

1. Hoja 1

$$\overline{A} = \{x \in \mathbb{R}^N; \forall V_x \cap V_x \cup A \neq \emptyset\}$$

, siendo V_x un entorno abierto de x . $\overline{A} = A \cap$

Teorema 1.1. $A \subset \mathbb{R}^N$ es cerrado $\Leftrightarrow \overline{A} \subset A$

Demostración:

A es cerrado $\Rightarrow A^c$ es abierto $\Rightarrow \forall x \in A^c, \exists \varepsilon > 0 \cap B(x, \varepsilon) \subset A^c \Rightarrow A \cap B(x, \varepsilon) = \emptyset \Rightarrow x \notin \overline{A} \subset (A)$

Falta la recíproca.

Ejercicio 3: a)

$$\bigcup_{k=1}^{\infty} \left[-1, \frac{1}{k}\right)$$

Es cerrado, porque $= [-1, 0]$ Demostración: (hay que demostrar las inclusiones \subseteq y \supseteq)

b) No es ni cerrado ni abierto.

Observación: \mathbb{R} es el cierre de \mathbb{Q} .

c)

Ejercicio 4: