Évaluation Formative Session S4 - Unité 1 GEGI

Logique Combinatoire

Solutionnaire

Département de génie électrique et de génie informatique Faculté de génie Université de Sherbrooke

Q. 1 Convertir en hexadécimal: 747.64₁₀, puis en décimal ADE.B₁₆

Réponse: 747₁₀ /16 = 46₁₀ reste 11₁₀ →B₁₆, ce qui est le LSB
$$46_{10} /16 = 2_{10} \quad \text{reste } 14_{10} \to E_{16} \\ 2_{10} /16 = 0_{10} \quad \text{reste } 2_{10} \to 2_{16}$$

$$747_{10} = 2EB_{16}$$
 .64 ×16 = 10.24, 10₁₀ →A₁₆, ce qui est le MSB .24 ×16 = 3.84, 3₁₀ →3₁₆ .84 ×16 = 13.44, 13₁₀ →D₁₆
$$747.64_{10} = 2EB.A3D_{16}$$
 ADE.B₁₆ = $10 \times 16^2 + 13 \times 16^1 + 14 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} = 2782.6875_{10}$

Q. 2 Additionner et soustraire les nombres suivants sans les convertir en décimal

- a) $Réponse: 371_8 + 256_8 = 647_8$
- b) $Réponse : 2EC_{16} + 7B_{16} = 367_{16}$
- c) $R\acute{e}ponse: 110011_2 + 101011_2 = (1)011110_2$ note, si on est en 6 bits, le (1) ne fait pas partie de la solution.
- d) Réponse: 3718 2568 = 1138
- e) $Réponse : 2EC_{16} 7B_{16} = 271_{16}$
- f) $Réponse: 110011_2 101011_2 = 1000_2$

Q. 3 En quelle base cette équation est-elle valide : $(35_b + 24_b)$ 21 $_b = 1501_b$

Réponse:
$$(3 \times b + 5 + 2 \times b + 4) (2 \times b + 1) = 1 \times b^3 + 5 \times b^2 + 1$$

 $10b^2 + 23b + 9 = b^3 + 5b^2 + 1$
 $b^3 - 5b^2 - 23b - 8 = 0 \rightarrow b = 8$

Note : le niveau de difficulté de calcul mental de ce numéro dépasse ce qui sera à l'examen. Il est important de comprendre comment la numérotation positionnelle fonctionne

Q. 4 Convertir G02D₁₇ en base 9

Premièrement, convertir en base 10 :

Ensuite, 2 méthodes sont possibles.

1ère méthode : diviser par la plus grande puissance de la base cible qui donne un entier plus petit que la base (entre 0 et 9 pour la base 9), et ce successivement :

Donc, 128804₉

2^e méthode :

Faire une division successive par la base cible, puis de garder le reste de la division :

Réponse = 128804.

Si ceci est ambigu, retournez lire le début de la section 2.1 et 2.3 de Wakerly.

Q. 5 Simplifier algébriquement

a) $R\'{e}ponse$: AB' + A'C'D' + A'B'D + A'B'CD' = B'(A + A'D + A'CD') + A'C'D' $Ici, il faut appliquer la simplification non compl\'{e}t\'{e}e \grave{a} 2 variables (A+A'B = A+B)$

$$= B' (A + D + C) + A'C'D'$$

Ici, il faut faire Demorgan sur (A+C+D) qui devient (A'C'D')'. On peut compléter la simplification alors

$$=B'+A'C'D'$$
 b) $R\acute{e}ponse$: $ABC+ABC'+A'B=AB+A'B=B$

Q. 6 Écrire avec la convention signe amplitude, complément à 1 et complément à 2 les chiffres décimaux suivants :

	Signe amplitude	Complément à 1	Complément à 2
12	01100	01100	01100
- 12	11100	10011	10100
19.75	010011.11	010011.11	010011.11

