Búsqueda

Inteligencia Artificial e Ingeniería del Conocimiento

Mariano Fernández López
Constantino Antonio García Martínez

Universidad San Pablo Ceu

Bibliografía

- Russell, Stuart J., and Peter Norvig. Artificial intelligence: a modern approach. Pearson, 2016.

Motivación

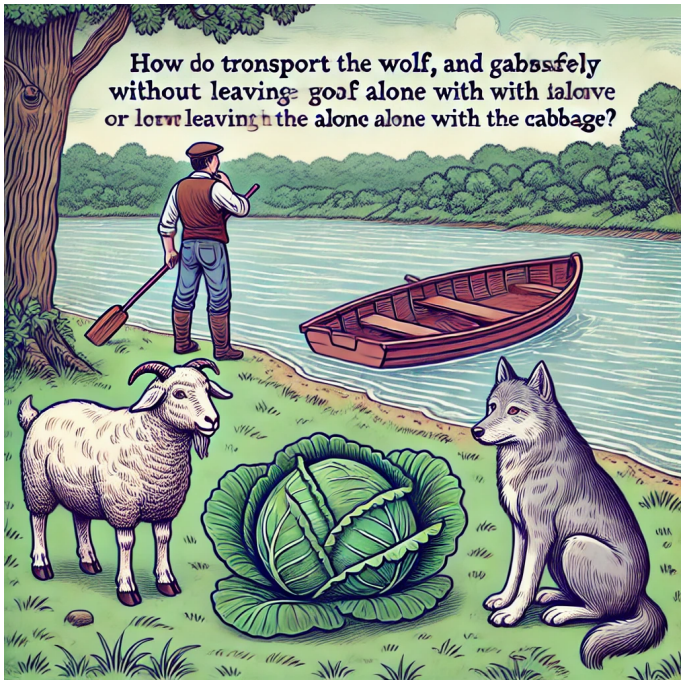
Motivación

Problema motivante

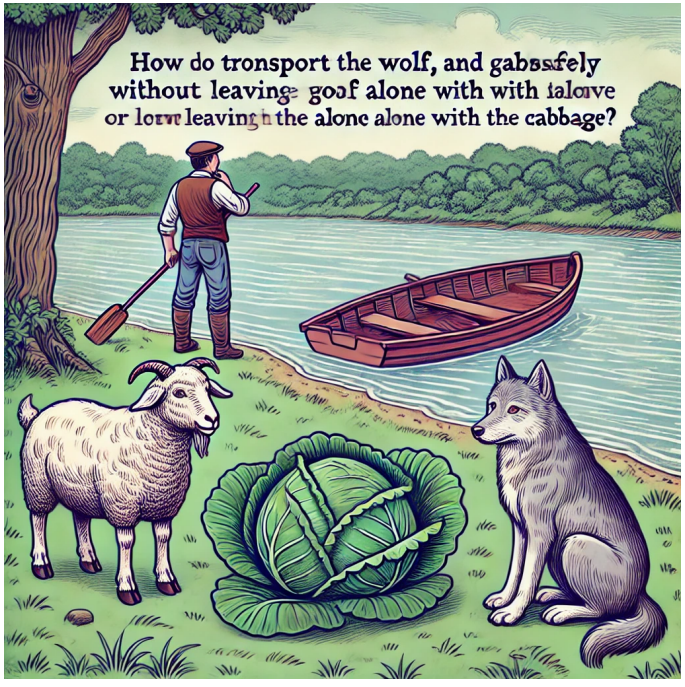
Motivación: el problema del granjero

Example: El problema del granjero

Un granjero quiere llevar su repollo, su cabra y su lobo al otro lado de un río. Tiene un bote que solo puede llevar a dos pasajeros. No puede dejar solos al repollo y la cabra, ni a la cabra y el lobo. ¿Cuántos cruces del río necesita hacer?

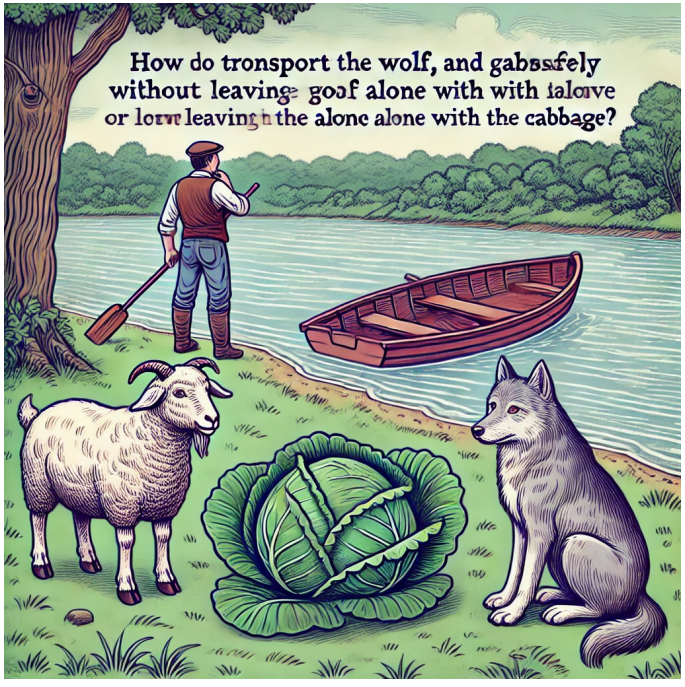


El problema del granjero



Enfoque: construir un árbol de búsqueda (“¿qué pasaría si...?”)

El problema del granjero



Enfoque: construir un árbol de búsqueda (“¿qué pasaría si...?”) En primer lugar, debemos **modelar el problema**. Por ejemplo, ¿qué acciones son posibles?:

F▷	F◁
FC▷	FC◁
FG▷	FG◁
FW▷	FW◁

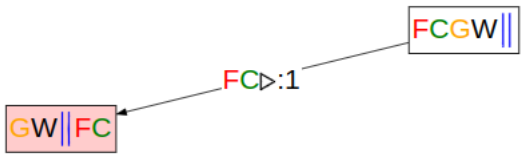
El problema del granjero

Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:

[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

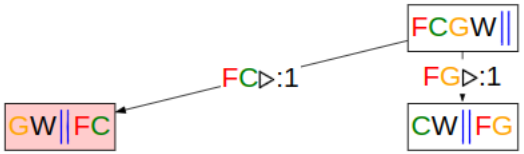
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

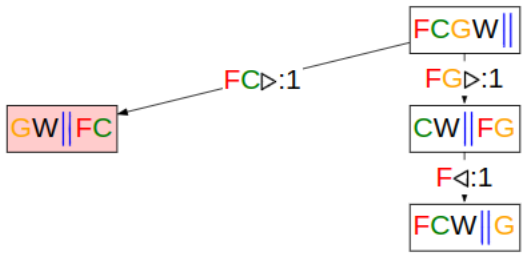
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

