Jesús Alejandro Olivares Padilla

1.- Si $V_1$ y $V_2$ son subespacios de $\mathbb{R}^n$ demostrar que $V_1 \cap V_2$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$

Si $V_1$ y $V_2 \in \mathbb{R}^n$
$\therefore$ $V_1 \cap V_2 \in \mathbb{R}^n$

Si $\underline{v}, \underline{u} \in V_1 \cap V_2$ entonces $\underline{v}, \underline{u} \in \mathbb{R}^n$
$\underline{v}, \underline{u} \in V_1$ ; $\underline{v}, \underline{u} \in V_2$

Tomando $V_1$ y $V_2$ como s.e. vectoriales

$\underline{v} + \underline{u} \in V_1$
$\underline{v} + \underline{u} \in V_2$
$\therefore$ $\underline{v} + \underline{u} \in V_1 \cap V_2$

$\boxed{\checkmark}$ cumple suma

$\alpha \underline{v} \in V_1$ ; $\alpha \underline{v} \in V_2$ ; $\alpha \underline{v} \in V_1 \cap V_2$

$\boxed{\checkmark}$ multiplicación cerrada

$V_1 \cap V_2$ son subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$

2 ō Sean $S=\{V_1, V_2, V_3\}$ y $T=\{W_1, W_2, W_3\}$ dos bases del espacio vectorial $\mathbb{R}^3$, donde $w_1=(3,2,0)$, $W_2=(2,1,0)$ y $W_3=(3,1,3)$
Si la matriz de cambio de base T a la base S esta dada por:

$$P_{T\to S}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$ ¿Cuales son los vectores de la base S?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 \\ 8 & 5 & 10 \\ -5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Los vectores son $(5,8,-5)$, $(3,5,-3)$ y $(10,10,-1)$

Jesus Alejandro Olivares Padilla 2CV17

3.- Sean $S = \{(-1,2,1),(0,1,1),(-2,2,1)\}$
y $T = \{(-1,1,0),(0,1,0),(0,1,1)\}$
dos bases para el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$
Si $[V]_S = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Encuentra $T_{T\to S}$ y $T_{S\to T}$

b) Usando a) encuentra $[V]_T$

c) ¿Quien es V?

$$P \to T \quad \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\ v_1 \; v_2 \; v_3 \end{array}$$

$P_{\to T} = V_{1T} \quad V_{2T} \quad V_{3T}$

$W_1 = (3,2,0)$

$W_2 = (2,1,0)$

$W_3 = (3,1,3)$

$S = V_1, V_2, V_3$

$V_1 = 1(3,2,0) + 2(2,1,0) - 1(3,1,3) = (4,3,-3)$

$V_2 = 1(3,2,0) + 1(2,1,0) - 1(3,1,3) = (2,2,-3)$

$V_3 = 2(3,2,0) + 1(2,1,0) + 1(3,1,3) = (11,6,3)$

$T_{T\to S}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_2 - 2R_1 \\ R_3 - R_1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) R_3 - R_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_1 - 2R_3 \\ R_2 + 2R_3 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$T_{S \to T}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) R_1(-1)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) R_2 - R_1 \to R_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) R_3 - R_2 \to R_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Jesús Alejandro Olivares Padilla 2CV12

4.- Considera el siguiente sistema homogéneo

$$x_1 + x_2 + 2x_4 = 0$$
$$-2x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 0$$
$$x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0$$
$$4x_1 + 4x_2 - x_3 + 9x_4 = 0$$

a) Una base para el espacio solución del sistema

b) La nulidad y el rango de la matriz de coeficientes

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 3 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_2 - R_1 \to R_2 \\ R_4 - 2R_1 \to R_4 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{l} x_1 = x_3 - 2x_4 \\ x_2 = x_3 + x_4 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_1 + 2R_2 \to R_1 \\ R_3 + R_2 \to R_3 \end{array} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = x_3 \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} + x_4 \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

La base es $(1,1,0,0), (-2,1,0,0)$

La dim = 2.

Rango = 2 Null = 2

Jesús Alejandro Olivares Padilla    2CV12

Se Construye una base ortonormal para $\mathbb{R}^3$ a partir de los vectores $V_1 = (1,-1,1)$ $V_2 = (-2,3,-1)$ $V_3 = (-3,5,-1)$ y $V_4 = (1,2,-4)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_2 + R_1 \to R_2 \\ R_3 - R_1 \to R_3 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 + 2R_2 \to R_1 \\ R_3 - R_2 \to R_3 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} R_3(-1/8) \to R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 - 7R_3 \\ R_2 - 3R_3 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La base esta formada por $V_1 = (1,-1,1)$ $V_2 = (-2,3,-1)$ y $V_4 = (1,2,-4)$

Para base ortonormal 1

① $V_1 = U_1$

② $V_2 = U_2 - \frac{U_2 \cdot V_1}{V_1 \cdot V_1} V_1$    $U_2 \cdot V_1 = -2-3-1 = -6$
$V_1 \cdot V_1 = 3$

$V_2 = U_2 - \frac{-6}{3}(1,-1,1)$

$V_2 = (-2,3,-1) - (-6/3, 6/3, -6/3)$

$V_2 = (0,1,1)$

③ Para $V_3$

$$V_3 = U_3 - \frac{U_3 \cdot V_1}{V_1 \cdot V_1} V_1 - \frac{U_3 \cdot V_2}{V_2 \cdot V_2} V_2$$

$$V_3 = U_3 - \left(\frac{-5}{3}\right)(1,-1,1) - \left(\frac{-2}{2}\right)(0,1,1)$$

$U_3 \cdot V_1 = -5$

$V_1 \cdot V_1 = 3$

$U_3 \cdot V_2 = -2$

$V_2 \cdot V_2 = 2$

$$V_3 = U_3 - \left(-5/3,\ 5/3,\ -5/3\right) - (0,-1,-1)$$

$$V_3 = (1,2,-4) - \left(-5/3,\ 5/3,\ -5/3\right) - (0,-1,-1)$$

$$V_3 = \left(8/3,\ 4/3,\ -4/3\right)$$

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4\sqrt{6}}{3}} = \frac{24}{12\sqrt{6}} = \frac{12}{6\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

④ Normaliza vector

$$\|V_1\| = \sqrt{3}$$

$$\|V_2\| = \sqrt{2}$$

$$\|V_3\| = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4\sqrt{6}}{3}} = \frac{12}{12\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{-2}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

MÉXICO INSTITUTO NACIONAL ELECTORAL
CREDENCIAL PARA VOTAR

NOMBRE
OLIVARES
PADILLA
JESUS ALEJANDRO

FECHA DE NACIMIENTO
10/08/2001
SEXO H

DOMICILIO
CDA CELESTINO PEREZ PEREZ 64
COL LOMAS DE MEMETLA 05330
CUAJIMALPA DE MORELOS, CDMX

CLAVE DE ELECTOR OLPDJS01081009H300
CURP OIPJ010810HDFLDSA1 AÑO DE REGISTRO 2019 00
ESTADO 09 MUNICIPIO 004 SECCIÓN 0785
LOCALIDAD 0001 EMISIÓN 2019 VIGENCIA 2029