Práctica 1. Análisis de eficiencia de algoritmos

Noelia Escalera Mejías — Alejandro Menor Molinero Javier Núñez Suárez — Adra Sánnnnchez Ruiz Jesús Torres Sánchez

9 de marzo de 2019

1. Introducción

2. Eficiencia empírica

Vamos a medir el tiempo que tarda en ejecutarse cada uno de los ocho algoritmos: Quicksort, Mergesort, Heapsort, Inserción, Selección, Burbuja, Floyd y Fibonacci.

Además, los compararemos entre ellos cuando sea interesante hacerlo.

2.1. Algoritmos de ordenación

2.1.1. Ordenación rápida

Empezamos con los algoritmos de ordenación rápidos. Estos pertenecen al orden de eficiencia O(n * log(n)) es decir, "superlineales".

Tamaño del vector	Tiempo con Quicksort	Tiempo con Mergesort	Tiempo con Heapsort
500	0.000125572	0.000185121	0.000192113
1000	0.000271314	0.000389135	0.000444516
1500	0.00041891	0.000760708	0.000705254
2000	0.000594146	0.00102568	0.00097424
2500	0.000740502	0.000482617	0.000443686
3000	0.000596825	0.000494674	0.000381796
3500	0.000343663	0.000452999	0.000429375
4000	0.000373585	0.000644118	0.00053697
4500	0.00042863	0.000694048	0.000605903
5000	0.000513286	0.000788472	0.000634107
5500	0.000557894	0.000948842	0.000715611
6000	0.000605284	0.00105457	0.000794382
6500	0.000657624	0.000926247	0.000862167
7000	0.000714435	0.00100227	0.000929307
7500	0.000757684	0.0011178	0.00100083