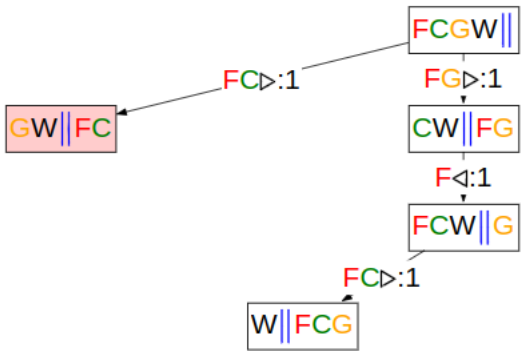
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

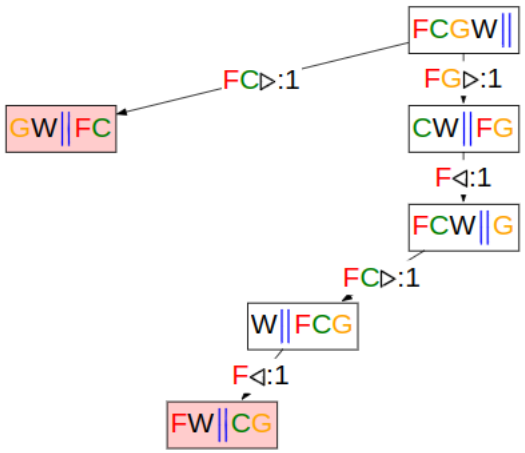
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

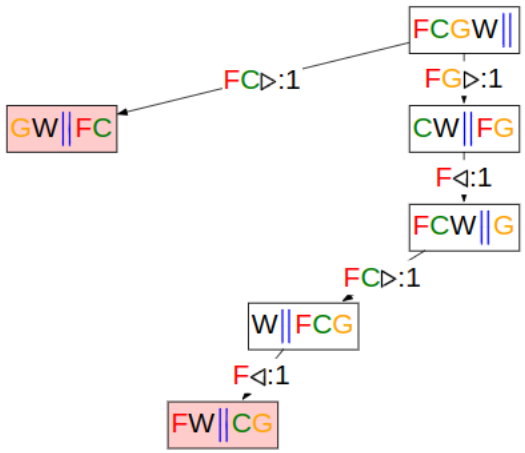
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

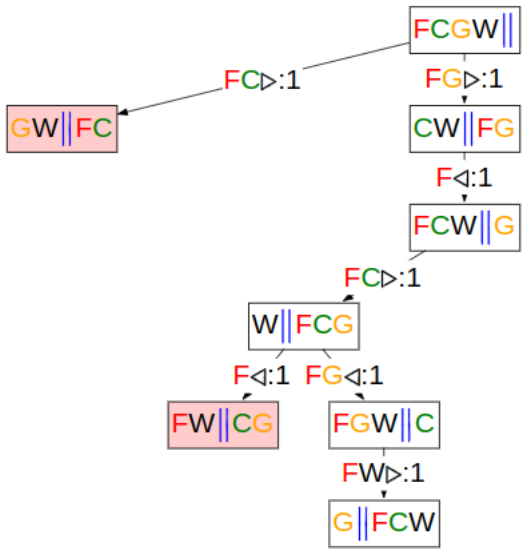
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

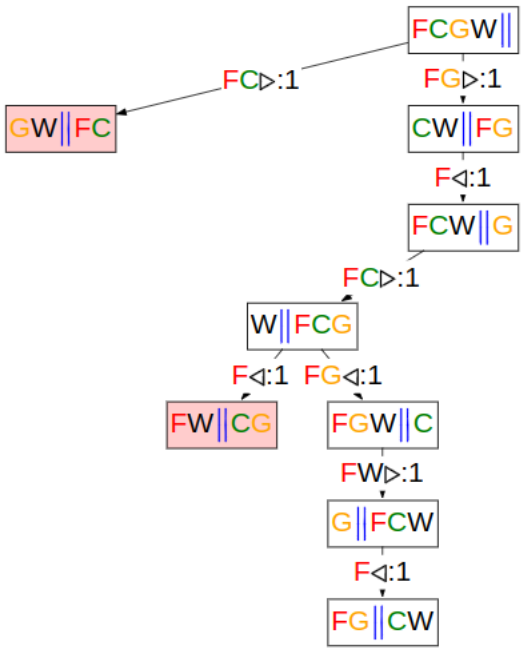
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

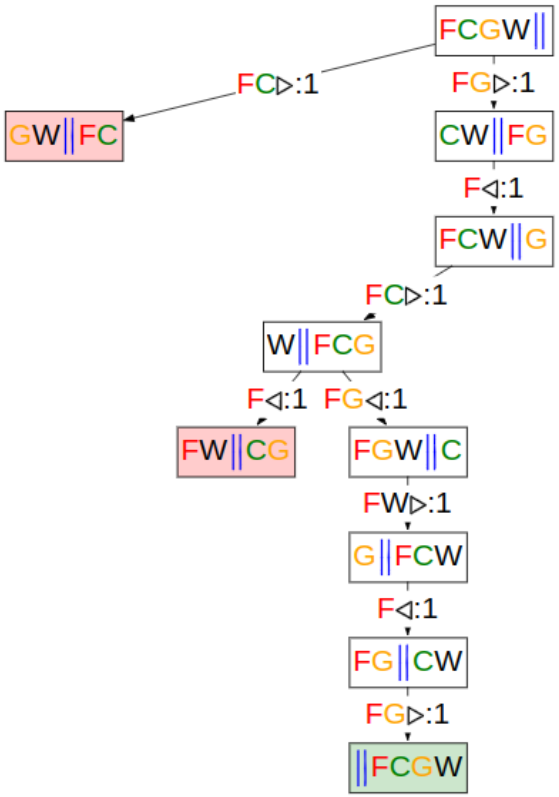
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

