MTH 354 10-9-2017

§7.2

Ex: $b_n = 4b_{n-1} + 5 \quad b_1 = 2$

$b_1 = 2$, $b_2 = 13$, $b_3 = 57$, $b_4 = 233$

$= 4(4b_{n-2} + 5) + 5 \quad b_{n-1} = 4b_{n-2} + 5$

$= 4^2 b_{n-2} + 4(5) + 5 \quad b_{n-2} = 4b_{n-3} + 5$

$= 4^2(4b_{n-3} + 5) + 4(5) + 5$

$= 4^{3} b_{n-3} + 4^2(5) + 4(5) + 1(5)$

$\vdots$

$= 4^{(n-1)} b_{n-(n-1)} + 4^{n-2}(5) + 4^{n-3}(5) + \cdots + 4^2(5) + 4(5) + 1(5)$

$= 4^{n-1} (b_1) + 4^{n-2}(5) + 4^{n-3}(5) + \cdots + 4(5) + 1(5)$

$= 4^{n-1}(2) + 5(4^{n-2} + 4^{n-3} + \cdots + 4^2 + 4 + 1)$

$= (2)4^{n-1} + 5\left(\frac{4^{n-1} - 1}{4-1}\right) = (2)4^{n-1} + \frac{5}{3}(4^{n-1} - 1)$

$= (2)4^{n-1} + \left(\frac{5}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3}$

$= \left(2 + \frac{5}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3} = \boxed{\left(\frac{11}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3} = b_n}$

$b_1 = \frac{11}{3} - \frac{5}{3} = \frac{6}{3} = 2$

10.09.2017 1:10p 10/9/17, 6:12 AM, 12m 38s

MTH 354 10-9-2017

§7.2

Ex: $b_n = 4b_{n-1} + 5 \qquad b_1 = 2$

$b_1 = 2$
$b_2 = 13$
$b_3 = 57$
$b_4 = 233$

$= 4(4b_{n-2}+5)+5 \qquad b_{n-1} = 4b_{n-2}+5$

$= 4^2 b_{n-2} + 4(5) + 5 \qquad b_{n-2} = 4b_{n-3}+5$

$= 4^2(4b_{n-3}+5) + 4(5) + 5$

$= 4^3 b_{n-3} + 4^2(5) + 4(5) + 1(5)$

$\vdots$

$= 4^{n-1} b_{\underbrace{n-(n-1)}_{1}} + 4^{n-2}(5) + 4^{n-3}(5) + \cdots + 4^2(5) + 4(5) + 1(5)$

$= 4^{n-1}(b_1) + 4^{n-2}(5) + 4^{n-3}(5) + \cdots + 4(5) + 1(5)$

$= 4^{n-1}(2) + 5\left(4^{n-2} + 4^{n-3} + \cdots + 4^2 + 4 + 1\right)$

$= (2)4^{n-1} + 5\left(\frac{4^{n-1}-1}{4-1}\right) = (2)4^{n-1} + \frac{5}{3}\left(4^{n-1}-1\right)$

$= (2)4^{n-1} + \left(\frac{5}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3}$

$= \left(2+\frac{5}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3} = \boxed{\left(\frac{11}{3}\right)4^{n-1} - \frac{5}{3} = b_n}$

$b_1 = \frac{11}{3} - \frac{5}{3} = \frac{6}{3}$
$= 2$