**Análise Combinatória**

A análise combinatória ou combinatória são cálculos que permitem a formação de grupos relacionados à contagem.

Faz análise das possibilidades e das combinações possíveis entre um conjunto de elementos. Por isso, é muito utilizada nos estudos sobre probabilidade e lógica.

**Probabilidade**

A Probabilidade é um conceito da matemática que permite analisar ou calcular as chances de obter determinado resultado diante de um experimento aleatório. São exemplos um lançamento de dados ou a possibilidade de ganhar na loteria.

A partir disso, a probabilidade determina o resultado entre o número de eventos possíveis e número de eventos favoráveis, apresentada pela seguinte expressão:

$$P = \frac{na}{n}$$

**Donde**

**P**: probabilidade
**$n_a$**: número de casos (eventos) favoráveis
**n**: número de casos (eventos) possíveis

**Princípio Fundamental da Contagem**

**O princípio fundamental da contagem** postula que:

“quando um evento é composto por n etapas sucessivas e independentes, de tal modo que as possibilidades da primeira etapa é x e as possibilidades da segunda etapa é y, resulta no número total de possibilidades de o evento ocorrer, dado pelo produto (x) . (y)”.

Em resumo, no princípio fundamental da contagem, multiplica-se o número de opções entre as escolhas que lhe são apresentadas.

Como exemplo, podemos pensar na combinação de roupas de uma garota, sendo que ela possui 3 tipos de calças, 4 tipos de blusas, 2 tipos de sapatos e 3 tipos de bolsas.

Logo, para saber quais as diferentes possibilidades que a garota possui basta multiplicar o número de peças: 3 x 4 x 2 x 3 = 72.

Portanto, a garota possui 72 possibilidades de configurações diferentes para o uso das peças de roupas e dos acessórios apresentados.

**Tipos de Combinatória**

A combinatória utiliza de importantes ferramentas, ou seja, há três tipos básicos de agrupamento dos elementos: arranjos, combinações e permutações. Todas utilizam o fatorial:

Arranjos

Nos **arranjos**, os agrupamentos dos elementos dependem da ordem e da natureza dos mesmos.

Para obter o arranjo simples de n elementos tomados, p a p (p ≤ n), utiliza-se a seguinte expressão:

$$A_{p,n} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Como exemplo de arranjo, podemos pensar nas eleições, de modo que 20 deputados concorrem a 2 vagas no estado de São Paulo.

Dessa forma, de quantas maneiras distintas a escolha poderá ser feita? Observe que nesse caso, a ordem é importante, visto que altera o resultado final.

$$A = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A = \frac{20!}{(20-2)!}$$

$$A = \frac{20!}{18!} = \frac{20 \,.\, 19 \,.\, 18!}{18!} = 380$$

Logo, o arranjo pode ser feito de 380 maneiras diferentes.

**Combinações**

As combinações são subconjuntos em que a ordem dos elementos não é importante, entretanto, são caracterizadas pela natureza dos mesmos.

Assim, para calcular uma combinação simples de n elementos tomados p a p (p ≤ n), utiliza-se a seguinte expressão:

$$C_{p,n} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

A fim de exemplificar, podemos pensar na escolha de 3 membros para formar a comissão organizadora de um evento, dentre as 10 pessoas que se candidataram.

Para tanto, Maria, João e José são os escolhidos. De quantas maneiras distintas esse grupo pode se combinar?

Note que, ao contrário dos arranjos, nas combinações a ordem dos elementos não é relevante. Isso quer dizer que a combinação Maria, João e José é equivalente à João, José e Maria.

$$C_{p,n} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{(10!).(9!).(8!).(7!)}{(3!).(7!)}$$

$$C_{10,3} = \frac{(10!).(9!).(8!)}{(3!).\,(2!)} = \frac{720}{6} = 120$$

Logo, há 120 maneiras distintas de combinar os 3 membros da comissão.

**Permutações**

As permutações são agrupamentos ordenados, donde o número de elementos (n) do agrupamento é igual ao número de elementos disponíveis, expresso pela fórmula:

$$P_n = n!$$

Para exemplificar, pensemos de quantas maneiras diferentes poderiam surgir a sequência de resultados dos 5 números que saíram na loteria: 11, 12, 44, 52, 61.

Sendo assim, os números que compõem o resultado final é uma sequência de 6 números, logo:

$$P_6 = 6!$$
$$P_6 = 6.5.4.3.2.1$$
$$P_6 = 720$$

Logo, o resultado final da loteria, podem ser permutados **720** vezes.

