

Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра системного программирования

Ковалев Дмитрий Александрович

Синтаксический анализ данных,  
представленных в виде  
контекстно-свободной грамматики

Выпускная квалификационная работа

Научный руководитель:  
к. ф.-м. н., доц. Григорьев С. В.

Рецензент:  
программист НИУ ИТМО Авдюхин Д. А.

Санкт-Петербург  
2017

SAINT PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Chair of Software Engineering

Dmitry Kovalev

# Parsing data represented as context-free grammar

Graduation Project

Scientific supervisor:  
associate professor Semyon Grigorev

Reviewer:  
Programmer at ITMO University Avdiukhin Dmitrii

Saint-Petersburg  
2017

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>1. Постановка задачи</b>	<b>6</b>
<b>2. Обзор</b>	<b>7</b>
2.1. Рекурсивные автоматы и КС-грамматики . . . . .	7
2.2. Разрешимость задачи синтаксического анализа контекстно- свободного представления . . . . .	8
2.3. GLL-алгоритм и его модификации . . . . .	10
2.3.1. Оригинальный GLL-алгоритм . . . . .	10
2.3.2. Поддержка грамматик в EBNF . . . . .	11
2.3.3. Синтаксический анализ графов . . . . .	12
2.4. Проект YaccConstructor . . . . .	13
<b>3. Алгоритм синтаксического анализа     контекстно-свободного представления</b>	<b>14</b>
3.1. Описание алгоритма . . . . .	14
3.2. Доказательство корректности . . . . .	14
<b>4. Реализация и тестирование</b>	<b>15</b>
4.1. Архитектура предложенного решения . . . . .	15
4.2. Тестирование производительности . . . . .	15
<b>Заключение</b>	<b>16</b>
<b>Список литературы</b>	<b>17</b>
<b>Приложение</b>	<b>19</b>

# Введение

Контекстно-свободные грамматики, наряду с регулярными выражениями, активно используются для решения задач, связанных с разработкой формальных языков и синтаксических анализаторов. Одним из основных достоинств контекстно-свободных грамматик является возможность задания широкого класса языков при сохранении относительной компактности представления. Благодаря данному свойству, грамматики также представляют интерес в такой области информатики, как кодирование и сжатие данных. В частности, существует ряд алгоритмов, позволяющих производить сжатие текстовой информации, используя в качестве конечного [5] или промежуточного [2] представления контекстно-свободную грамматику (grammar-based compression).

Стандартной процедурой при работе с текстовыми данными является поиск в них определенных шаблонов, которые могут быть заданы строкой или регулярным выражением. В настоящее время большие объемы информации, как правило, хранятся и передаются по сети в сжатом виде, поэтому актуальной задачей становится поиск шаблонов непосредственно в компактном контекстно-свободном представлении текста. Такой подход позволяет избежать дополнительных затрат памяти на восстановление исходной формы данных и, в некоторых случаях, увеличивает скорость выполнения запроса. Шаблон здесь может быть, как и при поиске в обычном тексте, строкой (compressed pattern matching), сжатой строкой (fully compressed pattern matching) или регулярным выражением.

Известны ситуации, в которых для задания шаблона необходимо использовать более выразительные средства. Примером может служить одна из задач биоинформатики — поиск и классификация организмов в метагеномных сборках. Метагеномная сборка представляет собой помеченный граф большого размера, на ребрах которого хранятся строки над алфавитом нуклеотидных символов. Такой граф, по сути, описывает конечный автомат, который задает некоторое регулярное множество геномов. Шаблоном для поиска в данном случае является харак-

терная для организма часть генома, структура которой описывается контекстно-свободной грамматикой [6]. Эта задача может быть решена при помощи алгоритма синтаксического анализа регулярных множеств [7].

Для получения более компактного представления метагеномной сборки можно использовать контекстно-свободное сжатие. Задача поиска шаблонов при использовании КС-представления сборки формулируется следующим образом: необходимо найти все строки, принадлежащие пересечению языков, задаваемых грамматикой шаблона и грамматикой сборки. Или, иначе, — найти все строки, выводимые в одной грамматике и порождаемые другой. Назовем эту задачу *синтаксическим анализом данных, представленных в виде КС-грамматики*. В общем случае такая задача неразрешима, так как она сводится к задаче о проверке пересечения двух языков, порождаемых произвольными КС-грамматиками, на пустоту. Для проведения экспериментов с метагеномными сборками необходимо точнее исследовать возможность проведения синтаксического анализа КС-представления и разработать прототип алгоритма, позволяющего решить данную задачу.

