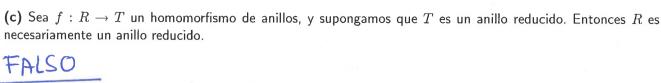
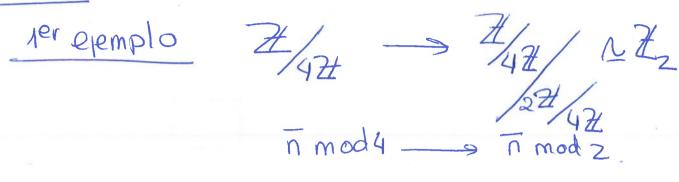
Titulación Matemáticas

## Primer Parcial Jueves, 19 de febrero de 2015

APELLIDOS:	Nombre:
DNI:	Grupo:
(a) Los anillos $\mathbb{Z}_{50}$ y $\mathbb{Z}_{25} \times \mathbb{Z}_2$ Tma. Chino del Re	cide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. son isomorfos. VERDADERO sto Gi Is, Iz CR, sou ideales tales que: además I, +Iz=R, entreves PNR/I, XR/Iz
18 mairing 4 5 have	. 9)
en entecasa	$R = 250$ ) $I_1 = \langle \overline{25} \rangle$ e $I_2 = \langle \overline{2} \rangle$ .
A 15	06 < 0 < 0 < 0 < 00 < 00
y ordeman	I1+I2 = <25>+ <2>= <1>- 460'
=0 Zb(	~ 280/25 × 2 80/27 ~ 25×22.
<b>(b)</b> El ideal $\langle \overline{3}  angle \subset \mathbb{Z}_{15}$ es un $\mathbb{Z}$	5-módulo.
VERDADERO	
& Forma : Usau	do la ejercicia 1 y 2 de le hojà 3.
Ann215<3>=<	5> =0 <3> en m 2/2 - modulo, ie.
en lu 2/5/8/1674	Es-modulo  Annosa  La Lemprobar que el producto $\overline{n} \in \mathbb{Z}_5$
2= Forma Bas	ite tourprobar que el producto $\pi \in \mathbb{Z}_5$
or in elemento	m E 23> C King eita bien definido:
io hodepondo	de la remesculanta ercogida); En electo:
$\overline{n} \cdot \overline{m} = ($	n+ 5 K) - (3s + 15l) = 3n5 + 15ln + 15ks + 5.15ml
K, lezt m=3s+	15e $= \frac{n.3s}{nm} \in \langle 3 \rangle$ eu $2 \pm 15$ .





$$\frac{2^{\circ} \text{ exemplo}}{x \in \mathbb{K}} \times \frac{1}{x^{2}} \rightarrow k$$

(d) Existe una parte multiplicativa  $S\subset \mathbb{Z}_{10}$  tal que  $S^{-1}\mathbb{Z}_{10}$  es isomorfo a  $\mathbb{Z}_5$ .

## VERDADERO

Basta tomar S=11,2,4,86. Entono si:

P:  $\mathbb{Z}_{10}$   $\longrightarrow$  S-1 $\mathbb{Z}_{10}$ Se hiene que  $\ker \varphi = \langle 5 \rangle$ , luego  $\mathbb{Z}_{10}/\langle 5 \rangle$ Ademán, ou S-1 $\mathbb{Z}_{10}$ Le hiene que:

Ademán, eu S-
$$\frac{1}{2}$$
 se hieroque!  
 $2^{-1} = 3$   $\frac{4^{-1} - 4}{8} = \frac{4}{3}$   $\frac{5}{9} = 0$   $6 = 1$ ;  $7 = 2$  er facil resque  $\# S - 2 = 5$ , y que ademán en un unerpo. Luego recesariamento  $8 - 2 = 0$   $2 = 0$ 

**Problema 2. (10 puntos)** Sea R un anillo y sea  $S\subset R$  una parte multiplicativa. Enuncia y demuestra la propiedad universal del localizado  $S^{-1}R$ .

**Problema 3.** (10 puntos) Para cada entero n>1 consideramos el homomorfismo natural de paso al cociente  $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}_n$ . Decide, de manera razonada, si existe algún  $n\neq 20$  y un homomorfismo f que haga conmutar el circulado disconercia.

siguiente diagrama:

 $\emptyset \downarrow^{\mathbb{Z}}$   $\downarrow^{n}$   $\downarrow^{n}$ 

J= Forma

f existed=0 Ker & C Ker TIV=0 <0> C<20>

D=0 20/0.

Remomorfismo de grupos. Como además necesariamento  $T(1) = I \mod 20$ , y  $S(1) = I \mod n$ ,  $\Rightarrow D = I \mod n = I \mod n$ . Teamor que este condicion de suficiente pare del el homo de

anilla. Definima:

 $f(\overline{m}) := T(m) = m \mod 20$ tomando  $m \in \{\emptyset^{-1}(\overline{m})\}$ 

Hace falka rei que of entar bien defunida (ie. que la imagen de m us depende del representante eicogido).

Se m'e Z, y m'e 8 (m) = p m-m'e <n>
Enteus of (m') = TT (m+ Kn) = m+kn mod 20=

= m di  $n \in \langle 20 \rangle$ .  $\forall$  ahora es fácil verque di  $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}_n$ ,  $f(\overline{m}_1 + \overline{m}_2) =$  $= TT(m_1 + m_2) = m_1 + m_2 \mod 20 = m_1 + m_2 \mod 20$ , y lo mismo paus  $f(\overline{m}_1, \overline{m}_2)$ .