GEN-122		GEN-136	
1	2	1	2
✓	✓		✓

Évaluation formative Théorique

Session S1 - Unité 6

Automne 2022

Département de génie électrique et de génie informatique
Faculté de génie
Université de Sherbrooke

Consignes :

Pour évaluer vos acquis, répondre aux questions suivantes sans l'aide d'aucune documentation. Par la suite, consultez le solutionnaire et portez un jugement sur la qualité de vos apprentissages. Revoir, au besoin, les documents d'apprentissage portant sur les éléments de compétences évalués à la fin de l'unité 6.

***Note* : La présente évaluation formative n'est pas représentative de la longueur de l'évaluation sommative.**

Partie mathématique

Question 1 (gen 122-1)

Pour chacune des équations suivantes, préciser le type d'équation dont il s'agit.

(a) $\frac{dx(t)}{dt} = 3t$ équation différencielle linéaire, de premier ordre, coefficient constant et forcé

(b) $\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{2}x(t)$ équation différentiel linéaire de premier ordre, coefficient constant et non forcé

(c) $\frac{dx(t)}{dt} + tx(t) = 0$ linéaire premier ordre, coefficient variable, non forcée

(d) $3\frac{dx(t)}{dt} - 2x^2(t) = 0$ équation différentiel non linéaire, de premier ordre, non forcé

(e) $\frac{d^2x(t)}{dt^2} - 2\frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = 3$ linéaire deuxieme ordre, coefficiant constant et forcé

(f) $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3[x^2(t) - 1]\frac{dx(t)}{dt} + x(t) = 0$ non linéaire deuxieme ordre,, non forcée

Question 2 (gen 122-1 et gen122-2)

Un circuit linéaire peut être composé uniquement d'une source indépendante, de résistances et d'un condensateur C, lorsque mis en équation, conduit au résultat suivant :

$$\tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = f(t) \qquad (1)$$

(a) Comment nomme-t-il la fonction $f(t)$? (gen 122-1)

fonction d'excitation

(b) D'un point de vue mathématique, la solution générale de l'équation (1) comporte deux parties, soit la solution particulière $x_p(t)$ et la solution complémentaire $x_c(t)$. (gen 122-1)

Quel autre nom donne-t-on aussi à la solution particulière $x_p(t)$?

solution forcée

Quel autre nom donne-t-on aussi à la solution complémentaire $x_c(t)$?

solution naturelle

(c) À partir de la formulation générale (1), comment obtient-on la solution complémentaire $x_c(t)$ et de quelle forme est cette solution ? (gen 122-2)

en posant la fonction d'excitation à 0 (source à 0)

(d) Comment se nomme la constante τ et, dans le cas qui nous occupe (relire l'énoncé), que vaut-elle ? (gen 122-1, 2)

constante de temps, représente RC

Question 3 (gen 122-2)

Trouver les variables permettant de résoudre l'équation.

a) $2Ax^2(t) + \mathrm{B} = \frac{d^2}{dt^2}\left(x^4(t) + x(t)\right)$ avec $\mathrm{x(t) = t}$

b) $7A\cos(Bt) = \frac{d}{dt}(A\sin(Bt)\,)$ qui passe par le point [0,3]

Question 4 (gen 122-2)

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$2\frac{dy}{dt} + y = 17\cos\,(2t)$$

avec les conditions initiales $y(0) = 0$

Question 5 (gen 122-2)

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = t^3 + 2t^2 - 8t$$

avec les conditions initiales $y(0) = 2$ et $\frac{dy}{dt}(0) = 8$.

Question 6 (gen 122-2)

a) Mettre sous la forme $a + j\,b$ (a, b ∈ R) les nombres :

1. $\frac{2+5j}{3-4j}$
2. $\left(\frac{1+j}{1-j}\right)^2$
3. $\frac{2+5j}{3-4j} + \left(\frac{1+j}{1-j}\right)^2$
4. Nombre de module 3 et d'argument -π/6
5. Nombre de module 2 et d'argument -4π/3

b) Écrivez le nombre de module 3 et d'argument -π/6 sous forme polaire et sous forme exponentielle

c) Écrivez le nombre z = -2 + j sous forme exponentielle.

d) Écrivez z = 2 $e^{j\,\pi/4}$ sous forme rectangulaire (forme a + b j)

e) Calculer $\frac{d}{dt}(5\,e^{-2jt})$

f) Résoudre l'équation suivante :

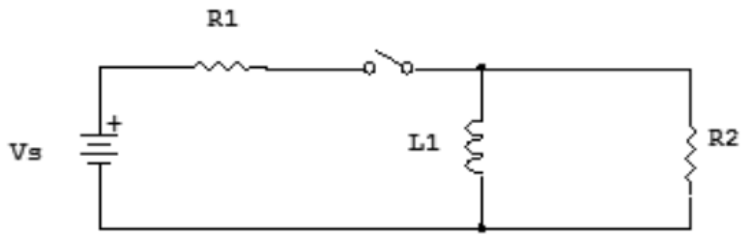
$$z^2 + 10z + 169 = 0$$

g) Donner un polynôme dont $z_1 = 3 + \sqrt{3}j$ et $z_2 = 3 - \sqrt{3}j$ sont les zéros

Partie circuit d'ordre 1

Question 7 (gen 122-2), (gen 136-2)

Considérons le circuit suivant. En assumant que le circuit était au repos, c.à.d. $i(t) = 0$, avant le temps $t = 0$ et qu'au temps $t = 0$, on **ferme** l'interrupteur, déterminer l'expression mathématique décrivant le comportement de $i(t)$ circulant dans l'inductance pour $t > 0$ et l'illustrer par un graphique. On demande d'écrire l'équation différentielle permettant d'arriver à la solution et de la résoudre.