# 1. Постановка задачи

Целью данной работы является разработка алгоритма синтаксического анализа данных, представленных в виде контекстно-свободной грамматики. Для ее достижения были поставлены следующие задачи.

- Определить ограничения, при которых синтаксический анализ контекстно-свободного представления является разрешимой задачей.
- Разработать алгоритм синтаксического анализа КС-представления данных с учетом поставленных ограничений и доказать его корректность.
- Реализовать предложенный алгоритм.
- Провести тестирование и апробацию.

## 2. Обзор

Для того чтобы упростить ход рассуждений, касающихся контекстно-свободных грамматик, в данной работе используется понятие *рекурсивного автомата* — абстракции, позволяющей задавать произвольную КС-грамматику. Ее описание приводится в первом параграфе обзора. Второй параграф посвящен вопросу о разрешимости задачи синтаксического анализа контекстно-свободного представления данных и его связи с фундаментальными проблемами теории формальных языков.

Предлагаемый в данной работе алгоритм основан на алгоритме синтаксического анализа регулярных множеств, который, в свою очередь, является модификацией алгоритма обобщенного синтаксического анализа Generalized LL. Об этих алгоритмах, а также о проекте, в рамках которого проведена разработка предложенного решения, также будет рассказано в обзоре.

### 2.1. Рекурсивные автоматы и КС-грамматики

Введем понятие рекурсивного автомата, которое потребуется для дальнейшего изложения

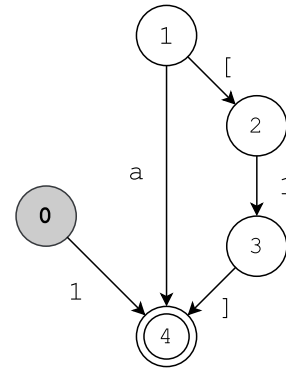
**Определение 1.** Рекурсивный автомат  $R$  — это пятерка  $(\Sigma, Q, \delta, q_0, q_f)$ , где  $\Sigma$  — конечное множество терминальных символов,  $Q$  — конечное множество состояний автомата,  $\delta : Q \times (\Sigma \cup Q) \rightarrow 2^Q$  — функция переходов,  $q_0 \in Q$  — начальное состояние,  $q_f$  — конечное состояние.

Можно заметить, что данное определение практически идентично определению стандартного конечного автомата. Единственное отличие состоит в том, что метками на ребрах рекурсивного автомата могут как терминальные символы (терминальные переходы), так и состояния (нетерминальные переходы). Класс рекурсивных автоматов обладает такой же выразительностью, как и контекстно-свободные грамматики, т.е. позволяет описать любой контекстно-свободный язык. Более того, грамматика тривиальным образом может быть преобразована в рекур-

сивный автомат (обратное тоже верно) [9]. Пример рекурсивного автомата, построенного по грамматике, можно увидеть на рисунке 1.

$$\begin{aligned} S' &::= S \\ S &::= [ S ] \\ S &::= a \end{aligned}$$

(a) Грамматика  $G_1$



(b) Рекурсивный автомат для  $G_1$

Рис. 1: Преобразование между грамматикой и рекурсивным автоматом

## 2.2. Разрешимость задачи синтаксического анализа контекстно-свободного представления

Как было сказано ранее, задачу поиска шаблона, при условии, что и шаблон, и данные, в которых осуществляется поиск, представлены контекстно-свободными грамматиками, мы назовем синтаксическим анализом контекстно-свободного представления.

Для доказательства предложений, сформулированных далее, будет использоваться следующая теорема [4].

**Теорема 1** (Nederhof, Satta). Пусть  $G_1$  — произвольная контекстно-свободная грамматика,  $G_2$  — грамматика, которая не содержит непосредственной или скрытой рекурсий. Тогда проблема проверки пустоты пересечения языков, порождаемых данными грамматиками, относится к классу *PSPACE-complete*.

