

07 年数学 sub 回忆题

参考了网上的，再加上自己回忆的，也就这么多了，希望能有用。

Rebecca Tao

1 $\int_{e^{-2}}^{e^{-3}} \frac{1}{x \log x}$

2 一个 3×3 的矩阵，为 2, 3, 5 三个中哪几个是他的特征值。

3 一个是一支杆子长 9，放在一个直角角落，一端靠在墙上，一端放在地上，放在地上的那一端以 3/min 的速度原理墙，问靠在墙上的那一段的速度（当此端离地面距离为 3 时）

4 将 3g 的盐混入 100 升水里。然后每秒钟加入 4 升含盐量 0.02g/l 的溶液，同时从底部排出 4 升水，假设溶液是瞬时混合，问 100 秒之后的浓度。

5 已知 $f'(0) = f''(0) = 1$, f 12 阶可导, $g = f(x^{10})$, g 的 11 阶导在 0 点的值?

6 求 F 的 flux 的题, $F = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, 在曲面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

7 求 $y = x^2$ 和 $y = x$ 所围成的图形（好像是）绕 y 轴旋转的图形的体积

8 $d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$, 问以下描述哪些是对的。关于开集、极限点、连续函数之类的。

9 已知 $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \text{ 是无理点} \\ -5x^2, & x \text{ 是有理点} \end{cases}$, 要考虑 $f(x)$ 在 0 点的连续性和可导性

有好几道题都是关于函数图像的，有以下几种类型：

10 已知 $f'(x)$ 的函数图像，要求 $f(x)$ 的图像

11 已知一个函数图像，问你拐点在什么区间内出现

12 已知函数的一些性质（二阶倒数什么地方大于 0 啊之类的），让你选出他的函数图像
还有就是关于交点的

13 给你五个选项，问你方程解得个数最多的是哪个

14 问你 $\cos(97x) = x$ 有多少个解

15 f 是 S 到 T 的映射； g 是 T 到 U 的映射，已知 $g \circ f$ 是单射（one-to-one）的，问以下哪个命题正确：选项是包括什么 f 、 g 是单的还是满的之类的。

16 已知 $3x \equiv 7 \pmod{11}$, $5y \equiv 9 \pmod{11}$, 问 $x+y$ 和多少 $\pmod{11}$ 同余。

17 有 10 个老师 20 门课，要求 1 个老师教两门课，一门课只能由一个老师教，问有多少种分配方法。

18 V and W are 4-dim subspaces of a 7-dimesional space then the dimension of V intersect W can NOT be

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19 已知关系 R 满足传递性和对称性，问下面叙述中哪些充分或者联合起来充分推出 R 是一个等价关系：

I. for all x , there exists y such that xRy ;

II. For all x , xRx

20 线性转换 P of finite dimensional spaces satisfies that $P^2=P$, 问下面几个条件是否一定正确

I P 可以对角化 II P invertible III 忘了，反正不是一定对的

21 下列哪些性质可以使得环 R 具有这个性质，但 R^*R (point wise) 却没有，

R is field; R 可交换; R 有限……

22 半径为 1 的圆的外切正 n 边形和内接正 n 边形的周长之比。

23 还有一个说单位方框中所有坐标至少有一个无理数，即 (a, b) 坐标 a, b 中至少有一个无理数的所有这样的坐标点的集合的性质。是否连通啊，是否是紧致之类的问题。

24 求 $(1+i)^{10}$

25 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(t) + \sqrt{1+t^2} \sin^3(t) \cos^3(t) dt$

26 交换群 $5!$ 的元素中最大的是几阶

27 已知 $Y+XY'=X$, $Y(0)=-1$, 求: $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$

28 求 $\int_0^{\infty} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{(1+e^{ax})(1+e^{bx})} dx$

29 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} [(\cos 2x - 1)/(3x^3)]$

30 比较 $2^{1/2}, 3^{1/3}, 6^{1/6}$ 三个数的大小

31 04 年回忆题 21 题 随机变量 X 是 $[0, 3]$ 均匀分布, 随机变量 Y 是 $[0, 4]$ 均匀分布, 求随机事件 $\{X < Y\}$ 概率

32 已知 $g(x) = \exp\{2x+1\}$ 求 $x \rightarrow 0 \lim \{(g(g(x)) - g(e))/x\}$

33 求 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 和 $z = 2\cos(\theta)$ 所交体积

34 求原点到平面距离最近的点

35 已知 $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$, 实际题目中 f 和 g 是已知的, 只不过我忘了, 要你求 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

36 已知一个矩阵, 要你求他的正交基。