

# Programmierparadigmen



# Vorwort

Dieses Skript wird/wurde im Wintersemester 2013/2014 von Martin Thoma geschrieben. Das Ziel dieses Skriptes ist vor allem in der Klausur als Nachschlagewerk zu dienen; es soll jedoch auch vorher schon für die Vorbereitung genutzt werden können und nach der Klausur als Nachschlagewerk dienen.

Ein Link auf das Skript ist unter [martin-thoma.com/programmierparadigmen](http://martin-thoma.com/programmierparadigmen) zu finden.

## **Anregungen, Verbesserungsvorschläge, Ergänzungen**

Noch ist das Skript im Aufbau. Es gibt viele Baustellen und es ist fraglich, ob ich bis zur Klausur alles in guter Qualität bereitstellen kann. Daher freue ich mich über jeden Verbesserungsvorschlag.

Anregungen, Verbesserungsvorschläge und Ergänzungen können per Pull-Request gemacht werden oder mir per Email an [info@martin-thoma.de](mailto:info@martin-thoma.de) geschickt werden.

## **Was ist Programmierparadigmen?**

TODO

## Erforderliche Vorkenntnisse

Grundlegende Kenntnisse vom Programmieren, insbesondere mit Java, wie sie am KIT in „Programmieren“ vermittelt werden, werden vorausgesetzt. Außerdem könnte ein grundlegendes Verständnis für das O-Kalkül aus „Grundbegriffe der Informatik“ hilfreich sein.

Die Unifikation wird wohl auch in „Formale Systeme“ erklärt; das könnte also hier von Vorteil sein.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Programmiersprachen</b>	<b>3</b>
1.1	Abstraktion . . . . .	3
1.2	Paradigmen . . . . .	4
1.3	Typisierung . . . . .	5
1.4	Kompilierte und interpretierte Sprachen . . . . .	5
1.5	Dies und das . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Programmiertechniken</b>	<b>7</b>
2.1	Rekursion . . . . .	7
2.2	Backtracking . . . . .	10
2.3	Funktionen höherer Ordnung . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Logik</b>	<b>11</b>
3.1	Prädikatenlogik erster Stufe . . . . .	11
3.1.1	Symbole . . . . .	11
3.1.2	Terme . . . . .	12
3.1.3	Ausdrücke . . . . .	13
3.1.4	1. Stufe . . . . .	14
3.1.5	Freie Variablen . . . . .	15
3.1.6	Metasprachliche Ausdrücke . . . . .	15
3.1.7	Substitutionen . . . . .	16
<b>4</b>	<b><math>\lambda</math>-Kalkül</b>	<b>19</b>
4.1	Reduktionen . . . . .	19
4.2	Auswertungsstrategien . . . . .	20
4.3	Church-Zahlen . . . . .	21
4.4	Weiteres . . . . .	21

<b>5</b>	<b>Haskell</b>	<b>23</b>
5.1	Erste Schritte . . . . .	23
5.1.1	Hello World . . . . .	23
5.2	Syntax . . . . .	24
5.2.1	Klammern und Funktionsdeklaration . . . .	24
5.2.2	if / else . . . . .	25
5.2.3	Rekursion . . . . .	25
5.2.4	Listen . . . . .	26
5.2.5	Strings . . . . .	28
5.3	Typen . . . . .	28
5.3.1	Standard-Typen . . . . .	28
5.3.2	Typinferenz . . . . .	29
5.3.3	type . . . . .	31
5.3.4	data . . . . .	31
5.4	Lazy Evaluation . . . . .	31
5.5	Beispiele . . . . .	32
5.5.1	Quicksort . . . . .	32
5.5.2	Fibonacci . . . . .	32
5.5.3	Quicksort . . . . .	33
5.5.4	Funktionen höherer Ordnung . . . . .	33
5.6	Weitere Informationen . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Prolog</b>	<b>35</b>
6.1	Erste Schritte . . . . .	35
6.1.1	Hello World . . . . .	35
6.2	Syntax . . . . .	35
6.3	Beispiele . . . . .	35
6.3.1	Humans . . . . .	35
6.3.2	Zebrarätsel . . . . .	36
6.4	Weitere Informationen . . . . .	38
<b>7</b>	<b>Scala</b>	<b>39</b>
7.1	Syntax . . . . .	39
7.2	Beispiele . . . . .	39

<b>8</b>	<b>X10</b>	<b>41</b>
8.1	Syntax . . . . .	41
8.2	Beispiele . . . . .	41
<b>9</b>	<b>C</b>	<b>43</b>
9.1	Datentypen . . . . .	43
9.2	ASCII-Tabelle . . . . .	45
9.3	Syntax . . . . .	45
9.4	Beispiele . . . . .	45
9.4.1	Hello World . . . . .	45
<b>10</b>	<b>MPI</b>	<b>47</b>
10.1	Syntax . . . . .	47
10.2	Beispiele . . . . .	47
<b>11</b>	<b>Compilerbau</b>	<b>49</b>
11.1	Funktionsweise . . . . .	51
11.2	Lexikalische Analyse . . . . .	51
11.2.1	Reguläre Ausdrücke . . . . .	51
11.2.2	Lex . . . . .	52
11.3	Syntaktische Analyse . . . . .	53
11.4	Semantische Analyse . . . . .	53
11.5	Zwischencodeoptimierung . . . . .	54
11.6	Codegenerierung . . . . .	54
	<b>Bildquellen</b>	<b>57</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>59</b>
	<b>Ergänzende Definitionen</b>	<b>61</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>65</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>66</b>





# 1 Programmiersprachen

Im folgenden werden einige Begriffe definiert anhand derer Programmiersprachen unterschieden werden können.

## Definition 1

Eine **Programmiersprache** ist eine formale Sprache, die durch eine Spezifikation definiert wird und mit der Algorithmen beschrieben werden können. Elemente dieser Sprache heißen **Programme**.

Ein Beispiel für eine Sprachspezifikation ist die *Java Language Specification*.<sup>1</sup> Obwohl es kein guter Stil ist, ist auch eine Referenzimplementierung eine Form der Spezifikation.

Im Folgenden wird darauf eingegangen, anhand welcher Kriterien man Programmiersprachen unterscheiden kann.

## 1.1 Abstraktion

Wie nah an den physikalischen Prozessen im Computer ist die Sprache? Wie nah ist sie an einer mathematisch / algorithmischen Beschreibung?

## Definition 2

Eine **Maschinensprache** beinhaltet ausschließlich Instruktionen, die direkt von einer CPU ausgeführt werden können. Die Menge dieser Instruktionen sowie deren Syntax wird **Befehlssatz** genannt.

---

<sup>1</sup>Zu finden unter <http://docs.oracle.com/javase/specs/>

**Beispiel 1 (Maschinensprachen)**

1) x86:

2) SPARC:

**Definition 3**

Assembler TODO

**Beispiel 2 (Assembler)**

TODO

## 1.2 Paradigmen

Die grundlegendste Art, wie man Programmiersprachen unterscheiden kann ist das sog. „Programmierparadigma“, also die Art wie man Probleme löst.

**Definition 4 (Imperatives Paradigma)**

In der imperativen Programmierung betrachtet man Programme als eine Folge von Anweisungen, die vorgibt auf welche Art etwas Schritt für Schritt gemacht werden soll.

**Definition 5 (Prozedurales Paradigma)**

Die prozedurale Programmierung ist eine Erweiterung des imperativen Programmierparadigmas, bei dem man versucht die Probleme in kleinere Teilprobleme zu zerlegen.

**Definition 6 (Funktionales Paradigma)**

In der funktionalen Programmierung baut man auf Funktionen und ggf. Funktionen höherer Ordnung, die eine Aufgabe ohne Nebeneffekte lösen.

Haskell ist eine funktionale Programmiersprache, C ist eine nicht-funktionale Programmiersprache.

Wichtige Vorteile von funktionalen Programmiersprachen sind:

- Sie sind weitgehend (jedoch nicht vollständig) frei von Seiteneffekten.

- Der Code ist häufig sehr kompakt und manche Probleme lassen sich sehr elegant formulieren.

**Definition 7 (Logisches Paradigma)**

In der logischen Programmierung baut auf der Unifikation auf.

genauer

## 1.3 Typisierung

Eine weitere Art, Programmiersprachen zu unterscheiden ist die Stärke ihrer Typisierung.

**Definition 8 (Dynamische Typisierung)**

Bei dynamisch typisierten Sprachen kann eine Variable ihren Typ ändern.

Beispiele sind Python und PHP.