-17.25 110001.01	101110.10	101110.11
------------------	-----------	-----------

Q. 7 Additionner en complément à 2 les nombres suivants. Utiliser des mots de 5 bits (incluant le signe) et indiquer s'il y a débordement :

a) Réponse: (-9) + (-11) = 10111 + 10101 = (1)01100 débordement

b) Réponse: (-9) + (11) = 10111 + 01011 = (1)00010

c) Réponse: 11 + 7 = 01011 + 00111 = 10010 débordement

Q. 8 Prouver l'égalité de ces fonctions booléennes en utilisant des manipulations algébriques :

A) Réponse :
$$Y + X'Z + XY' = Y + X'Y' + X'Z$$

*utiliser -> A + A'B = A + B (simplification incomplète à 2 variables)

$$= (Y + X) + X' Z$$

$$= Y + X + X' Z$$

*utiliser -> A + A'B = A + B (simplification incomplète à 2 variables)

$$= Y + (X + Z)$$

$$= X + Y + Z$$

B) Réponse :
$$X'Y' + Y'Z + XZ + XY + YZ' = X'Y' + XZ + YZ'$$

Pour comprendre où est le problème, il est plus facile de faire un tableau de karnaugh

YZ	00	01	11	10
X		0		
0	٦	5		1
1		U	1	1

Lors de la simplification, il y a 2 termes redondants (en rouge). Pour les éliminer, il faut faire une simplification inverse du tableau de karnaugh. Ainsi le terme Y'Z peut être exprimé par Y'Z(X+X'). Il en est de même pour XY et est égal à XY(Z+Z').

En reportant cela dans l'équation, il est possible de simplifier les nouveaux termes avec les termes déjà en bleu. Ce qui donne :

$$X'Y' + Y'Z + XZ + XY + YZ' = X'Y' + Y'Z(X + X') + XZ + XY + YZ'$$

$$= X'Y'(1+Z) + XY'Z + XZ + XY + YZ'$$

$$= X'Y' + XZ(1 + Y') + XY + YZ'$$

$$= X'Y' + XZ + XY (Z + Z') + YZ'$$

$$= X'Y' + XZ + XYZ + YZ'(1 + X)$$

$$= X'Y' + XZ(1 + Y) + YZ'$$

$$= X'Y' + XZ + YZ'$$

c) Réponse : (ab+a'b')⊕(c'd+cd')

Q. 9 Trouver le complément des expressions logiques suivantes :

a)
$$R\'{e}ponse: F= WX(Y'Z+YZ')+W'X'(Y'+Z)(Y+Z')$$

$$F'= [W'+X'+(Y+Z')(Y'+Z)][W+X+YZ'+Y'Z]$$

b)
$$Réponse : G = (A + B' + C)(A'B' + C)(A + B'C')$$

 $G' = A'BC' + (A + B)C' + A'(B + C)$

Q. 10 Dessiner la table de vérité de la fonction suivante et exprimer la fonction sous la forme somme de minterms (somme de produits) et produit de maxterms (produit de sommes) :

$$F = WXY' + WXZ' + WXZ + YZ'$$

Réponse:

 $Somme\ minterms = W'X'YZ' + W'XYZ' + WX'YZ' + WXY'Z' + WXYZ' + WXZ' + WZ' + WZ'$

Produit maxterms =
$$(W+X+Y+Z)(W+X+Y+Z')(W+X+Y'+Z')(W+X'+Y+Z)$$

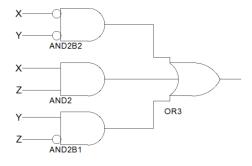
 $(W+X'+Y+Z')(W+X'+Y'+Z')(W'+X+Y+Z)(W'+X+Y+Z')$
 $(W'+X+Y'+Z')$

Q. 11 Convertir l'expression suivante en somme de produits canonique et produit de sommes canonique :

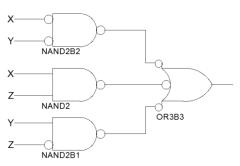
a)
$$R\acute{e}ponse: X' + X(X+Y')(Y+Z')$$
 ... Considérant que $A + A'B = A + B$ $X' + (X+Y')(Y+Z')$ $X' + XY + XZ' + Y'Y + Y'Z'$ $X' + Y + Z' + Y'Z'$ $X' + Y + Z'$ => il n'y a qu'un terme dans le produit de somme canonique soit le terme $XYZ = \ll 101$ ». La somme de produit canonique est alors: $X'Y'Z' + X'Y'Z + X'YZ' + X'YZ' + XYZ' +$