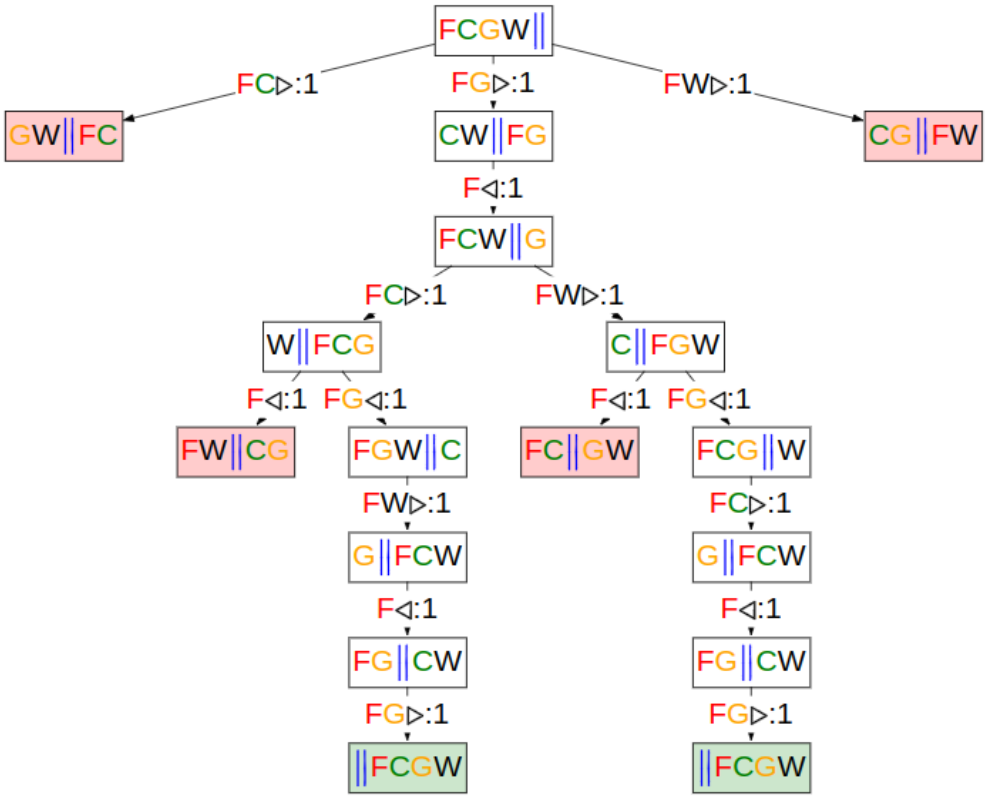
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

El problema del granjero

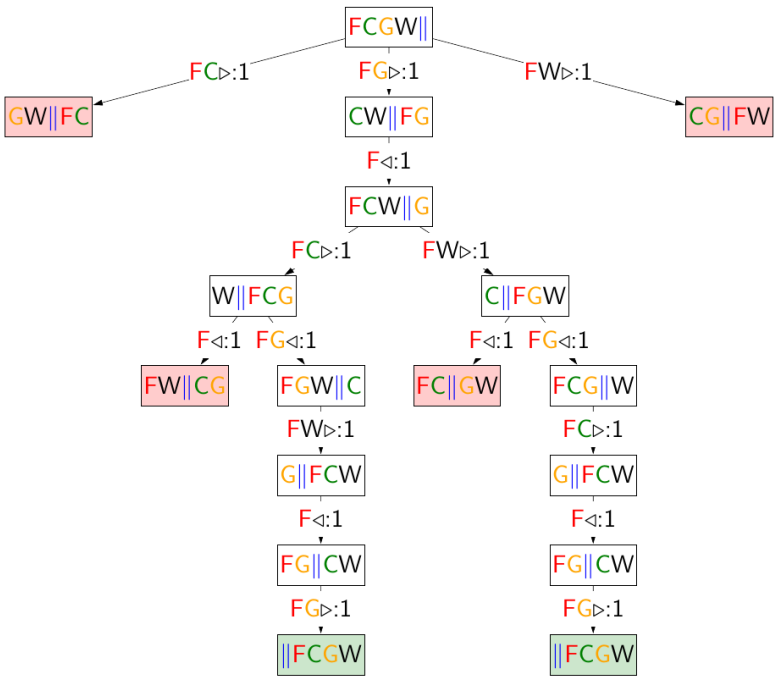
Una vez se ha modelado el problema, solo es necesaria la **inferencia** [1]:



[1] Imagen de Standford CS221

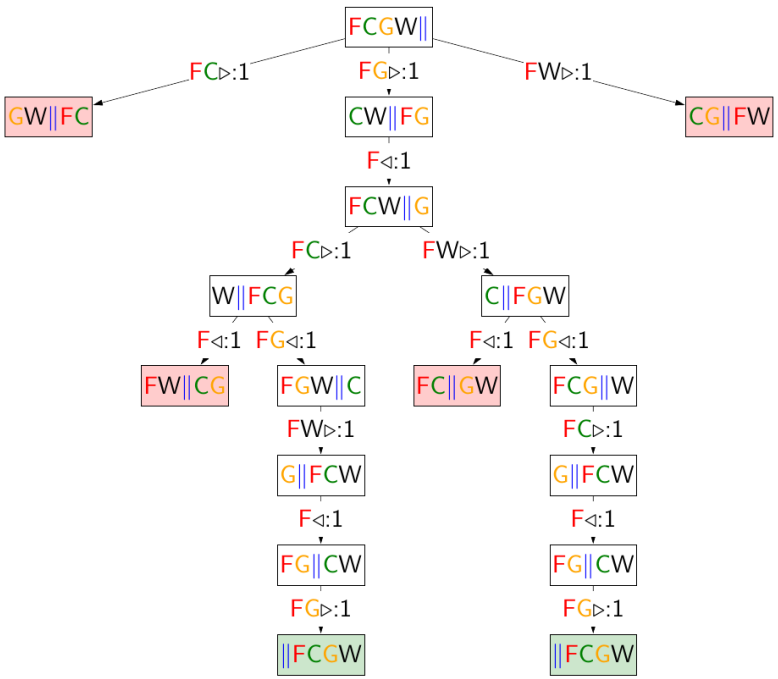
Modelado Vs. Inferencia

Problema de búsqueda



Modelado de un problema

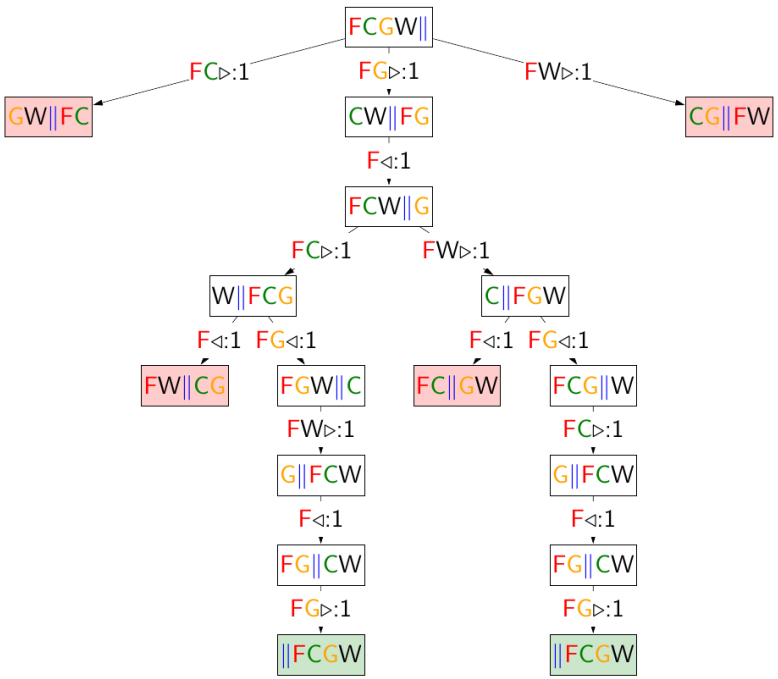
Problema de búsqueda



Modelado de un problema

- Estado inicial

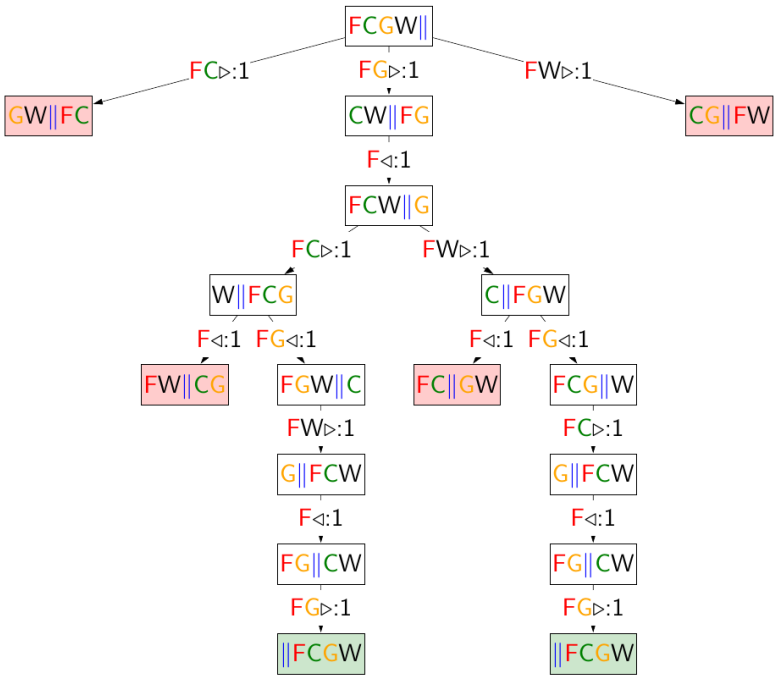
Problema de búsqueda



Modelado de un problema

- Estado inicial
- `actions(state)`: acciones

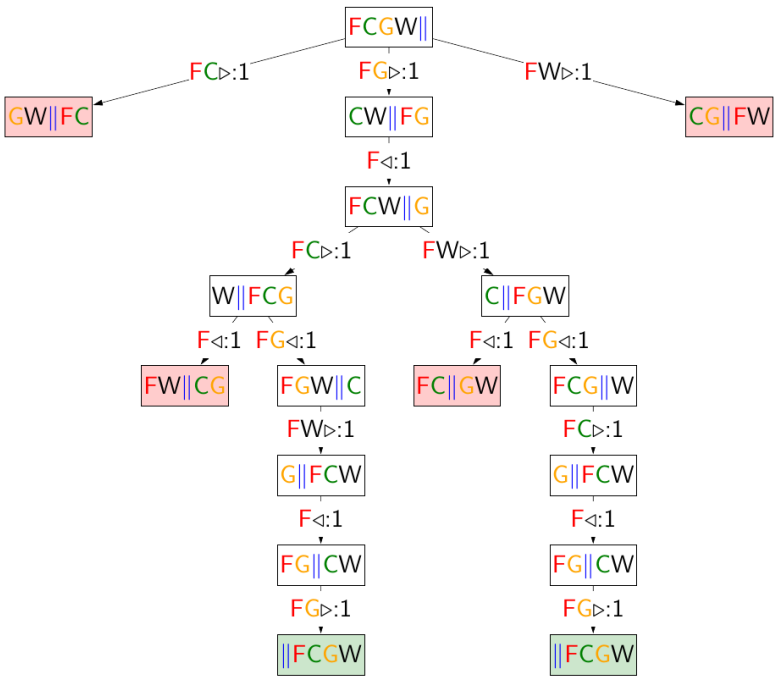
Problema de búsqueda



Modelado de un problema

- Estado inicial
- `actions(state)`: acciones
- `result(state, action)`: estado resultante de la acción (a veces se le llama `succ(state, action)`).

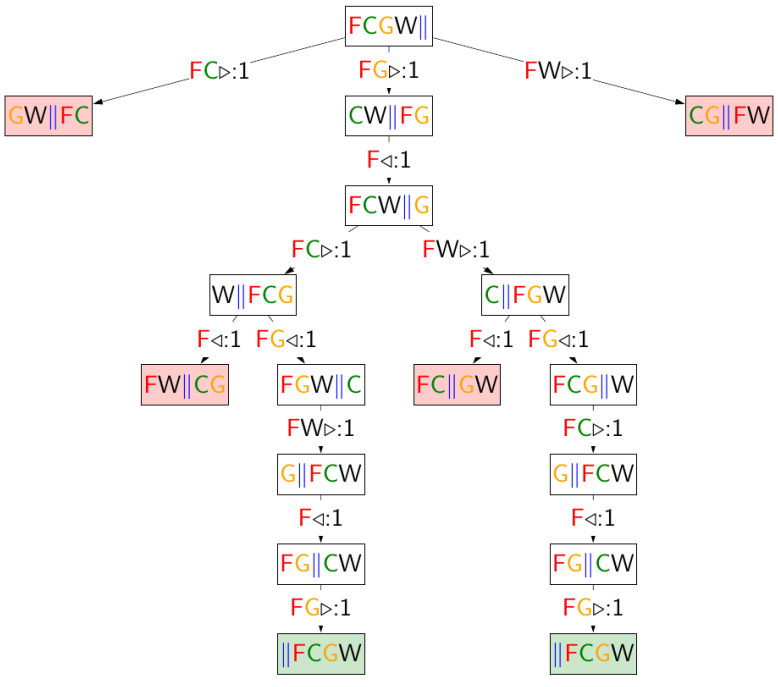
Problema de búsqueda



Modelado de un problema

- Estado inicial
- `actions(state)`: acciones
- `result(state, action)`: estado resultante de la acción (a veces se le llama `succ(state, action)`).
- `path_cost(c, state1, action, state2)`: coste total para llegar al `state2`.

Problema de búsqueda



Modelado de un problema

- Estado inicial
- `actions(state)`: acciones
- `result(state, action)`: estado resultante de la acción (a veces se le llama `succ(state, action)`).
- `path_cost(c, state1, action, state2)`: coste total para llegar al `state2`.
- `goal_test(state)`: ¿es un estado final?

Motivación

Aplicaciones reales

Aplicaciones del Mundo Real de Algoritmos de Búsqueda

- **Algoritmos de búsqueda de rutas:**
  - Sistemas de navegación en automóviles y redes de video.
  - Planificación de operaciones militares y de viajes aéreos.
- **Problemas de recorrido:**
  - Ejemplo: Problema del Viajante (TSP).
  - Aplicaciones: Optimización de rutas para autobuses escolares, planificación de viajes, etc.
  - Beneficios: Ahorros significativos, reducción de tráfico y contaminación.
- **Diseño y enrutamiento de VLSI:**
  - Posicionar millones de componentes en un chip.
  - Minimizar área, retrasos de circuito y capacitancias no deseadas.
- **Navegación de robots:**
  - Espacios de búsqueda multidimensionales para controlar brazos y piernas.
  - Desafíos: errores en sensores, controladores, y entornos dinámicos.
- **Secuenciación de ensamblaje automático:**
  - Ejemplo: Ensamblaje de motores eléctricos.
  - Minimizar trabajo manual, optimizar secuencias.
  - Problemas de diseño de proteínas para tratamientos médicos.

