Parcial 1 - METODOS NÚMERICOS

Rodrigo Alexander Miranda Ramirez MR181415

March 10, 2024

Un paracaidista con masa de 75 Kg salta de un globo aerostático fijo. La velocidad del paracaidista se registra como se indica en la tabla.

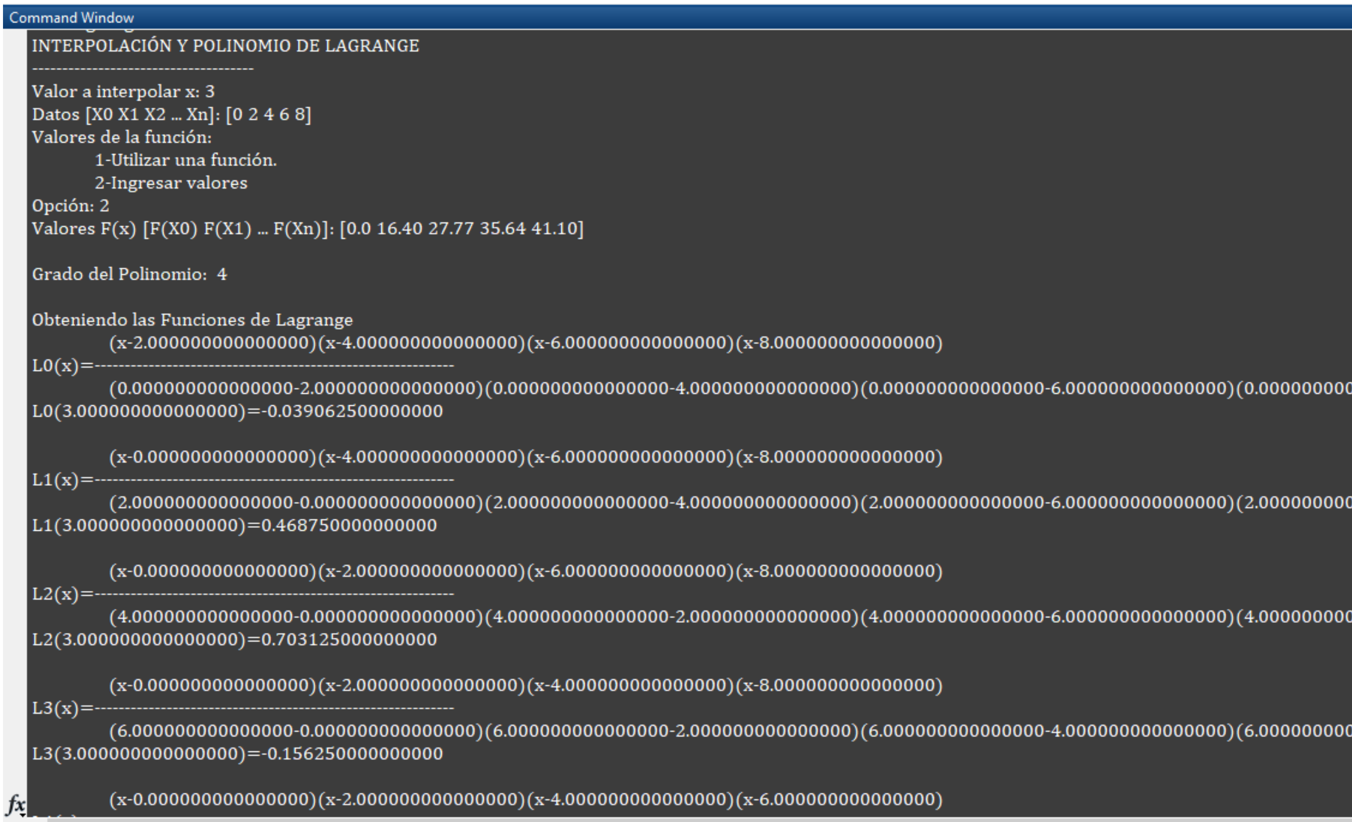
T [s]	0	2	4	6	8
v(t) [m/s]	0.0	16.40	27.77	35.64	41.10

a) Construya un polinomio P(t) mediante el método de Lagrange.

