

Funções, Equações e Inequações de 1º e de 2º Graus

Equações são expressões algébricas que possuem uma igualdade. Essas expressões são chamadas de algébricas porque possuem pelo menos uma incógnita, que é um número desconhecido representado por uma letra. As inequações, por sua vez, são relações semelhantes às equações, contudo, apresentam uma desigualdade.

Enquanto as equações relacionam os termos do primeiro membro aos termos do segundo, afirmando sua igualdade, as inequações mostram que os termos do primeiro membro são maiores ou menores que os elementos do segundo.

Termos de uma Equação e de uma Inequação

Termo é o nome que se dá ao produto de algum número por alguma letra. Para identificá-los, basta procurar pelas multiplicações separadas por sinais de adição ou subtração. Veja a equação seguinte:

$$4x + 2x - 7x = 16 - 5x$$

Os termos são: $4x$, $2x$, $-7x$, 16 e $-5x$

Membros de uma equação e de uma inequação

Primeiro e segundo membros são definidos pela igualdade nas equações e pela desigualdade nas inequações.

Todos os termos dispostos à esquerda da igualdade ou da desigualdade compõem o primeiro membro de uma equação ou inequação. Todos os termos dispostos à direita da igualdade ou desigualdade determinam o segundo membro de uma equação ou inequação.

Desse modo, dada a inequação:

$$2x + x - 9x \leq 15 - 4x$$

Os termos $2x$, x e $-9x$ pertencem ao primeiro membro, e os termos 15 e $-4x$ pertencem ao segundo.

O que é igualdade e desigualdade?

Não pare agora... Tem mais depois da publicidade ;)

Ambos determinam relações de ordem entre números e incógnitas. O sinal de igual é utilizado quando se quer expressar a seguinte situação: Existe um valor para as incógnitas que faz com que o resultado dos cálculos propostos no primeiro membro seja igual ao resultado dos cálculos propostos no segundo.

A desigualdade, por sua vez, pode ser representada por um dos quatro símbolos seguintes:

$$<, >, \geq \text{ e } \leq$$

Esses símbolos mostram que o conjunto de operações do primeiro membro possui um resultado "menor", "maior", "maior igual" ou "menor igual" ao resultado do segundo membro.

Grau

O grau de equações e de inequações pode ser encontrado da seguinte maneira:

Se a equação ou a inequação possui apenas uma incógnita, então, o grau dela é dado pelo maior expoente da incógnita. Por exemplo: o grau da equação $4x^3 + 2x^2 = 7$ é 3.

Se a equação ou inequação possui mais de uma incógnita, então, o grau dela é dado pela maior soma entre os expoentes de um mesmo termo. Por exemplo, o grau da equação $4xyz + 7yz^2 - 5x^2y^2z^2 = 0$ é 6.

Exemplos de equações:

1) $4x = 16$

2) $2x - 8 = 144$

3) $18x^2 = 2x - 8$
x

Exemplos de inequações:

1) $12x + x^2 \leq 12$

2) $144 \geq 12x + 7$

3) $128 - 14x < 12x + 4$

Inequação é uma sentença matemática que apresenta pelo menos um valor desconhecido (incógnita) e representa uma desigualdade.

Nas inequações usamos os símbolos:

> maior que

< menor que

\geq maior que ou igual

\leq menor que ou igual

Exemplos

a) $3x - 5 > 62$

b) $10 + 2x \leq 20$

Inequação do Primeiro Grau

Uma inequação é do 1º grau quando o maior expoente da incógnita é igual a 1. Podem assumir as seguintes formas:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

Sendo a e b números reais e $a \neq 0$

Resolução de uma inequação do primeiro grau.

Para resolver uma inequação desse tipo, podemos fazer da mesma forma que fazemos nas equações.

Contudo, devemos ter cuidado quando a incógnita ficar negativa.

Nesse caso, devemos multiplicar por (-1) e inverter a símbolo da desigualdade.

Exemplos

a) Resolva a inequação $3x + 19 < 40$

Para resolver a inequação devemos isolar o x, passando o 19 e o 3 para o outro lado da desigualdade.

Lembrando que ao mudar de lado devemos trocar a operação. Assim, o 19 que estava somando, passará diminuindo e o 3 que estava multiplicando passará dividindo.

$$3x < 40 - 19$$

$$x < 21/3$$

$$x < 7$$

b) Como resolver a inequação $15 - 7x \geq 2x - 30$?

