1. Ejercicios sobre autómatas finitos y lenguajes regulares

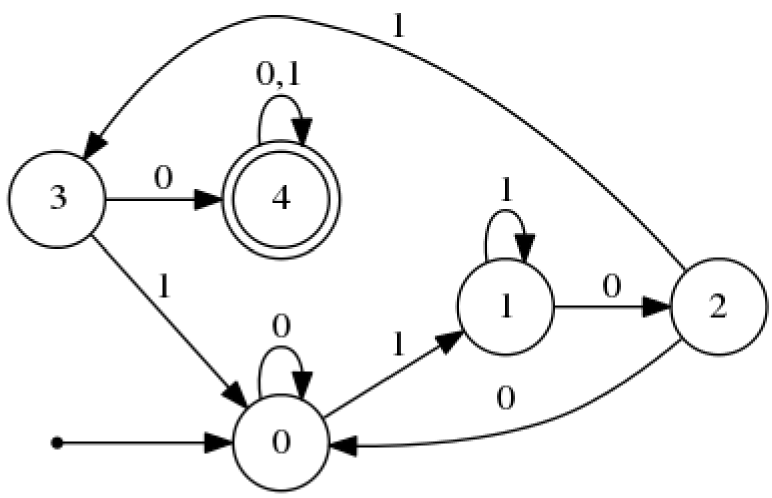
Ejercicio 1: Diseña expresiones regulares para los siguientes lenguajes:

1. $L = \{a^n b^m : n + m \text{ } es \text{ } impar\}$
2. Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010
3. Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números

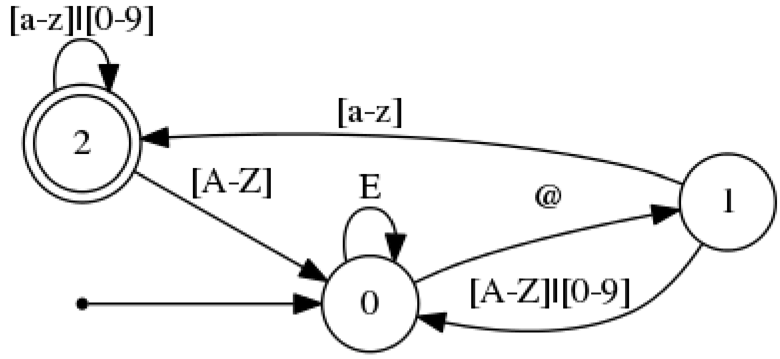
1. $a(aa)^*(bb)^* + (aa)^*b(bb)^*$
2. $(1+0)^*1010(1+0)^*$
3. $@(a+b+c+..+z)(a+b+c+...+z+0+1+2+...+9)^*$

Ejercicio 2: Diseña un autómata finito (determinista o no determinista) que reconozca cada no de los siguientes lenguajes:

1. Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010
2. Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números

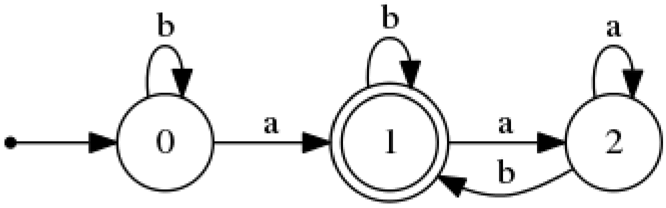
1. 

2.



Donde E representa cualquier caracter posible

Ejercicio 3: Indica cuál es el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:



$$L = \{b^m a(b^i|a^j b^k)^n \ / \ i \geq 0 \ j > 0 \ n \geq 0 \ m \geq 0 \ k \geq 0\}$$

Ejercicio 4: Construye un autómata finito determinista que acepte cadenas sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que representen números enteros múltiplos de 5 expresándolos en representación binaria

Vamos a ir construyendo el número poco a poco. Dado un número en binario, añadirle otro bit a la drecha implica multiplicar por dos el valor que tenemos y sumarle 1 ó 0.

Tomemos un número x. Este número, tras dividirlo entre 5 podría escribirse como:

$$x = a \times 5 + b \text{ con } 0 \leq b < 5$$

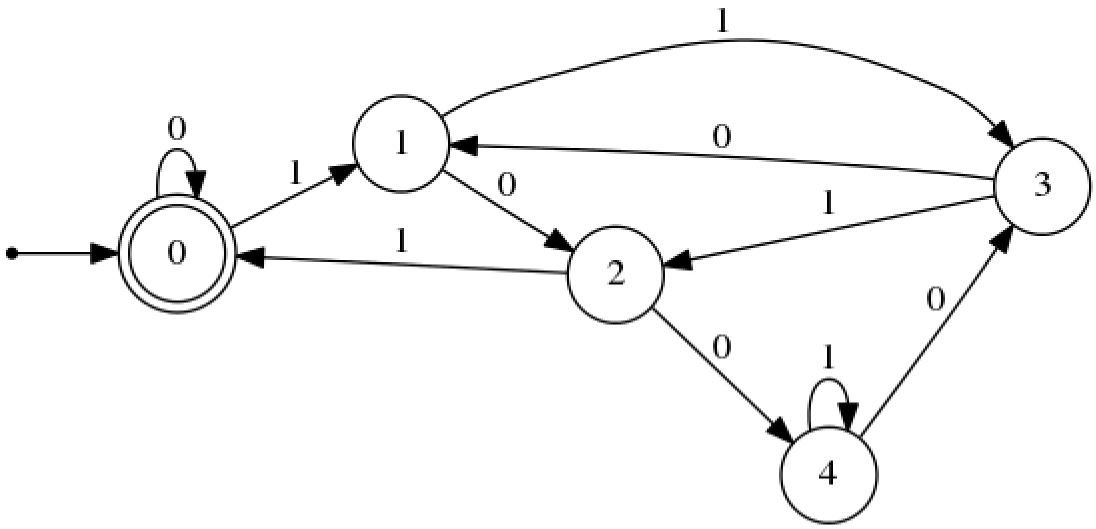
Siendo b quien nos indica si el número es divisible por 5 o no.Las operaciones que hemos mencionado causan el siguiente efecto sobre el número:

