Apuntes de practicas

Rodrigo Miranda

February 20, 2024

Ejemplos de practica AMN941 - Usando Latex en VSCode

Punto Fijo

Ejemplo 1

Use el método de punto para encontrar una raíz real de la ecuación

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$$

Empleando como valor inicial $x0 = 1$. Emplee 15 decimales y una precisión de 10^{-5}.

Solucion:

Para punto fijo, debemos obtener una ecuacion $g(x) = x$

Opcion 1: $x = x^3 + 2x^2 + 11x - 20$

Verificamos que la ecuacion converga en el punto dado, para ello derivamos la ecuacion $g(x)$ y evaluamos en el punto, de manera que:

$g'(x) = 3x^2 + 4x + 11 \longrightarrow g'(1) = 18$

Esto lo podemos comprobar rapidamente tambien en matlab, de la siguiente manera

```
>> gx=(x^3+2*(x^2)+11*x-20);
>> dgx=diff(gx);
>> subs(dgx,1)

ans =

18
```

Figure 1: Matlab 1

Por lo tanto, incumplimos el teorema de Banach quien expresa que $|g'(x)| < 1$

Opcion 2: $\frac{20}{x^2+2x+10}$
Probamos esta ecuacion y derivada evaluada en matlab

```
>> gx=(20)/(x^2+2*x+10);
>> dgx=diff(gx);
>> subs(dgx,1)

ans =

-80/169
```

Figure 2: Matlab 2

Como podemos observar, el resultado de la evaluacion es menor a 1, por lo tanto si converge. Probaremos esta ecuacion con el metodo de punto fijo en Matlab.

```
>> punto_fijo
-----------METODO DEL PUNTO FIJO-------------
Ingrese g(x): gx
Ingrese x0: 1
Ingrese el margen de error: 10^-5
n       |x0                     |x1                     error
1       |1.000000000000000      |1.538461538461539      |5.384615e-01
2       1.538461538461539  | 1.295019157088123      | 2.434424e-01
3       1.295019157088123  | 1.401825309448600      | 1.068062e-01
4       1.401825309448600  | 1.354209390404292      | 4.761592e-02
5       1.354209390404292  | 1.375298092487380      | 2.108870e-02
6       1.375298092487380  | 1.365929788170655      | 9.368304e-03
7       1.365929788170655  | 1.370086003401820      | 4.156215e-03
8       1.370086003401820  | 1.368241023612835      | 1.844980e-03
9       1.368241023612835  | 1.369059812007482      | 8.187884e-04
10      1.369059812007482  | 1.368696397555516      | 3.634145e-04
11      1.368696397555516  | 1.368857688628725      | 1.612911e-04
12      1.368857688628725  | 1.368786102577989      | 7.158605e-05
13      1.368786102577989  | 1.368817874396085      | 3.177182e-05
14      1.368817874396085  | 1.368803773143633      | 1.410125e-05
15      1.368803773143633  | 1.368810031675092      | 6.258531e-06
El valor aproximado de x es: 1.368810031675092
```

Figure 3: Matlab 3

El valor aproximado de $x = 1.368810031675092$

Newton

Ejemplo 1

Use el método de Newton - Raphson para encontrar una solución exacta con una exactitud de 10^{-12} para la siguiente ecuación. Emplee 15 decimales:

$$\ln(x-1) + cos(x-1) = 0; [1.3, 2]$$

```
fn =

cos(x - 1) + log(x - 1)

>> newton
-----------METODO DE NEWTON---------
Ingrese la funcion;  fn
Ingrese el punto inicial: 1.3
Ingrese el marge de error 10^-12
n ||x0                               || x1                              ||  Error
1 || 1.300000000000000  ||  1.381847139647039  ||  8.184714e-02
2 || 1.381847139647039  ||  1.397320732939142  ||  1.547359e-02
3 || 1.397320732939142  ||  1.397748164473621  ||  4.274315e-04
4 || 1.397748164473621  ||  1.397748475958582  ||  3.114850e-07
5 || 1.397748475958582  ||  1.397748475958747  ||  1.652070e-13
El valor aproximado de X es: 1.397748475958747
>>
```

