



ITGM



Теория формальных языков — это не только написание парсеров

Семён Григорьев

JetBrains Research, лаборатория языковых инструментов
Санкт-Петербургский государственный университет

17.03.2018

- Анализ графов
 - ▶ Запросы к графовым базам данных
 - ▶ Анализ сетей (социальных, интернет и т.д.)
- Статический анализ программ
 - ▶ Анализ алиасов
 - ▶ Taint analysis
 - ▶ Анализ типов
 - ▶ Статический анализ динамически формируемого кода
- ...

- Алфавит — множество символов (Σ, N, \dots)
- Язык — множество “слов”
- Язык L над алфавитом Σ : $L(\Sigma) = \{w | w \in \Sigma^*\}$
- Классы языков
 - ▶ Регулярные: регулярные выражения (“академические”), конечные автоматы
 - ▶ Контекстно-свободные
 - ▶ ...
- У разных классов разная выразительная сила
 - ▶ Язык “правильных” скобочных последовательностей является контекстно-свободным, но не является регулярным

Регулярные языки

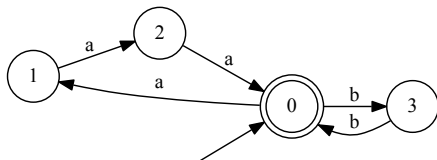
\iff регулярные выражения

\iff конечные автоматы

Конечный автомат $M = (\Sigma, Q, P, S, F)$

- Σ — алфавит
- Q — множество состояний
- $P \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ — правила перехода из одного состояния в другое
- $S \subseteq Q$ — стартовые состояния
- $F \subseteq Q$ — финальные состояния

Конечные автоматы



- $p = v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \dots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n$ — путь из стартового состояния в конечное
- $w(p) = w(v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \dots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n) = l_0 l_1 \dots l_{n-1}$
- $L(M) = \{w(p) | p \text{ — путь из стартового состояния } M \text{ в конечное}\}$
- $L(M) = \{aaa; bb; aaabb; aaabbaaabbbb, \dots\}$

Контекстно-свободные языки

Контекстно-свободная грамматика $\mathbb{G} = (\Sigma, N, P, S)$

- Σ — терминальный алфавит
- N — нетерминальный алфавит
- P — правила вывода
- $S \in N$ — стартовый нетерминал

Контекстно свободная грамматика для языка $L = \{a^n b^n; n \geq 1\}$ с явным выделением “середины”

$$0: S \rightarrow a S b$$

$$1: S \rightarrow \textit{Middle}$$

$$2: \textit{Middle} \rightarrow a b$$

Грамматика как правила переписывания:

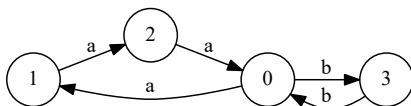
- $S \xrightarrow{1} \textit{Middle} \xrightarrow{2} ab$
- $S \xrightarrow{0} a S b \xrightarrow{0} aa S bb \xrightarrow{1} aa \textit{Middle} bb \xrightarrow{2} aaabbb$

Поиск путей с контекстно-свободными ограничениями

- $\mathbb{G} = (\Sigma, N, P)$ — контекстно-свободная грамматика
- $G = (V, E, L)$ — ориентированный граф, $E \subseteq V \times L \times V$, $L \subseteq \Sigma$
- $p = v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \dots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n$ — путь в графе G
- $w(p) = w(v_0 \xrightarrow{l_0} v_1 \xrightarrow{l_1} \dots v_{n-1} \xrightarrow{l_{n-1}} v_n) = l_0 l_1 \dots l_{n-1}$
- $R = \{p \mid \exists N_i \in N (w(p) \in L(\mathbb{G}, N_i))\}$
 - ▶ Стартовый нетерминал можно зафиксировать заранее
 - ▶ **Проблема:** множество R может быть бесконечным

Пример

Входной граф



Запрос — грамматика G для языка $L = \{a^n b^n; n \geq 1\}$ с явным выделением середины пути

0 : $S \rightarrow a S b$

1 : $S \rightarrow Middle$

2 : $Middle \rightarrow a b$

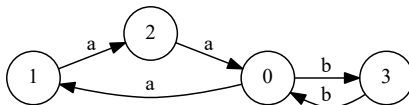
Ответ — бесконечное множество путей

• $p_1 = 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3$

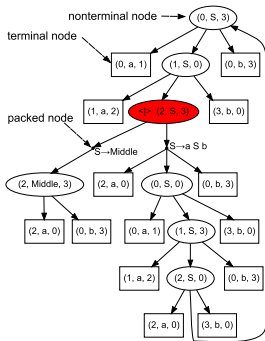
• $p_2 = 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0$

• ...

