ITGM

Теория формальных языков — это не только написание парсеров

Семён Григорьев

JetBrains Research, лаборатория языковых инструментов
Санкт-Петербургский государственный университет

17.03.2018

Поиск путей в графах

- Анализ графов
  - Запросы к графовым базам данных
  - Анализ сетей (социальных, интернет и т.д.)
- Статический анализ программ
  - Анализ алиасов
  - Taint analysis
  - Анализ типов
  - Статический анализ динамически формируемого кода
- ...

Теория формальных языков

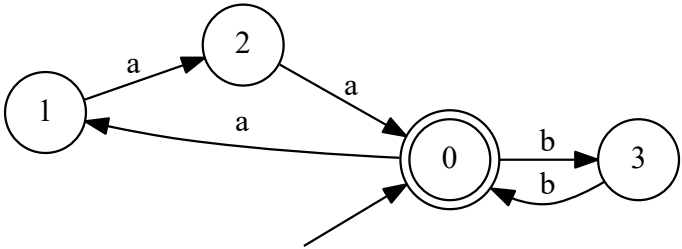
- Алфавит — множество символов (Σ, N, ...)
- Язык — множество “слов”
- Язык L над алфавитом Σ: $L(\Sigma) = \{w | w \in \Sigma^*\}$
- Классы языков
  - Регулярные: регулярные выражения (“академические”), конечные автоматы
  - Контекстно-свободные
  - ...
- У разных классов разная выразительная сила
  - Язык “правильных” скобочных последовательностей является контекстно-свободным, но не является регулврным

Регулярные языки

Регулярные языки
$\Longleftrightarrow$ регулярные выражения
$\Longleftrightarrow$ конечные автоматы
Конечный автомат $M = (\Sigma, Q, P, S, F)$

- Σ — алфавит
- Q — множество состояний
- $P \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ — правила перехода из одного состояния в другое
- $S \subseteq Q$ — стартовые состояния
- $F \subseteq Q$ — финальные состояния

Конечные автоматы



- $p = v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \cdots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n$ — путь из стартового состояния в конечное
- $w(p) = w(v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \cdots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n) = l_0 l_1 \cdots l_{n-1}$
- $L(M) = \{w(p) | p$— путь из стартового состояния M в конечное$\}$
- $L(M) = \{aaa; bb; aaabb; aaabbaaabbbb, \dots\}$

Контекстно-свободные языки

Контекстно-свободная грамматика $\mathbb{G} = (\Sigma, N, P, S)$

- Σ — терминальный алфавит
- N — нетерминальный алфавит
- P — правила вывода
- $S \in N$ — стартовый нетерминал

Контекстно свободная граммтика для языка $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ с явным выделением “середины”

$$
\begin{aligned}
0: &\quad S \to a\ S\ b \\
1: &\quad S \to Middle \\
2: &\quad Middle \to a\ b
\end{aligned}
$$

Грамматика как правила переписывания:

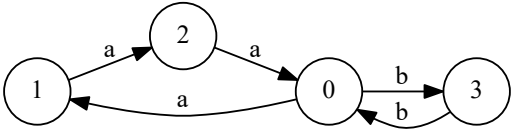
- $S \xrightarrow{1} Middle \xrightarrow{2} ab$
- $S \xrightarrow{0} a\ S\ b \xrightarrow{0} aa\ S\ bb \xrightarrow{1} aa\ Middle\ bb \xrightarrow{2} aaabbb$

Поиск путей с контекстно-свободными ограничениями

- $\mathbb{G} = (\Sigma, N, P)$ — контекстно-свободная грамматика
- $G = (V, E, L)$ — ориентированный граф, $E \subseteq V \times L \times V$, $L \subseteq \Sigma$
- $p = v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \cdots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n$ — путь в графе G
- $w(p) = w(v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \cdots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n) = l_0 l_1 \cdots l_{n-1}$
- $R = \{p \mid \exists N_i \in N(w(p) \in L(\mathbb{G}, N_i))\}$
  - Стартовый нетерминал можно зафиксировать заранее
  - **Проблема:** множество R может быть бесконечным
- Задачу можно сформулировать иначе:
  $Q = \{(v_0, N_i, v_n) \mid \exists N_i \in N,\ \exists p = v_0 \xrightarrow{l_0} \cdots \xrightarrow{l_{n-1}} v_n\ (w(p) \in L(\mathbb{G}, N_i))\}$