**Definition 9 (Statische Typisierung)**

Bei statisch typisierten Sprachen kann eine niemals ihren Typ ändern.

Beispiele sind C, Haskell und Java.

## 1.4 Kompilierte und interpretierte Sprachen

Sprachen werden üblicherweise entweder interpretiert oder kompiliert, obwohl es Programmiersprachen gibt, die beides unterstützen.

C und Java werden kompiliert, Python und TCL interpretiert.

## 1.5 Dies und das

**Definition 10 (Seiteneffekt)**

Seiteneffekte sind Veränderungen des Zustandes.

Das  
geht  
besser

Manchmal werden Seiteneffekte auch als Nebeneffekt oder Wirkung bezeichnet.

**Definition 11 (Unifikation)**

Die Unifikation ist eine Operation in der Logik und dient zur Vereinfachung prädikatenlogischer Ausdrücke.

Das ist keine formale Definition!

**Beispiel 3 (Unifikation)**

# 2 Programmiertechniken

## 2.1 Rekursion

### Definition 12 (rekursive Funktion)

Eine Funktion  $f : X \rightarrow X$  heißt rekursiv definiert, wenn in der Definition der Funktion die Funktion selbst wieder steht.

### Beispiel 4 (rekursive Funktionen)

1) Fibonacci-Funktion:

$$\begin{aligned} fib : \mathbb{N}_0 &\rightarrow \mathbb{N}_0 \\ fib(n) &= \begin{cases} n & \text{falls } n \leq 1 \\ fib(n-1) + fib(n-2) & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Erzeugt die Zahlen 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

2) Fakultät:

$$\begin{aligned} ! : \mathbb{N}_0 &\rightarrow \mathbb{N}_0 \\ n! &= \begin{cases} 1 & \text{falls } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1)! & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

3) Binomialkoeffizient:

$$\begin{aligned} \binom{\cdot}{\cdot} : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 &\rightarrow \mathbb{N}_0 \\ \binom{n}{k} &= \begin{cases} 1 & \text{falls } k = 0 \vee k = n \\ \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Ein Problem von rekursiven Funktionen in Computerprogrammen ist der Speicherbedarf. Für jeden rekursiven Aufruf müssen alle Umgebungsvariablen der aufrufenden Funktion („stack frame“) gespeichert bleiben, bis der rekursive Aufruf beendet ist. Im Fall der Fibonacci-Funktion sieht der Call-Stack in Abb. 2.1 abgebildet.

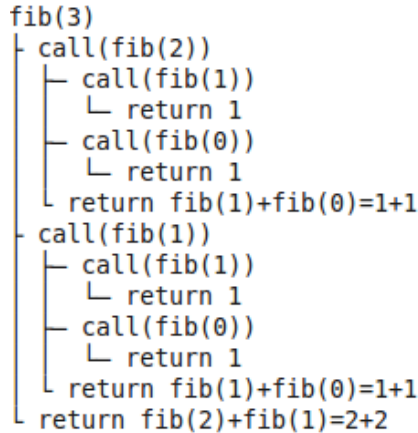


Abbildung 2.1: Call-Stack der Fibonacci-Funktion

### Bemerkung 1

Die Anzahl der rekursiven Aufrufe der Fibonacci-Funktion  $f_C$  ist:

$$f_C(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 0 \\ 2 \cdot fib(n) - 1 & \text{falls } n \geq 1 \end{cases}$$

### Beweis:

- Offensichtlich gilt  $f_C(0) = 1$
- Offensichtlich gilt  $f_C(1) = 1 = 2 \cdot fib(1) - 1$
- Offensichtlich gilt  $f_C(2) = 3 = 2 \cdot fib(2) - 1$
- Für  $n \geq 3$ :

$$\begin{aligned} f_C(n) &= 1 + f_C(n-1) + f_C(n-2) \\ &= 1 + (2 \cdot fib(n-1) - 1) + (2 \cdot fib(n-2) - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \cdot (\text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)) - 1 \\
 &= 2 \cdot \text{fib}(n) - 1
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Formel von Moivre-Binet folgt:

$$f_C \in \mathcal{O}\left(\frac{\varphi^n - \psi^n}{\varphi - \psi}\right) \text{ mit } \varphi := \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ und } \psi := 1 - \varphi$$

Dabei ist der Speicherbedarf  $\mathcal{O}(n)$ . Dieser kann durch das Benutzen eines Akkumulators signifikant reduziert werden.

TODO

### Definition 13 (linear rekursive Funktion)

Eine Funktion heißt linear rekursiv, wenn in jedem Definitionszweig der Funktion höchstens ein rekursiver Aufruf vorkommt.

### Definition 14 (endrekursive Funktion)

Eine Funktion heißt endrekursiv, wenn in jedem Definitionszweig der Rekursive aufruf am Ende des Ausdrucks steht. Der rekursive Aufruf darf also insbesondere nicht in einen anderen Ausdruck eingebettet sein.

Auf Englisch heißen endrekursive Funktionen *tail recursive*.

### Beispiel 5 (Linear- und endrekursive Funktionen)

- 1) `fak n = if (n==0) then 1 else (n * fak (n-1))`  
ist eine linear rekursive Funktion, aber nicht endrekursiv, da nach der Rückgabe von `fak (n-1)` noch die Multiplikation ausgewertet werden muss.
- 2) `fakAcc n acc = if (n==0) then acc else fakAcc (n-1) (n*acc)`  
ist eine endrekursive Funktion.
- 3) `fib n = n <= 1 ? n : fib(n-1) + fib (n-2)`  
ist weder linear- noch endrekursiv.

Wenn eine rekursive Funktion nicht terminiert oder wenn

## 2.2 Backtracking

## 2.3 Funktionen höherer Ordnung

Funktionen höherer Ordnung sind Funktionen, die auf Funktionen arbeiten. Bekannte Beispiele sind:

- `map(function, list)`  
map wendet `function` auf jedes einzelne Element aus `list` an.
- `filter(function, list)`  
filter gibt eine Liste aus Elementen zurück, für die `function` mit `true` evaluiert.
- `reduce(function, list)`  
`function` ist für zwei Elemente aus `list` definiert und gibt ein Element des gleichen Typs zurück. Nun steckt `reduce` zuerst zwei Elemente aus `list` in `function`, merkt sich dann das Ergebnis und nimmt so lange weitere Elemente aus `list`, bis jedes Element genommen wurde.  
Bei `reduce` ist die Assoziativität wichtig (vgl. Abschnitt 5.5.4)



# 3 Logik

## 3.1 Prädikatenlogik erster Stufe

Folgendes ist von [http://de.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A4dikatenlogik\\_erster\\_Stufe](http://de.wikipedia.org/wiki/Pr%C3%A4dikatenlogik_erster_Stufe)

Die Prädikatenlogik erster Stufe ist ein Teilgebiet der mathematischen Logik. Sie befasst sich mit der Struktur gewisser mathematischer Ausdrücke und dem logischen Schließen, mit dem man von derartigen Ausdrücken zu anderen gelangt. Dabei gelingt es, sowohl die Sprache als auch das Schließen rein syntaktisch, das heißt ohne Bezug zu mathematischen Bedeutungen, zu definieren. [...]

Wir beschreiben hier die verwendete Sprache auf rein syntaktische Weise, das heißt wir legen die betrachteten Zeichenketten, die wir Ausdrücke der Sprache nennen wollen, ohne Bezug auf ihre Bedeutung fest.

### 3.1.1 Symbole

Eine Sprache erster Stufe wird aus folgenden Symbolen aufgebaut:

- $\forall, \exists, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, (, ), \equiv$
- sogenannte Variablensymbole  $v_0, v_1, v_2, \dots$ ,
- eine (möglicherweise leere) Menge  $\mathcal{C}$  von Konstantensymbolen,
- eine (möglicherweise leere) Menge  $\mathcal{F}$  von Funktionssymbolen,

- eine (möglicherweise leere) Menge  $\mathcal{R}$  von Relationssymbolen.

Das Komma wird hier nur als Trennzeichen für die Aufzählung der Symbole benutzt, es ist nicht Symbol der Sprache.

### 3.1.2 Terme

Die nach folgenden Regeln aufgebauten Zeichenketten heißen Terme:

- Ist  $v$  ein Variablensymbol, so ist  $v$  ein Term.
- Ist  $c$  ein Konstantensymbol, so ist  $c$  ein Term.
- Ist  $f$  ein 1-stelliges Funktionssymbol und ist  $t_1$  ein Term, so ist  $ft_1$  ein Term.
- Ist  $f$  ein 2-stelliges Funktionssymbol und sind  $t_1, t_2$  Terme, so ist  $ft_1t_2$  ein Term.
- Ist  $f$  ein 3-stelliges Funktionssymbol und sind  $t_1, t_2, t_3$  Terme, so ist  $ft_1t_2t_3$  ein Term.
- und so weiter für 4,5,6,...-stellige Funktionssymbole.