Рассмотрим случай, когда грамматика данных задает ровно одну строку. Пусть  $G_t$  — произвольная КС-грамматика, задающая шаблоны для поиска, а  $G_d$  — КС-грамматика, которая не содержит непосредственной или скрытой рекурсий.  $L(G_t)$  и  $L(G_d)$  — языки, порождаемые грамматиками, при этом  $L(G_d) = \{\omega\}$ , где  $\omega$  — исходные данные, к



которым был применен алгоритм сжатия. Необходимо определить, существуют ли такие строки  $\omega'$ , что  $\omega' \in L(G_t)$  и  $\omega'$  — подстрока  $\omega$ .

**Предложение 1.** *При выполнении описанных условий задача синтаксического анализа КС-представления разрешима.*

*Доказательство.* Пользуясь эквивалентностью представлений, можно записать грамматику  $G_d$  в виде рекурсивного автомата  $R_d$ . Рассмотрим рекурсивный автомат  $R_{i,j}$ , полученный из  $R_d$  путем замены стартового состояния на  $i \in Q(R_d)$  и назначения терминирующего (финального, из которого не может быть совершено переходов) состояния  $j \in Q(R_d)$ . Такой автомат описывает грамматику, которая является представлением некоторой подстроки  $\omega$ . Рассмотрев все возможные пары  $i$  и  $j$ , получаем конечное множество грамматик, для каждой из которых необходимо проверить, содержится ли строка, порождаемая ей, в языке  $L(G_t)$ . Согласно теореме 1, такая проверка является разрешимой задачей и принадлежит к классу PSPACE-complete.  $\square$

Отдельно отметим, что для описанных процедур используется лишь исходный автомат, эквивалентный грамматике  $G_d$ . Условия задачи поиска шаблонов непосредственно в контекстно-свободном представлении, таким образом, выполняются. Верна также разрешимость более общей задачи.

**Предложение 2.** *Пусть грамматика  $G_d$  задает конечное множество строк  $L(G_d) = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ . Необходимо определить, существуют ли строки  $\omega'$ , для которых верно:  $\omega' \in L(G_t)$  и  $\omega'$  — подстрока одной из строк  $\omega_i \in L(G_d)$ . Данная задача разрешима и принадлежит классу PSPACE-complete.*

*Доказательство.* Как и в предыдущем доказательстве, используем запись грамматики в виде рекурсивного автомата  $R_d$  и рассмотрим автоматы  $R_{i,j}$ . В данном случае каждый из этих автоматов представляет собой грамматику, которая порождает некоторое конечное множество подстрок исходных строк из  $L(G_d)$ . Проверка пустоты пересечения такой грамматики с  $G_t$  также соответствует условиям теоремы 1.  $\square$

В случае, когда грамматика  $G_d$  представляет собой бесконечный регулярный язык (т.е. содержит левую и/или правую рекурсию), разрешимость задачи поиска шаблонов установить не удастся. Подход, использованный ранее в доказательстве предложений, не может быть применен, так как части рекурсивного автомата, представляющего грамматику  $G_d$ , также могут содержать рекурсивные переходы, что выходит за рамки условия теоремы 1. Проверка разрешимости и определение класса сложности задачи проверки пустоты пересечения произвольной и регулярной КС-грамматик в настоящее время остаются открытыми проблемами [4].

## 2.3. GLL-алгоритм и его модификации

Классические алгоритмы нисходящего и восходящего синтаксического анализа предполагают использование грамматики, которая является в достаточной мере однозначной. В противном случае, управляющие таблицы анализаторов содержат конфликты, из-за чего нельзя гарантировать корректное поведение на любых входных данных. Для работы с сильно неоднозначными грамматиками используются алгоритмы *обобщенного синтаксического анализа*, которые позволяют рассмотреть все возможные пути разбора строки и построить соответствующие деревья вывода. Поиск шаблонов не требует наличия деревьев вывода, поэтому в дальнейшем алгоритмы синтаксического анализа рассматриваются только как механизм, позволяющий определить принадлежность строки языку.