**VB - Calculando Combinações, Permutações e Fatorial de um número**

**Arranjos**

Arranjos são agrupamentos nos quais a ordem dos elementos faz diferença.

Por exemplo, os números de três algarismos formados pelos elementos {1,2 e 3} são:

312, 321, 132, 123, 213, 231

Esse agrupamento é um arranjo, pois a ordem dos elementos 1, 2 e 3 é diferente; È considerado arranjo simples, pois os elementos não se repetem.

Para que tenhamos arranjos simples é preciso ter um conjunto de elementos distintos com uma quantidade qualquer de elementos, sendo que os arranjos simples formados irão possuir n elementos, e essa quantidade será igual ou menor que a quantidade de elementos do conjunto.

**Permutação**

O conceito de permutação expressa a idéia de que objetos distintos podem ser **arranjados** em inúmeras ordens distintas.

Assim seja um conjunto A com n elementos, chamamos de permutação a todo arranjo com n elementos retirados de A.

A cada um dos agrupamentos que podemos formar com certo número de elementos distintos, tal que a diferença entre um agrupamento e outro se dê apenas pela mudança de posição entre seus elementos, damos o nome de permutação simples.

**Exemplos:**

1) Seja A um conjunto com os elementos {a, b, c}.

As permutações possíveis de A são: {(a,b,c);(a,c,b);(b,a,c);(b,c,a);(c,a,b);(c,b,a)}. Total de 6 permutações.

2) Quantos anagramas possui a palavra OBA ?

As permutações da palavra são: {(OBA;(OAB);(BAO);(BOA);(ABO);(AOB)}. Total de 6 permutações.

Assim para obter o número de permutações com m elementos distintos de um conjunto, basta escolher os m elementos em uma determinada ordem.

O número de permutações de m elementos será expresso por : P(m)

A expressão para seu cálculo será dada por:

**P(m) = m(m-1)(m-2)...(m-p+1)...3.2.1**

Podemos também escrever : A(m,m) = P(m)

**O Arranjo de m elementos dos quais m elementos participam é igual a Permutação destes elementos.**

Uma forma simplificada de expressar a permutação de m elementos é através do fatorial: P(m) = m!

Este símbolo de exclamação posto junto ao número m é lido como o fatorial de m, onde m é um número natural.

O fatorial de um número inteiro não negativo pode ser definido de uma forma recursiva através da função **P=P(m)** ou com o uso do sinal de exclamação:

**(m+1)! = (m+1).m!     Ex: 3! = 3.2.1!   =>  que é a mesma coisa que: 3.2.1 = 6**

**Nota : Lembrando que : 0! = 1   (o fatorial de zero é igual a 1)   e que 1! = 1 ( o fatorial de 1 é igual a 1)**

**Combinação**

Uma combinação sem repetição, em análise combinatória, indica quantas variedades de subconjuntos diferentes com n elementos existem em um conjunto U , com r elementos. Só é usada quando não há repetição de membros dentro do conjunto.

Na combinação simples, a ordem dos elementos no agrupamento não interfere. São arranjos que se diferenciam somente pela natureza de seus elementos.

Portanto, se temos um conjunto A formado por n elementos tomados p a p, qualquer subconjunto de A formado por p elementos será uma combinação, dada pela seguinte expressão:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Por exemplo, considere um conjunto com seis elementos que serão tomados dois a dois:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!(6-2)!}$$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!4!}$$

$$C_{6,2} = \frac{6*5*4!}{2!4!}$$

$$C_{6,2} = \frac{30}{2}$$

$$C_{6,2} = 15$$

**Fatorial**

Na matemática, o fatorial (AO 1945: factorial) de um número natural n, representado por n!**,** é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n.

A notação n! foi introduzida por Christian Kramp em 1808.(Wikipédia)

Considerando **n** um número natural maior que 1 (um), podemos definir como fatorial desse número n (n!) o número:

**n! = n(n – 1)(n – 2)(n – 3) * ...* 3 * 2 * 1**

Lê-se n! como n fatorial ou fatorial de n.

**Veja alguns exemplos de cálculos de fatorial de um número :**

5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120
8! = 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 40320
6! = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 720
10! = 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 3.628.800

Com isso creio que já deu para recordar o básico sobre Arranjo, Permutação, Combinação e Fatorial.