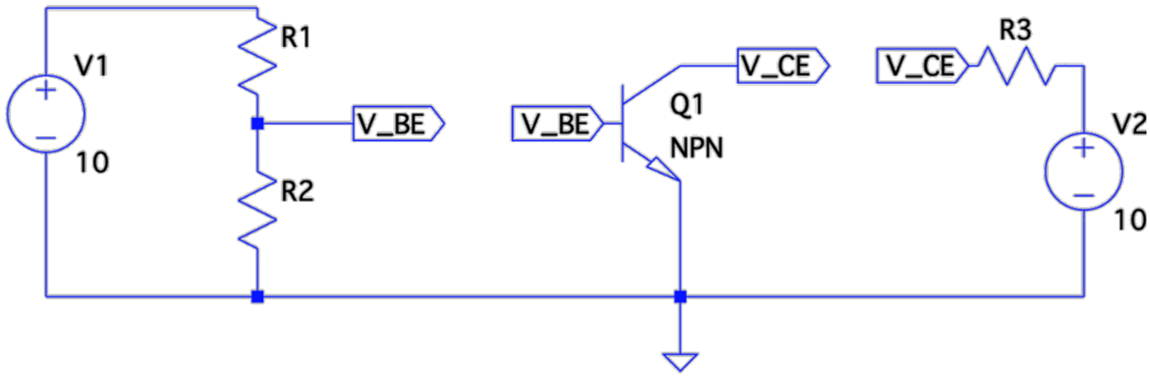




a) À l'aide des schémas des caractéristiques I-V du transistor, déterminez **graphiquement** la tension **Vout** attendue. Expliqué bien votre raisonnement avec des calculs et des tracés.

Réponse :

On peut redessiner le circuit précédent en trois sous circuits où la composante non-linéaire (le transistor) est isolé:



On s'intéresse au sous-circuit de gauche :

$$Vco = \frac{R_2 V_1}{R_1 + R_2} = \frac{15{,}87\ k\Omega}{142{,}86\ k\Omega + 15{,}87\ k\Omega} 10V = 1V$$

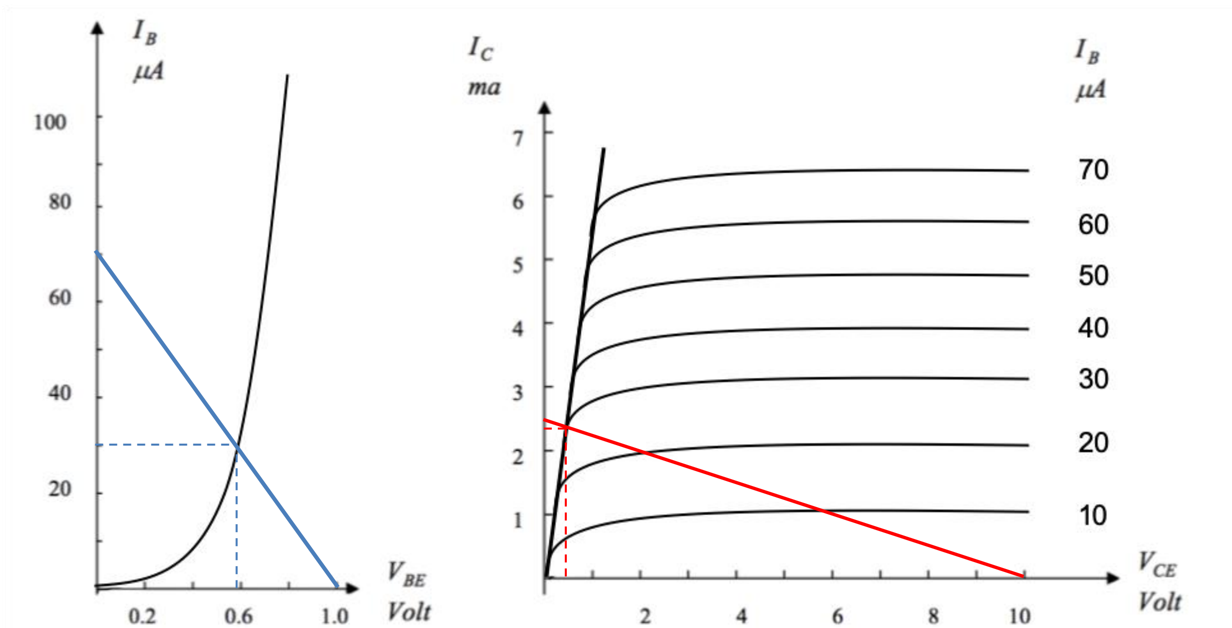
$$i_{cc} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{10V}{142.86k\Omega} = 70\mu A$$

On s'intéresse au sous-circuit de droite :

$$Vco = \ 10V$$

$$i_{cc} = \frac{V_2}{R_3} = \frac{10V}{4k} = 2.5mA$$

En traçant les deux droites de charges sur les schémas :

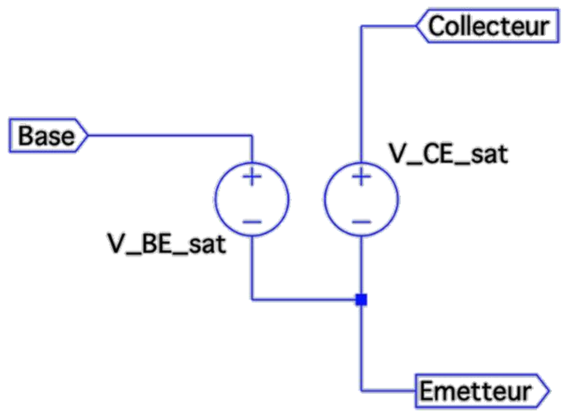


En traçant la droite de charge du sous-circuit gauche, on trouve que la tension V_BE est d'environ 0.6V avec un courant de base I_B d'environ 30uA. En trouvant l'intersection de la droite de charge du sous-circuit droit et de la courbe à 30uA, on détermine graphiquement que la tension V_CE est environ 0.4V.

b) Dans quel mode est le transistor? Proposez un schéma équivalent.

Réponse :

Le transistor se trouve dans sa zone de saturation. On peut le représenter par le schéma suivant :



Où les valeurs V_BE_sat et V_CE_sat sont approximativement 0.6V et 0.4V.