8000 0.000831217 0.001331409 0.00118477 8500 0.00087632 0.00131409 0.00114999 9000 0.000951436 0.00139895 0.00124178 9500 0.00100672 0.00153253 0.001302 10000 0.00104054 0.00163203 0.00136841 10500 0.00111741 0.00176789 0.00144557 11500 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00144951 0.0020339 0.00186281 13500 0.00144951 0.0020339 0.00193143 14000 0.00152673 0.0020339 0.00193143 14500 0.0016307 0.00232988 0.00199139 14500 0.0016856 0.00219523 0.00207509 15000 0.0016857 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.00223161 16000 <				
9000 0.000951436 0.00139895 0.00124178 9500 0.00100672 0.00153253 0.001302 10000 0.00104054 0.00163203 0.00136841 10500 0.00111741 0.00176789 0.00144557 11000 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.0016126 12000 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.0020339 0.00193143 14000 0.00152673 0.00208988 0.00199139 14500 0.0016307 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016857 0.0024091 0.0022611 16000 0.0016855 0.0024091 0.00223611 16000 0.00175315 0.00251567 0.00231843 16500 0.00180967 0.0026037 0.00240901 17000 0.00187919 0.0025752 0.00256264 18000 <td< td=""><td>8000</td><td>0.000831217</td><td>0.00123515</td><td>0.00108477</td></td<>	8000	0.000831217	0.00123515	0.00108477
9500 0.00100672 0.00153253 0.001302 10000 0.00104054 0.00163203 0.00136841 10500 0.00111741 0.00176789 0.00144557 11000 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00128353 0.00217296 0.00168296 12500 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.00202339 0.00193143 14000 0.00152673 0.00208988 0.00199139 14500 0.00158276 0.00219523 0.00207509 15000 0.0016807 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.0022361 16500 0.00180967 0.002501567 0.00231843 16500 0.00189967 0.0026037 0.00240901 17000 0.00189967 0.0026037 0.00256264 18000	8500	0.00087632	0.00131409	0.00114999
10000 0.00104054 0.00163203 0.00136841 10500 0.00111741 0.00176789 0.00144557 11000 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.00202339 0.00193143 14000 0.00158263 0.00208888 0.00199139 14500 0.00158276 0.00219523 0.00207509 15000 0.0016307 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.00223611 16000 0.00175315 0.00251567 0.00231843 16500 0.00180967 0.0026037 0.00240901 17000 0.00187919 0.0027362 0.00250793 17500 0.00192917 0.00287752 0.00256264 18000 0.00224495 0.00310007 0.0026382 18500	9000	0.000951436	0.00139895	0.00124178
10500 0.00111741 0.00176789 0.00144557 11000 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00128353 0.00217296 0.00168296 12500 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.00202339 0.00193143 14000 0.00158263 0.00208988 0.00199139 14500 0.00158276 0.00219523 0.00207509 15000 0.0016307 0.0023089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.0023611 16000 0.00175315 0.00251567 0.00231843 16500 0.00180967 0.00262037 0.00240901 17500 0.00187919 0.0027362 0.00250793 17500 0.00192917 0.00287752 0.0025664 18500 0.0024495 0.00310153 0.00272564 19000	9500	0.00100672	0.00153253	0.001302
11000 0.0011769 0.00188453 0.00152554 11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00128353 0.00217296 0.00168296 12500 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.00202339 0.00193143 14000 0.00152673 0.00208988 0.00199139 14500 0.00158276 0.00219523 0.00207509 15000 0.0016307 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.00223611 16500 0.00175315 0.00251567 0.00231843 16500 0.00180967 0.0026037 0.00240901 17000 0.00189967 0.00262037 0.00250793 17500 0.00192917 0.00287752 0.00256264 18000 0.0020248 0.00300007 0.00263882 18500 0.00218022 0.00310153 0.00272534 19500	10000	0.00104054	0.00163203	0.00136841
11500 0.00124374 0.00208893 0.00161126 12000 0.00128353 0.00217296 0.00168296 12500 0.00134991 0.00229752 0.0017724 13000 0.00142095 0.00192418 0.00186281 13500 0.00144951 0.0020339 0.00193143 14000 0.00152673 0.00208988 0.00193139 14500 0.00158276 0.00219523 0.00207509 15500 0.0016307 0.00232089 0.00216104 15500 0.0016855 0.0024091 0.00223611 16000 0.00175315 0.00251567 0.00231843 16500 0.00180967 0.00262037 0.00240901 17000 0.00187919 0.00287752 0.00250793 17500 0.00192917 0.00287752 0.00256264 18000 0.00204495 0.00310153 0.00272534 19500 0.0024495 0.00310153 0.00272534 19500 0.0021357 0.00338002 0.00280503 19500	10500	0.00111741	0.00176789	0.00144557
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	11000	0.0011769	0.00188453	0.00152554
$\begin{array}{c} 12500 & 0.00134991 & 0.00229752 & 0.0017724 \\ 13000 & 0.00142095 & 0.00192418 & 0.00186281 \\ 13500 & 0.00144951 & 0.00202339 & 0.00193143 \\ 14000 & 0.00152673 & 0.00208988 & 0.00199139 \\ 14500 & 0.00158276 & 0.00219523 & 0.00207509 \\ 15000 & 0.0016307 & 0.00232089 & 0.00216104 \\ 15500 & 0.0016855 & 0.0024091 & 0.00223611 \\ 16000 & 0.00175315 & 0.00251567 & 0.00231843 \\ 16500 & 0.00180967 & 0.00251567 & 0.00231843 \\ 16500 & 0.00189967 & 0.00262037 & 0.00240901 \\ 17000 & 0.00187919 & 0.0027362 & 0.00250793 \\ 17500 & 0.00187919 & 0.00287752 & 0.00256264 \\ 18000 & 0.00192917 & 0.00287752 & 0.00256264 \\ 18000 & 0.0020248 & 0.00300007 & 0.00263882 \\ 18500 & 0.00204495 & 0.00310153 & 0.00272534 \\ 19000 & 0.00211357 & 0.00325465 & 0.00280503 \\ 19500 & 0.00218022 & 0.0038002 & 0.00280503 \\ 19500 & 0.00223461 & 0.00350399 & 0.00304415 \\ 20500 & 0.00232654 & 0.00358945 & 0.00314781 \\ 21500 & 0.0023261 & 0.00372468 & 0.00329918 \\ 22000 & 0.00232654 & 0.00385273 & 0.00314781 \\ 21500 & 0.0024441 & 0.00385273 & 0.00330935 \\ 22000 & 0.00248485 & 0.00398946 & 0.00339943 \\ 22500 & 0.00248485 & 0.00398946 & 0.00339943 \\ 22500 & 0.00256673 & 0.00445179 & 0.00366066 \\ 24000 & 0.0027691 & 0.00454967 & 0.0037309 \\ 24500 & 0.00285553 & 0.00466454 & 0.00382896 \\ \end{array}$	11500	0.00124374	0.00208893	0.00161126
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	12000	0.00128353	0.00217296	0.00168296
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	12500	0.00134991	0.00229752	0.0017724
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	13000	0.00142095	0.00192418	0.00186281
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	13500	0.00144951	0.00202339	0.00193143
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	14000	0.00152673	0.00208988	0.00199139
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	14500	0.00158276	0.00219523	0.00207509
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15000	0.0016307	0.00232089	0.00216104
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15500	0.0016855	0.0024091	0.00223611
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	16000	0.00175315	0.00251567	0.00231843
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	16500	0.00180967	0.00262037	0.00240901
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	17000	0.00187919	0.0027362	0.00250793
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	17500	0.00192917	0.00287752	0.00256264
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	18000	0.0020248	0.00300007	0.00263882
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	18500	0.00204495	0.00310153	0.00272534
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	19000	0.00211357	0.00325465	0.00280503
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	19500	0.00218022	0.00338002	0.00289392
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	20000	0.00223461	0.00350399	0.00304415
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	20500	0.00232654	0.00358945	0.00314781
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	21000	0.0023512	0.00372468	0.00322618
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	21500	0.0024141	0.00385273	0.00330935
23000 0.00264539 0.00433311 0.00357741 23500 0.00272772 0.00445179 0.00366066 24000 0.00270691 0.00454967 0.00373309 24500 0.00285553 0.00466454 0.00382896		0.00248485	0.00398946	0.00339943
23500 0.00272772 0.00445179 0.00366066 24000 0.00270691 0.00454967 0.00373309 24500 0.00285553 0.00466454 0.00382896	22500	0.00255673		0.00348261
24000 0.00270691 0.00454967 0.00373309 24500 0.00285553 0.00466454 0.00382896				
24500 0.00285553 0.00466454 0.00382896				
	24000	0.00270691	0.00454967	0.00373309
25000 0.00282962 0.0048426 0.00392208				
	25000	0.00282962	0.0048426	0.00392208