Ist zum Beispiel  $c$  eine Konstante und sind  $f$  und  $g$  1- bzw. 2-stellige Funktionssymbole, so ist  $fgv_2fc$  ein Term, da er sich durch Anwendung obiger Regeln erstellen lässt:  $c$  ist ein Term, daher auch  $fc$ ;  $fc$  und  $v_2$  sind Terme, daher auch  $gv_2fc$  und damit schließlich auch  $fgv_2fc$ .

Wir verzichten hier auf Klammern und Kommata als Trennzeichen, das heißt wir schreiben  $fgv_2fc$  und nicht  $f(g(v_2, f(c)))$ . Wir setzen damit implizit voraus, dass unsere Symbole derart beschaffen sind, dass eine eindeutige Lesbarkeit gewährleistet ist.

Die Regeln für die Funktionssymbole fasst man oft so zusammen:

- Ist  $f$  ein  $n$ -stelliges Funktionssymbol und sind  $t_1, \dots, t_n$  Terme, so ist  $ft_1 \dots t_n$  ein Term.

Damit ist nichts anderes als die oben angedeutete unendliche Folge von Regeln gemeint, denn die drei Punkte ... gehören nicht zu den vereinbarten Symbolen. Dennoch wird manchmal von dieser Schreibweise Gebrauch gemacht.

Über den Aufbau der Terme lassen sich weitere Eigenschaften definieren. So definieren wir offenbar durch die folgenden drei Regeln rekursiv, welche Variablen in einem Term vorkommen:

- Ist  $v$  ein Variablensymbol, so sei  $\text{var}(v) = \{v\}$ .
- Ist  $c$  ein Konstantensymbol, so sei  $\text{var}(c) = \emptyset$ .
- Ist  $f$  ein  $n$ -stelliges Funktionssymbol und sind  $t_1, \dots, t_n$  Terme, so sei  $\text{var}(ft_1 \dots t_n) = \text{var}(t_1) \cup \dots \cup \text{var}(t_n)$ .

### 3.1.3 Ausdrücke

Wir erklären nun durch Bildungsgesetze, welche Zeichenketten wir als Ausdrücke der Sprache ansehen wollen.

#### Atomare Ausdrücke

- Sind  $t_1$  und  $t_2$  Terme, so ist  $t_1 \equiv t_2$  ein Ausdruck.
- Ist  $R$  ein 1-stelliges Relationssymbol und ist  $t_1$  ein Term, so ist  $Rt_1$  ein Ausdruck.
- Ist  $R$  ein 2-stelliges Relationssymbol und sind  $t_1, t_2$  Terme, so ist  $Rt_1t_2$  ein Ausdruck.
- und so weiter für 3,4,5,...-stellige Relationssymbole.

Dabei gelten die oben zur Schreibweise bei Termen gemachten Bemerkungen.

## Zusammengesetzte Ausdrücke

Wir beschreiben hier, wie sich aus Ausdrücken weitere gewinnen lassen.

- Ist  $\varphi$  ein Ausdruck, so ist auch  $\neg\varphi$  ein Ausdruck.
- Sind  $\varphi$  und  $\psi$  Ausdrücke, so sind auch  $(\varphi \wedge \psi)$ ,  $(\varphi \vee \psi)$ ,  $(\varphi \rightarrow \psi)$  und  $(\varphi \leftrightarrow \psi)$  Ausdrücke.
- Ist  $\varphi$  ein Ausdruck und ist  $x$  eine Variable, so sind auch  $\forall x\varphi$  und  $\exists x\varphi$  Ausdrücke.

Damit sind alle Ausdrücke unserer Sprache festgelegt. Ist zum Beispiel  $f$  ein 1-stelliges Funktionssymbol und  $R$  ein 2-stelliges Relationssymbol, so ist  $\forall v_0((Rv_0v_1 \vee v_0 \equiv fv_1) \rightarrow \exists v_2 \neg Rv_0v_2)$  ein Ausdruck, da er sich durch Anwendung obiger Regeln aufbauen lässt. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass wir die Ausdrücke mittels der genannten Regeln rein mechanisch erstellen, ohne dass die Ausdrücke zwangsläufig irgendetwas bezeichnen müssten.

### 3.1.4 1. Stufe

Unterschiedliche Sprachen erster Stufe unterscheiden sich lediglich in den Mengen  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{R}$ , die man üblicherweise zur Symbolmenge  $S$  zusammenfasst und auch die *Signatur* der Sprache nennt. Man spricht dann auch genauer von  $S$ -Termen bzw.  $S$ -Ausdrücken. Die Sprache, das heißt die Gesamtheit aller nach obigen Regeln gebildeten Ausdrücke, wird mit  $L(S)$ ,  $L^S$  oder  $L_I^S$  bezeichnet. Bei letzterem steht die römische  $I$  für die 1-te Stufe. Dies bezieht sich auf den Umstand, dass gemäß letzter Erzeugungsregel nur über Variable quantifiziert werden kann.  $L_I^S$  sieht nicht vor, über alle Teilmengen einer Menge oder über alle Funktionen zu quantifizieren. So lassen sich die üblichen [[Peano-Axiome]] nicht in  $L_I^S$  ausdrücken, da das Induktionsaxiom eine Aussage über alle Teilmengen der natürlichen Zahlen macht. Das kann als Schwäche dieser Sprache angesehen werden, allerdings sind die Axiome

der [[Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre]] sämtlich in der ersten Stufe mit dem einzigen Symbol  $\in$  formulierbar, so dass die erste Stufe prinzipiell für die Mathematik ausreicht.

### 3.1.5 Freie Variablen

Weitere Eigenschaften von Ausdrücken der Sprache  $L_I^S$  lassen sich ebenfalls rein syntaktisch definieren. Gemäß dem oben beschriebenen Aufbau durch Bildungsregeln definieren wir die Menge  $\text{frei}(\varphi)$  der im Ausdruck  $\varphi$  frei vorkommenden Variablen wie folgt:

- $\text{frei}(t_1 \equiv t_2) = \text{var}(t_1) \cup \text{var}(t_2)$
- $\text{frei}(Rt_1 \dots t_n) = \text{var}(t_1) \cup \dots \cup \text{var}(t_n)$
- $\text{frei}(\neg\varphi) = \text{frei}(\varphi)$
- $\text{frei}(\varphi \wedge \psi) = \text{frei}(\varphi) \cup \text{frei}(\psi)$  und genauso für  $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- $\text{frei}(\forall x\varphi) = \text{frei}(\varphi) \setminus \{x\}$
- $\text{frei}(\exists x\varphi) = \text{frei}(\varphi) \setminus \{x\}$

Nicht-freie Variable heißen *gebundene Variable*. Ausdrücke  $\varphi$  ohne freie Variable, das heißt solche mit  $\text{frei}(\varphi) = \emptyset$ , nennt man *Sätze*. Sämtliche in obigem motivierenden Beispiel angegebenen Axiome der geordneten abelschen Gruppen sind bei entsprechender Übersetzung in die Sprache  $L_I^{\{0,+, -, \leq\}}$  Sätze, so zum Beispiel  $\forall v_0 \forall v_1 + v_0 v_1 \equiv + v_1 v_0$  für das Kommutativgesetz.

### 3.1.6 Metasprachliche Ausdrücke

Das gerade gegebene Beispiel  $\forall v_0 \forall v_1 + v_0 v_1 \equiv + v_1 v_0$  als Symbolisierung des Kommutativgesetzes in der Sprache  $L_I^{\{0,+, -, \leq\}}$  zeigt, dass die entstehenden Ausdrücke oft schwer lesbar sind. Daher kehrt der Mathematiker, und oft auch der Logiker, gern zur klassischen Schreibweise  $\forall x, y : x + y = y + x$  zurück. Letzteres ist aber

kein Ausdruck der Sprache  $L_I^{\{0,+, -, \leq\}}$  sondern nur eine Mitteilung eines solchen Ausdrucks unter Verwendung anderer Symbole einer anderen Sprache, hier der sogenannten [[Metasprache]], das heißt derjenigen Sprache, in der man über  $L_I^{\{0,+, -, \leq\}}$  spricht. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit lässt man auch gern überflüssige Klammern fort. Das führt nicht zu Problemen, solange klar bleibt, dass man die leichter lesbaren Zeichenketten jederzeit zurückübersetzen könnte.