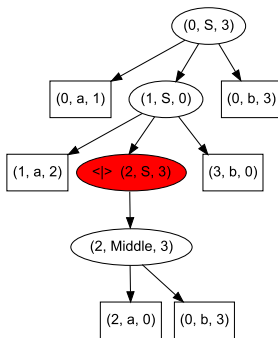
Структурное представление результата запроса



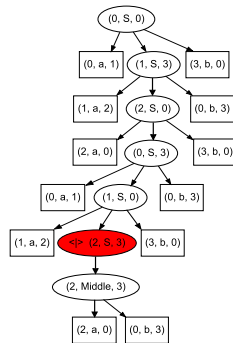
Входной граф



Результат (SPPF)

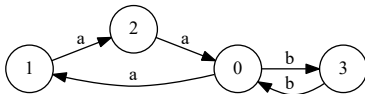


Дерево вывода пути p_1



Дерево вывода пути p_2

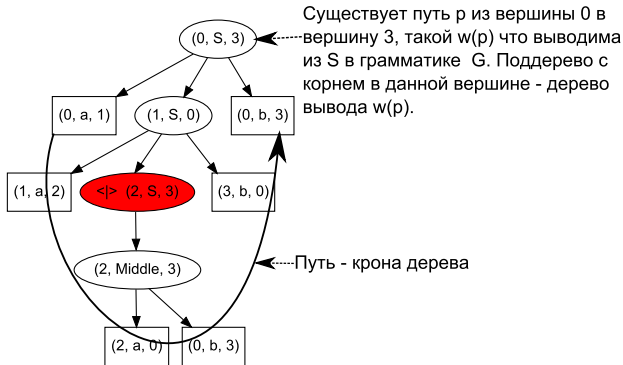
Пример: извлечение путей



0 : $S \rightarrow a S b$

1 : $S \rightarrow \textit{Middle}$

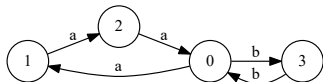
2 : $\textit{Middle} \rightarrow a b$



Путь: $0 \xrightarrow{a} 1 \xrightarrow{a} 2 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 0 \xrightarrow{b} 3$

