	UNIVERSIDAD DON BOSCO **DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**
Ciclo I 2024	**Métodos Numéricos** **Guía de Laboratorio No. 2** **“Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales”**

I. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Desarrolla los algoritmos de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales empleando la sintaxis de programación de Matlab.
- Conoce los recursos gráficos y analíticos provistos por Matlab para la resolución de ecuaciones no lineales.

II. INTRODUCCIÓN TEORICA

1. Algoritmos de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales

a) Método de bisección $(\boldsymbol{f(x)=0})$

1- Seleccionar un intervalo $[a,b]$ en el cual $f(a)*f(b)<0$.

2- Calcular el punto medio como nuevo valor de aproximación

$$c=\frac{a+b}{2}$$

3- Calcular el error

$\varepsilon=|f(c)|$ (Primera iteración)

$\varepsilon=|c_n-c_{n-1}|$ (Siguientes iteraciones)

4- Evaluar la convergencia
Si $\varepsilon<TOL$
la raíz es c.
Sino

```
Si(f(a)*f(c)<0)

      b=c

Sino

      a=c
```

Repetir desde paso 2

b) Método de punto fijo

1- Transformar $x = g(x)$

2- Realizar una estimación inicial x_0

3- Calcular el nuevo valor de aproximación

$$x_1 = g(x_0)$$

4- Calcular el error $\varepsilon = |x_1 - x_0|$

5- Evaluar la convergencia

Si $\varepsilon < TOL$

La raíz deseada es x_1

Sino

Sustituir $x_0 = x_1$ y repetir desde paso 3

c) Método de Newton - Raphson $(\boldsymbol{f(x) = 0})$

1- Realizar una estimación inicial x_0

2- Calcular el nuevo valor de aproximación

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

3- Calcular el error $\varepsilon = |x_1 - x_0|$

4- Evaluar la convergencia

Si $\varepsilon < TOL$

La raíz deseada es x_1

Sino

Sustituir $x_0 = x_1$ y repetir desde paso 2

d) Método de la secante $(\boldsymbol{f(x) = 0})$

1- Realizar las estimación iniciales x_0 y x_1

2- Calcular el nuevo valor de aproximación

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

3- Calcular el error $\varepsilon = |x_2 - x_1|$

4- Evaluar la convergencia

Si $\varepsilon < TOL$

La raíz deseada es x_2

Sino

Sustituir $x_0 = x_1$ y $x_1 = x_2$ repetir desde paso 2

e) Método de posición falsa $(\boldsymbol{f(x) = 0})$

1- Realizar las estimación iniciales x_0 y $x_1$de tal forma que $f(x_0) * f(x_1) < 0$

2- Calcular el nuevo valor de aproximación

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

3- Calcular el error

$$\varepsilon = |x_2 - x_1| \quad \text{(primera iteración)}$$

$$\varepsilon = |x_{2_n} - x_{2_{n-1}}| \quad \text{(siguientes iteraciones)}$$

4- Evaluar la convergencia

Si $\varepsilon < TOL$

La raíz deseada es x_2

Sino

Si(f(x_0)*f(x_2)<0)

$x_1 = x_2$

Sino

$x_0 = x_2$

Repetir desde el paso 2

f) Método de Steffensen

1- Transformar $x = g(x)$ con los mismos criterios usados en el método de punto fijo

2- Realizar una estimación inicial x_0

3- Calcular los otros valores iniciales usando la iteración de punto fijo:

$x_1 = g(x_0)$

$x_2 = g(x_1)$

4- Calcular el nuevo valor de aproximación usando la fórmula de Aitken

$$x_3 = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)^2}{x_2 - 2x_1 + x_0}$$

5- Calcular el error $\varepsilon = |x_3 - x_0|$

6- Evaluar la convergencia

Si $\varepsilon < TOL$

La raíz deseada es x_3

Sino

Sustituir $x_0 = x_3$ y repetir desde paso 3

III. PROCEDIMIENTO

Método de bisección

Ejercicio: Use el **método de bisección** para encontrar una solución exacta con una exactitud de 10^{-5} para la siguiente ecuación. Emplee 15 decimales

$$x^2 - 4x + 4 - \ln(x) = 0 \quad ; [\,2\,,4\,]$$

1. Digitar el siguiente programa en un archivo .m

Biseccion.m

```
disp('------------METODO DE BISECCION ---------------------------')
syms x
f=input('Introduzca la funcion: ');
a=input('Introduzca el valor de a: ');
b=input('Introduzca el valor de b: ');
tol=input('Ingrese el margen de error: 10^-');
tol=10^-tol;
fa=subs(f,a); % Evaluando la función en a
fb=subs(f,b); % Evaluando la función en b
```

```
if fa*fb<0  % Si hay cambio de signo entre f(a) y f(b)
    c=(a+b)/2; % Calculando el punto medio entre a y b
    fc=subs(f,c); %Evaluando la función en c
    cont=1;
    error=abs(fc);
    fprintf('n || a\t\t\t\t\t  || b\t\t\t\t  || C\t\t\t\t  || error\n')
    fprintf('%d || %.15f || %.15f || %.15f || %e\n',   cont,double(a),
                double(b),double(c),double(error))
    while error>tol
        cont=cont+1;
        if fa*fc<0 % Hay una raiz entre a y c
            b=c;
            c=(a+b)/2;
            error=abs(c-b);
        else
            a=c;
            c=(a+b)/2;
            error=abs(c-a);
        end
         fc=subs(f,c);
         fprintf('%d || %.15f || %.15f || %.15f || %e\n', cont,double(a),
                                         double(b),double(c),double(error))
     end % fin del while
     fprintf('\nEl valor aproximado de X es: %.15f\n', double(c))
 end
```