Пример

Входной граф



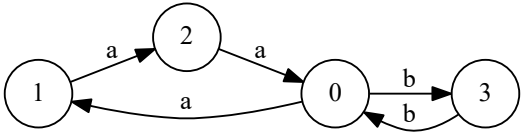
Запрос — грамматика G для языка $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ с явным выделением середины пути

$$
\begin{aligned}
0: &\quad S \to a\ S\ b \\
1: &\quad S \to Middle \\
2: &\quad Middle \to a\ b
\end{aligned}
$$

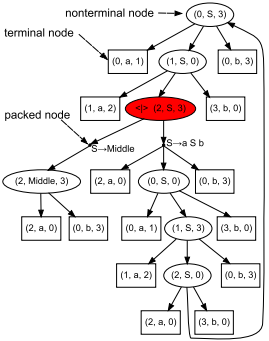
Ответ — бесконечное множество путей

- $p_1 = 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3$
- $p_2 = 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0$

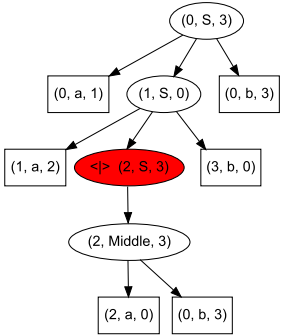
Структурное представление результата запроса



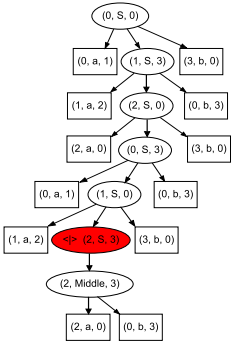
Входной граф



Результат (SPPF)

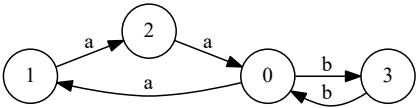


Дерево вывода пути p_1

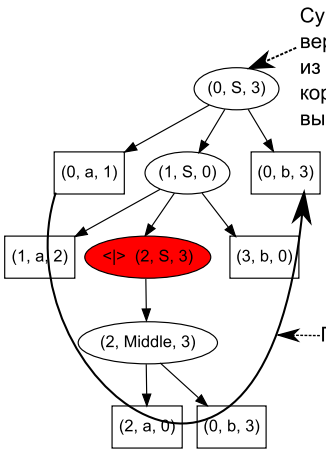


Дерево вывода пути p_2

Пример: извлечение путей



Путь: $0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3$

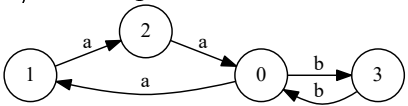


Почему это работает

Замкнутость КС языков относительно пересечения с регуляными

Почему это работает

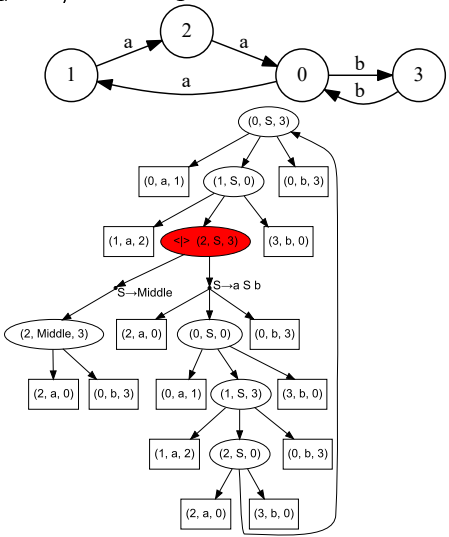
Замкнутость КС языков относительно пересечения с регулярными



