# Отчет к Лабораторной работе №1

Брызгалов Александр Витальевич
Б8118-02.03.01сцт

3 Апреля 2020

# Содержание

## Описать решение интеграла

1. Вычислить следующий интеграл с подробным описанием всех действий:

$$\int \frac{\ln x^2}{x^2}\, dx$$

$$\int \frac{\ln x^2}{x^2}\, dx = (*) \left| \begin{matrix} u = \ln x^2 & du = \frac{2}{x}\, dx \\ dv = \frac{1}{x^2}\, dx & v = -\frac{1}{x} \end{matrix} \right| (*) = -\frac{\ln x^2}{x} + \int \frac{dx}{x^2} =$$
$$= -\frac{\ln x^2 + 2}{x} + C$$

## Численное решение

2. Численно вычислить следующий интеграл с точностью $\epsilon = 10^{-3}$:

$$\int\limits_{1}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-x}}{x}\, dx$$

## Метод левых прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
        double answer = 0,
        x = 1,
        dx = 0.000001;
        bool counting = true;
        while(counting) {
                double F = f(x);
                answer += F * dx;
                x += dx;
                counting = checkEnd(F);
        }
        cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
        if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
        else return true;
}
```

## Метод правых прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
        double answer = 0,
        x = 1,
        dx = 0.000001;
        bool counting = true;
        while(counting) {
                double F = f(x + dx);
                answer += F * dx;
                x += dx;
                counting = checkEnd(F);
        }
        cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
        if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
        else return true;
}
```

# Метод средних прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
        double answer = 0,
        x = 1,
        dx = 0.000001;
        bool counting = true;
        while(counting) {
                double F = f((x + dx + x) / 2);
                answer += F * dx;
                x += dx;
                counting = checkEnd(F);
        }
        cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
        if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
        else return true;
}
```

## Метод трапеции

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
        double answer = 0,
        x = 1,
        dx = 0.000001;
        bool counting = true;
        while(counting) {
                double F = (f(x) + f(x + dx)) / 2;
                answer += F * dx;
                x += dx;
                counting = checkEnd(F);
        }
        cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
        if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
        else return true;
}
```

1. Метод левых прямоугольников: 0.219384, $\quad \delta = 0.119732$

2. Метод правых прямоугольников: 0.219384, $\quad \delta = 0.119732$

3. Метод средних прямоугольников: 0.219384, $\quad \delta\ 0.119732$

4. Метод трапеции: 0.219384, $\quad \delta = 0.119732$

5. Реальное решение: 0.219384

## Тип дифференциальных уравнений и их общее решение

$$\mathrm{e}^x \cdot \sin^3 y = y' \cdot \sin x$$

Тип: уравнение с разделяющимися переменными.
Ответ:

$$\frac{\cos^3 y - 3\cos y}{3} = C - \frac{e^{-\log e \cdot x}(\log e \sin x + \cos x)}{(\log e)^2 + 1} \tag{1}$$

$$xy' \cdot \operatorname{tg} y = 2 - x^2 \cdot \ln(x^2 \cdot \cos y)$$

Тип: уравнение приводящееся к линейному.
Ответ:

$$y(x) = \pm \cos^{-1}\left(\frac{e^{Ce^{x^2/2}}}{x^2}\right) \tag{2}$$

$$y' = \frac{2x + 3y - 5}{5 - 3x - 2y}$$

Тип: уравнение приводящееся к однородному.
Ответ:

$$y(x) = \frac{1}{2}(5 - 3x) \pm \frac{\sqrt{C + 4(\frac{5x}{2} - \frac{x^2}{2}) + \frac{1}{2}(3x - 5)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}(5 - 3x) \tag{3}$$

$$y' \cdot \operatorname{tg} x - y = x \cdot \ cosx$$

Тип: линейное уравнение 1-го порядка.
Ответ:

$$y(x) = C \cdot \sin(x) - \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \sin(x) - x\cos(x) + \sin(x) \cdot \ln(\sin(x)) \tag{4}$$

## Проверка решения задачи Коши

$$xy' \cdot (e^y - x), \quad y(0) = \ln 2; \quad xy = e^y - 2$$