- **Q. 12** Simplifier les expressions suivantes avec les termes indifférents d. Trouver tous les impliquants premiers et les impliquants premiers essentiels :
 - a) $Réponse : F(W, X, Y, Z) = \sum m(0, 2, 4, 5, 8, 14, 15), d(W, X, Y, Z)$ = $\sum m(7, 10, 13)$ F = X'Z' + W'XY' + WXY
 - b) $Réponse : F(A, B, C, D) = \sum m(4, 6, 7, 8, 12, 15), d(A, B, C, D)$ = $\sum m(2, 3, 5, 10, 11, 14)$ F = C + AD' + (BD' ou A'B)
- $\bf Q.~13~$ Dessinez un circuit qui ferait X'Y' + XZ + YZ' en utilisant uniquement des portes NAND

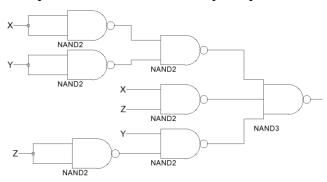
Initial:



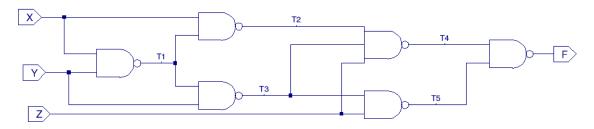
On ajoute des inverseurs partout dans le centre :



Puisque NOT-OR = NAND, et qu'on peut utiliser des NAND pour faire des inverseurs :

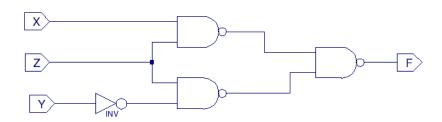


Q. 14 Dessiner la table de vérité du circuit suivant et redessiner la fonction F en utilisant le moins possible de portes NAND



Réponse:

Х	Υ	Z	T1	T2	Т3	T4	T5	F
0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0		1
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	
1	0	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1



Q. 15 À partir du schéma de la figure précédente, calculer le temps de propagation maximal pour la transition X=1, Y=0, Z=0 à X=1, Y=0, Z=1. Les portes NAND ont les paramètres suivants :

	Min	Тур	Max	Unité
t_{PLH}		9	15	ns
t _{PHL}		10	12	ns

 $R\acute{e}ponse: 12 \text{ ns} + 15 \text{ ns} = 27 \text{ ns}$

Q. 16 Un technicien veut utiliser une porte AND et une porte INV pour faire une porte NAND. Cependant la porte A et la porte B ne sont pas de la même famille logique. Sous quelles conditions ce circuit va t-il fonctionner? Comment peut-on calculer le nombre d'inverseurs B que l'on pourrait brancher à la sortie de la porte A?



Réponse : Il faut s'assurer que les paramètres électriques sont compatibles particulièrement les niveaux logiques :

$$V_{ILmax} > V_{OLmax}$$
 et $V_{IHmin} < V_{OHmin}$

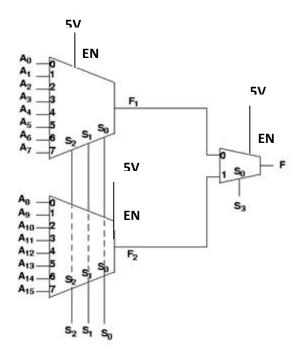
Il faut également que le fanout (sortance) de la porte A soit suffisant pour alimenter la porte B

Pour calculer le fanout on prend le rapport entre I_O de A et I_I de B. On fait le calcul pour les 2 niveaux (H et L) et on prend le moins élevé.

Q. 17 Concevoir un circuit qui détecte une erreur dans la représentation d'un chiffre décimal en BCD.

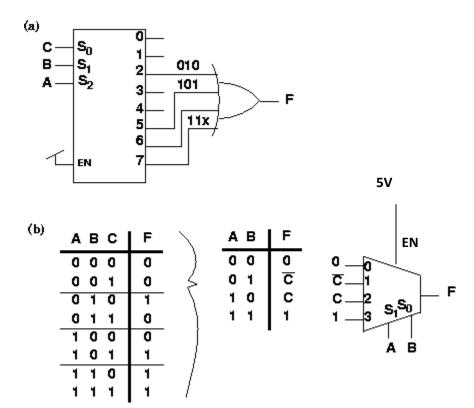
 $R\'{e}ponse : F = AB + AC$

Q. 18 À partir de deux multiplexeurs 8:1 et un multiplexeur 2:1, réaliser un multiplexeur 16:1. (Supposer que toutes les variables et leur complément sont disponibles et que les « Enable » fonctionnent sur un niveau logique élevé)



Q19 Implémenter la fonction suivante : $F = A \cdot B' \cdot C + A' \cdot B \cdot C' + A \cdot B$.