Quando há termos algébricos (x) dos dois lados da desigualdade, devemos juntá-los no mesmo lado. Ao fazer isso, os números que mudam de lado tem o sinal alterado.

$$15 - 7x \geq 2x - 30$$

$$- 7x - 2x \geq - 30 - 15$$

$$- 9x \geq - 45$$

Agora, vamos multiplicar toda a inequação por (-1). Para tanto, trocamos o sinal de todos os termos:

$$9x \leq 45 \text{ (observe que invertemos o símbolo } \geq \text{ para } \leq)$$

$$x \leq 45/9$$

$$x \leq 5$$

Portanto, a solução dessa inequação é $x \leq 5$.

Resolução usando o gráfico da inequação

Uma outra forma de resolver uma inequação é fazer um gráfico no plano cartesiano.

No gráfico, fazemos o estudo do sinal da inequação identificando que valores de x transformam a desigualdade em uma sentença verdadeira.

Para resolver uma inequação usando esse método devemos seguir os passos:

1º) Colocar todos os termos da inequação em um mesmo lado.

2º) Substituir o sinal da desigualdade pelo da igualdade.

3º) Resolver a equação, ou seja encontrar sua raiz.

4º) Fazer o estudo do sinal da equação, identificando os valores de x que representam a solução da inequação.

Exemplo

Resolva a inequação $3x + 19 < 40$.

Primeiro, vamos escrever a inequação com todos os termos de um lado da desigualdade:

$$3x + 19 - 40 < 0$$

$$3x - 21 < 0$$

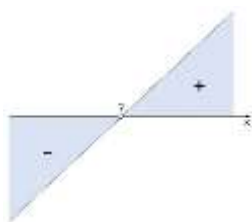
Essa expressão indica que a solução da inequação são os valores de x que tornam a inequação negativa (< 0)

Encontrar a raiz da equação $3x - 21 = 0$

$$x = 21/3$$

$$x = 7 \text{ (raiz da equação)}$$

Representar no plano cartesiano os pares de pontos encontrados ao substituir valores no x na equação. O gráfico deste tipo de equação é uma reta.



Identificamos que os valores < 0 (valores negativos) são os valores de $x < 7$. O valor encontrado coincide com o valor que encontramos ao resolver diretamente (exemplo a, anterior).

Inequação do Segundo Grau

Uma inequação é do 2º grau quando o maior expoente da incógnita é igual a 2. Podem assumir as seguintes formas:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Sendo a , b e c números reais e $a \neq 0$

Podemos resolver esse tipo de inequação usando o gráfico que representa a equação do 2º grau para fazer o estudo do sinal, da mesma forma que fizemos no da inequação do 1º grau.

Lembrando que, nesse caso, o gráfico será uma parábola.

Exemplo

Resolver a inequação $x^2 - 4x - 4 < 0$?

Para resolver uma inequação do segundo grau é preciso encontrar valores cuja expressão do lado esquerdo do sinal $<$ dê uma solução menor do que 0 (valores negativos).

Primeiro, identifique os coeficientes:

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = -4$$

Utilizamos a fórmula de Bhaskara ($\Delta = b^2 - 4ac$) e substituímos pelos valores dos coeficientes:

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 16 + 16$$

$$\Delta = 32$$

Continuando na fórmula de Bhaskara, substituímos novamente pelos valores dos nossos coeficientes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = (4 \pm \sqrt{32}) / 2$$

$$x = (4 \pm 4\sqrt{2}) / 2$$

$$x_1 = (4 + 4\sqrt{2}) / 2$$

$$x_1 = 2 + 2\sqrt{2}$$

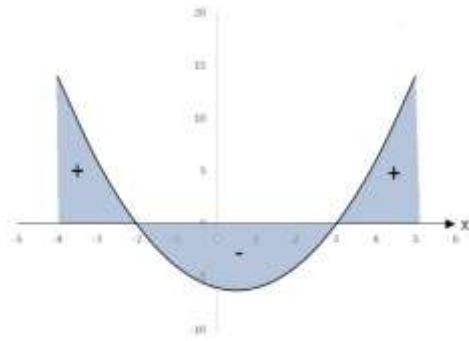
$$x_1 \approx 4.83$$

$$x_2 = (4 - 4\sqrt{2}) / 2$$

$$x_2 = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$x_2 \approx -0.83$$

As raízes da equação são -0.83 e 4.83 . Como o a da equação do 2º grau é positivo, seu gráfico terá a concavidade voltada para cima.



Pelo gráfico, observamos que os valores que satisfazem a inequação são: $-2 < x < 3$

Podemos indicar a solução usando a seguinte notação:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 3\}$$

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.