Primeros pasos: Naive Backtracking

Ejemplo de transporte

Code Example: Modelado del problema del transporte

- Una calle con bloques numerados del 1 al n.
- Caminar de s a $s+1$ toma 1 minuto.
- Tomar un tranvía mágico de s a $2s$ toma 2 minutos.
- ¿Cómo viajar del 1 al n en el menor tiempo posible?

Code Example: Inferencia en el problema del transporte: Naive Backtracking

Code Exercise: Inferencia y tamaño del problema (transportation_main.py)

1. Ejecuta el código con n=1000.
2. Incluye ...

```
import sys
sys.setrecursionlimit(10**6)
```

... y ejecuta el código con n=1000.

Búsqueda con Naive Backtracking

Evaluamos los algoritmos de cuatro maneras:

- **Completitud**: ¿El algoritmo garantiza encontrar una solución cuando existe una, y reportar correctamente el fallo cuando no existe?
- **Optimalidad de costo**: ¿Encuentra una solución con el menor costo de camino entre todas las soluciones?
- **Complejidad temporal**: ¿Cuánto tiempo tarda en encontrar una solución? Esto puede medirse en segundos, o de manera más abstracta por el número de estados y acciones consideradas.
- **Complejidad espacial**: ¿Cuánta memoria se necesita para realizar la búsqueda?

Evaluación de la búsqueda con Naive Backtracking

La evaluación se hace en base al árbol de búsqueda construído. Si hay b acciones por estado[2], y la profundidad máxima es m:

- ¿Completo? Sí.
- ¿Óptimo? Sí.
- Memoria: $O(m)$ (pequeño)
- Tiempo: $O\left(b^m\right)$ (enorme).

[2] b también es conocido como factor de ramificación

Búsqueda en árbol vs búsqueda en grafo

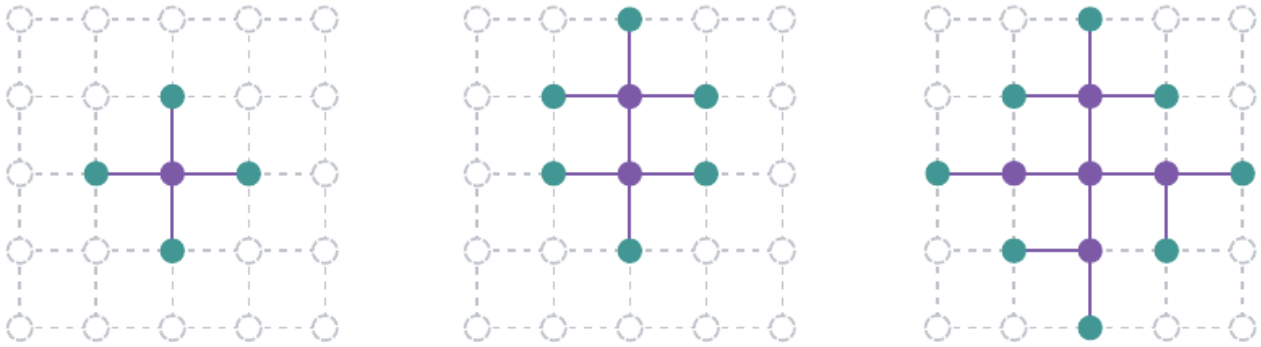
Code Exercise: El problema del granjero: modelado
Modela el problema del granjero (farmer_main.py)

Code Exercise: El problema del granjero: inferencia
Ejecuta el problema del granjero (farmer_main.py). Ahora cambia el algoritmo por backtracking. ¿Qué ocurre? ¿Por qué?

Estrategias de Búsqueda No Informada

Estrategia de alto nivel

Para mejores algoritmos de búsqueda, selecciona astutamente qué nodos expandir y sal cuando encuentres una solución.



- Explorado: estados para los que hemos encontrado el camino óptimo
- Frontera: estados que hemos visto, aún estamos averiguando cómo llegar allí de manera económica
- No explorado: estados que no hemos visto

Todos los algoritmos siguientes pueden verse como instancias de **Best-First Search**, en la que elegimos un nodo, n, con el valor mínimo de alguna función de evaluación, $f(n)$. Sin embargo, suelen hacerse implementaciones especializadas no basadas en Best-First Search para optimizar el código y estructuras de datos.

Estrategia de alto nivel

Recordando *el problema del granjero*: **los algoritmos que no pueden recordar el pasado están condenados a repetirlo.**

- **Búsqueda tipo árbol**: no verifica los estados alcanzados.
- **Búsqueda en grafo**: verifica los estados alcanzados.

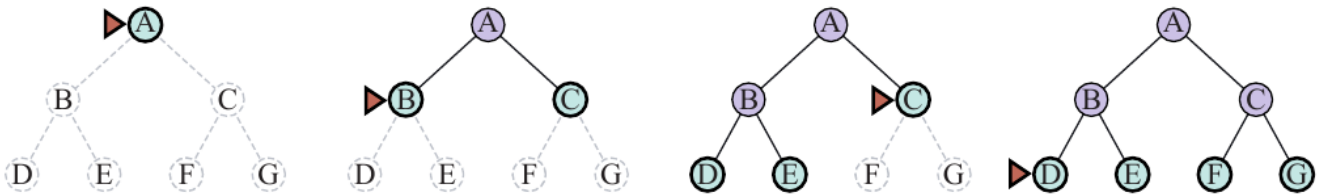
Los algoritmos de búsqueda en grafo funcionan con bucles, pero tienen un peor rendimiento de memoria.

Búsqueda en Anchura (Breadth-First Search)

Suposición: costes de acción constantes

Supongamos que los costes de acción $\text{Cost}(s, a) = c$ para algún $c \geq 0$.

Idea: explorar todos los nodos en orden de profundidad creciente.



[3]

