1. Hoja 1

$$\overline{A} = x \in \mathbb{R}^N ; \forall V_x \diagup V_x \cup A \neq \emptyset$$

, siendo V_x un entorno abierto de x. $\overline{A} = A \cap$

Teorema 1.1. $A \subset \mathbb{R}^N$ *es cerrado* $\Leftrightarrow \#1 \subset (A) \subset A$

Demostración:

Aes cerrado $\Rightarrow A^c$ es abierto $\Rightarrow \forall x \in A^c, \exists \varepsilon > 0 \diagup B(x,\varepsilon) \subset A^c \Rightarrow A \cap B(x,\varepsilon) = \ \Rightarrow x \nexists \#1 \subset (()A)$

Falta la recíproca.

Ejercicio 3: a)

$$\bigcup_{k=1}^{\infty} \left[-1, \frac{1}{k}\right)$$

Es cerrado, porque $= [-1, 0]$ Demostración: (hay que demostrar las inclusiones $\subseteq$ y $\supseteq$)

b) No es ni cerrado ni abierto.

Obsevación: $\mathbb{R}$ es el cierre de $\mathbb{Q}$.

c)

Ejercicio 4:

2. Hoja 2

2.1.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+7y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$ Continuidad:

$$0 \leq \left| \frac{x^3}{x^2+7y^2} \right| \leq \left| \frac{x^3}{x^2} \right| \leq |x| \to 0 \Rightarrow$$

Continua en 0.

Derivadas parciales en $(0,0)$

$$\lim_{\bar{h}\to\bar{0}} F($$

)f(h,0) - f(0,0)h $= \lim_{\bar{h}\to\bar{0}} F()\frac{h^3/h^2}{h} = 1\lim_{\bar{h}\to\bar{0}} F($

)f(0,h) - f(0,0)h $= \lim_{\bar{h}\to\bar{0}} F($

)00+7h^2 $= 0$