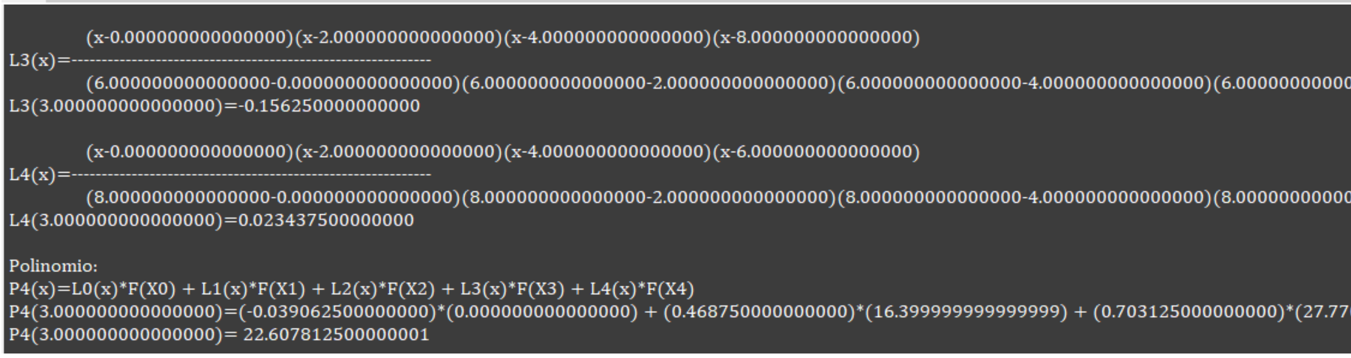
b) Utilice el polinomio construido para aproximar el valor de la velocidad en $t = 3s$ y $t = 7s$.

c) Aproxime la distancia recorrida en el tiempo de 0 a 8 segundos.

Velocidad en $t = 3s$



```
Command Window
INTERPOLACIÓN Y POLINOMIO DE LAGRANGE
------------------------------------
Valor a interpolar x: 3
Datos [X0 X1 X2 ... Xn]: [0 2 4 6 8]
Valores de la función:
        1-Utilizar una función.
        2-Ingresar valores
Opción: 2
Valores F(x) [F(X0) F(X1) ... F(Xn)]: [0.0 16.40 27.77 35.64 41.10]

Grado del Polinomio:  4

Obteniendo las Funciones de Lagrange
          (x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L0(x)=------------------------------------------------------------
          (0.000000000000000-2.000000000000000)(0.000000000000000-4.000000000000000)(0.000000000000000-6.000000000000000)(0.000000000
L0(3.000000000000000)=-0.039062500000000

          (x-0.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L1(x)=------------------------------------------------------------
          (2.000000000000000-0.000000000000000)(2.000000000000000-4.000000000000000)(2.000000000000000-6.000000000000000)(2.000000000
L1(3.000000000000000)=0.468750000000000

          (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L2(x)=------------------------------------------------------------
          (4.000000000000000-0.000000000000000)(4.000000000000000-2.000000000000000)(4.000000000000000-6.000000000000000)(4.000000000
L2(3.000000000000000)=0.703125000000000

          (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L3(x)=------------------------------------------------------------
          (6.000000000000000-0.000000000000000)(6.000000000000000-2.000000000000000)(6.000000000000000-4.000000000000000)(6.000000000
L3(3.000000000000000)=-0.156250000000000

          (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)
```



```
          (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L3(x)=------------------------------------------------------------
          (6.000000000000000-0.000000000000000)(6.000000000000000-2.000000000000000)(6.000000000000000-4.000000000000000)(6.00000000000
L3(3.000000000000000)=-0.156250000000000

          (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)
L4(x)=------------------------------------------------------------
          (8.000000000000000-0.000000000000000)(8.000000000000000-2.000000000000000)(8.000000000000000-4.000000000000000)(8.00000000000
L4(3.000000000000000)=0.023437500000000

Polinomio:
P4(x)=L0(x)*F(X0) + L1(x)*F(X1) + L2(x)*F(X2) + L3(x)*F(X3) + L4(x)*F(X4)
P4(3.000000000000000)=(-0.039062500000000)*(0.000000000000000) + (0.468750000000000)*(16.399999999999999) + (0.703125000000000)*(27.77
P4(3.000000000000000)= 22.607812500000001
```

La velocidad en $t = 3s$ es de 22.607812500000001

Velocidad en $t = 7s$

```
Command Window
INTERPOLACIÓN Y POLINOMIO DE LAGRANGE
------------------------------------
Valor a interpolar x: 7
Datos [X0 X1 X2 ... Xn]: [0 2 4 6 8]
Valores de la función:
          1-Utilizar una función.
          2-Ingresar valores
Opción: 2
Valores F(x) [F(X0) F(X1) ... F(Xn)]: [0.0 16.40 27.77 35.64 41.10]

Grado del Polinomio:  4

Obteniendo las Funciones de Lagrange
            (x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L0(x)=----------------------------------------------------------
            (0.000000000000000-2.000000000000000)(0.000000000000000-4.000000000000000)(0.000000000000000-6.000000000000000)(0.00000000
L0(7.000000000000000)=-0.039062500000000

            (x-0.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L1(x)=----------------------------------------------------------
            (2.000000000000000-0.000000000000000)(2.000000000000000-4.000000000000000)(2.000000000000000-6.000000000000000)(2.00000000
L1(7.000000000000000)=0.218750000000000

            (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-6.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L2(x)=----------------------------------------------------------
            (4.000000000000000-0.000000000000000)(4.000000000000000-2.000000000000000)(4.000000000000000-6.000000000000000)(4.00000000
L2(7.000000000000000)=-0.546875000000000

            (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-8.000000000000000)
L3(x)=----------------------------------------------------------
            (6.000000000000000-0.000000000000000)(6.000000000000000-2.000000000000000)(6.000000000000000-4.000000000000000)(6.00000000
L3(7.000000000000000)=1.093750000000000

            (x-0.000000000000000)(x-2.000000000000000)(x-4.000000000000000)(x-6.000000000000000)
L4(x)=----------------------------------------------------------
            (8.000000000000000-0.000000000000000)(8.000000000000000-2.000000000000000)(8.000000000000000-4.000000000000000)(8.00000000000
L4(7.000000000000000)=0.273437500000000

Polinomio:
P4(x)=L0(x)*F(X0) + L1(x)*F(X1) + L2(x)*F(X2) + L3(x)*F(X3) + L4(x)*F(X4)
P4(7.000000000000000)=(-0.039062500000000)*(0.000000000000000) + (0.218750000000000)*(16.399999999999999) + (-0.546875000000000)*(27.77
P4(7.000000000000000)= 38.620312500000004
```

La velocidad en $t = 7s$ es de 38.620312500000004
La distancia recorrida en el tiempo de 0 a 8 segundos
$x = x0 + v * t = 0 + 41.10 * 8 = 328.8m$

Supongamos que las ecuaciones del movimiento de un proyectil son:

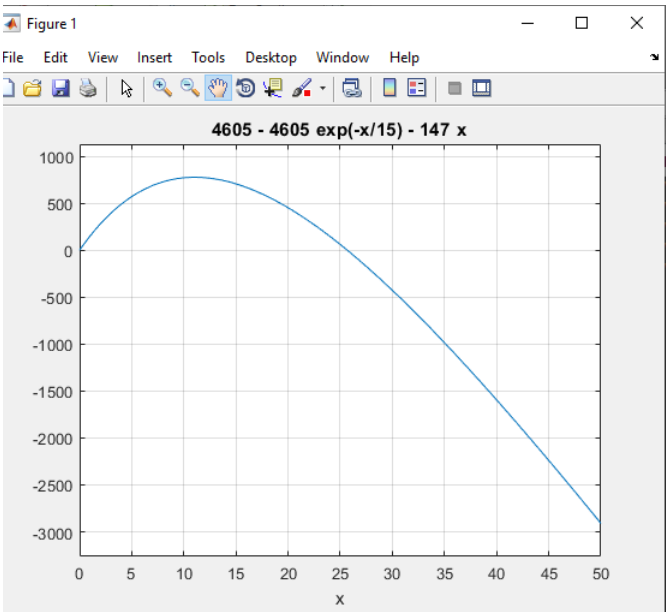
$$y = f(t) = 4605\left(1 - e^{-\frac{t}{15}}\right) - 147t$$
$$x = r(t) = 2400(1 - e^{-t/15})$$

Determine el tiempo trascurrido hasta el impacto del proyectil contra el suelo. Además, determine al alcance del disparo. Emplee el **método de punto fijo** con una precisión de 10^{-5}. Deben verificarse los criterios de convergencia de la función $g(t)$ seleccionada. Emplee 15 decimales.

Cuando impacta contra el suelo h=0 v=0
Declarando las ecuaciones en matlab:

```
> Y=4605*(1-(exp(x/15)))-147*x;
> X=2400*(1-(exp(-x/15)));
```

Determinando el tiempo transcurrido hasta el impacto en el suelo
Escribiremos la funcion de la forma $t = 4605(1 - e^{(} - t/15))/14$
Observamos que el intervalo donde golpea el suelo es[25 26]. Vamos matlab
Impactara el suelo en $t = 328.92$
El Alcance es de: $3.289285713300242e + 02$




```
>> fY=(4605*(1-exp(-x/15)))/14

fY =

4605/14 - (4605*exp(-x/15))/14

>> MetodoPuntoFijo
Método del Punto Fijo
Introduzca la funcion g(x): fY
Introduzca el punto inicial po: 25
Introduzca el valor de presicion: 10^-5
n          p0                    p1                    error
 1      25.000000000000000      266.801989209501980      2.418020e+02
 2      266.801989209501980     328.928565228555270      6.212658e+01
 3      328.928565228555270     328.928571330024230      6.101469e-06

El valor aproximado de x es: 328.928571330024230
```

Una vez declaradas la variables en Matlab, y modificado el codigo, lo ejecutaremos para obtener la respuesta
Declaramos fun:

```
>> double(subs(x,p1))

ans =

   3.289285713300242e+02
```

El **método de Halley** constituye una forma de acelerar la convergencia del método de Newton-Raphson. La fórmula de iteración de Halley es:

$$x_1 = x_0 - \frac{2f(x_0)f'(x_0)}{2[f'(x_0)]^2 - f(x_0)f''(x_0)}$$

El método de Halley proporciona un orden de convergencia triple en los ceros simples de $f(x)$.

Usando el método de Halley, resolver el siguiente ejercicio:

La ecuación de Bernoulli para el flujo de fluidos en un canal abierto con una pequeña elevación es:

$$\frac{Q^2}{2gb^2h_0^2} + h_0 = \frac{Q^2}{2gb^2h^2} + h + H$$

Donde:

$Q = 1.2\ \mathrm{m^3/s}$ = volume rate of flow

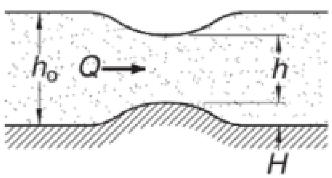
$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$ = gravitational acceleration

$b = 1.8\ \mathrm{m}$ = width of channel

$h_0 = 0.6\ \mathrm{m}$ = upstream water level

$H = 0.075\ \mathrm{m}$ = height of bump

$h =$ water level above the bump



Aproxime el valor de h con una precisión de 10^{-12}. Emplee 15 decimales.