Tabla comparativa de tiempos

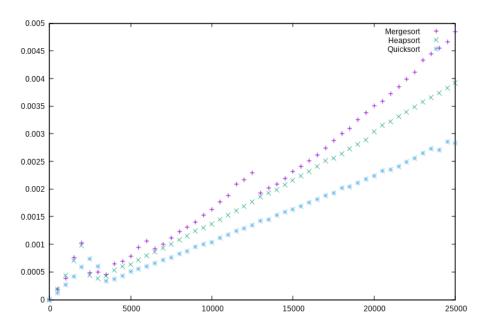


Figura 1: Comparación gráfica del rendimiento de los algoritmos de ordenación rápida $\,$

2.1.2. Ordenación lentos

Estos algoritmos de ordenación, menos sofisticados, son de orden $\mathcal{O}(n^2)$ es decir, cuadráticos.

Tamaño del vector	Tiempo con Burbuja	Tiempo con Selección	Tiempo con Inserción
500	0.00178596	0.00147628	0.00114028
1000	0.0028655	0.0022588	0.00172961
1500	0.00448784	0.00309903	0.00230721
2000	0.00786624	0.00525987	0.00405115
2500	0.0124692	0.00811555	0.00630397
3000	0.0181514	0.0116717	0.00910679
3500	0.0252785	0.0157854	0.0125022
4000	0.0337448	0.0205625	0.0158871
4500	0.0436306	0.0268227	0.0201791
5000	0.0551609	0.0331552	0.026194
5500	0.0681233	0.0401148	0.030802
6000	0.0824843	0.0467118	0.035932
6500	0.0984357	0.0540054	0.042335
7000	0.11589	0.0626111	0.0497211

