

NP demonstration

Alex Sánchez, Jorge Alberto Aspiolea, Carlos Manuel Gonzales

September 2024

1 Ejercicio

El problema 2 puede ser resumido a encontrar la menor cantidad de pasillos del laberinto que debemos eliminar (monstruos a matar , bueno, los mata Carlos) para eliminar los ciclos del laberinto , modelando el laberinto como un conjunto de salas conectadas por pasillos unidireccionales, podríamos tomar las salas como nodos y los pasillos como arcos de un Digrafo cíclico (si no hay ciclos no tiene sentido el ejercicio)

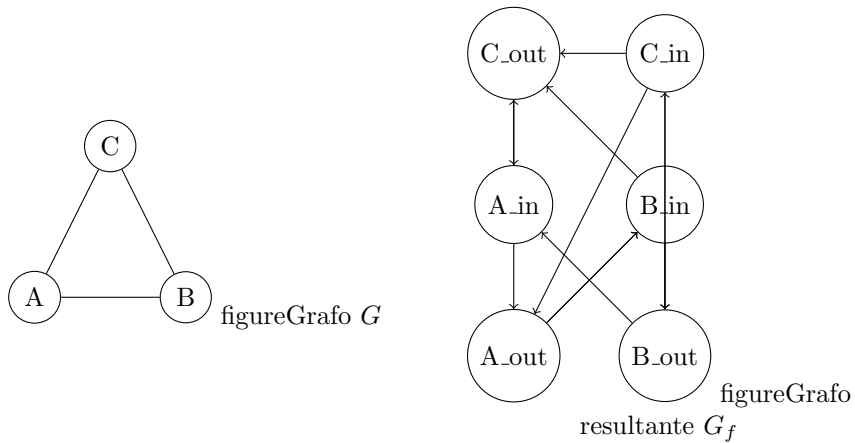
2 Comprobación en tiempo Polinomial

Si queremos comprobar una solución $\{G, k\}$ es decir si eliminando k arcos eliminamos los ciclos. Simplemente eliminamos esos k arcos y comprobamos que no queden ciclos en el grafo resultante. Usando algoritmos como Floyd Warshall $O(V^3)$, verificando aristas de retroceso con Dfs $O(V(G)+E(G))$ etc). Por lo que verificar una solución es posible en tiempo polinomial.

3 Reduciendo a Vertex Cover

Supongamos que tenemos un grafo G , convirtámoslo en un grafo dirigido. Siguiendo las siguientes reglas:

1. Por cada vertice $u \in V(G)$ creamos en G_f (grafo dirigido resultante) dos vértices u_{in} y u_{out} y conectamos u_{in} con u_{out}
2. Por cada arista $u, v \in E(G)$ conectamos u_{out} con v_{in} y v_{out} con u_{in} en G_f



Esta transformación es posible hacerla en tiempo polinomial siguiendo las dos reglas anteriores por cada nodo , por lo que la transformación se haría en $O(V(G))$

Por cada vértice en G se construye un ciclo en G_f , asumimos que el grafo no tiene vertices aislados de tener estos sería imposible hacer vertex cover y no tendría sentido la reducción. Por tanto si existiera un algoritmo que resolviera este problema en una complejidad polinomial, se pudiera transformar a vertex Cover en una complejidad polinomial, por tanto se resolvería Vertex Cover en una complejidad polinomial , no puede pasar pq Vertex Cover está demostrado es NP-Hard. Por tanto el problema en cuestión es NP-Completo