- (a) En utilisant un décodeur 3:8 et une porte logique OU. Branchez les entrées inutilisées à VCC ou GND afin d'obtenir de ne pas modifier l'équation et conserver la bonne réponse.
- (b) En utilisant un multiplexeur 4:1 (supposer que toutes les variables et leur complément sont disponibles et que le « Enable » fonctionne sur un niveau logique élevé).



Q20 En utilisant la notation positionnelle en base 2, démontrez comment vous pouvez simplement multiplier un nombre par 2.

Solution : il faut simplement déplacer tous les bits vers la gauche et insérer un zéro en position 2⁰

```
Exemple : 0110_2 = 6_{10}
```

Si on multiplie par 2, on obtient $1100_2 = 12_{10}$

Note : cela fonctionne pour des entiers positifs. Si vous faites cela sur des entiers négatifs, vous pourriez perdre de l'information sur le signe. À faire attention.

Q21 En utilisant un if-then-else en VHDL réalisez la table de vérité suivante :

```
AB|F
0 0 | 0
0 1 | 1
1 0 | 1
1 1 | 0
```

Une methode est

```
If A = '0' then
    F <= B;
else
    F<= not (B);
End if;</pre>
```

Il est aussi possible de vérifier chaque cas indépendamment :

```
If A = '0' then

If B = '0' then

F <= '0';

else

F <= '1';

end if;

elsif A = '1' then

F <= '1';

else

F <= '0';

End if;
```

Notez que j'ai également fait attention à ce que tous les cas soient couverts.

Q22 Est-ce que la sortie d'une porte SN74LS08 sera correctement interprétée par une porte 74HC138 s'ils sont alimentées à environ 4,5V? Consultez les fiches techniques mis à votre disposition sur le site web de l'APP.

Pièce : SN74LS08						
Champ	Valeur					
Voh_min	2.7 V					
Vol_max	0.5 V					

Pièce: 74HC138							
Champ	Valeur						
Vih_min	3.15 V						
Vil_max	1.35 V						

^{*}Attention à ne pas confondre SN7408 et SN74LS08

On doit vérifier:

 $V_{\text{oh_min}} > V_{\text{ih_min}}$

 $V_{\text{ol_max}} < V_{\text{il_max}}$

2,7 V > 3,15 V NON 0,5 V < 0,5 V OUI

Donc, pour les niveaux élevés, un SN74LS08 ne peut pas alimenter un 74HC138.

Q23 Soit la fonction y = f(x) où x et y sont en représentation en complément à 1, où x est sur 4 bits et f(x) = x-5

- 1) Quelle est la plage dynamique de *x*
- 2) Quelle est la plage dynamique de f(x)
- 3) Combien de bits avons-nous besoin pour couvrir la plage de f(x)

Réponse :