0 : $S \to a\ S\ b$
1 : $S \to Middle$
2 : $Middle \to a\ b$

Почему это работает

Замкнутость КС языков относительно пересечения с регулярными



$0: \quad S \to a\ S\ b$

$1: \quad S \to Middle$

$2: \quad Middle \to a\ b$

$$
\begin{aligned}
(0,S,3) &\to (0,a,1)\ (1,S,0)\ (0,b,3)\\
(1,S,0) &\to (1,a,2)\ (2,S,3)\ (3,b,0)\\
(2,S,3) &\to (2,a,0)\ (0,S,0)\ (0,b,3)\\
(2,S,3) &\to (2,Middle,3)\\
(0,S,0) &\to (0,a,1)\ (1,S,3)\ (3,b,0)\\
(1,S,3) &\to (1,a,2)\ (2,S,0)\ (0,b,3)\\
(2,S,0) &\to (2,a,0)\ (0,S,3)\ (3,b,0)\\
(0,Middle,3) &\to (2,a,0)\ (0,b,3)
\end{aligned}
$$

Примеры применения

- Графовые базы данных и семантические сети
  - Same-generation query (и модификации), similarity query (и модификации)
  - *Sevon P., Eronen L.* "Subgraph queries by context-free grammars." 2008
  - *Zhang X. et al.* "Context-free path queries on RDF graphs." 2016
  - *Hellings J.* "Conjunctive context-free path queries." 2014
- Статический анализ кода
  - *Thomas Reps et al.* "Precise interprocedural dataflow analysis via graph reachability." 1995
  - *Qirun Zhang et al.* "Efficient subcubic alias analysis for C." 2014
  - *Dacong Yan et al.* "Demand-driven context-sensitive alias analysis for Java." 2011
  - *Jakob Rehof and Manuel Fahndrich.* "Type-base flow analysis: from polymorphic subtyping to CFL-reachability." 2001

Примеры применения: практика

- Попытки расширить OpenCypher: `https://goo.gl/5h5a8P`
  - Иногда даже похоже на контекстно-свободные запросы: `https://goo.gl/j9Evmg`
- PGQL (Property Graph Query Language) поддерживает регулярные ограничения, но не поддерживает контекстно-свободные

Примеры применения: практика

- *Kai Wang et. al.* Graspan: A Single-machine Disk-based Graph System for Interprocedural Static Analyses of Large-scale Systems Code. 2017
  - " We have identified a total of 1127 unnecessary NULL tests in Linux, 149 in PostgreSQL, 32 in httpd."
  - "Our analyses reported 108 new NULL pointer dereference bugs in Linux, among which 23 are false positives"
  - "For PostgreSQL and httpd, we detected 33 and 14 new NULL pointer bugs; our manual validation did not find any false positives among them."

Факты

- В данной области существуют открытые проблемы
  - Например, существует ли алгоритм со сложностью $O(|V|^{3-\varepsilon}), \varepsilon > 0$
- В данной области применимы решения из “классического” синтаксического анализа
  - Алгоритмы: CYK, (Generalized) LL, (Generalized) LR, Эрли, ...
  - Техники: комбинаторы, генераторы парсеров, ...
  - Оптимизации: использование GPGPU, специальные структуры данных (сжатое представление леса разбора, структурированный в виде графа стек), ...
- Из-за существенно бОльших объёмов данных требуются специальные оптимизации (распределённые вычисления, параллельные вычисления, ...)

Обобщённый LL для выполнения КС запросов к графам

- Основа — обобщённый LL (Generalized GLL, GLL)
  - *Scott E., Johnstone A.* "GLL parsing"
- Поддерживает произвольные контекстно-свободные граммтики (неоднозначные, леворекурсивные)
- Строит сжатое представление леса разбора (Sharep Packed Parse Forest, SPPF) — конечное представление бесконечного ответа
- *Semyon Grigorev and Anastasiya Ragozina.* "Context-free path querying with structural representation of result." 2017
- Реализован на F#: `https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor`

Свойства алгоритма

Пусть на входе граф $M = (V, E, L)$, тогда

- Пространственная сложность предложенного алгоритма $O(|V|^3 + |E|)$
- Временная сложность предложенного алгоритма $O\left(|V|^3 * \max_{v \in V}(deg^+(v))\right)$
- Результирующий SPPF имеет размер $O(|V'|^3 + |E'|)$, где $M' = (V', E', L')$ — подграф M, содержащий только искомые пути

