

Отчет к Лабораторной работе №1

Брызгалов Александр Витальевич
Б8118-02.03.01сцт

3 Апреля 2020

Содержание

Содержание	1
Описать решение интеграла	2
Численное решение	3
Тип дифференциальных уравнений и их общее решение . .	8
Проверка решения задачи Коши	10

Описать решение интеграла

1. Вычислить следующий интеграл с подробным описанием всех действий:

$$\int \frac{\ln x^2}{x^2} dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\ln x^2}{x^2} dx &= (*) \left| \begin{array}{ll} u = \ln x^2 & du = \frac{2}{x} dx \\ dv = \frac{1}{x^2} dx & v = -\frac{1}{x} \end{array} \right| (*) = -\frac{\ln x^2}{x} + \int \frac{dx}{x^2} = \\ &= -\frac{\ln x^2 + 2}{x} + C \end{aligned}$$

Численное решение

2. Численно вычислить следующий интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$:

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$$

Метод левых прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
    double answer = 0,
    x = 1,
    dx = 0.000001;
    bool counting = true;
    while(counting) {
        double F = f(x);
        answer += F * dx;
        x += dx;
        counting = checkEnd(F);
    }
    cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
    if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
    else return true;
}
```

Метод правых прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
    double answer = 0,
    x = 1,
    dx = 0.000001;
    bool counting = true;
    while(counting) {
        double F = f(x + dx);
        answer += F * dx;
        x += dx;
        counting = checkEnd(F);
    }
    cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
    if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
    else return true;
}
```

Метод средних прямоугольников

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
    double answer = 0,
    x = 1,
    dx = 0.000001;
    bool counting = true;
    while(counting) {
        double F = f((x + dx + x) / 2);
        answer += F * dx;
        x += dx;
        counting = checkEnd(F);
    }
    cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
    if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
    else return true;
}
```

Метод трапеции

```
double f(double x);
bool checkEnd(double F);

int main() {
    double answer = 0,
    x = 1,
    dx = 0.000001;
    bool counting = true;
    while(counting) {
        double F = (f(x) + f(x + dx)) / 2;
        answer += F * dx;
        x += dx;
        counting = checkEnd(F);
    }
    cout << answer;
}

double f(double x) { return exp(-x) / x; }

bool checkEnd(double F) {
    if (abs(F) < 0.0000000001) return false;
    else return true;
}
```

1. Метод левых прямоугольников: 0.219384, $\delta = 0.119732$
2. Метод правых прямоугольников: 0.219384, $\delta = 0.119732$
3. Метод средних прямоугольников: 0.219384, $\delta = 0.119732$
4. Метод трапеции: 0.219384, $\delta = 0.119732$
5. Реальное решение: 0.219384

Тип дифференциальных уравнений и их общее решение

1.

$$e^x \cdot \sin^3 y = y' \cdot \sin x$$

Уравнение с разделяющимися переменными.

Общее решение:

$$\frac{\cos^3 y - 3 \cos y}{3} = C - \frac{e^{-\log e \cdot x} (\log e \sin x + \cos x)}{(\log e)^2 + 1}$$

2.

$$xy' \cdot \operatorname{tg} y = 2 - x^2 \cdot \ln(x^2 \cdot \cos y)$$

Уравнение приводящееся к линейному.

Общее решение:

$$y(x) = \pm \cos^{-1} \left(\frac{e^{Ce^{x^2/2}}}{x^2} \right)$$

3.

$$y' = \frac{2x + 3y - 5}{5 - 3x - 2y}$$

Уравнение приводящееся к однородному.

Общее решение:

$$y(x) = \frac{1}{2}(5 - 3x) \pm \frac{\sqrt{C + 4\left(\frac{5x}{2} - \frac{x^2}{2}\right) + \frac{1}{2}(3x - 5)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}(5 - 3x)$$

4.

$$y' \cdot \operatorname{tg} x - y = x \cdot \cos x$$

Линейное уравнение 1-го порядка.

Общее решение:

$$y(x) = C \cdot \sin(x) - \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \sin(x) - x \cos(x) + \sin(x) \cdot \ln(\sin(x))$$

Проверка решения задачи Коши

$$xy' \cdot (e^y - x), \quad y(0) = \ln 2; \quad xy = e^y - 2$$