7500	0.135017	0.0717969	0.0573054
8000	0.155683	0.0817153	0.0657382
8500	0.176902	0.0921947	0.0768291
9000	0.199919	0.103297	0.0861508
9500	0.225075	0.115035	0.0981397
10000	0.251881	0.127486	0.103923
10500	0.279234	0.140492	0.122772
11000	0.309941	0.154166	0.131101
11500	0.34121	0.171219	0.142071
12000	0.371406	0.183355	0.158711
12500	0.405278	0.198969	0.168258
13000	0.441736	0.215243	0.178126
13500	0.478529	0.232051	0.195711
14000	0.517851	0.249406	0.215179
14500	0.557069	0.26754	0.223471
15000	0.623507	0.286271	0.245298
15500	0.64346	0.305662	0.257939
16000	0.693738	0.325702	0.277471
16500	0.734539	0.346204	0.297803
17000	0.778796	0.367458	0.311583
17500	0.829418	0.39475	0.322414
18000	0.880487	0.412826	0.352076
18500	0.933294	0.435126	0.360694
19000	0.986121	0.460939	0.379935
19500	1.07066	0.483263	0.396013
20000	1.09964	0.515923	0.421674
20500	1.15639	0.544332	0.447574
21000	1.22045	0.5604	0.471736
21500	1.32645	0.590167	0.483069
22000	1.39171	0.618805	0.504104
22500	1.55601	0.646724	0.53811
23000	1.52041	0.671924	0.56646
23500	1.60414	0.701547	0.596336
24000	1.6872	0.745452	0.613182
24500	1.7148	0.770377	0.635088
25000	1.78348	0.79409	0.638414

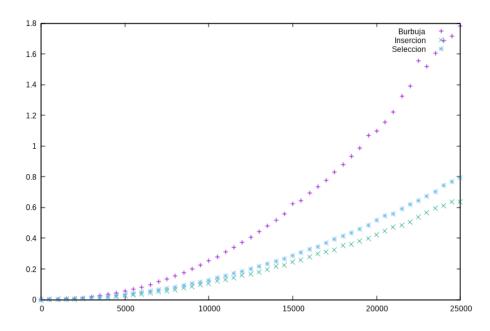


Figura 2: Comparación gráfica del rendimiento de los algoritmos de ordenación lenta

Por último, en las figuras 3 y 4, se muestra el rendimiento de todos los algoritmos de ordenación, rápidos y lentos.

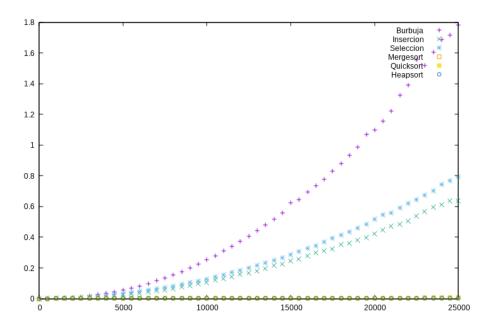


Figura 3: Comparación gráfica del rendimiento de los algoritmos de ordenación

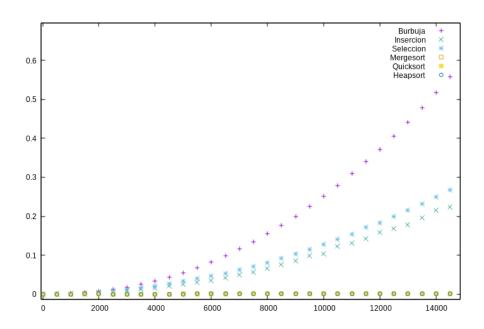


Figura 4: Zoomen el intervalo $\left[0\text{-}15000\right]$ de la figura 3

2.2. Floyd

Dado un conjunto de nodos de un grafo dirigido, el algoritmo de Floyd calcula el costo del camino mínimo entre cada par. Pertenece al orden de eficiencia $O(n^3)$, se muestra una gráfica en la figura 5.

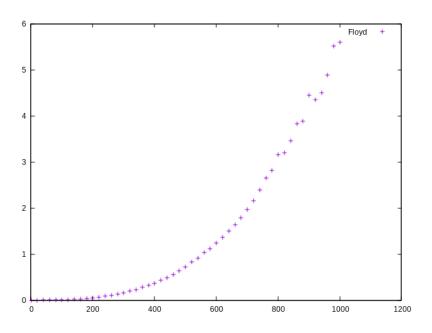


Figura 5: Tiempos de ejecución en el algoritmo de Floyd

2.3. Fibonacci

Este algoritmo calcula los números de la sucesión de Fibonacci.