Экспериментальное исследование: запросы

$$
\begin{aligned}
0: &\quad \mathbf{S} \to subClassOf^{-1}\ \mathbf{S}\ subClassOf \\
1: &\quad \mathbf{S} \to type^{-1}\ \mathbf{S}\ type \\
2: &\quad \mathbf{S} \to subClassOf^{-1}\ subClassOf \\
3: &\quad \mathbf{S} \to type^{-1}\ type
\end{aligned}
$$

Грамматика для запроса Query 1

$$
\begin{aligned}
0: &\quad \mathbf{S} \to \mathbf{B}\ subClassOf \\
1: &\quad \mathbf{S} \to subClassOf \\
2: &\quad \mathbf{B} \to subClassOf^{-1}\ \mathbf{B}\ subClassOf \\
3: &\quad \mathbf{B} \to subClassOf^{-1}\ subClassOf
\end{aligned}
$$

Грамматика для запроса Query 2

Экспериментальное исследование: результаты

Ontology	#V	#E	Query 1			Query 2	
			CYK[1] (ms)	GLL (ms)	#result	GLL (ms)	#result
skos	144	323	1044	10	810	1	1
generations	129	351	6091	19	2164	1	0
travel	131	397	13971	24	2499	1	63
univ-bench	179	413	20981	25	2540	11	81
people-pets	337	834	82081	89	9472	3	37
atom-primitive	291	685	515285	255	15454	66	122
biomedical-measure-primitive	341	711	420604	261	15156	45	2871
pizza	671	2604	3233587	697	56195	29	1262
wine	733	2450	4075319	819	66572	8	133

[1]Zhang, et al. “Context-free path queries on RDF graphs.”

Использование GPGPU для выполнения КС запросов к графам

- Отправная точка — синтаксический анализ линейного входа через перемножение матриц
  - *Valiant L.* “General context-free recognition in less than cubic time.” 1974
- Основан на матричных опреациях — позволяет использовать GPGPU
  - Можно использовать разреженное представление и готовые библиотеки для работы с ним
- Применим для других классов грамматик (например, конъюнктивных)
- *Rustam Azimov, Semyon Grigorev.* “Context-Free Path Querying by Matrix Multiplication.” 2017
- Реализован на F#: `https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor`

Особенности реализации

- Использует GPGPU
  - .NET(F#) + GPGPU (Managed.CUDA, Alea.CuBase, Brahma.FSharp)
- Основан на стандартных библиотеках (cuSparse)
  - Интеграция через Managed.CUDA
  - Вот зачем на провайдер типов для OpenCL
- Нужны булевы матрицы, а не float/double

Свойства алгоритма

Пусть на входе граф $M = (V, E, L)$ и грамматика $\mathbb{G} = (N, \Sigma, P)$, тогда

- Пространственная сложность предложенного алгоритма $O(|N||V|^2)$
- Временная сложность предложенного алгоритма $O(|V|^2|N|^3(BMM(|V|) + BMU(|V|)))$
  - $BMM(n)$ — время, необходимое для умножения сложения булевых матриц $n \times n$
  - $BMU(n)$ — время, необходимое для поэлементного сложения булевых матриц $n \times n$

Экспериментальное исследование: результаты

Ontology	#V	#E	Query 1		Query 2	
			GLL (ms)	GPGPU (ms)	GLL (ms)	GPGPU (ms)
skos	144	323	10	12	1	1
generations	129	351	19	13	1	0
travel	131	397	24	30	1	10
univ-bench	179	413	25	15	11	9
people-pets	337	834	89	32	3	6
atom-primitive	291	685	255	22	66	2
biomedical-measure-primitive	341	711	261	20	45	24
pizza	671	2604	697	24	29	23
wine	733	2450	819	54	8	6
g_1	6224	11840	1926	82	167	38
g_2	5864	19600	6246	185	46	21
g_3	5368	20832	7014	127	393	40

Направления

- Разработка эффективных “практичных” алгоритмов и реализация библиотек
  - Интеграция с существующими языками запросов к графам и графовым БД
  - Интеграция с существующими интефейсами к граф-структурированным данным
- Формулировка прикладных задач в терминах КС запросов к графам
  - Сравнение с “классическими” решениями

Контакты

- Почта: semen.grigorev@jetbrains.com
- GitHub-сообщество YaccConstructor: https://github.com/YaccConstructor