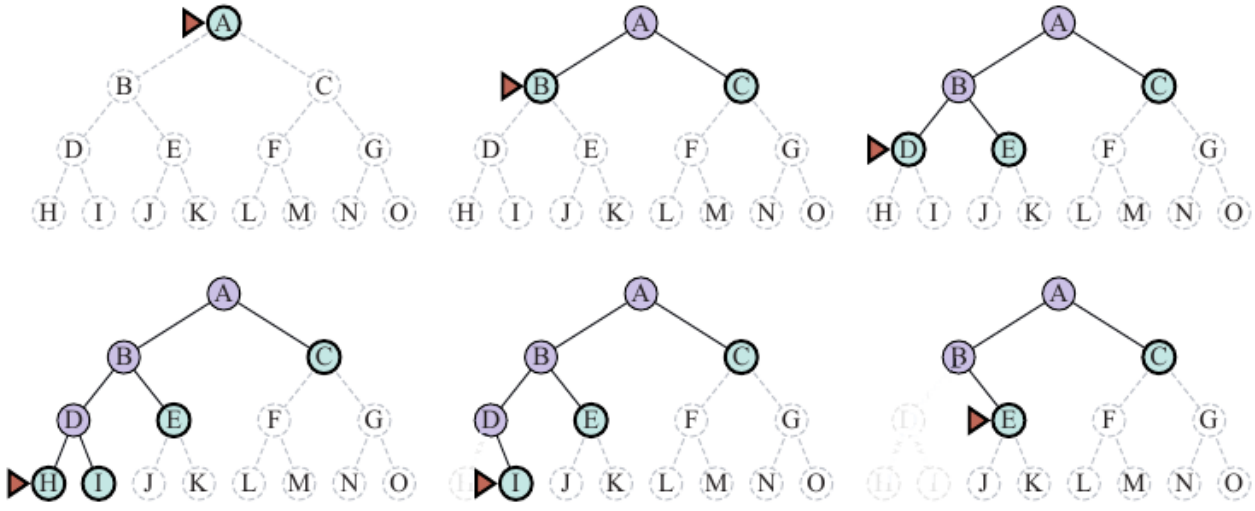
Leyenda: b acciones por estado, la primera solución tiene d acciones.

- ¿Completo? Sí.
- ¿Óptimo? Sí, aunque solo si se cumple la suposición de costes ctes.
- Espacio: ahora $O\left(b^d\right)$ (¡mucho peor!)
- Tiempo: $O\left(b^d\right)$ (mejor, depende de d, no de m)

[3] Imagen tomada de AIMA

Búsqueda en Profundidad (Depth-First Search, DFS)

Idea: Búsqueda con Backtracking + parar cuando se encuentra el primer estado final



[4]

Si hay b acciones por estado, la profundidad máxima es m.

- ¿Completo? No.
- ¿Óptimo? No.
- Espacio: $O(bm)$ en el peor caso.
- Tiempo: $O(b^m)$ en el peor caso, pero podría ser mucho mejor si las soluciones son fáciles de encontrar.

[4] Imagen tomada de AIMA

DFS con profundización iterativa (DFS with Iterative Deepening, DFS-ID)

Suposición: costes de acción constantes
Supongamos que los costes de acción $\text{Cost}(s, a) = c$ para algún $c \geq 0$.

Idea:

- Modificar DFS para parar a una profundidad máxima.
- Llamar a DFS para profundidades máximas $1, 2, \ldots$. (DFS en d pregunta: ¿hay una solución con d acciones?)

Leyenda: b acciones por estado, d la profundidad de la primera solución.

- ¿Completo? Sí.
- ¿Óptimo? Sí, si se cumple la suposición de costes constantes.
- Espacio: $O(bd)$.
- Tiempo: $O\left(b^d\right)$.

Implementación de Algoritmos de búsqueda

Code Exercise: Implementación de algoritmos

Implementa los siguientes algoritmos sin basarse en BFS.

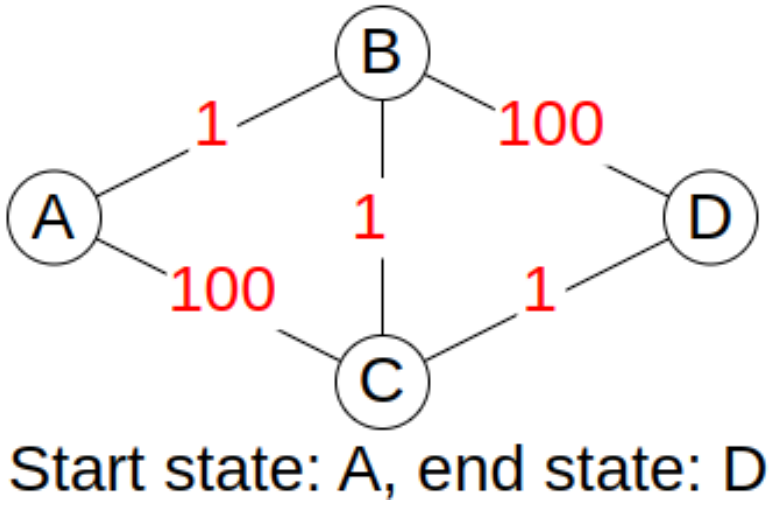
1. BFS (tanto en árboles como en grafos).
2. DFS (tanto en árboles como en grafos).
3. DFS-ID (tanto en árboles como en grafos).

Estrategias de Búsqueda No Informada

Costes no constantes

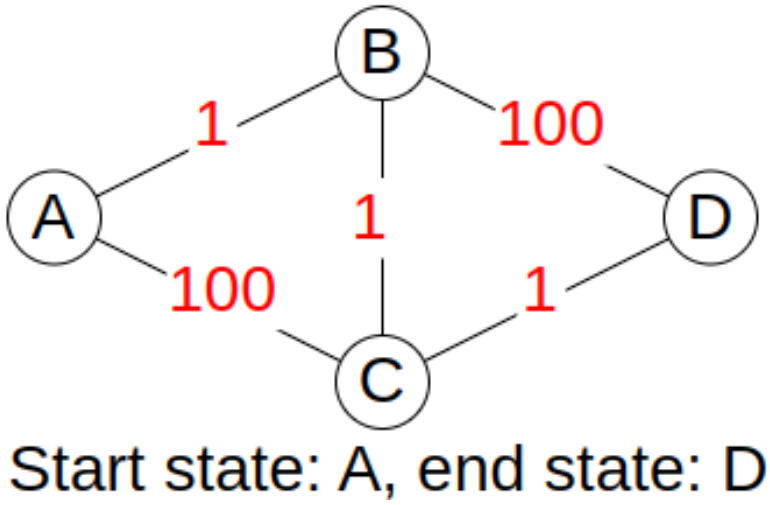
Búsqueda de costo uniforme (Uniform cost search, UCS)

¿Qué ocurre si los costes no son constantes?



Búsqueda de costo uniforme (Uniform cost search, UCS)

¿Qué ocurre si los costes no son constantes?



Idea: ordenación de estados
UCS enumera los estados en orden de costo pasado creciente.

Suposición: no negatividad
Todos los costes de acción son no negativos: $\text{Cost}(s, a) \geq 0$.

Camino de costo mínimo:

$$\text{A} \rightarrow \text{B} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{D} \text{ con costo } 3$$

Búsqueda de costo uniforme (UCS)

Code Example: UCS (Dijkstra, 1956) basado en Best-First Search

Code Exercise: Program UCS y resuelve el problema del grafo (graph_main.py)

Theorem (corrección de UCS)
Cuando un estado s se saca de la frontera y se mueve a explorado, su prioridad es el costo mínimo a s.

- ¿Completo? Sí.
- ¿Óptimo? Sí.
- Espacio: $O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil}) \approx O(b^d)$. Leyenda[5].
- Tiempo: $O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil}) \approx O(b^d)$.