### 3.1.7 Substitutionen

Häufig werden in der Mathematik Variablen durch Terme ersetzt. Auch das lässt sich hier rein syntaktisch auf Basis unserer Symbole erklären. Durch folgende Regeln legen wir fest, was es bedeuten soll, den Term  $t$  für eine Variable  $x$  einzusetzen. Wir folgen dabei wieder dem regelhaften Aufbau von Termen und Ausdrücken. Die Ersetzung wird als  $[\ ]_x^t$  notiert, wobei die eckigen Klammern weggelassen werden dürfen.

Für Terme  $s$  wird die Einsetzung  $s_x^t$  wie folgt definiert:

- Ist  $v$  ein Variablensymbol, so ist  $v_x^t$  gleich  $t$  falls  $v = x$  und  $v$  sonst.
- Ist  $c$  ein Konstantensymbol, so ist  $c_x^t := c$ .
- Sind  $f$  ein  $n$ -stelliges Funktionssymbol und  $t_1, \dots, t_n$  Terme, so ist  $[ft_1 \dots t_n]_x^t := ft_1^t \dots t_n^t$ .

Für Ausdrücke schreiben wir eckige Klammern um den Ausdruck, in dem die Substitution vorgenommen werden soll. Wir legen fest:

- $[t_1 \equiv t_2]_x^t := t_1^t \equiv t_2^t$
- $[Rt_1 \dots t_n]_x^t := Rt_1^t \dots t_n^t$
- $[\neg \varphi]_x^t := \neg[\varphi]_x^t$
- $[(\varphi \vee \psi)]_x^t := ([\varphi]_x^t \vee [\psi]_x^t)$  und genauso für  $\wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$

- $[\exists x\varphi]_x^t := \exists x\varphi$ ; analog für den Quantor  $\forall$
- $[\exists y\varphi]_x^t := \exists y[\varphi]_x^t$  falls  $x \neq y$  und  $y \notin \text{var}(t)$ ; analog für den Quantor  $\forall$
- $[\exists y\varphi]_x^t := \exists u[\varphi]_{y\ x}^{u\ t}$  falls  $x \neq y$  und  $y \in \text{var}(t)$ , wobei  $u$  eine Variable sei, die nicht in  $\varphi$  oder  $t$  vorkommt, zum Beispiel die erste der Variablen  $v_0, v_1, v_2, \dots$ , die diese Bedingung erfüllt. Die analoge Festlegung wird für  $\forall$  getroffen.

Bei dieser Definition wurde darauf geachtet, dass Variablen nicht unbeabsichtigt in den Einflussbereich eines Quantors geraten. Falls die gebundene Variable  $x$  im Term auftritt, so wird diese zuvor durch eine andere ersetzt, um so die Variablenkollision zu vermeiden.

### Definition 15 (Freie Variable)

Eine Variable, die nicht gebunden ist, heißt frei.

### Beispiel 6 (Freie Variablen<sup>1</sup>)

In dem Ausdruck  $(\lambda x \rightarrow xy)$  ist  $y$  eine freie Variable.

### Definition 16 (Kombinator)

Ein Kombinator ist eine Funktion oder Definition ohne freie Variablen.

### Beispiel 7 (Kombinatoren<sup>2</sup>)

- 1)  $\lambda a \rightarrow a$
- 2)  $\lambda a \rightarrow \lambda b \rightarrow a$
- 3)  $\lambda f \rightarrow \lambda a \rightarrow \lambda b \rightarrow fba$

---

<sup>1</sup>Quelle: [http://www.haskell.org/haskellwiki/Free\\_variable](http://www.haskell.org/haskellwiki/Free_variable)

<sup>2</sup>Quelle: <http://www.haskell.org/haskellwiki/Combinator>





## 4 $\lambda$ -Kalkül

Der Lambda-Kalkül ist eine formale Sprache. In diesem Kalkül gibt es drei Arten von Termen  $T$ :

- Variablen:  $x$
- Applikationen:  $(TT)$
- Lambda:  $\lambda x.T$

Es ist zu beachten, dass Funktionsapplikation linksassoziativ ist. Es gilt also:

$$a \ b \ c \ d = ((a \ b) \ c) \ d$$

### Definition 17 (Freie Variable)

TODO

### Definition 18 (Gebundene Variable)

Eine Variable heißt gebunden, wenn sie nicht frei ist.

## 4.1 Reduktionen

### Definition 19 ( $\alpha$ -Äquivalenz)

Zwei Terme  $T_1, T_2$  heißen  $\alpha$ -Äquivalent, wenn  $T_1$  durch konsistente Umbenennung in  $T_2$  überführt werden kann.

Man schreibt dann:  $T_1 \stackrel{\alpha}{=} T_2$ .

**Beispiel 8 ( $\alpha$ -Äquivalenz)**

$$\begin{aligned}\lambda x.x &\stackrel{\alpha}{=} \lambda y.y \\ \lambda x.xx &\stackrel{\alpha}{=} \lambda y.yy \\ \lambda x.(\lambda y.z(\lambda x.zy)y) &\stackrel{\alpha}{=} \lambda a.(\lambda x.z(\lambda c.zx)x)\end{aligned}$$

**Definition 20 ( $\beta$ -Äquivalenz)**

TODO

**Beispiel 9 ( $\beta$ -Äquivalenz)**

TODO

**Definition 21 ( $\eta$ -Äquivalenz)**

Zwei Terme  $\lambda x.f$  und  $f$  heißen  $\eta$ -Äquivalent, wenn  $x$  nicht freie Variable von  $f$  ist.

**Beispiel 10 ( $\eta$ -Äquivalenz)**

TODO

## 4.2 Auswertungsstrategien

**Definition 22 (Normalenreihenfolge)**

In der Normalenreihenfolge-Auswertungsstrategie wird der linkeste äußerste Redex ausgewertet.

**Definition 23 (Call-By-Name)**

In der Call-By-Name Auswertungsreihenfolge wird der linkeste äußerste Redex reduziert, der nicht von einem  $\lambda$  umgeben ist.

Die Call-By-Name Auswertung wird in Funktionen verwendet.

**Definition 24 (Call-By-Value)**

In der Call-By-Value Auswertung wird der linkeste Redex reduziert, der nicht von einem  $\lambda$  umgeben ist und dessen Argument ein Wert ist.

Die Call-By-Value Auswertungsreihenfolge wird in C und Java verwendet. Auch in Haskell werden arithmetische Ausdrücke in der Call-By-Name Auswertungsreihenfolge reduziert.

## 4.3 Church-Zahlen

TODO

## 4.4 Weiteres

### **Satz 4.1 (Satz von Church-Rosser)**

Wenn zwei unterschiedliche Terme  $a$  und  $b$  äquivalent sind, d.h. mit Reduktionsschritten beliebiger Richtung ineinander transformiert werden können, dann gibt es einen weiteren Term  $c$ , zu dem sowohl  $a$  als auch  $b$  reduziert werden können.



# 5 Haskell

Haskell ist eine funktionale Programmiersprache, die von Haskell Brooks Curry entwickelt und 1990 in Version 1.0 veröffentlicht wurde.

Wichtige Konzepte sind:

1. Funktionen höherer Ordnung
2. anonyme Funktionen (sog. Lambda-Funktionen)
3. Pattern Matching
4. Unterversorgung
5. Typinferenz

Haskell kann mit „Glasgow Haskell Compiler“ mittels `ghci` interpretiert und mittels

## 5.1 Erste Schritte

Haskell kann unter [www.haskell.org/platform/](http://www.haskell.org/platform/) für alle Plattformen heruntergeladen werden. Unter Debian-Systemen ist das Paket `ghc` bzw. `haskell-platform` relevant.

### 5.1.1 Hello World

Speichere folgenden Quelltext als `hello-world.hs`:

---

```
1 main = putStrLn "Hello, World!"
```

---

Kompiliere ihn mit `ghc -o hello hello-world.hs`. Es wird eine ausführbare Datei erzeugt.

Alternativ kann es direkt mit `runghc hello-world.hs` ausgeführt werden.

## 5.2 Syntax

### 5.2.1 Klammern und Funktionsdeklaration

Haskell verzichtet an vielen Stellen auf Klammern. So werden im Folgenden die Funktionen  $f(x) := \frac{\sin x}{x}$  und  $g(x) := x \cdot f(x^2)$  definiert:

```
f :: Floating a => a -> a
f x = sin x / x
```

```
g :: Floating a => a -> a
g x = x * (f (x*x))
```

Die Funktionsdeklarationen mit den Typen sind nicht notwendig, da die Typen aus den benutzten Funktionen abgeleitet werden.

