

I Formale Sprachen

1 Natürliche und formale Sprachen

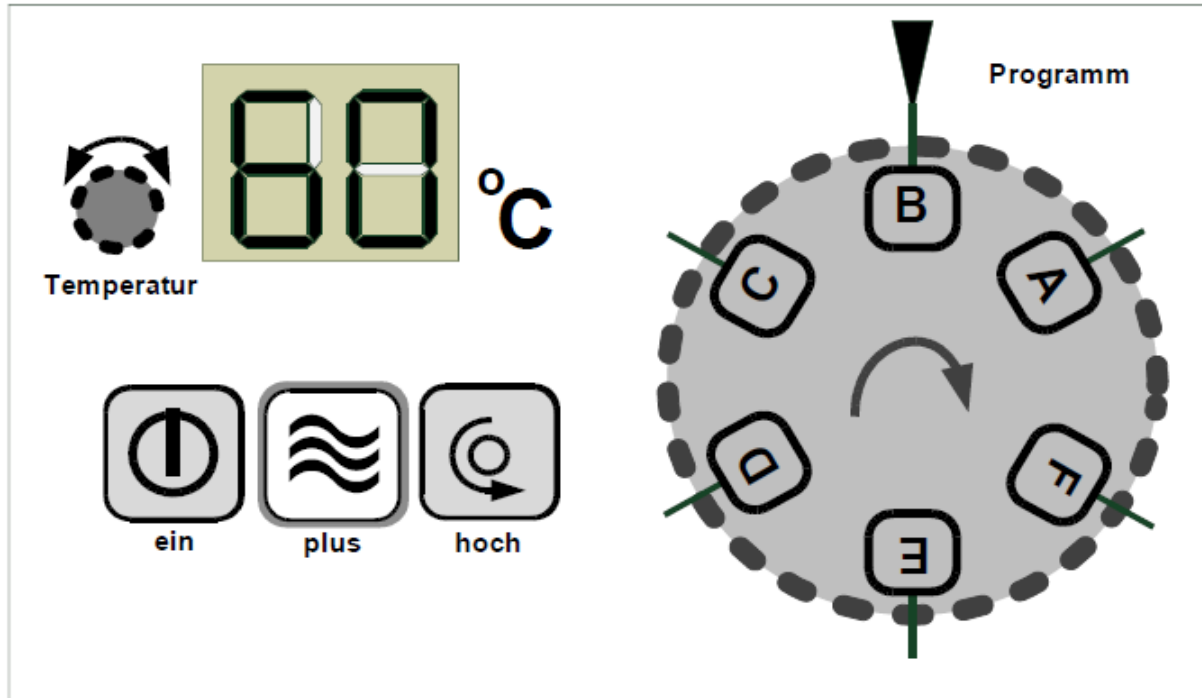
Gallia est omnis divisa in partes tres.



*A falta de pan,
buenas son tortas.*

$$T_s = \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}$$

Beispiel: Waschmaschine



Alphabet:

$\Sigma = \{A, B, C, D, E, F, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \text{plus}, \text{hoch}, \text{ein}\}$

Zeichenkette: 'D40plus'

Ein **Alphabet** ist eine beliebige, endliche, nichtleere Menge, deren Elemente Zeichen oder Symbole genannt werden.

$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, =\}$

Eine **Zeichenkette** (oder **Wort**) ist eine endliche Folge von Zeichen aus dem Alphabet.

Die Zeichenkette mit null Zeichen heißt **leeres Wort** ϵ .

'1+1=2'

'=+1-'

'1+1=5'

'D40  

'ABC04 

'E00 

Die Menge aller Zeichenketten, die sich über dem Alphabet Σ bilden lassen, bezeichnet man als **Wortmenge Σ^*** .

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}$$




Jede Teilmenge L von Σ^* heißt **formale Sprache** über dem Alphabet Σ .

$$L_1 = \{\varepsilon, a, b\}$$

$$L_2 = \{b, ab, aab, aaab, aaaab, \dots\}$$

Regeln legen fest, welche Zeichenketten als korrekt definiert sind.

Beispiel: Waschmaschine

- Starte mit Waschprogramm: A, B, C, D, E, F
- Es folgen zwei Ziffern 0, ..., 9 für die Waschtemperatur
- Optional:  (erhöhte Wasserzufuhr)
- Optional:  (erhöhte Schleuderdrehzahl)
- Am Ende: 