[5] C^* es el coste óptimo y ϵ una cota inferior del coste de cada acción

Resumen de Algoritmos de Búsqueda No Informada

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes[1]	Yes[1,2]	No	No	Yes[1]	Yes[1,4]
Optimal cost?	Yes[3]	Yes	No	No	Yes[3]	Yes[3,4]
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(bm)$	$O(b\ell)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$

Figure 3.15 Evaluation of search algorithms. b is the branching factor; m is the maximum depth of the search tree; d is the depth of the shallowest solution, or is m when there is no solution; ℓ is the depth limit. Superscript caveats are as follows: [1] complete if b is finite, and the state space either has a solution or is finite. [2] complete if all action costs are $\geq \epsilon > 0$; [3] cost-optimal if action costs are all identical; [4] if both directions are breadth-first or uniform-cost.

[6]

- Siempre tiempo exponencial
- Evitar espacio exponencial con DFS-ID

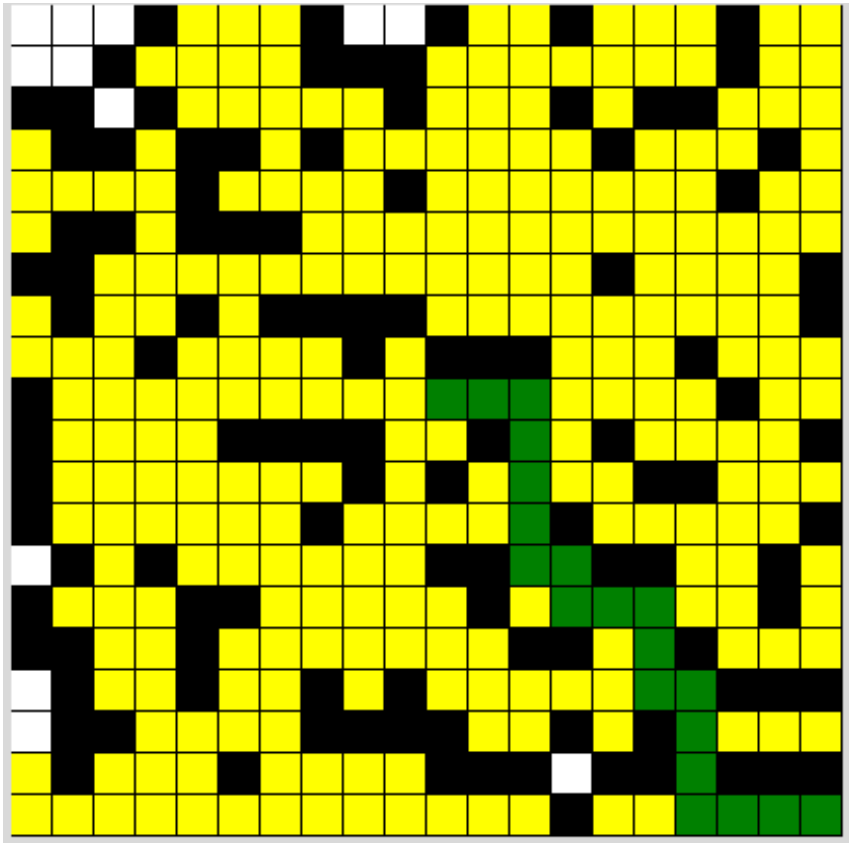
[6] Imagen tomada de AIMA

Algoritmos de Búsqueda Informada: A*

¿Puede mejorar la búsqueda de costo uniforme?

Demo: UCS Maze

UCS malgasta recursos:



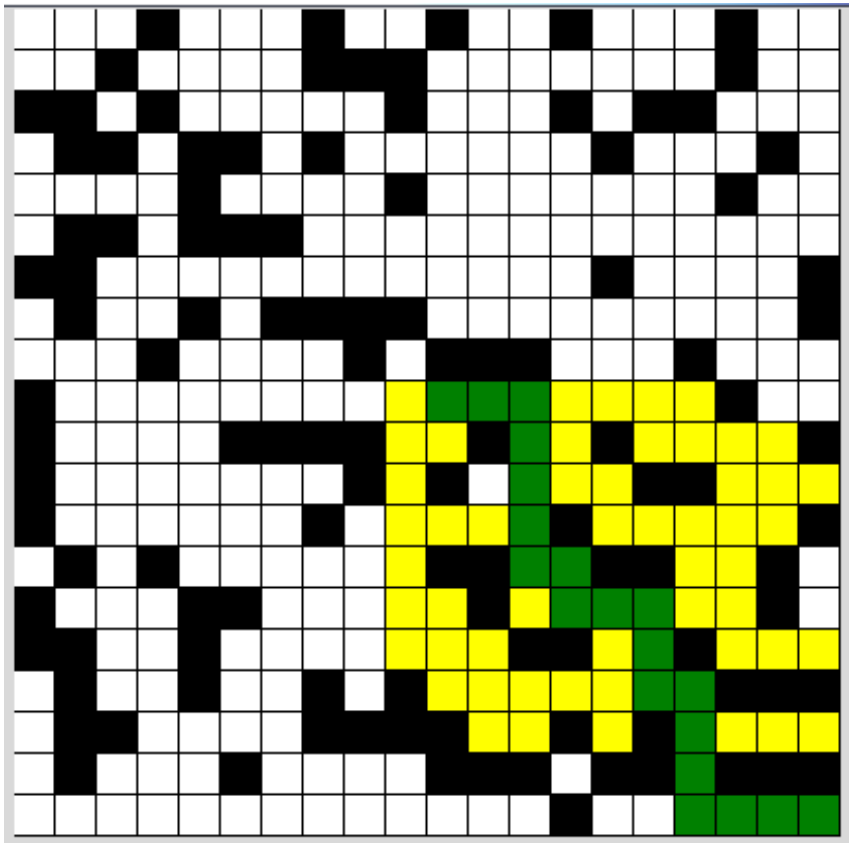
Problema: UCS ordena los estados por costo desde s_{inicio} hasta s

Objetivo: tener en cuenta el costo desde s hasta s_{final}

¿Puede mejorar la búsqueda de costo uniforme?

Demo: UCS Maze

En realidad, nos gustaría:

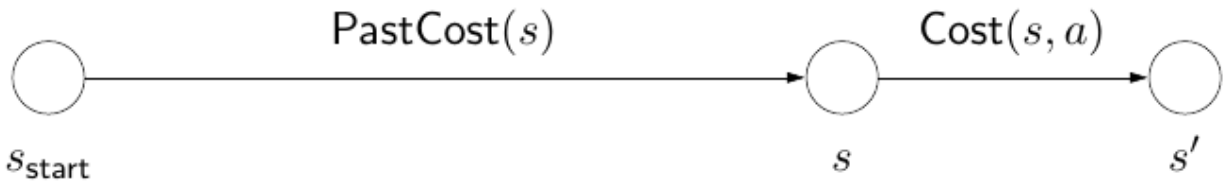


Problema: UCS ordena los estados por costo desde s_{inicio} hasta s

Objetivo: tener en cuenta el costo desde s hasta s_{final}

Exploración de estados

UCS: explora los estados en orden de CostoPasado(s)



[7]

Ideal: explora en orden de CostoPasado(s) + CostoFuturo(s)

A* (Hart/Nilsson/Raphael, 1968): explora en orden de CostoPasado(s) + $h(s)$

Definition (Función heurística)
Una heurística $h(s)$ es cualquier estimación de CostoFuturo(s).