Zu lesen ist die Deklaration wie folgt:

```
[Funktionsname] :: [Typendefinitionen] =>
                  Signatur
```

T. Def. Die Funktion `f` benutzt als Parameter bzw. Rückgabewert einen Typen. Diesen Typen nennen wir `a` und er ist vom Typ `Floating`. Auch `b`, wasweisich oder etwas ähnliches wäre ok.

Signatur Die Signatur liest man am einfachsten von hinten:

- $f$  bildet auf einen Wert vom Typ  $a$  ab und
- $f$  hat genau einen Parameter  $a$

Gibt es Funktionsdeklarationen, die bis auf Wechsel des Namens und der Reihenfolge äquivalent sind?

### 5.2.2 if / else

Das folgende Beispiel definiert den Binomialkoeffizienten (vgl. Beispiel 4.3)

```
binom :: (Eq a, Num a, Num a1) => a -> a -> a1
binom n k =
    if (k==0) || (k==n)
    then 1
    else binom (n-1) (k-1) + binom (n-1) k
```

Das könnte man auch mit sog. Guards machen:

```
binom :: (Eq a, Num a, Num a1) => a -> a -> a1
binom n k
    | (k==0) || (k==n) = 1
    | otherwise        = binom (n-1) (k-1)
                        + binom (n-1) k
```

### 5.2.3 Rekursion

Die Fakultätsfunktion wurde wie folgt implementiert:

$$fak(n) := \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 0 \\ n \cdot fak(n) & \text{sonst} \end{cases}$$

```
fak :: (Eq a, Num a) => a -> a
fak n = if (n==0) then 1 else n * fak (n-1)
```

Diese Implementierung benötigt  $\mathcal{O}(n)$  rekursive Aufrufe und hat einen Speicherverbrauch von  $\mathcal{O}(n)$ . Durch einen **Akkumulator** kann dies verhindert werden:

```
fakAcc :: (Eq a, Num a) => a -> a -> a
fakAcc n acc = if (n==0)
                then acc
                else fakAcc (n-1) (n*acc)

fak :: (Eq a, Num a) => a -> a
fak n = fakAcc n 1
```

### 5.2.4 Listen

- `[]` erzeugt die leere Liste,
- `[1,2,3]` erzeugt eine Liste mit den Elementen 1,2,3
- `:` wird **cons** genannt und ist der Listenkonstruktor.
- `list !! i` gibt das *i*-te Element von `list` zurück.
- `head list` gibt den Kopf von `list` zurück, `tail list` den Rest:

```
Prelude> head []
*** Exception: Prelude.head: empty list
Prelude> tail []
*** Exception: Prelude.tail: empty list
Prelude> tail [1]
[]
Prelude> head [1]
1
Prelude> null []
True
Prelude> null [[]]
False
```



- `null list` prüft, ob `list` leer ist.
- `length list` gibt die Anzahl der Elemente in `list` zurück.
- `maximum [1,9,1,3]` gibt 9 zurück (analog: `minimum`).
- `last [1,9,1,3]` gibt 3 zurück.
- `reverse [1,9,1,3]` gibt `[3,1,9,1]` zurück.
- `elem item list` gibt zurück, ob sich `item` in `list` befindet.

### Beispiel in der interaktiven Konsole

```
Prelude> let mylist = [1,2,3,4,5,6]
Prelude> head mylist
1
Prelude> tail mylist
[2,3,4,5,6]
Prelude> take 3 mylist
[1,2,3]
Prelude> drop 2 mylist
[3,4,5,6]
Prelude> mylist
[1,2,3,4,5,6]
Prelude> mylist ++ sndList
[1,2,3,4,5,6,9,8,7]
```

### List-Comprehensions

List-Comprehensions sind kurzschreibweisen für Listen, die sich an der Mengenschreibweise in der Mathematik orientieren. So entspricht die Menge

$$myList = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

$$test = \{ x \in myList \mid x > 2 \}$$

in etwa folgendem Haskell-Code:

```
Prelude> let mylist = [1,2,3,4,5,6]
Prelude> let test = [x | x <- mylist, x>2]
Prelude> test
[3,4,5,6]
```

### 5.2.5 Strings

- Strings sind Listen von Zeichen:  
`tail "ABCDEF"` gibt `"BCDEF"` zurück.

## 5.3 Typen

### 5.3.1 Standard-Typen

Haskell kennt einige Basis-Typen:

- **Int**: Ganze Zahlen. Der Zahlenbereich kann je nach Implementierung variieren, aber der Haskell-Standard garantiert, dass das Intervall  $[-2^{29}, 2^{29} - 1]$  abgedeckt wird.
- **Integer**: beliebig große ganze Zahlen
- **Float**: Fließkommazahlen
- **Double**: Fließkommazahlen mit doppelter Präzision
- **Bool**: Wahrheitswerte
- **Char**: Unicode-Zeichen

Des weiteren gibt es einige strukturierte Typen:

- Listen: z. B. `[1,2,3]`
- Tupel: z. B. `(1,'a',2)`

- Brüche (Fractional, RealFrac)
- Summen-Typen: Typen mit mehreren möglichen Repräsentationen

### 5.3.2 Typinferenz

In Haskell werden Typen aus den Operationen geschlussfolgert. Dieses Schlussfolgern der Typen, die nicht explizit angegeben werden müssen, nennt man **Typinferenz**.

Haskell kennt die Typen aus Abb. 5.1.

Ein paar Beispiele zur Typinferenz:

```
Prelude> let x = \x -> x*x
Prelude> :t x
x :: Integer -> Integer
Prelude> x(2)
4
Prelude> x(2.2)
<interactive>:6:3:
  No instance for (Fractional Integer)
    arising from the literal '2.2'
  Possible fix: add an instance declaration for
                    (Fractional Integer)
  In the first argument of 'x', namely '(2.2)'
  In the expression: x (2.2)
  In an equation for 'it': it = x (2.2)

Prelude> let mult = \x y->x*y
Prelude> mult(2,5)
<interactive>:9:5:
  Couldn't match expected type 'Integer' with
                    actual type '(t0, t1)'
  In the first argument of 'mult', namely '(2, 5)'
```

*In the expression: `mult (2, 5)`*

*In an equation for 'it': `it = mult (2, 5)`*

**Prelude**> `mult 2 5`

10

**Prelude**> `:t mult`

`mult :: Integer -> Integer -> Integer`

**Prelude**> `let concat = \x y -> x ++ y`

**Prelude**> `concat [1,2,3] [3,2,1]`

`[1,2,3,3,2,1]`

**Prelude**> `:t concat`

`concat :: [a] -> [a] -> [a]`

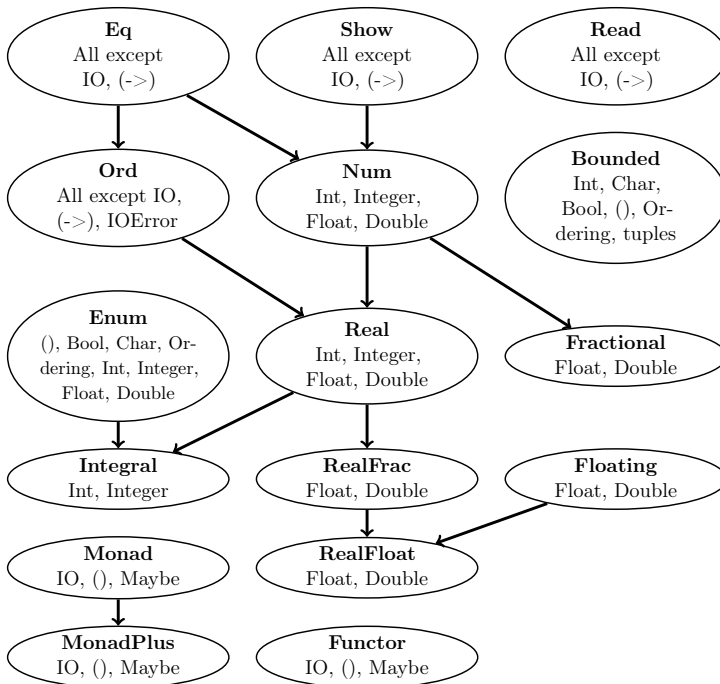


Abbildung 5.1: Hierarchie der Haskell Standardklassen

### 5.3.3 type

Mit `type` können Typsynonyme erstellt werden:

```
1 type Prenom = String
2 type Age = Double
3 type Person = (Prenom, Age)
4 type Friends = [Person]
```

### 5.3.4 data

Mit dem Schlüsselwort `data` können algebraische Datentypen erzeugt werden:

## 5.4 Lazy Evaluation

Haskell wertet Ausdrücke nur aus, wenn es nötig ist.