### 2.3.1. Оригинальный GLL-алгоритм

Generalized LL (GLL) [8] — алгоритм, обобщающий идеи нисходящего синтаксического анализа. GLL, в отличие от стандартных LL-алгоритмов, позволяет использовать для анализа произвольную контекстно-свободную грамматику, в том числе содержащую леворекурсивные правила. Вместе с тем, GLL наследует такие полезные свойства алгоритмов нисходящего анализа, как непосредственная связь с

грамматикой и простота отладки и диагностики ошибок.

Для обработки неоднозначностей GLL разделяет стек анализатора на несколько ветвей, каждая из которых соответствует возможному пути разбора. При таком подходе необходимо компактное представление множества стеков, в качестве которого выступает Graph Structured Stack (GSS). В работе [1] была представлена модификация GSS, которая позволяет увеличить эффективность GLL-анализа. Вершины такого представления хранят в себе номер нетерминала и позицию в строке, с которой начался разбор подстроки, соответствующей ему. На ребрах хранятся позиции в грамматике (вида  $X \rightarrow \alpha A \cdot \beta$ ), на которые необходимо вернуться после завершения разбора нетерминала.

Основной идеей GLL является использование дескрипторов, позволяющих полностью описывать состояние анализатора в текущий момент времени.

**Определение 2.** Дескриптор — это тройка  $(L, u, i)$ , где

- $L$  — текущая позиция в грамматике вида  $A \rightarrow \alpha \cdot \beta$
- $u$  — текущая вершина GSS
- $i$  — позиция во входном потоке

В процессе работы поддерживается глобальная очередь дескрипторов. В начале каждого шага исполнения алгоритм берет следующий в очереди дескриптор и производит действия в зависимости от позиции в грамматике и текущего входного символа, передвигая соответствующие указатели. При наличии конфликтов в грамматике алгоритм добавляет дескрипторы для каждого возможного пути анализа в конец очереди.

### 2.3.2. Поддержка грамматик в EBNF

В работе Артема Горохова [3] была описана модификация GLL, которая позволяет использовать грамматики, записанные в расширенной форме Бэкуса-Наура (EBNF). Грамматика такого вида трансформируется в соответствующий рекурсивный автомат, в котором затем минимизируется количество состояний. Синтаксический анализ произво-

дится без построения управляющих таблиц: алгоритм обходит рекурсивный автомат в соответствии со входным потоком символов. При обработке текущего дескриптора  $(C_S, C_U, i)$ , где  $C_S$  — вершина автомата (эквивалент позиции в грамматике),  $C_U$  — вершина GSS,  $i$  — позиция в строке, могут возникать следующие ситуации.

- $C_S$  — финальное состояние. Показывает, что разбор текущего нетерминала был завершен. Необходимо осуществить возврат из  $C_U$  по меткам на исходящих из нее ребрах.
- Присутствует нетерминальный переход из  $C_S$ . В данном случае необходимо начать разбор указанного нетерминала  $X$ . Для этого в GSS должна быть создана новая вершина  $(X, i)$ , если она не создавалась ранее, а текущая вершина автомата изменена на стартовую для  $X$ .
- Присутствует терминальный переход из  $C_S$ . Необходимо сравнить терминал на ребре автомата с текущим входным символом. Если они совпадают, то осуществить переход в вершину автомата, на которую указывает ребро, и передвинуть указатель в строке.

За счет уменьшения количества состояния в автомате удастся достичь прироста в производительности по сравнению со стандартным GLL-алгоритмом.

### 2.3.3. Синтаксический анализ графов

Стандартными входными данными для алгоритмов синтаксического анализа являются линейные последовательности токенов. На основе GLL был разработан алгоритм, который позволяет производить синтаксический анализ регулярных множеств строк, представленных в виде конечного автомата (который, в свою очередь, является ориентированным графом с токенами на ребрах).

Поддержка нелинейного входа не потребовала существенных изменений в оригинальном алгоритме. Дескрипторы модифицированного

алгоритма хранят номер вершины входного графа вместо позиции в строке. Также, на шаге исполнения просматривается не единственный текущий символ, а множество символов на ребрах, исходящих из текущей вершины.

Производительность данного алгоритма, как и обычного GLL, может быть увеличена при помощи представления входной грамматики в виде рекурсивного автомата. В таком случае, алгоритм будет производить обход двух автоматов — рекурсивного и конечного. Ситуации, возникающие при обработке дескрипторов, не отличаются от описанных ранее ситуаций для линейного входа. Псевдокод данной модификации приведен в приложении.

