

Ejercicio 28

Rodrigo Miranda

February 21, 2024

Ejercicio 28 - Guia de ejercicios 1

28. La velocidad vertical de un cohete se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$v = u \ln \left(\frac{m_o}{m_o - q t} \right) - g t$$

Donde:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$q = \text{tasa de consumo de combustible} = 2,700 \text{ kg/s}$$

$$u = \text{velocidad con la que se expelle el combustible} = 8,820 \text{ km/h}$$

$$m_o = \text{masa inicial del cohete} = 185,000 \text{ kg}$$

Emplee el **Método de Steffensen** para determinar el tiempo t , para el cual el cohete alcanza una velocidad de 1025 m/s, con una precisión de 10^{-12} . Emplee 15 decimales.

Debemos antes que nada convertir el valor de u . $u = 8820 \text{ km/h} = 2.45 \text{ km/s} = 2450 \text{ m/s}$

Iniciemos encontrando un intervalo, para ello debemos hacer $f(x)=0$.

$$f(x) = u \ln \left(\frac{m_o}{m_o - q x} \right) - g x - v = 0$$

Una vez despejado, vamos a graficar en matlab. Pero antes, debemos declarar las variables con los datos que el ejercicio nos brinda. Tal que: $g = 9.81$;

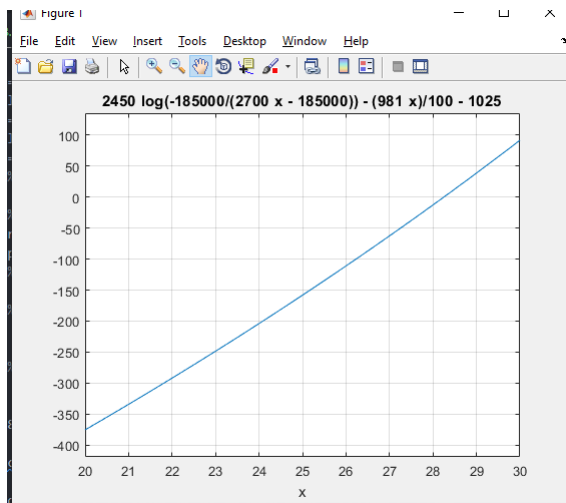
$$q = 2700;$$

$$u = 2450;$$

$$m_o = 185000;$$

$$v = 1025;$$

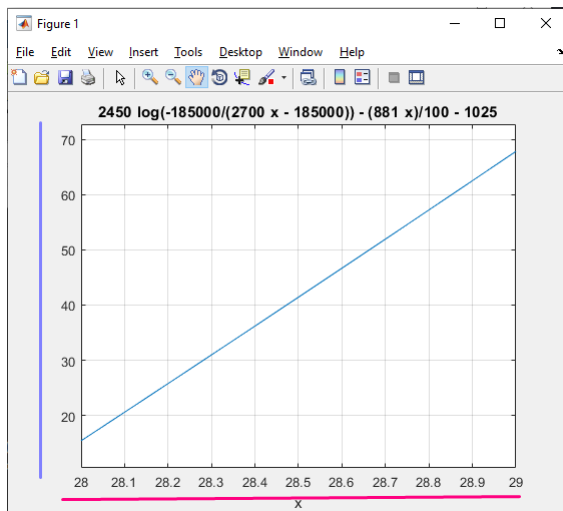
$$f = u * \log(m_o / (m_o - q * x)) - g * x - v;$$



Graficando podemos ir observando que el intervalo donde se encuentra la raiz es [28,29]

Procedemos a encontrar nuestra ecuacion $g(x)=x$ para evaluarla y graficarla en el intervalo encontrado. Para esto, iniciaremos sumando x cada lado de la ecuacion, tal que: $g(x) = \text{uln}(\frac{mo}{mo-qt}) - gt - v + x$

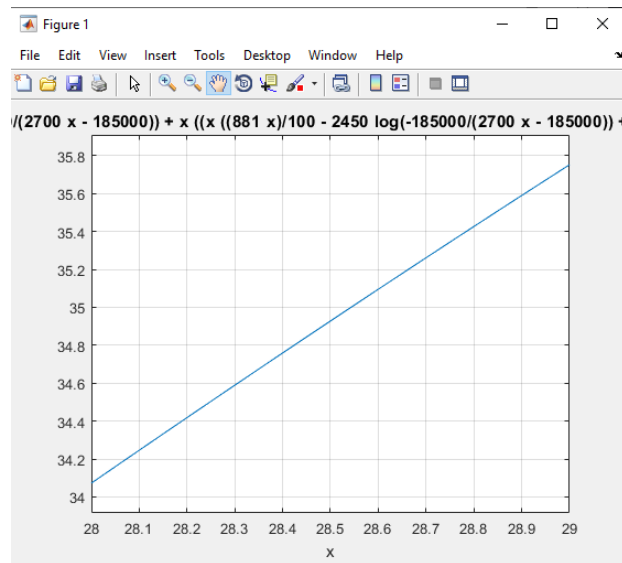
Validemos graficando en matlab: $g = u * \log(mo/(mo - q * x)) - g * x - v + x$



Debemos observar detenidamente el grafico, para cumplir el metodo los valores en x Y y deben ser iguales, sin embargo, vemos que para un $x=28,y=20$; por lo tanto se separan y por mucho Despejaremos ahora nuestra x , multiplicando x a ambos lados de la ecuacion, de manera que:

$$g(x) = \frac{(\text{uln}(\frac{mo}{mo-qt}) - gt)x}{v}$$

Grafiquemos en matlab como: $g = (u * \log(mo/(mo - q * x)) - g * x) * x/v$;



La diferencia es ahora menor en comparativa, aunque sigue siendo significativa. Despejaremos de otra manera: $g(x) = \frac{(u \ln(\frac{mo}{mo - qt}) - v)}{g}$
 Grafiquemos en matlab como: $g = (u * \log(mo / (mo - q * x)) - g * x) * x / v$;
 Observando, podemos utilizar el punto 28.2. Vamos a matlab a usar el metodo de Steffensen.