

2010 SUB Math 回忆题

1. $z \cdot e^{\left(\frac{i\pi}{4}\right)^k}$ 连乘, k 从 1 到 7, 问 z^4 的系数
2. \mathbb{R}^2 空间一个紧的连通集的补集的连通分支有多少
选项: 没有; 1 个; 2 个; 不少于 3 个; 没有上界
3. 求一个梯度向量的路径积分, 很复杂, (原版本作者 zmzmzw: 我直接就用 $\text{div}(\text{grad } f)=0$ 得 0 了)
4. $T(u)=u, T(v)=2v, T(w)=3w$. T 是 \mathbb{R}^3 上的线性变换, 问哪个对 (1) $\det T=6$; (2) u, v, w 是 \mathbb{R}^3 的基; (3) 特征多项式是 $(x-1)(x-2)(x-3)$
5. 给了 f' 的函数图像, 问它何时 change concavity 那个, 老题
6. 4 维向量空间有多少不同构的子空间
7. 32 阶阿贝尔群, 且满足其中任意元素有 $g^4=e$, 这样的群有多少个
8. f 是 $X \rightarrow Y$ 的连续双射, 问下面哪些对: (1) X 紧, 则 $f(X)$ 紧; (2) Y Hausdorff, 则 X 也是 Hausdorff; (3) X 紧, Y Hausdorff, 则 f 逆连续
9. B 是 \mathbb{R} 的闭子集, A 是 \mathbb{R} 的开集, 问 $B \setminus A$ 的开闭情况
10. $|z| \leq 2$, 问 $|z^2 - iz|$ 的最大值
11. 求 $\int_C (1 + 2z + 3z^2 + 4z^3)$ C 是从 1 到 -1 的上半圆弧, 以前的题
12. T 是一个正交矩阵, 问哪个是对的: (1) $T(v)T(w)=vw$; (2) v 是垂直 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$ 的一个向量, 则 $T(v) \cdot v = 0$. (3) $T^2 = I$.
13.
 $Ax + By + Cz + Dw = E$
 $Fx + Gy + Hz + Iw = J$
(1,2,0,0) 和 (0,0,3,4) 是两个解。
那么 (1) 如果 (1,2,3,4) 是根, 那么 $E=J=0$ (2) 如果 $E=J=0$ 那么 (1,2,3,4) 是根 (3) 如果 (1,2,-3,-4) 是根, 那么 $E=J=0$
14. 三维空间里一个以 $x=y=z=0$ 和 $x=y=z=k$ 围成的立方体, 以每个整数点为圆心, $1/2$ 为半径的一族球, 与大立方体取交集。问 k 趋于无穷时, 球与立方体交集的总体积, 与立方体总体积的比值趋于?
15. 成功概率 p 的 Bernoulli 实验, 重复 M 次, 失败次数的期望=?
16. 三个随机变量, $[0, \pi]$ 上均匀分布, 问 $z = \sin^2(x) * \cos^2(y)$ 的概率
17. $P(X)$ 表示 X 的所有子集构成的集合, f 是一个映射: $X \rightarrow P(X)$, $Z = \{x \text{ 属于 } X, \text{ 但不属于 } f(X)\}$,
A. Z 是空集
B. Z 不是空集
C. $Z=X$
D. Z 不属于 $P(X)$
E. Z 的补集属于 $P(X)$
18. 在 \mathbb{R} 上 $f'' < 0$ 且 $f'(0)=0$, 比较大小: $I = \int_0^6 f dx$, $T = 2f(2) + 4f(4) + 2f(6)$, $R = f(0) + 2f(2) + 2f(4) + f(6)$.
19. 交换积分次序表示一个二重积分, 简单, 陈题
20. 走水路和走陆路的分配问题, 以前的题
21. $A = (0, a; b, 0)$. a, b 分别取正、取负的各种情况下, 问 A 的实特征值的存在性
22. 一个图, 边有 10 条, 问及顶点数及相应的度数可能是多少, 给了很多个选项, 就是注

意度数不能超过总顶点数-1 就是了。

23. 问哪个是半群不是群的那个题, 以前的

24. 求 $x^2+y^2+z^2$ 的最大值, 限制条件是 $ax+by+cz=1$.

25. $|x|, \sin(x^2), 1/(1+x^n), \exp(-x^2), \ln(1+x)$ 哪个在 $x>0$ 时是一致连续的

26. 问下面哪个从 0 到正无穷的积分是收敛的(1) $(\sin x/x)^2$; (2) $(\cos x/x)^2$; (3) 根号 $[1/(1+x)]$; (4) $(1-\exp(-x))/x$; (5) $(\exp(x)/x)^{0.5}$.

27. 级数 $x^{(2n)}/(n^2 \cdot 2^n)$ 的收敛半径

28. $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$, 题目告诉要换元 $x=\cos(t)$, 问换元后方程变成什么样子

29. $\{1,2,3,4,5\} \rightarrow \{11,12,13,14\}$ 的函数, 在满射的条件下满足 $g(1) \neq g(2)$ 的 g 有多少个?

30. p 和 q 是相异的素数, 问哪一个不能作为有限域的阶数, 答案选是 pq , 记得选项有 $p(q-1)$ 等等

31. $(|x|^s)(|y|^{2s})/(x^2+y^2)$, 问 $\{s|s \text{ 使得这个函数在原点连续}\}$ 这个集合的下界是多少

32. 正整数和 x 生成的环: $\mathbb{Z}[x]$, 判断对错

(1) $\mathbb{Z}[x]$ 任何一个子环, 都由单个元素生成

(2) 记不得了, 是一个很显然正确的命题

(3) 存在一个子环 I , 使得 $\mathbb{Z}[x]/I$ 是一个阶数为 5 的域

33. 给了一段伪代码:

```
i=0;input(n)
```

```
while(n>1)
```

```
    n=n/d, 其中 d 是 n 除 1 以外最小的因子
```

```
    i=i+1
```

```
output(i)
```

输入 72, 问输出

(原作者 [zmzmzw](#) 对考试的评注: 具体的题就记得这么多, 剩下的基本都不难的。有一道判断连续, 可导, 连续可导的题, 一道何时函数在原点连续的题, 概率题还是老样子的, 还有一道选课的题, 问同时选两个的一共多少人。。。总的感觉这次考数分和线代的多, 拓扑, 代数考的少而且比较简单。zmzmzw 的邮箱是 zengm@ecpk.buaa.edu.cn)

SUB 今年考试的特点是重复 03-09 的题大约一半左右, 近世代数考了好几道题, 涉及到 Abel 群的结构(这个考点稳定而简单), 环和有限域(这个相对是比较难的, 记住几个经典结论很有必要, 比如上面写的第 30 题)。拓扑也有涉及到, 上面第 8 题提到的结论在基础拓扑学里是基本而重要的。

请大家补充和更正以后, 直接发布新的版本吧。