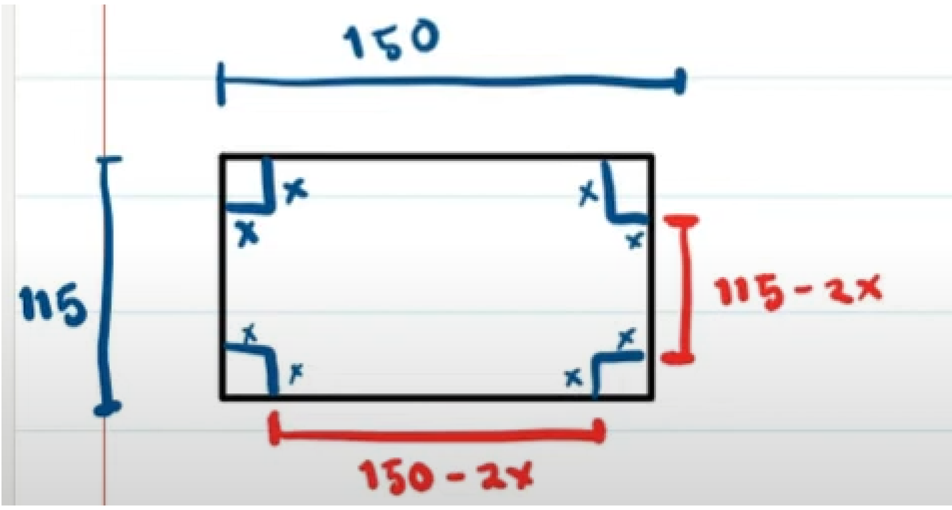
Nota: Cuando estemos trabajando ejercicios, es importante analizar la grafica. Dado que no podemo modificar la ecuacion como en el metodo de punto fijo, debemos elegir correctamente nuestro valor inicia, para esto, debemos alegarnos de: Puntos de infleccion, maximos y minimos relativos y extremos, en estas partes no nos funcionara este metodo. Ademas, si la primera derivada de la ecuacion es 0, no nos funcionara este metodo.

Metodo de la Secante

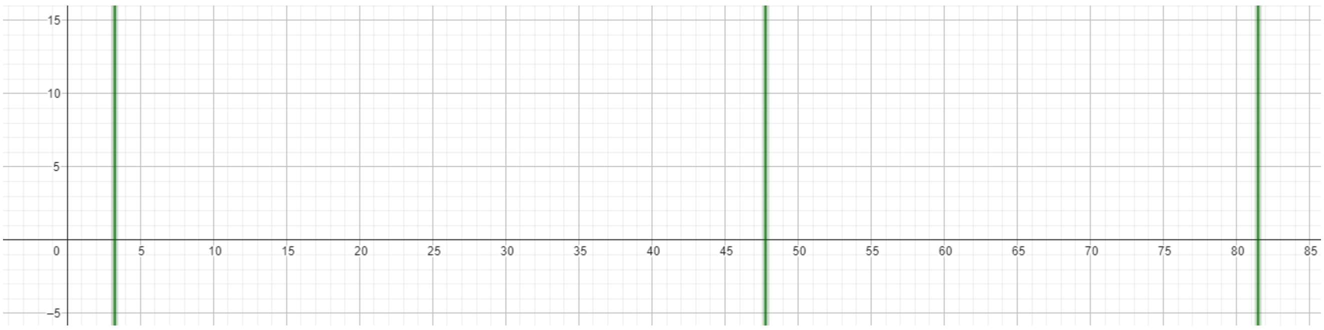
La diferencia principal de este metodo es que necesitamos de dos valores iniciales x0 y x1, este nos formara dos puntos. **Ejemplo:**Se tienen dos postes, uno de 29 pies de altura y otro de 41 pies de altura, los cuales están separados entre si 47 pies. Los postes se sostienen mediante dos cables, conectados a una sola estaca entre ellos, desde el nivel del suelo hasta la parte superior de cada poste. Emplee el metodo de la secante para determinar donde debe colocarse la estaca, para que la cantidad de cable utilizado sea de 85 pies. Use una precisión de $10^{-}12$. Emplee 15 decimales.

Metodo de la posicion falsa

Ejemplo: Se construye una caja sin tapadera a partir de una hoja metalica rectangular que mide 150 por 115 centimentros. Cual debe ser el lad de los cuadrados que hay que recortar en cada esquina para que el volumen de la caja se de 50,601. 6875 centimentros cubicos? Precision de 10^{12}. Emplee el metodo de la posicion falsa. Use 15 decimales.



$\mathbb{V} = 50,601.6875$
$\mathbb{V} = l.h.a$
$\mathbb{V} = (150 - 2x).(115.2x)$
$50,601.6875 = (150 - 2x).(115 - 2x).x$
Nota:
Metodo de posicion falsa requiere un $f(x) = 0$
$f(x) = (150 - 2x).(115 - 2x).x - 50,601.6875 = 0$



Observando la grafica en geogebra, identificamos que la funcion tiene 3 raices. Para saber cual de ellas nos puede servir, debemos ocupar la logica.

- ¿Hace sentido una pestaña de altura entre 3 y 4 cm? Si, hace sentido.
- ¿Hace sentido una pestaña entre 45 y 50 cm? Quedaria alta, pero aun asi hace sentido, debemos probar.

- ¿Hace sentido una pestaña de mas de 80 cm? La verdad es que no, no nos daria el volumen con pestañas tan altas.

Para la primera raiz utilizaremos el intervalo [3,4]