'D40  

'ABC04 

'E00 

Semantik: Bedeutung eines Wortes

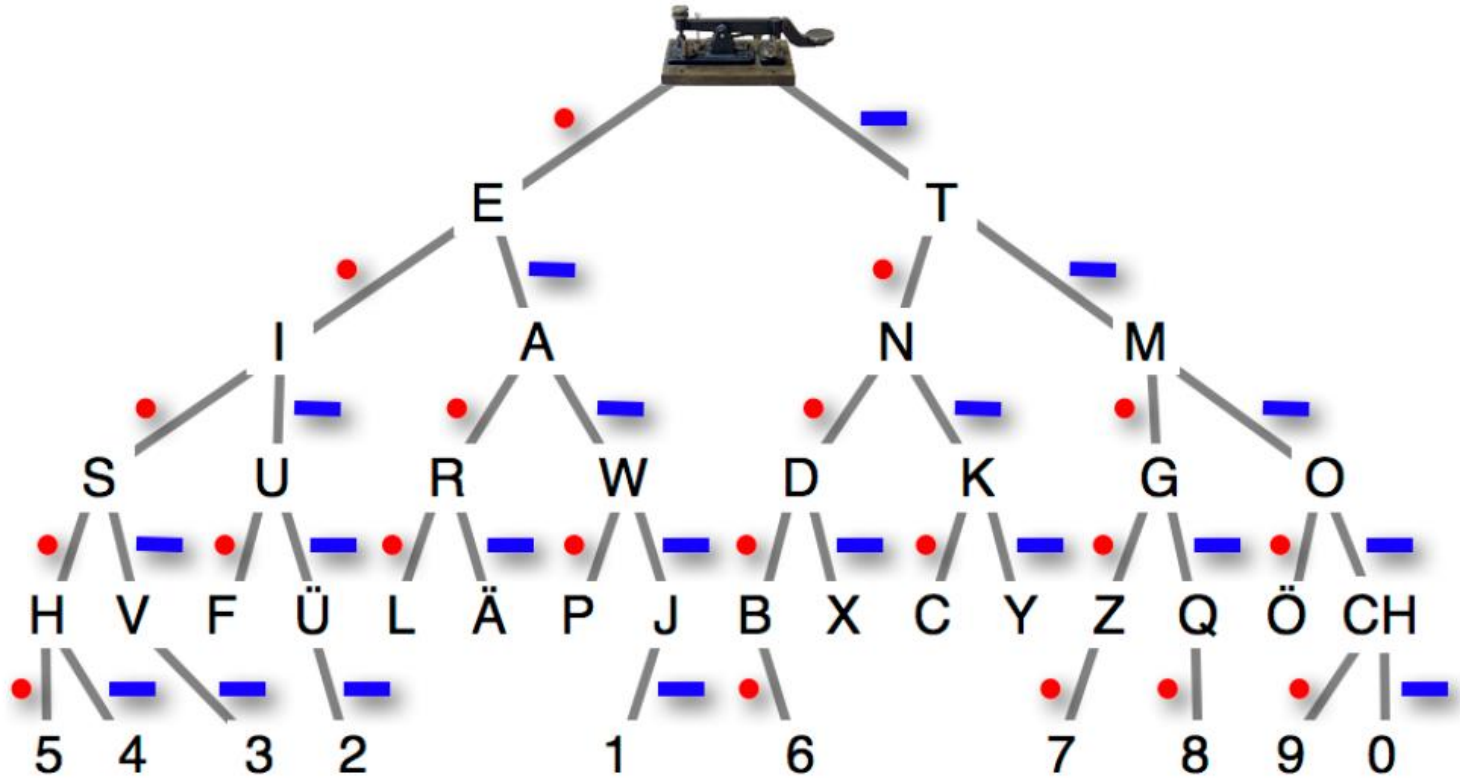
Beispiel: Rechenterme ($\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, =\}$)

- Starte mit einzelner Ziffer oder 1, ..., 9 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern
- Rechenzeichen: +, −
- Einzelne Ziffer oder 1, ..., 9 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern
- Gleichheitszeichen: =
- Einzelne Ziffer oder 1, ..., 9 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern

'10+1=11' syntaktisch korrekt

'=+1−' syntaktisch falsch

'1+1=5' syntaktisch korrekt



S. 12/4 Eine einfache Mathematik-Sprache I

Eine natürliche Zahl besteht aus

Ein einfacher Term besteht aus

S. 12/4 Eine einfache Mathematik-Sprache I

Eine natürliche Zahl besteht aus einer einzelnen Ziffer 0,..., 9 oder einer Ziffer ungleich 0 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern.

Ein einfacher Term besteht aus

S. 12/4 Eine einfache Mathematik-Sprache I

Eine natürliche Zahl besteht aus einer einzelnen Ziffer 0,..., 9 oder einer Ziffer ungleich 0 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern.

Ein einfacher Term besteht aus einer natürlichen Zahl, gefolgt von genau einem der Symbole $+$, $-$, \cdot , $:$ (Rechenzeichen) und einer weiteren natürlichen Zahl. Optional beliebig oft gefolgt von einem weiteren Rechensymbol mit natürlicher Zahl.

S. 12/4 Eine einfache Mathematik-Sprache I

Eine natürliche Zahl besteht aus einer einzelnen Ziffer 0,..., 9 oder einer Ziffer ungleich 0 gefolgt von beliebig vielen weiteren Ziffern.

Ein einfacher Term besteht aus einer natürlichen Zahl, gefolgt von genau einem der Symbole $+$, $-$, \cdot , $:$ (Rechenzeichen) und einer weiteren natürlichen Zahl. Optional beliebig oft gefolgt von einem weiteren Rechensymbol mit natürlicher Zahl.

Ein Klammerterm besteht aus einer sich öffnenden Klammer, gefolgt von einem einfachen Term und einer sich schließenden Klammer.

S. 12/4 Eine einfache Mathematik-Sprache I

Ein Rechenterm besteht aus einer der folgenden Möglichkeiten:

- einer natürlichen Zahl
- einem einfachen Term
- einem Klammerterm
- einem Rechenterm gefolgt von einem Rechenzeichen und einem weiteren Rechenterm.



BEISPIELAUFGABE 2

Noamesisch (Altersstufe 11–13, schwer)

Auf der kleinen Insel Noam sprechen die Eingeborenen eine ganz besondere Sprache. In langjähriger Arbeit konnte eine Sprachforscherin folgendes feststellen:

- Es gibt die Wörter ba, di und du.
- Durch Verdopplung eines Worts entsteht ein neues Wort; z.B. baba.
- Ein neues Wort entsteht auch, indem ein Wort vorne und hinten an ein anderes Wort angefügt wird; z.B. baduba.

Als sie versuchte, mit den Noamesen zu reden, funktionierte das ganz gut, doch bei einem der folgenden Worte zuckten die Noamesen nur verständnislos mit den Achseln. BEI WELCHEM?

A) dudubabadudubabadudu

B) didudubadududi

C) dudubadibadibadu

D) dididudidibadididididi