2. Ejecutar el programa

```
-------------METODO DE BISECCION -----------
Introduzca la funcion: x^2-4*x+4-log(x)
Introduzca el valor de a: 2
Introduzca el valor de b: 4
Ingrese el margen de error: 10^-5
```

n || a || b || C || error

1 || 2.000000000000000 || 4.000000000000000 || 3.000000000000000 || 9.861229e-02

2 || 3.000000000000000 || 4.000000000000000 || 3.500000000000000 || 5.000000e-01

3 || 3.000000000000000 || 3.500000000000000 || 3.250000000000000 || 2.500000e-01

4 || 3.000000000000000 || 3.250000000000000 || 3.125000000000000 || 1.250000e-01

5 || 3.000000000000000 || 3.125000000000000 || 3.062500000000000 || 6.250000e-02

6 || 3.000000000000000 || 3.062500000000000 || 3.031250000000000 || 3.125000e-02

7 || 3.031250000000000 || 3.062500000000000 || 3.046875000000000 || 1.562500e-02

8 || 3.046875000000000 || 3.062500000000000 || 3.054687500000000 || 7.812500e-03

9 || 3.054687500000000 || 3.062500000000000 || 3.058593750000000 || 3.906250e-03

10 || 3.054687500000000 || 3.058593750000000 || 3.056640625000000 || 1.953125e-03

11 || 3.056640625000000 || 3.058593750000000 || 3.057617187500000 || 9.765625e-04

12 || 3.056640625000000 || 3.057617187500000 || 3.057128906250000 || 4.882813e-04

13 || 3.056640625000000 || 3.057128906250000 || 3.056884765625000 || 2.441406e-04

14 || 3.056884765625000 || 3.057128906250000 || 3.057006835937500 || 1.220703e-04

15 || 3.057006835937500 || 3.057128906250000 || 3.057067871093750 || 6.103516e-05

16 || 3.057067871093750 || 3.057128906250000 || 3.057098388671875 || 3.051758e-05

17 || 3.057098388671875 || 3.057128906250000 || 3.057113647460938 || 1.525879e-05

18 || 3.057098388671875 || 3.057113647460938 || 3.057106018066406 || 7.629395e-06

Método de Newton - Raphson

Ejercicio: Use el **método de Newton - Raphson** para encontrar una solución exacta con una exactitud de 10^{-12} para la siguiente ecuación. Emplee 15 decimales:

$$\ln(x-1)+\cos(x-1)=0 \quad ; \; [\,1.3, 2\,]$$

1. Digitar el siguiente programa en un archivo .m

Newton.m

```
disp('-------------------METODO DE NEWTON-----------------')
syms x;
f=input('Ingrese la funcion= ');
x0=input('Ingrese el punto inicial= ');
tol=input('Ingrese el margen de error 10^-');
tol=10^-tol;
%Iniciamos el calculo, primero derivamos la funcion dada.
df=diff(f);
%Evaluamos la funcion inicial y su derivada en el punto inicial.
fa=subs(f,x0);
fb=subs(df,x0);
%Formula para el valor aproximado
x1=x0-(fa/fb);
error=abs(x1-x0);
cont=1;
```

```
fprintf('n ||X0\t\t\t\t\t|| X1\t\t\t\t ||  Error\n')
fprintf('%d || %.15f || %.15f ||  %e\n',...
                cont,double(x0),double(x1),double(error))
while (error>tol && cont<100)
    cont=cont+1;
    %Reasignamos valores
    x0=x1;
    fa=subs(f,x0);
    fb=subs(df,x0);
    x1=x0-(fa/fb);
    error=abs(x1-x0);
    fprintf('%d || %.15f || %.15f || %e\n',...
                cont,double(x0),double(x1),double(error))
end
fprintf('El valor aproximado de X es: %.15f\n', double(x1))
```

Ejecutar el programa:

```
------------------METODO DE NEWTON-----------------
Ingrese la funcion= log(x-1)+cos(x-1)
Ingrese el punto inicial= 1.4
Ingrese el margen de error 10^-12
n ||X0                || X1                 ||  Error
1 || 1.400000000000000 || 1.397739835314428 ||  2.260165e-03
2 || 1.397739835314428 || 1.397748475831618 || 8.640517e-06
3 || 1.397748475831618 || 1.397748475958747 || 1.271289e-10
4 || 1.397748475958747 || 1.397748475958747 || 2.751964e-20
El valor aproximado de X es: 1.397748475958747
```

V. EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

En todos los siguientes ejercicios debe:

- Elaborar el programa del método
- Plantear las ecuaciones de cada uno de los problemas
- Graficar la función encontrada
- Dejar evidencia la ejecución del programa que da solución al problema.

1. Elaborar el programa del método de punto fijo. Resolver el ejercicio 7 de la guía de ejercicios de teoría.
2. Elaborar el programa del método de la secante. Resolver el ejercicio 20 de la guía de ejercicios de teoría.
3. Elaborar el programa del método de posición falsa. Resolver el ejercicio 23 de la guía de ejercicios de teoría.
4. Elaborar el programa del método de Steffenson. Resolver el ejercicio 27 de la guía de ejercicios de teoría.