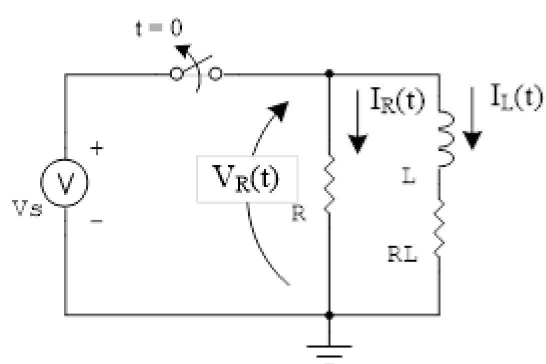


Question 8 (gen 136-1)

Soit un circuit comportant un interrupteur unipolaire à deux positions, et un condensateur de 22 µF. Lorsque l'interrupteur est dans une position, le condensateur est chargée jusqu'à 12 Volts avec une constante de temps de 22 msec. Lorsque l'interrupteur est dans l'autre position, le condensateur alimente une charge qui consomme 100 µA sous 10 Volts. Représenter le circuit et identifier les valeurs de ses éléments.

Question 9 (gen 136-2)

Soit le circuit suivant dans lequel Vs est une constante et dans lequel l'interrupteur, qui ouvre à $t = 0$, était fermé depuis longtemps

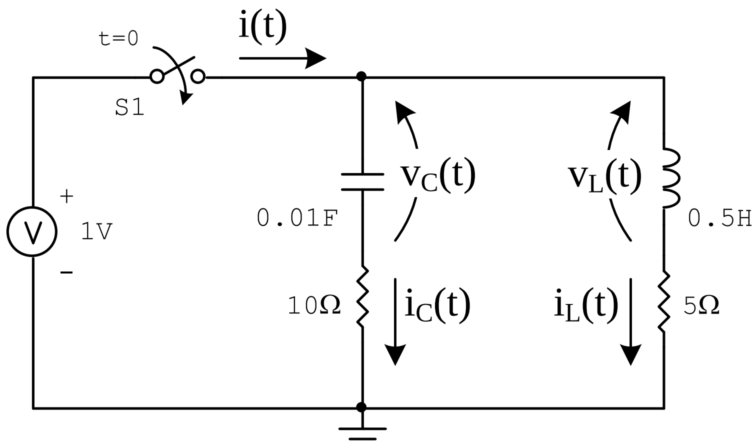


Déterminer : $V_R(0+)$, $V_R(\infty)$, $I_R(0+)$, $I_R(\infty)$, $I_L(0+)$ et $I_L(\infty)$.

Partie circuits d'ordre 2

Question 10 (gen122-1, gen122-2, gen136-2)

Considérons le circuit suivant dans lequel l'interrupteur S1 ferme à t = 0. Lorsque l'interrupteur ferme, il n'y a plus d'énergie dans le condensateur, ni dans l'inductance.



a) À quel type de circuit avons-nous affaire ici, avant et après t = 0 ?

b) Déterminer l'expression de i(t) valable à partir de t = 0+ et représenter l'évolution de ce courant dans le temps à l'aide d'un graphique.

c) Détermination de $i_C(t)$, le courant dans le condensateur

d) Détermination de i(t), le courant fourni par la source de tension de 1V

Question 11 GEN122

Résoudre l'équation différentielle suivante avec $y(0) = 0$ et $\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 2$:

$$y'' + 9y = t + 1$$

Question 12 GEN136

Soit le circuit RLC parallèle suivant dans lequel $V(0) = 0$ et $I_L(0) = -12{,}5$ mA. Calculer la tension $V(t)$ dans ce circuit.

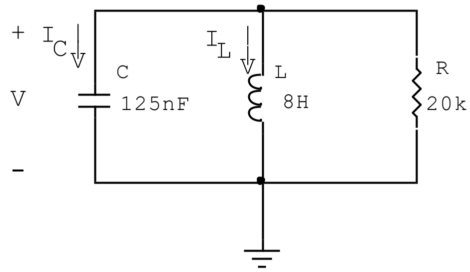


Table de dérivées et des intégrales indéfinies

$x(t)$	$dx(t)/dt$
A	0
At	A
At^2	$2At$
At^n	nAt^{n-1}
$\sin(\omega t)$	$\omega\cos(\omega t)$
$\cos(\omega t)$	$-\omega\sin(\omega t)$
e^{at}	ae^{at}
te^{at}	$(at+1)e^{at}$
$t^n e^{at}$	$(at^n+nt^{n-1})e^{at}$

$x(t)$	$\int x(t)dt$
A	$At + c$
At	$\frac{At^2}{2}+c$
At^n	$\frac{At^{n+1}}{n+1}+c$
$\sin(\omega t)$	$-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}+c$
$\cos(\omega t)$	$\frac{\sin(\omega t)}{\omega}+c$
e^{at}	$e^{at}/a+c$
te^{at}	$\frac{e^{at}(at-1)}{a^2}$
$\frac{1}{t}$	$\ln(t)+c$