Selon la table ci-dessous,

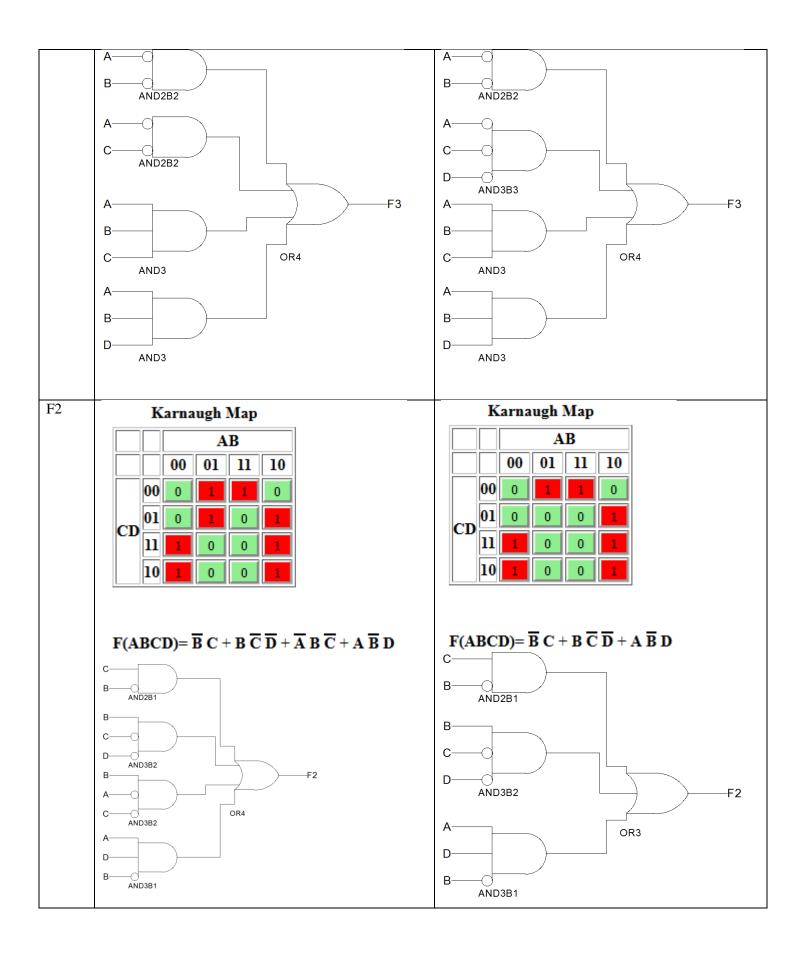
Valeur de x _{C1}	Binaire de x _{C1}	Valeur de f(x)	f(x) en complément à 1 sur 5 bits
décimal	ABCD	décimal	$F_4F_3F_2F_1F_0$
-7	1000	-12	10011
-6	1001	-11	10100
-5	1010	-10	10101
-4	1011	-9	10110
-3	1100	-8	10111
-2	1101	-7	11000
-1	1110	-6	11001
0	1111 ou 0000	-5	11010
1	0001	-4	11011
2	0010	-3	11100
3	0011	-2	11101
4	0100	-1	11110
5	0101	0	00000 ou 11111
6	0110	1	00001
7	0111	2	00010

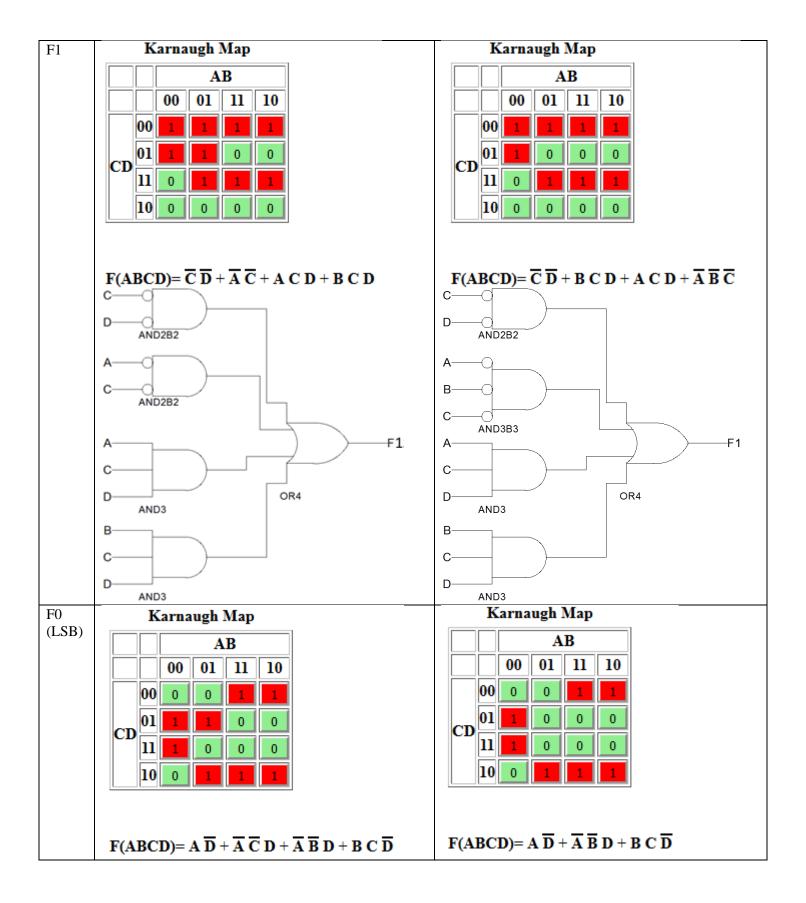
- 1) La plage dynamique de x est de -7 à +7,
- 2) La plage dynamique de f(x) est de -12 à +2
- 3) Il faut donc 5 bits pour représenter f(x) de -12 à 2.
- 4) En utilisant une approche complète, réaliser le circuit logique capable de calculer f(x)