### Beispiel 11 (Lazy Evaluation)

Obwohl der folgende Ausdruck einen Teilausdruck hat, der einen Fehler zurückgeben würde, kann er aufgrund der Lazy Evaluation zu 2 evaluiert werden:

```
_____ lazy-evaluation.hs _____
1 g a b c
2   | c > 0      = b
3   | otherwise = a
4
5 main = do
6   print (g (1/0) 2 3)
```

Ein Spezialfall der Lazy-Evaluation ist die sog. *Kurzschlussauswertung*. Das bezeichnet die Lazy-Evaluation von booleschen Ausdrücken.

## 5.5 Beispiele

### 5.5.1 Quicksort

---

```

1  qsort []      = []
2  qsort (p:ps) = (qsort (filter (\x -> x<=p) ps))
3              ++ p:(qsort (filter (\x -> x> p) ps))

```

---

- Die leere Liste ergibt sortiert die leere Liste.
- Wähle das erste Element  $p$  als Pivotelement und teile die restliche Liste  $ps$  in kleinere und gleiche sowie in größere Elemente mit `filter` auf. Konkateniere diese beiden Listen mit `++`.

Durch das Ausnutzen von Unterversorgung lässt sich das ganze sogar noch kürzer schreiben:

---

```

1  qsort []      = []
2  qsort (p:ps) = (qsort (filter (<=p) ps))
3              ++ p:(qsort (filter (> p) ps))

```

---

### 5.5.2 Fibonacci

---

```

1  fib n
2    | (n == 0) = 0
3    | (n == 1) = 1
4    | otherwise = fib (n - 1) + fib (n - 2)

```

---



---

```

1  fibAkk n n1 n2
2    | (n == 0) = n1

```

---

```

3      | (n == 1) = n2
4      | otherwise = fibAkk (n - 1) n2 (n1 + n2)
5 fib n = fibAkk n 0 1

```

---

```

_____ fibonacci-zip.hs _____
1 fib = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)

```

---

```

_____ fibonacci-pattern-matching.hs _____
1 fib 0 = 0
2 fib 1 = 1
3 fib n = fib (n - 1) + fib (n - 2)

```

---

### 5.5.3 Quicksort

### 5.5.4 Funktionen höherer Ordnung

```

_____ folds.hs _____
1 summer :: [Int] -> Int
2 summer = foldr (-) 0
3
4 summel :: [Int] -> Int
5 summel = foldl (-) 0
6
7 main :: IO ()
8 main = do
9     print (summer [1,2,3])
10    -- 0-(1-(2-3)) = 0-(1-(-1)) = 2
11    print (summel [1,2,3])
12    -- ((0-1)-2)-3 = -6

```

---

## 5.6 Weitere Informationen

- [hackage.haskell.org/package/base-4.6.0.1](http://hackage.haskell.org/package/base-4.6.0.1): Referenz
- [haskell.org/hoogle](http://haskell.org/hoogle): Suchmaschine für das Haskell-Manual
- [wiki.ubuntuusers.de/Haskell](http://wiki.ubuntuusers.de/Haskell): Hinweise zur Installation von Haskell unter Ubuntu



# 6 Prolog

Prolog ist eine Programmiersprache, die das logische Programmierparadigma befolgt.

Eine interaktive Prolog-Sitzung startet man mit `swipl`.

In Prolog definiert man Terme.

## 6.1 Erste Schritte

### 6.1.1 Hello World

Speichere folgenden Quelltext als `hello-world.pl`:

Kompiliere ihn mit `gplc hello-world.pl`. Es wird eine ausführbare Datei erzeugt.

## 6.2 Syntax

## 6.3 Beispiele

### 6.3.1 Humans

Erstelle folgende Datei:

\_\_\_\_\_ `human.pro` \_\_\_\_\_

```

1 human(bob) .
2 human(socrates) .
3 human(antonio) .

```

---

Kompiliere diese mit

```

$ swipl -c human.pro
% library(swi_hooks) compiled into pce_swi_hooks
%                0.00 sec, 2,224 bytes
% human.pro compiled 0.00 sec, 644 bytes
% /usr/lib/swi-prolog/library/listing compiled into
%                prolog_listing 0.00 sec, 21,648 bytes

```

Dabei wird eine a.out Datei erzeugt, die man wie folgt nutzen kann:

```

$ ./a.out
Welcome to SWI-Prolog (Multi-threaded, 32 bits, Version 1.0.1)
Copyright (c) 1990-2011 University of Amsterdam, VU Amsterdam
SWI-Prolog comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY. This is free
software, and you are welcome to redistribute it under certain
conditions. Please visit http://www.swi-prolog.org for details.

```

For help, use ?- help(Topic). or ?- apropos(Word).

```

?- human(socrates) .
true.

```

### 6.3.2 Zebrarätsel

Folgendes Rätsel wurde von <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Zebrar%C3%A4tsel&oldid=126585006> entnommen:

1. Es gibt fünf Häuser.
2. Der Engländer wohnt im roten Haus.

3. Der Spanier hat einen Hund.
4. Kaffee wird im grünen Haus getrunken.
5. Der Ukrainer trinkt Tee.
6. Das grüne Haus ist direkt rechts vom weißen Haus.
7. Der Raucher von Altem-Gold-Zigaretten hält Schnecken als Haustiere.
8. Die Zigaretten der Marke Kools werden im gelben Haus geraucht.
9. Milch wird im mittleren Haus getrunken.
10. Der Norweger wohnt im ersten Haus.
11. Der Mann, der Chesterfields raucht, wohnt neben dem Mann mit dem Fuchs.
12. Die Marke Kools wird geraucht im Haus neben dem Haus mit dem Pferd.
13. Der Lucky-Strike-Raucher trinkt am liebsten Orangensaft.
14. Der Japaner raucht Zigaretten der Marke Parliaments.
15. Der Norweger wohnt neben dem blauen Haus.

Wer trinkt Wasser? Wem gehört das Zebra?

---

```

_____ zebraraetsel.pro _____
1 Street=[Haus1,Haus2,Haus3],
2 mitglied(haus(rot,_,_),Street),
3 mitglied(haus(blau,_,_),Street),
4 mitglied(haus, (grün,_,_),Street),
5 mitglied(haus(rot,australier,_,_),Street),
6 mitglied(haus(,italiener,tiger),Street),
7 sublist(haus(,_,eidechse),haus(,chinese,_,_),Street),
8 sublist(haus(blau,_,_),haus(,_,eidechse),Street),
9 mitglied(haus(,N,nilpferd),Street).

```

---

## 6.4 Weitere Informationen

- `wiki.ubuntuusers.de/Prolog`: Hinweise zur Installation von Prolog unter Ubuntu

# 7 Scala

Scala ist eine funktionale Programmiersprache, die auf der JVM aufbaut und in Java Bytecode kompiliert wird.

## 7.1 Syntax

## 7.2 Beispiele



## 8 X10

### 8.1 Syntax

### 8.2 Beispiele





# 9 C

C ist eine imperative Programmiersprache. Sie wurde in vielen Standards definiert. Die wichtigsten davon sind:

- C89
- C99
- ANSI C
- C11

Wo  
sind  
unter-  
schiede?

## 9.1 Datentypen

Die grundlegenden C-Datentypen sind

Typ	Größe
char	1 Byte
int	4 Bytes
float	4 Bytes
double	8 Bytes
void	0 Bytes

zusätzlich kann man `char` und `int` noch in `signed` und `unsigned` unterscheiden.

Dez.	Z.	Dez.	Z.	Dez.	Z.	Dez.	Z.
0		31		64	@	96	'
1				65	A	97	a
2				66	B	98	b
3					C	99	c
4					D	100	d
5					E		
6					F		
7					G		
8					H		
9					I		
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
31						127	

## 9.2 ASCII-Tabelle

## 9.3 Syntax

## 9.4 Beispiele

### 9.4.1 Hello World

Speichere den folgenden Text als `hello-world.c`:

```
_____ hello-world.c _____  
1 #include <stdio.h>  
2  
3 int main(void)  
4 {  
5     printf("Hello, World\n");  
6     return 0;  
7 }
```

Compiliere ihn mit `gcc hello-world.c`. Es wird eine ausführbare Datei namens `a.out` erzeugt.



