



Jesús Alejandro Olivares Padilla.

Examen

1º Contesta.

- Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$Kx + y + z = 1 = 0$$

$$x + Ky + z - 1 = 0$$

$$x + y + Kz - 1 = 0$$

$$Kx + y + z = 1$$

$$x + Ky + z = 1$$

$$x + y + Kz = 1$$

Valor de K para que tenga:

- a) sol. única
- b) Inf. sol.
- c) no tenga solución.

$$A = \begin{pmatrix} K & 1 & 1 & | & 1 \\ 1 & K & 1 & | & 1 \\ 1 & 1 & K & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} K & 1 & 1 \\ 1 & K & 1 \\ 1 & 1 & K \end{vmatrix} = K(K^2 - 1) - 1(K - 1) + 1(1 - K)$$
$$= K^3 - K - K + 1 + 1 - K$$

Por Crammer $K^3 - 3K + 2 \neq 0$

Jesús Alegreiro Olicano Padilla

$$(k-1)^2(k+2) \neq 0$$

$$(k-1)^2 \neq 0 \quad (k+2) \neq 0$$

$$K^2 \neq 1 \quad K \neq -2$$

o si $K \neq 2$ sol única

$K=2$ sol infinita

No hay manera de que
no tenga solución.

Jesús Alejandro Olivares Padilla.

2- Las edades de 3 hermanos suman 37 años.

La edad del menor disminuida en 1 equivale

a $\frac{1}{3}$ de la suma de las edades del mayor

y el mediano. La diferencia entre el hermano

mediano y el menor equivale a la edad del mayor

menos 13.

$$\textcircled{1} \quad x - 1 = \frac{1}{3}(y + z)$$

$$\textcircled{2} \quad z - 13 = (y - x)$$

$$\textcircled{3} \quad x + y + z = 37$$

x = menor

y = mediano

z = grande

$$x + y + z = 37$$

$$-x - y + 3z = 3$$

$$-x + y - z = -13$$

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 37 \\ -1 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & -13 \end{array} \right)$$

$$3 = 11$$

$$\textcircled{1} \quad z - 1 = \frac{x + y}{3}$$

$$3z - 3 = x + y$$

$$-x - y + 3z = 3$$

$$\textcircled{2} \quad z - 13 = (y - x)$$

$$-13 = -z + y - x$$

Jesús Alejandro Alvaro Pachiba

calcular inciso

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 37 \\ -1 & -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & -13 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 37 \\ 3 \\ -13 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^+)}{|A|}$$

$$\begin{aligned} |A| &= \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{array} \right| = 1(-1-3) - 1(1+3) + 1(-1-1) \\ &= 1(-2) - 1(4) + 1(-2) \\ &= -2 - 4 - 2 \end{aligned}$$

$$|p| = -8 \quad \left(\begin{array}{ccc} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{array} \right)$$

$$A^T = \left(\begin{array}{ccc} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \end{array} \right) \quad \text{Adj}(A^T) = \left(\begin{array}{ccc} -2 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} 1+3 &= 4 \\ -1-1 &= -2 \\ -1-1 &= -2 \\ 3+1 &= 4 \\ -1+1 &= 0 \end{aligned}$$

$$3+1=4$$

$$\begin{aligned} 1+1 &= 2 \\ -1+1 &= 0 \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \frac{-8}{\left(\begin{array}{ccc} 1/4 & 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & -1/2 \\ 1/4 & -1/4 & 0 \end{array} \right)}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 37 \\ 3 \\ -13 \end{pmatrix}$$

∴ Las edades son:

$$\frac{37}{4} - \frac{3}{4} + \frac{13}{2} = 15 \quad \text{Grande}$$

$$\frac{37}{2} + 0 - \frac{13}{2} = 12 \quad \text{Mediano}$$

$$\frac{37}{4} + \frac{3}{4} + 0 = 10 \quad \text{Pequeño}$$

$$a = a$$

José Alejandro Olivares Paclilla.

3º Para que valores de k la siguiente matriz no es singular.

$$A = \begin{pmatrix} k-3 & 0 & 1 \\ -k & k-1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

$$|A| \neq 0$$

$$\begin{aligned}|A| &= k-3 \begin{vmatrix} 0 & k \\ k-1 & -8 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} k & k \\ -k & -8 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} k & 0 \\ -k & k-1 \end{vmatrix} \\&= k-3(0 - k^2 + k) - 1(-8k + k^2) + 1(k^2 - 1 - 0) \\&= -k^3 + \cancel{k^2} + 3k^2 - 3k + 8k - \cancel{k^2} + \cancel{k^2} - 1 \\&= -k^3 + 4k^2 + 4k\end{aligned}$$

$$-k(k^2 - 4k - 4) \neq 0$$

$$k^2 - 4k - 4 \neq 0$$

$$k^2 - 4k \neq 4$$

$$k - 4k \neq \sqrt{4}$$

$$-3k \neq \pm 2$$

$$\underline{k \neq \frac{-2}{3} \text{ y}}$$

Para el valor $-2/3$ y $+2/3$ k hace que no sea singular la matriz

Jesús Alejandro Olivares Padilla

18/11/20

4c) Encuentra el determinante de la siguiente matriz utilizando únicamente las propiedades

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{pmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -a+b & -a+c & -a+d \\ 0 & -ab+b^2 & -a+c^2 & -ad+d^2 \\ 0 & -ab^2+b^3 & -ac^2+c^3 & -ad^2+d^3 \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} -a+b & -a+c & -a+d \\ -ab+b^2 & -ac+c^2 & -ad+d^2 \\ -ab^2+b^3 & -ac^2+c^3 & -ad^2+d^3 \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} b-a & c-a & d-a \\ b(b-a) & c(c-a) & d(d-a) \\ b^2(b-a) & c^2(c-a) & d^2(d-a) \end{vmatrix}$$

$$|B| = (b-a)(c-a)(d-a) \begin{vmatrix} c-b & d-b \\ c(c-b) & d(d-b) \end{vmatrix}$$

$$|B| = \boxed{(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)}$$

c) El determinante de B es