## 2.4. Проект YaccConstructor

YaccConstructor — исследовательский проект лаборатории языковых инструментов JetBrains на математико-механическом факультете СПбГУ, направленный на исследования в области лексического и синтаксического анализа. Проект включает в себя одноименную модульную платформу для разработки лексических и синтаксических анализаторов, содержащую большое количество компонент: язык описания грамматик YARD, преобразования над грамматиками и др. Основным языком разработки является F#.

Ранее в рамках YaccConstructor были реализованы генераторы GLL-анализаторов, описание которых было приведено в данном обзоре.

## 3. Алгоритм синтаксического анализа контекстно-свободного представления

### 3.1. Описание алгоритма

// ЧЕРНОВИК

Мы пытаемся решать следующую задачу: пусть  $G_1 = (N, T, S, P)$  — произвольная КС-грамматика,  $G_2$  — NSE КС-грамматика. Алгоритм принимает на вход два рекурсивных автомата,  $M_1$  и  $M_2$ , построенных по грамматикам  $G_1$  и  $G_2$  соответственно, при этом в автомате  $M_2$  левые/правые рекурсивные вызовы заменены на циклы, как в обычном конечном автомате.

Результатом работы алгоритма являются тройки вида  $(X, n_1, n_2)$ , где  $X \in N$ ,  $n_1, n_2$  — номера состояний автомата  $M_2$ . Для каждой из таких троек выполняется следующее утверждение:  $\exists \omega \in T^*$  такая, что  $X \rightarrow^* \omega$  в  $G_1$  и  $\omega \in L(M')$ , где  $M'$  — рекурсивный автомат, полученный из  $M_2$  путем замены начального и конечного состояния на  $n_1$  и  $n_2$  соответственно.

Получая такие результаты, мы, по сути, отвечаем на вопрос о проверке пустоты пересечения КС-языка и регулярного, представленных в необычных абстракциях. Для КС-языка мы используем рекурсивный автомат, а для регулярного — нечто среднее между конечным автоматом и NSE грамматикой (это нечто все еще использует стек, но только для обработки нерекурсивных вызовов). Такое представление эквивалентно по выразительности NSE и, следовательно, FA (см. рис. ??).

### 3.2. Доказательство корректности

*Теорема 2. Завершаемость. Алгоритм завершает работу за конечное число шагов для произвольных входных данных*

*Теорема 3. Корректность. ???*

## **4. Реализация и тестирование**

### **4.1. Архитектура предложенного решения**

todo

### **4.2. Тестирование производительности**

todo

# Заключение

В ходе данной работы получены следующие результаты.

- Определены ограничения, при которых синтаксический анализ контекстно-свободного представления является разрешимой задачей.
- Разработан алгоритм синтаксического анализа КС-представления, учитывающий поставленные ограничения, и доказана его корректность. Полученный алгоритм является модификацией алгоритма синтаксического анализа графов на основе GLL.
- Предложенный алгоритм реализован на языке программирования F# в рамках исследовательского проекта YaccConstructor.
- Проведена апробация: тестирование производительности и тестирование на синтетических данных.

В дальнейшем планируется провести апробацию на реальных данных (метагеномных сборках) и доказать теоретическую оценку сложности алгоритма.

Исходный код проекта YaccConstructor может быть найден на сайте <https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor>.