# 10 MPI

Message Passing Interface (kurz: MPI) ist ein Standard, der den Nachrichtenaustausch bei parallelen Berechnungen auf verteilten Computersystemen beschreibt.

## 10.1 Syntax

## 10.2 Beispiele



# 11 Compilerbau

Wenn man über Compiler redet, meint man üblicherweise „vollständige Übersetzer“:

## Definition 25

Ein **Compiler** ist ein Programm  $C$ , das den Quelltext eines Programms  $A$  in eine ausführbare Form übersetzen kann.

Jedoch gibt es verschiedene Ebenen der Interpretation bzw. Übersetzung:

1. **Reiner Interpretierer**: TCL, Unix-Shell
2. **Vorübersetzung**: Java-Bytecode, Pascal P-Code, Python<sup>1</sup>, Smalltalk-Bytecode
3. **Laufzeitübersetzung**: JavaScript<sup>2</sup>
4. **Vollständige Übersetzung**: C, C++, Fortran

Zu sagen, dass Python eine interpretierte Sprache ist, ist in etwa so korrekt wie zu sagen, dass die Bibel ein Hardcover-Buch ist.<sup>3</sup>

Reine Interpretierer lesen den Quelltext Anweisung für Anweisung und führen diese direkt aus.

Bild

---

<sup>1</sup>Python hat auch `.pyc`-Dateien, die Python-Bytecode enthalten.

<sup>2</sup>JavaScript wird nicht immer zur Laufzeit übersetzt. Früher war es üblich, dass JavaScript nur interpretiert wurde.

<sup>3</sup>Quelle: [stackoverflow.com/a/2998544](https://stackoverflow.com/a/2998544), danke Alex Martelli für diesen Vergleich.

Bei der *Interpretation nach Vorübersetzung* wird der Quelltext analysiert und in eine für den Interpretierer günstigere Form übersetzt. Das kann z. B. durch

- Zuordnung Bezeichnergebrauch - Vereinbarung
- Transformation in Postfixbaum
- Typcheck, wo statisch möglich

geschehen. Diese Vorübersetzung ist nicht unbedingt maschinen-nah.

#### Bild

Die *Just-in-time-Compiler* (kurz: JIT-Compiler) betreiben Laufzeitübersetzung. Folgendes sind Vor- bzw. Nachteile von Just-in-time Compilern:

- schneller als reine Interpretierer
- Speichergewinn: Quelle kompakter als Zielprogramm
- Schnellerer Start des Programms
- Langsamer (pro Funktion) als vollständige Übersetzung
- kann dynamisch ermittelte Laufzeiteigenschaften berücksichtigen (dynamische Optimierung)

Moderne virtuelle Maschinen für Java und für .NET nutzen JIT-Compiler.

Bei der *vollständigen Übersetzung* wird der Quelltext vor der ersten Ausführung des Programms *A* in Maschinencode (z. B. x86, SPARC) übersetzt.

#### Bild

Was  
ist  
hier  
ge-  
meint?



## 11.1 Funktionsweise

Üblicherweise führt ein Compiler folgende Schritte aus:

1. Lexikalische Analyse
2. Syntaktische Analyse
3. Semantische Analyse
4. Zwischencodeoptimierung
5. Codegenerierung
6. Assemblieren und Binden

## 11.2 Lexikalische Analyse

In der lexikalischen Analyse wird der Quelltext als Sequenz von Zeichen betrachtet. Sie soll bedeutungstragende Zeichengruppen, sog. *Tokens*, erkennen und unwichtige Zeichen, wie z. B. Kommentare überspringen. Außerdem sollen Bezeichner identifiziert und in einer *Stringtabelle* zusammengefasst werden.

Beispiel 12

Beispiel erstellen

### 11.2.1 Reguläre Ausdrücke

#### Beispiel 13 (Regulärere Ausdrücke)

Folgender regulärer Ausdruck erkennt Float-Konstanten in C nach ISO/IEC 9899:1999 §6.4.4.2:

$$((0| \dots |9)^*.(0| \dots |9)^+)|((0| \dots |9)^+.)$$

**Satz 11.1**

Jede reguläre Sprache wird von einem (deterministischen) endlichen Automaten akzeptiert.

TODO: Bild einfügen

Zu jedem regulären Ausdruck im Sinne der theoretischen Informatik kann ein nichtdeterministischer Automat generiert werden. Dieser kann mittels Potenzmengenkonstruktion<sup>4</sup> in einen deterministischen Automaten überführen. Dieser kann dann mittels Äquivalenzklassen minimiert werden.

Alle Schritte beschreiben

**11.2.2 Lex**

Lex ist ein Programm, das beim Übersetzerbau benutzt wird um Tokenizer für die lexikalische Analyse zu erstellen. Flex ist eine Open-Source Variante davon.

Eine Flex-Datei besteht aus 3 Teilen, die durch %% getrennt werden:

Definitionen: Definiere Namen

%%

Regeln: Definiere reguläre Ausdrücke und  
zugehörige Aktionen (= Code)

%%

Code: zusätzlicher Code

x	Zeichen 'x' erkennen
"xy"	Zeichenkette 'xy' erkennen
\	Zeichen 'x' erkennen (TODO)
[xyz]	Zeichen x, y oder z erkennen
[a - z]	Alle Kleinbuchstaben erkennen
[ - z]	Alle Zeichen außer Kleinbuchstaben erkennen
x y	x oder y erkennen
(x)	x erkennen
x*	0, 1 oder mehrere Vorkommen von x erkennen
x+	1 oder mehrere Vorkommen von x erkennen
x?	0 oder 1 Vorkommen von x erkennen
{Name}	Expansion der Definition Name
\t, \n, \rq	Tabulator, Zeilenumbruch, Wagenrücklauf erkennen

## Reguläre Ausdrücke in Flex

### 11.3 Syntaktische Analyse

In der syntaktischen Analyse wird überprüft, ob die Tokenfolge zur kontextfreien Sprache gehört. Außerdem soll die hierarchische Struktur der Eingabe erkannt werden.

Ausgegeben wird ein **abstrakter Syntaxbaum**.

#### Beispiel 14 (Abstrakter Syntaxbaum)

TODO

Warum  
kon-  
text-  
frei?

Was  
ist ge-  
meint?

### 11.4 Semantische Analyse

Die semantische Analyse arbeitet auf einem abstrakten Syntaxbaum und generiert einen attribuierten Syntaxbaum.

Sie führt eine kontextsensitive Analyse durch. Dazu gehören:

<sup>4</sup><http://martin-thoma.com/potenzmengenkonstruktion/>

- **Namensanalyse:** Beziehung zwischen Deklaration und Verwendung
- **Typanalyse:** Bestimme und prüfe Typen von Variablen, Funktionen, ...
- **Konsistenzprüfung:** Wurden alle Einschränkungen der Programmiersprache eingehalten?

### Beispiel 15 (Attributeriter Syntaxbaum)

TODO

## 11.5 Zwischencodeoptimierung

Hier wird der Code in eine sprach- und zielunabhängige Zwischensprache transformiert. Dabei sind viele Optimierungen vorstellbar. Ein paar davon sind:

- **Konstantenfaltung:** Ersetze z. B.  $3 + 5$  durch 8.
- **Kopienfortschaffung:** Setze Werte von Variablen direkt ein
- **Code verschieben:** Führe Befehle vor der Schleife aus, statt in der Schleife
- **Gemeinsame Teilausdrücke entfernen:** Es sollen doppelte Berechnungen vermieden werden
- **Inlining:** Statt Methode aufzurufen, kann der Code der Methode an der Aufrufstelle eingebaut werden.

## 11.6 Codegenerierung

Der letzte Schritt besteht darin, aus dem generiertem Zwischencode den Maschinencode oder Assembler zu erstellen. Dabei muss folgendes beachtet werden:

- **Konventionen:** Wie werden z. B. im Laufzeitsystem Methoden aufgerufen?
- **Codeauswahl:** Welche Befehle kennt das Zielsystem?
- **Scheduling:** In welcher Reihenfolge sollen die Befehle angeordnet werden?
- **Registerallokation:** Welche Zwischenergebnisse sollen in welchen Prozessorregistern gehalten werden?
- **Nachoptimierung** \_\_\_\_\_

?