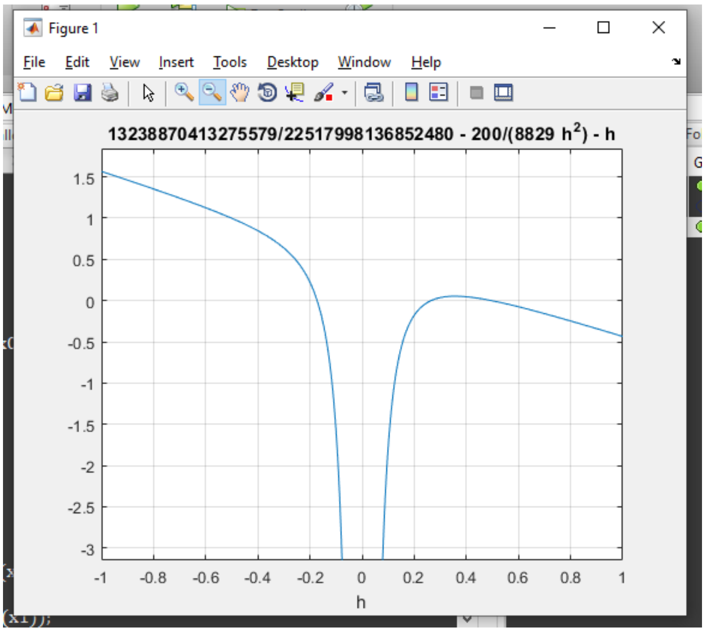
Datos de entrada	Valor inicial Función de trabajo Precisión
Columnas de la tabla	n (*número de iteración*), $h_0, h_1, error$
Salida del programa	El valor aproximado

Command Window

```
>> %Inicializando valores
>> Q=1.2;
>> g=9.81;
>> b=1.8;
>> h0=0.6;
>> H=0.075;
>> syms h
>>
```

```
>> fun=(Q^2/(2*g*(b^2)*h0^2))+h0-(Q^2/(2*g*(b^2)*h^2))-h-H

fun =

13238870413275579/22517998136852480 - 200/(8829*h^2) - h
```

Graficamos para determinar el punto a evaluar:

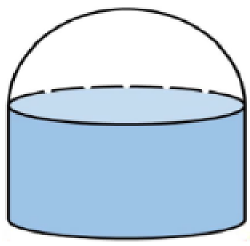


El punto que usaremos sera 0.2

```
>> Halley
------------METODO DE HALLEY----------
Ingrese la funcion;  fun
Ingrese el punto inicial: 0.2
Ingrese el marge de error 10^-12
n ||x0                                    || x1                                  || Error
1 || 0.200000000000000  || 0.258714245700298 || 5.871425e-02
2 || 0.258714245700298 || 0.264746313717760 || 6.032068e-03
3 || 0.264746313717760 || 0.264755263389874 || 8.949672e-06
4 || 0.264755263389874 || 0.264755263389906 || 3.136380e-14
El valor aproximado de X es: 0.264755263389906
>>
```

$h = 0.264755263389906$

Se desea construir un silo metálico de forma cilíndrica rematada por una semiesfera. El costo de construcción por metros cuadrados del cilindro es de \$80 y el costo de construcción por metros cuadrados de la semiesfera es de \$50. El volumen del silo debe ser de 150 m^3.



Encuentre las dimensiones del silo (r y h) de tal forma que su costo de construcción sea de \$12,000. Emplee el **método de la secante** con una precisión de 10^{-12}. Use 15 decimales.

Fórmulas para áreas superficiales	
Cilindro	$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$
Esfera	$A = 4\pi r^2$

NOTA: En cada una de las iteraciones, debe mostrarse los valores aproximados de r y h