## Список литературы

- [1] Afroozeh Ali, Izmaylova Anastasia. Faster, Practical GLL Parsing // Compiler Construction: 24th International Conference, CC 2015, Held as Part of the European Joint Conferences on Theory and Practice of Software, ETAPS 2015, London, UK, April 11-18, 2015, Proceedings / Ed. by Björn Franke. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2015. — P. 89–108. — ISBN: 978-3-662-46663-6. — URL: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-46663-6\\_5](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-46663-6_5).
- [2] Arimura Mitsuharu. A grammar-based compression using a variation of Chomsky normal form of context free grammar // 2016 International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA). — 2016.
- [3] Gorokhov Artem, Grigorev Semyon. Extended Context-Free Grammars Parsing with Generalized LL. — 2017.
- [4] Nederhof Mark-Jan, Satta Giorgio. The Language Intersection Problem for Non-recursive Context-free Grammars // Inf. Comput. — 2004. — Aug. — Vol. 192, no. 2. — P. 172–184. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ic.2004.03.004>.
- [5] Nevill-Manning Craig G., Witten Ian H. Identifying Hierarchical Structure in Sequences: A Linear-time Algorithm // J. Artif. Int. Res. — 1997. — Sep. — Vol. 7, no. 1. — P. 67–82. — URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1622776.1622780>.
- [6] Quantifying variances in comparative RNA secondary structure prediction / James WJ Anderson, Ádám Novák, Zsuzsanna Sükösd et al. // BMC Bioinformatics. — 2013. — Vol. 14, no. 1. — P. 149. — URL: <http://dx.doi.org/10.1186/1471-2105-14-149>.
- [7] Ragozina Anastasiya. GLL-based relaxed parsing of dynamically generated code. — 2016.

- [8] Scott Elizabeth, Johnstone Adrian. GLL parsing // Electronic Notes in Theoretical Computer Science. — 2009. — Vol. 253, no. 7.
- [9] Tellier Isabelle. Learning recursive automata from positive examples // Revue des Sciences et Technologies de l'Information-Série RIA: Revue d'Intelligence Artificielle. — 2006. — Vol. 20, no. 6. — P. 775–804.

# Приложение

## Псевдокод алгоритма синтаксического анализа графов

```
function CREATE( $S_{call}, S_{next}, u, i, w$ )  
   $A \leftarrow \Delta(S_{call})$   
  if ( $\exists$  GSS node labeled  $(A, i)$ ) then  
     $v \leftarrow$  GSS node labeled  $(A, i)$   
    if (there is no GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, w)$ ) then  
      add GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, w)$   
      for  $((v, z) \in \mathcal{P})$  do  
         $(y, N) \leftarrow \text{getNodes}(S_{next}, u.nonterm, w, z)$   
         $(\_, \_, h) \leftarrow y$   
        add( $S_{next}, u, h, y$ )  
        if  $N \neq \$$  then  
           $(\_, \_, h) \leftarrow N$ ; pop( $u, h, N$ )  
  else  
     $v \leftarrow$  new GSS node labeled  $(A, i)$   
    create GSS edge from  $v$  to  $u$  labeled  $(S_{next}, w)$   
    add( $S_{call}, v, i, \$$ )  
  return  $v$   
  
function POP( $u, i, z$ )  
  if  $((u, z) \notin \mathcal{P})$  then  
     $\mathcal{P}.add(u, z)$   
    for all GSS edges  $(u, S, w, v)$  do  
       $(y, N) \leftarrow \text{getNodes}(S, v.nonterm, w, z)$   
      add( $S, v, i, y$ )  
      if  $N \neq \$$  then pop( $v, i, N$ )  
  
function PARSE  
   $R.enqueue(StartState, newGSSnode(StartNonterminal, 0), 0, \$)$   
  while  $R \neq \emptyset$  do  
     $(C_S, C_U, i, C_N) \leftarrow R.dequeue()$ 
```

```

if ( $C_N = \$$ ) and ( $C_S$  is final state) then
   $eps \leftarrow \text{getNodeT}(\varepsilon, i)$ 
   $(\_, N) \leftarrow \text{getNodes}(C_S, C_U.\text{nonterm}, \$, eps)$ 
  pop( $C_U, i, N$ )
for each  $transition(C_S, label, S_{next})$  do
  switch  $label$  do
    case  $Terminal(x)$  where ( $x = input[i]$ )
       $T \leftarrow \text{getNodeT}(x, i)$ 
       $(y, N) \leftarrow \text{getNodes}(S_{next}, C_U.\text{nonterm}, C_N, T)$ 
      if  $N \neq \$$  then pop( $C_U, i + 1, N$ )
      if  $S_{next}$  have multiple ingoing transitions then
        add( $S_{next}, C_U, i + 1, y$ )
      else
         $R.\text{enqueue}(S_{next}, C_U, i + 1, y)$ 
    case  $Nonterminal(S_{call})$ 
      create( $S_{call}, S_{next}, C_U, i, C_N$ )
if SPPF node ( $StartNonterminal, 0, input.length$ ) exists then
  return this node
else report failure

```