

28. La velocidad vertical de un cohete se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$v = u \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt$$

Donde:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$q = \text{tasa de consumo de combustible} = 2,700 \text{ kg/s}$$

$$u = \text{velocidad con la que se expelle el combustible} = 8,820 \text{ km/h}$$

$$m_0 = \text{masa inicial del cohete} = 185,000 \text{ kg}$$

Emplee el **Método de Steffensen** para determinar el tiempo  $t$ , para el cual el cohete alcanza una velocidad de 1025 m/s, con una precisión de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.

Debemos antes que nada convertir el valor de  $u$ .  $u = 8820 \text{ km/h} = 2.45 \text{ km/s} = 2450 \text{ m/s}$

Iniciemos encontrando un intervalo, para ello debemos hacer  $f(x)=0$ .

$$f(x) = u \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt - v = 0$$

Una vez despejado, vamos a graficar en matlab. Pero antes, debemos declarar las variables con los datos que el ejercicio nos brinda. Tal que:  $g = 9.81$ ;

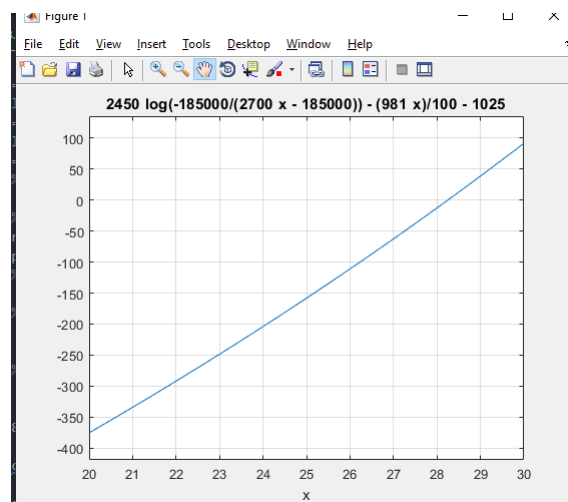
$$q = 2700;$$

$$u = 2450;$$

$$m_0 = 185000;$$

$$v = 1025;$$

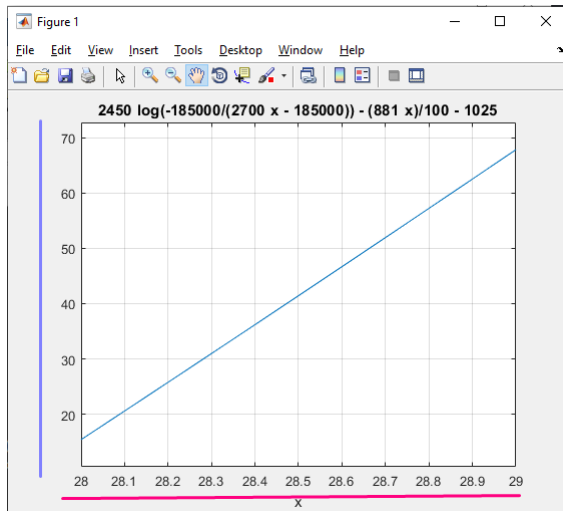
$$f = u * \log(m_0 / (m_0 - q * x)) - g * x - v;$$



Graficando podemos ir observando que el intervalo donde se encuentra la raíz es [28,29]

Procedemos a encontrar nuestra ecuacion  $g(x)=x$  para evaluarla y graficarla en el intervalo encontrado. Para esto, iniciaremos sumando  $x$  cada lado de la ecuacion, tal que:  $g(x) = \ln\left(\frac{mo}{mo-qt}\right) - gt - v + x$

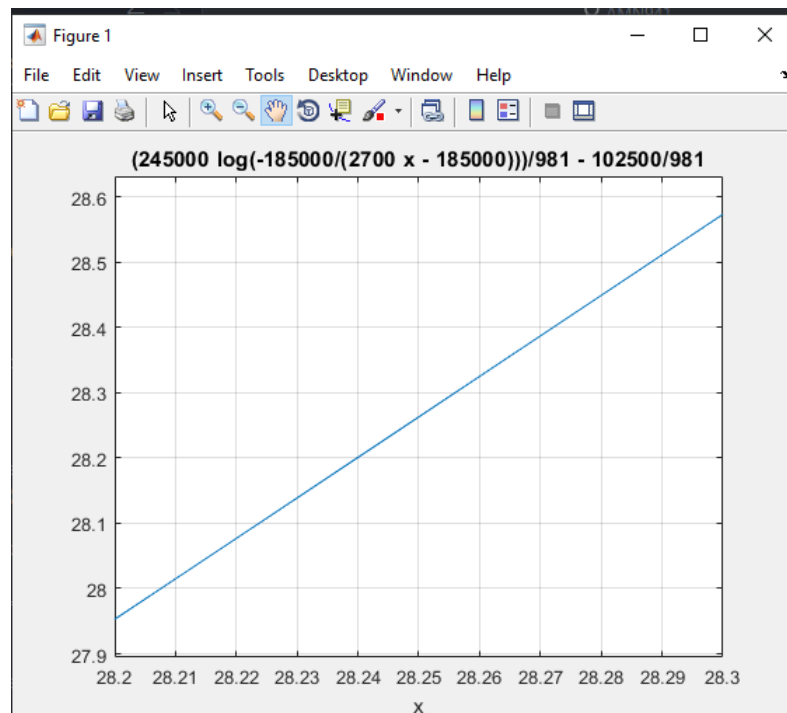
Validemos graficando en matlab:  $gx = u * \log(mo/(mo - q * x)) - g * x - v + x$



Debemos observar detenidamente el grafico, para cumplir el metodo los valores en  $x$   $Y$  y deben ser iguales, sin embargo, vemos que para un  $x=28, y=20$ ; por lo tanto se separan y por mucho Intentaremos ahora despejar  $x$ , del factor  $gx$  ( $gt$ ). De manera que:

$$x = \frac{\ln\left(\frac{mo}{mo-qt}\right) - v}{g}$$

Ingresado en matlab:  $gx = (u * \log(mo/(mo - q * x)) - v)/g$ . Grafiquemos para comprobar el metodo:



El metodo se cumple, podemos proceder a ejecutar el programa en matlab para encontrar la raiz.

```

-----Metodo de Steffensen-----
Ingrese la funcion g(x) = gx
Ingrese el punto inicial= 28.2
Ingrese el margen de error: 10^-12
n      |Y0                        |X1                        |X2                        |X3
1      |28.199999999999999999    |27.952932882473352      |26.427194077342833      |28.247738728521718
2      |28.247738728521718      |28.248816279953232      |28.255498962891235      |28.247531576006882
3      |28.247531576006882      |28.247531596498991      |28.247531723583169      |28.247531572067317
4      |28.247531572067317      |28.247531572067324      |28.247531572067381      |28.247531572067317
El valor de aproximacion de X es= 28.247531572067317
>>>

```

El tiempo que al cohete le toma alcanzar  $1025m/s$  es  $t=28.247531572067317$