# Bildquellen

Abb. ??  $S^2$ : Tom Bombadil, [tex.stackexchange.com/a/42865](https://tex.stackexchange.com/a/42865)





# Abkürzungsverzeichnis

**Beh.** Behauptung

**Bew.** Beweis

**bzgl.** bezüglich

**bzw.** beziehungsweise

**ca.** circa

**d. h.** das heißt

**DEA** Deterministischer Endlicher Automat

**etc.** et cetera

**ggf.** gegebenenfalls

**sog.** sogenannte

**Vor.** Voraussetzung

**vgl.** vergleiche

**z. B.** zum Beispiel

**z. z.** zu zeigen



# Ergänzende Definitionen

## Definition 26 (Quantoren)

- a)  $\forall x \in X : p(x)$ : Für alle Elemente  $x$  aus der Menge  $X$  gilt die Aussage  $p$ .
- b)  $\exists x \in X : p(x)$ : Es gibt mindestens ein Element  $x$  aus der Menge  $X$ , für das die Aussage  $p$  gilt.
- c)  $\exists! x \in X : p(x)$ : Es gibt genau ein Element  $x$  in der Menge  $X$ , sodass die Aussage  $p$  gilt.

## Definition 27 (Prädikatenlogik)

Eine Prädikatenlogik ist ein formales System, das Variablen und Quantoren nutzt um Aussagen zu formulieren.

## Definition 28 (Aussagenlogik)

TODO

## Definition 29 (Grammatik)

Eine (formale) **Grammatik** ist ein Tupel  $(\Sigma, V, P, S)$  wobei gilt:

- (i)  $\Sigma$  ist eine endliche Menge und heißt **Alphabet**,
- (ii)  $V$  ist eine endliche Menge mit  $V \cap \Sigma = \emptyset$  und heißt **Menge der Nichtterminale**,
- (iii)  $S \in V$  heißt das **Startsymbol**
- (iv)  $P = \{ p : I \rightarrow r \mid I \in (V \cup \Sigma)^+, r \in (V \cup \Sigma)^* \}$  ist eine endliche Menge aus **Produktionsregeln**

Man schreibt:

- $a \Rightarrow b$ : Die Anwendung einer Produktionsregel auf  $a$  ergibt  $b$ .
- $a \Rightarrow^* b$ : Die Anwendung mehrerer (oder keiner) Produktionsregeln auf  $a$  ergibt  $b$ .
- $a \Rightarrow^+ b$ : Die Anwendung mindestens einer Produktionsregel auf  $a$  ergibt  $b$ .

### Beispiel 16 (Formale Grammatik)

Folgende Grammatik  $G = (\Sigma, V, P, A)$  erzeugt alle korrekten Klammerausdrücke:

- $\Sigma = \{ (, ) \}$
- $V = \{ \alpha \}$
- $s = \alpha$
- $P = \{ \alpha \rightarrow () \mid \alpha\alpha|(\alpha) \}$

### Definition 30 (Kontextfreie Grammatik)

Eine Grammatik  $(\Sigma, V, P, S)$  heißt **kontextfrei**, wenn für jede Produktion  $p : I \rightarrow r$  gilt:  $I \in V$ .

### Definition 31 (Sprache)

Sei  $G = (\Sigma, V, P, S)$  eine Grammatik. Dann ist

$$L(G) := \{ \omega \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* \omega \}$$

die Menge aller in der Grammatik ableitbaren Wörtern.  $L(G)$  heißt Sprache der Grammatik  $G$ .

### Definition 32

Sei  $G = (\Sigma, V, P, S)$  eine Grammatik und  $a \in (V \cup \Sigma)^+$ .

- a)  $\Rightarrow_L$  heißt **Linksableitung**, wenn die Produktion auf das linkeste Nichtterminal angewendet wird.
- b)  $\Rightarrow_R$  heißt **Rechtsableitung**, wenn die Produktion auf das rechteste Nichtterminal angewendet wird.

**Beispiel 17 (Links- und Rechtsableitung)**

Sie  $G$  wie zuvor die Grammatik der korrekten Klammerausdrücke:

$$\begin{array}{ll}
 \alpha \Rightarrow_L \alpha\alpha & \iff \alpha \Rightarrow_R \alpha\alpha \\
 \Rightarrow_L \alpha\alpha\alpha & \Rightarrow_R \alpha\alpha\alpha \\
 \Rightarrow_L ()\alpha\alpha & \Rightarrow_R \alpha\alpha() \\
 \Rightarrow_L ()(\alpha)\alpha & \Rightarrow_R \alpha(\alpha)() \\
 \Rightarrow_L ()(())\alpha & \Rightarrow_R \alpha(()()) \\
 \Rightarrow_L ()(())() & \Rightarrow_R ()(())()
 \end{array}$$

**Definition 33 (LL( $k$ )-Grammatik)**

Sei  $G = (\Sigma, V, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik.  $G$  heißt LL( $k$ )-Grammatik für  $k \in \mathbb{N}_{\geq 1}$ , wenn jeder Ableitungsschritt durch die linkesten  $k$  Symbole der Eingabe bestimmt ist.

Ein LL-Parser ist ein Top-Down-Parser, der die Eingabe von links nach rechts liest und versucht, eine Linksableitung der Eingabe zu berechnen. Ein LL( $k$ )-Parser kann  $k$  Token vorausschauen, wobei  $k$  als *Lookahead* bezeichnet wird.

Was ist die Eingabe einer Grammatik?

**Satz .2**

Für linksrekursive, kontextfreie Grammatiken  $G$  gilt:

$$\forall k \in \mathbb{N} : G \notin \text{SLL}(k)$$



# Symbolverzeichnis

## Reguläre Ausdrücke

$\emptyset$  Leere Menge

$\epsilon$  Das leere Wort

$\alpha, \beta$  Reguläre Ausdrücke

$L(\alpha)$  Die durch  $\alpha$  beschriebene Sprache

$L(\alpha|\beta) = L(\alpha) \cup L(\beta)$

$L(\alpha \cdot \beta) = L(\alpha) \cdot L(\beta)$

$\alpha^+ = L(\alpha)^+$  TODO: Was ist  $L(\alpha)^+$

$\alpha^* = L(\alpha)^*$  TODO: Was ist  $L(\alpha)^*$

$\perp$  Bottom





# Stichwortverzeichnis

- Ableitungsregel, *siehe* Produktionsregel
- Akkumulator, 26
- Alphabet, 61
- Analyse
  - lexikalische, 51
  - semantische, 53
  - syntaktische, 53
- Assembler, 4
- Ausdrücke
  - reguläre, 51
- Aussagenlogik, 61
- Backtracking, 10
- Befehlssatz, 3
- Binomialkoeffizient, 7
- C, 43–45
- Call-By-Name, 20
- Call-By-Value, 20
- char, 43
- Compiler, 49
  - Just-in-time, 50
- Compilerbau, 49–55
- cons, 26
- Datentyp
  - algebraischer, 31
- Datentypen, 43
- Fakultät, 7
- Fibonacci, 32
- Fibonacci-Funktion, 7
- filter, 10
- Flex, *siehe* Lex
- foldl, 33
- foldr, 33
- Folds, 33
- Funktion
  - endrekursive, 9
  - linear rekursive, 9
  - rekursive, 7
- Grammatik, 61
  - Kontextfreie, 62
- Guard, 25
- Haskell, 23–34
- int, 43
- JIT, *siehe* Just-in-time Compiler
- Kombinator, 17
- Kurzschlussauswertung, 31

- Lazy Evaluation, 31
- Lex, 52–53
- Linksableitung, 62
- List-Comprehension, 27
- LL(k)-Grammatik, 63
- Lookahead, 63
  
- map, 10
- Maschinensprache, 3
- MPI, 47
  
- Nebeneffekt, *siehe* Seiteneffekt
- Nichtterminal, 61
- Normalenreihenfolge, 20
  
- Prädikatenlogik, 61
- Produktionsregel, 61
- Programm, 3
- Programmiersprache, 3
- Programmierung
  - funktionale, 4
  - imperative, 4
  - logische, 5
  - prozedurale, 4
- Prolog, 35–38
  
- Quantor, 61
  
- Rechtsableitung, 62
- reduce, 10
- Rekursion, 7–9
  
- Scala, 39
- Seiteneffekt, 5
- Short-circuit evaluation, 31
- signed, 43
- SPARC, 4
  
- Sprache, 62
- Startsymbol, 61
- Stringtabelle, 51
- Syntaxbaum
  - abstrakter, 53
  - attributeriter, 53
  
- tail recursive, 9
- Token, 51
- Typinferenz, 29
- Typisierung
  - dynamische, 5
  - statische, 5
  
- Unifikation, 6
- unsigned, 43
- Unterversorgung, 32
  
- Variable
  - freie, 17
  
- Wirkung, *siehe* Seiteneffekt
  
- X10, 41
- x86, 4