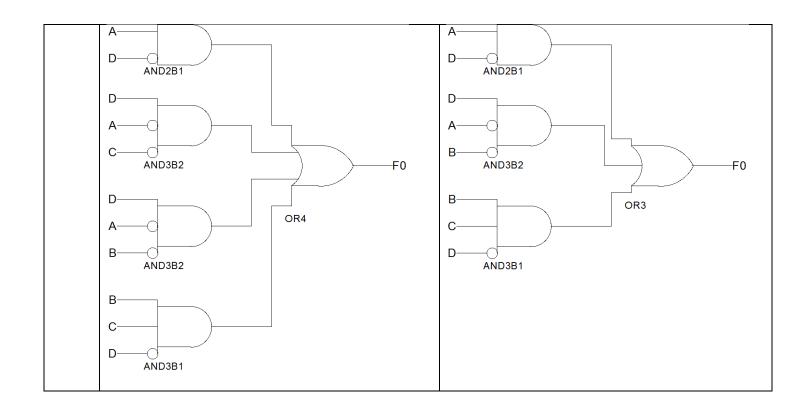
Puisque nous sommes en complément 1, f(5) donne 2 réponses possibles. Puisqu'il y a deux possibilités, il y a deux séries de tableaux de Karnaugh, et donc 2 série d'équations, et donc 2 séries de circuits.

Le concepteur devrait normalement choisir et documenter ce que f(5) retournera comme réponse pour simplifier le système. Mais pour vous, voici les 2 séries de réponses possibles.

Bit	Ensemble de tableaux pour $f(5) = 11111_2$	Ensemble de tableaux pour $f(5) = 00000_2$
(MSB) ou F ₄	AB	Karnaugh Map AB 00 01 11 10 00 1 1 1 1 CD 11 1 0 1 1 10 1 0 1 1
	$F(ABCD) = \overline{C} + A + \overline{B}$ B C $OR3B2$	$F(ABCD) = A + \overline{B} + \overline{C} \overline{D}$ $C \longrightarrow A$ $D \longrightarrow A$ $A \longrightarrow A$ $D \longrightarrow A$ $D \longrightarrow A$ $OR3B1$
F ₃	Karnaugh Map AB 00 01 11 10 00 1 1 1 0 0 CD 11 1 0 1 0 10 1 0 1 0 F(ABCD)= \overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{C} + A B C + A B D	Karnaugh Map AB 00 01 11 10 00 1 1 0 0 CD 11 0 1 0 10 1 0 1 0 F(ABCD)= \overline{A} \overline{B} + A B D + A B C + \overline{A} \overline{C} \overline{D}







Q24 Stacy veut aller à une fête, mais avant d'y aller, elle vérifie les invités et ne viendra pas sauf si Alain est présent, mais sans son frère Bill. Elle viendra aussi si Charles ou Derreck peuvent venir, mais elle ne viendra pas s'ils sont là en même temps.

En utilisant une démarche complète, réaliser le circuit logique qui permettra de réaliser la solution MINIMALE.

	A	В	C	D	C Type equ C ⊕ D	A.B'	s
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1
2	0	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	0
8	1	0	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1	1
11	1	0	1	1	0	1	1
12	1	1	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	1	0	1
14	1	1	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	0	0	0

		C'D'	C'D	CD	CD'
		00	01	11	10
A'B'	00	0	1	0	1
A'B	01	0	1	0	1
AB	11	0	1	0	1
AB'	10	1	1	1	1

$$S = C'D + CD' + AB'$$

 $S = (C \oplus D) + AB'$