$$2x + 1 = 2a \times 5 + (2 \times b + 1)$$

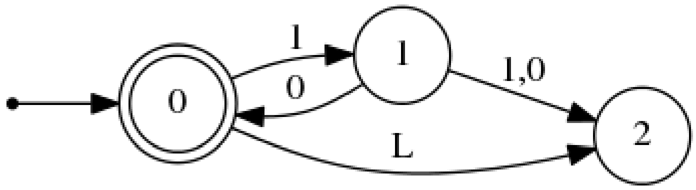
$$2x = 2a \times 5 + b$$

Atendiend a esto, vamos identificar cada nodo del autómata con un resto y a ver cómo nos vamos desplazando por el mismo.

El restulado sería:



Ejercicio 5: Para el autómata siguiente, encuentra: $\delta^*(q_0, 1011)$ y $\delta^*(q_1, 01)$

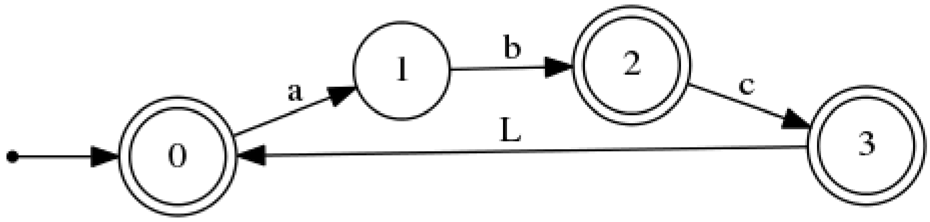


$\delta^*(q_0, 1011) = q_2$ $\delta^*(q_1, 01) = q_1$

Ejercicio 6: Construye un autómata finito no determinista con tres estados que acepte el lenguaje:

$$L = \{ab, abc\}^*$$

¿Es posible hacerlo con menos de tres estados?



No se puede hacer con menos de tres estados, puesto que cada estado implica, como mucho, avanzar un caracter de la cadena y necesitamos admitir cadenas de longitud 3, siendo tres caracteres diferentes

2. Ejercicios sobre autómatas a pila y gramáticas independientes del contexto

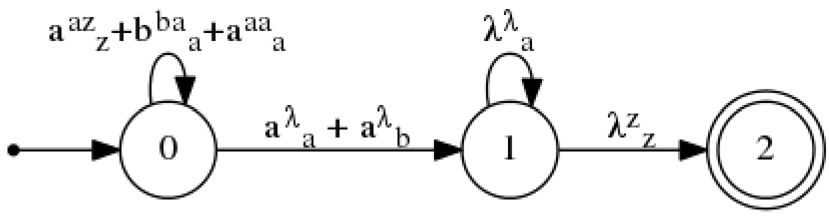
Ejercicio 1: Diseña una ramática independiente del contexto que genere el lenguaje de los números capicúa formados con el alfabeto: $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Los números de una sola cifra no se consideran capicúa

- $S \rightarrow 0A0|1A1|2A2|3A3|4A4|5A5|6A6|7A7|8A8|9A9$
- $A \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|\lambda$

Ejercicio 2: Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de los números formados con el alfabeto: $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ que tengan el mismo número de dígitos pares e impares. Puede suponerse por simplicidad que los números pueden tener ceros a la izquierda.

- $S \rightarrow AB|BA|ASA|ASB|BSA|BSB$
- $A \rightarrow 1|3|5|7|9$
- $B \rightarrow 0|2|4|6|8$

Ejercicio 3: Diseña una autómata a pila que reconozca el lenguaje del primer ejercicio



Siendo "a", "b" símbolos cualquiera del alfabeto

Ejercicio 4: Demuestra que la siguiente gramática es ambigua:

- $S \rightarrow AB|aaB$
- $A \rightarrow a|Aa$
- $B \rightarrow b$

La sentencia "aab" puede obtenerse por dos derivaciones leftmost distintas:

$$S \to AB \to AaB \to aaB \to aab$$

$$S \to aaB \to aab$$

Ejercicio 5: Encuentra una gramática independiente del contexto para el siguiente lenguaje:

$$L = \{a^n w w^R b^n : w \in \{a,b\}^*, n \geq 1\}$$

- $S \to aAb$
- $A \to aAb|W$
- $W \to aWa|bWb|\lambda$

Ejercicio 6: Indica cuál es el lenguaje generado por el siguiente autómata a pila:

$$A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a,b\}, \{a,b,z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, a, z) = \{(q_1, a), (q_2, \lambda)\}$$

$$\delta(q_1, b, a) = \{(q_1, b)\}$$

$$\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, b)\}$$

$$\delta(q_1, b, b) = \{(q_2, \lambda)\}$$

$$L = \{ab^n a, n \geq 0\}$$