[7] Imagen tomada de Standford CS221

A^* algorithm

Demo: UCS Maze with A^*

Code Exercise: Programa A^* usando Best-First search

Code Exercise: Resuelve el Maze con USC y A^* (maze_main.py)

Heurísticas consistentes

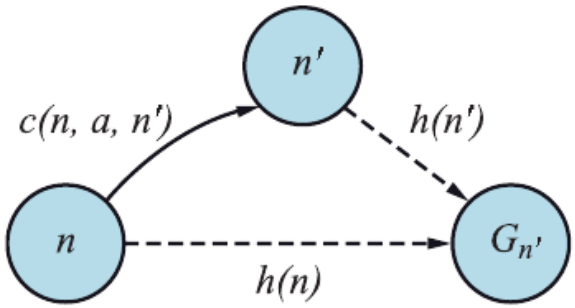


Figure 3.19 Triangle inequality: If the heuristic h is consistent, then the single number $h(n)$ will be less than the sum of the cost $c(n,a,a')$ of the action from n to n' plus the heuristic estimate $h(n')$.

[8]

Definition (Consistencia)
Una heurística h es consistente si:

$$h(s) \leq \text{Costo}(s, a) + h(\text{Succ}(s, a))$$

$$h\left(s_{\text{final}}\right) = 0.$$

Lemma (corrección)
Si h es consistente, A^* devuelve la ruta de costo mínimo.

[8] Imagen tomada de AIMA

Admisibilidad

Definition (Admisibilidad)
Una heurística $h(s)$ es admisible si $h(s) \leq$ CostoFuturo (s)

Intuición: las heurísticas admisibles son optimistas.

Theorem (Consistencia implica admisibilidad)
Si una heurística $h(s)$ es consistente, entonces $h(s)$ es admisible.

Lemma (corrección)
Si h es admisible, A^* devuelve la ruta de costo mínimo.

Resumen:

- ¿Completa? Sí.
- ¿Óptima? Sí, si la heurística es admisible.
- Espacio: $O(b^d)$ en el peor caso (generalmente, mucho más bajo).
- Tiempo: $O\left(b^d\right)$ en el peor caso (generalmente, mucho más bajo).

Algoritmos de Búsqueda Informada: A*

Funciones heurísticas

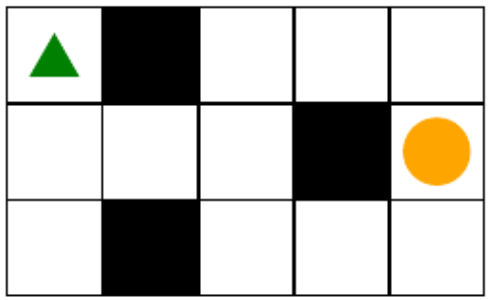
¿Cómo obtener buenas heurísticas? Relajación

Intuición: idealmente, usar $h(s) = \text{CostoFuturo}(s)$, pero eso es tan difícil como resolver el problema original.

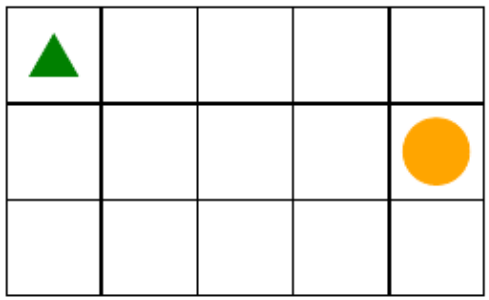
Idea: Relajación
Dado que las heurística optimistas son admisibles y las restricciones complican la vida, las ¡eliminamos!

Example: Relajación

Goal: move from triangle to circle



Hard



Easy

Heuristic:

$$h(s) = \text{ManhattanDistance}(s, (2, 5))$$

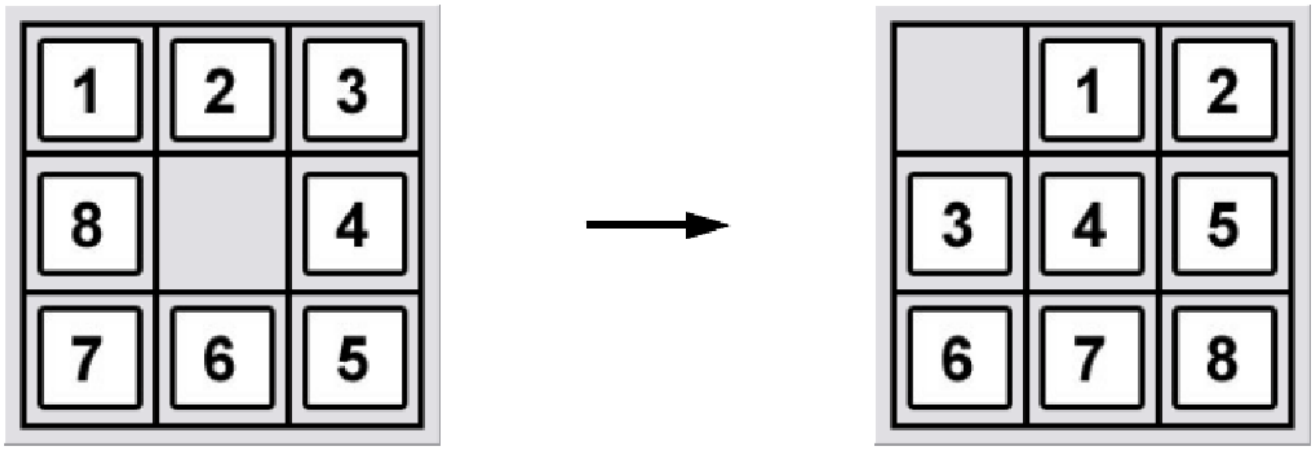
e.g., $h((1, 1)) = 5$

[9]

[9] Imagen tomada de Standford CS221

Subproblemas independientes

Example: 8 puzzle



[10]

Problema original: las piezas no pueden superponerse (restricción)

Problema relajado: las piezas pueden superponerse (sin restricción)

Solución relajada: 8 problemas independientes, cada uno en forma cerrada. Podemos combinarlas con max.

[10] Imagen tomada de AIMA

Proyectos de Investigación

Proyectos de Investigación en Búsqueda

- **Beam Search**: Técnica de búsqueda heurística que limita el número de nodos expandidos en cada nivel.
  Interesante porque: Ofrece un equilibrio entre exploración y eficiencia, y es útil en problemas de gran escala.
- **Pattern Databases**: Bases de datos precomputadas para almacenar soluciones óptimas de subproblemas.
  Interesante porque: Reducen el tiempo de búsqueda en problemas de espacios de estado complejos.
- **Otros algoritmos: Bidirectional Search, IDA*, etc.**