Hace uso de la recursión y como hemos visto en clase, esto puede derivar muy facilmente en un algoritmo de orden exponencial, es este uno de esos casos.

$$fib(n) \in O((\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n)$$

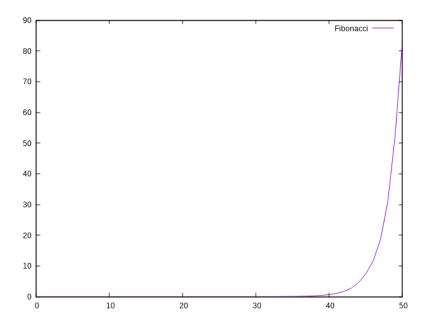


Figura 6: Tiempos de ejecución en el algoritmo de Fibonacci

2.4. Probando en distintas condiciones

2.4.1. Distintos ordenadores

Hemos probado la misma implementación de un algoritmo en dos ordenadores distintos y así de paso demostrar el principio de invarianza.

En la figura 7 se muestran los tiempos de ambos ordenadores en la misma gráfica y en la figura 8, la función cociente entre los tiempos de las dos ejecuciones.

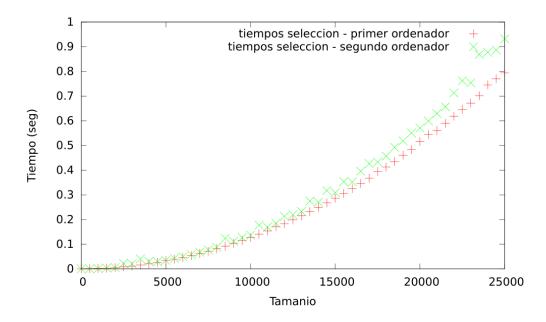


Figura 7: Equipos diferentes, tiempos distintos

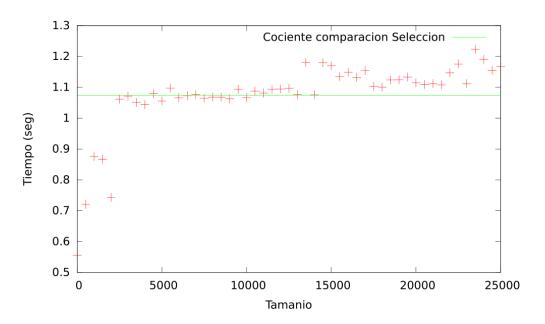


Figura 8: Demostrando el principio de invarianza

2.4.2. Distintas opciones de compilación

En este caso hemos probado el algoritmo de Floyd en el mismo equipo, pero compilando con y sin optimización. (Hemos utilizado el switch -O3 para la versión optimizada).

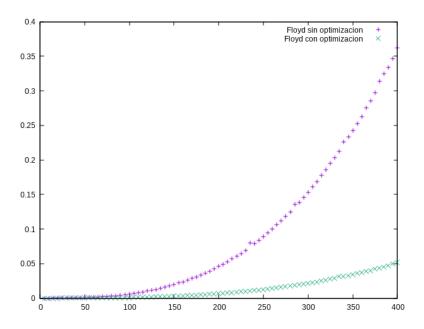


Figura 9: Tiempos de ejecución compilando con y sin optimización

A pesar de todo, como se muestra en la figura 10, sólo se diferencian en una constante $k\approx 0{,}141.$

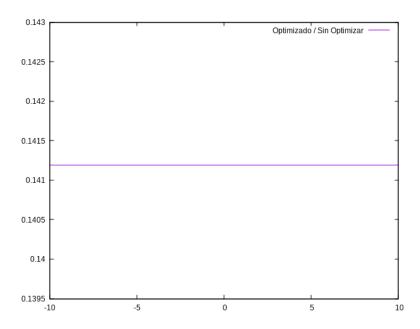


Figura 10: El principio de invarianza, esta vez aplicado a las opciones del compilador.

3. Eficiencia híbrida