Почему это работает

Замкнутость КС языков относительно пересечения с регуляными



Регулярный язык

0 : $S \rightarrow a S b$

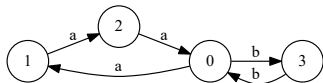
1 : $S \rightarrow \textit{Middle}$

2 : $\textit{Middle} \rightarrow a b$

Контекстно-свободный язык

Почему это работает

Замкнутость КС языков относительно пересечения с регулярными



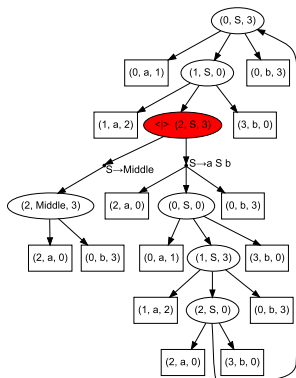
Регулярный язык

0 : $S \rightarrow a S b$

1 : $S \rightarrow \text{Middle}$

2 : $\text{Middle} \rightarrow a b$

Контекстно-свободный язык



$(0, S, 3) \rightarrow (0, a, 1) (1, S, 0) (0, b, 3)$

$(1, S, 0) \rightarrow (1, a, 2) (2, S, 3) (3, b, 0)$

$(2, S, 3) \rightarrow (2, a, 0) (0, S, 0) (0, b, 3)$

$(2, S, 3) \rightarrow (2, \text{Middle}, 3)$

$(0, S, 0) \rightarrow (0, a, 1) (1, S, 3) (3, b, 0)$

$(1, S, 3) \rightarrow (1, a, 2) (2, S, 0) (0, b, 3)$

$(2, S, 0) \rightarrow (2, a, 0) (0, S, 3) (3, b, 0)$

$(0, \text{Middle}, 3) \rightarrow (2, a, 0) (0, b, 3)$

Примеры применения

- Графовые базы данных и семантические сети
 - ▶ Same-generation query (и модификации), similarity query (и модификации)
 - ▶ *Sevon P., Eronen L.* “Subgraph queries by context-free grammars.” 2008
 - ▶ *Zhang X. et al.* “Context-free path queries on RDF graphs.” 2016
 - ▶ *Hellings J.* “Conjunctive context-free path queries.” 2014
- Статический анализ кода
 - ▶ *Thomas Reps et al.* “Precise interprocedural dataflow analysis via graph reachability.” 1995
 - ▶ *Qirun Zhang et al.* “Efficient subcubic alias analysis for C.” 2014
 - ▶ *Dacong Yan et al.* “Demand-driven context-sensitive alias analysis for Java.” 2011
 - ▶ *Jakob Rehof and Manuel Fahndrich.* “Type-base flow analysis: from polymorphic subtyping to CFL-reachability.” 2001

- В данной области существуют открытые проблемы
 - ▶ Например, существует ли алгоритм со сложностью $O(|V|^{3-\epsilon})$, $\epsilon > 0$
- В данной области применимы решения из “классического” синтаксического анализа
 - ▶ Алгоритмы: CYK, (Generalized) LL, (Generalized) LR, Эрли, ...
 - ▶ Техники: комбинаторы, генераторы парсеров, ...
 - ▶ Оптимизации: использование GPGPU, специальные структуры данных (сжатое представление леса разбора, структурированный в виде графа стек), ...
- Из-за существенно бОльших объёмов данных требуются специальные оптимизации (распределённые вычисления, параллельные вычисления, ...)

Обобщённый LL для выполнения КС запросов к графам

- Основа — обобщённый LL (Generalized GLL, GLL)
 - ▶ *Scott E., Johnstone A.* “GLL parsing”
- Поддерживает произвольные контекстно-свободные грамматики (неоднозначные, леворекурсивные)
- Строит сжатое представление леса разбора (Sharep Packed Parse Forest, SPPF) — конечное представление бесконечного ответа
- *Semyon Grigorev and Anastasiya Ragozina.* “Context-free path querying with structural representation of result.” 2017
- Реализован на F#: <https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor>

Пусть на входе граф $M = (V, E, L)$, тогда

- Пространственная сложность предложенного алгоритма $O(|V|^3 + |E|)$
- Временная сложность предложенного алгоритма $O\left(|V|^3 * \max_{v \in V} (deg^+(v))\right)$
- Результирующий SPPF имеет размер $O(|V'|^3 + |E'|)$, где $M' = (V', E', L')$ — подграф M , содержащий только искомые пути

Экспериментальное исследование: запросы

- 0 : $\mathbf{S} \rightarrow \text{subClassOf}^{-1} \mathbf{S} \text{ subClassOf}$
- 1 : $\mathbf{S} \rightarrow \text{type}^{-1} \mathbf{S} \text{ type}$
- 2 : $\mathbf{S} \rightarrow \text{subClassOf}^{-1} \text{subClassOf}$
- 3 : $\mathbf{S} \rightarrow \text{type}^{-1} \text{type}$

Грамматика для запроса Query 1

- 0 : $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{B} \text{ subClassOf}$
- 1 : $\mathbf{S} \rightarrow \text{subClassOf}$
- 2 : $\mathbf{B} \rightarrow \text{subClassOf}^{-1} \mathbf{B} \text{ subClassOf}$
- 3 : $\mathbf{B} \rightarrow \text{subClassOf}^{-1} \text{subClassOf}$

Грамматика для запроса Query 2

Экспериментальное исследование: результаты

Ontology	#edg	Query 1			Query 2	
		time CYK ¹ (ms)	time (ms)	#result	time (ms)	#result
skos	252	1044	10	810	1	1
generations	273	6091	19	2164	1	0
travel	277	13971	24	2499	1	63
univ-bench	293	20981	25	2540	11	81
people-pets	640	82081	89	9472	3	37
atom-primitive	425	515285	255	15454	66	122
biomedical- measure-primitive	459	420604	261	15156	45	2871
pizza	1980	3233587	697	56195	29	1262
wine	1839	4075319	819	66572	8	133

¹Zhang, et al. "Context-free path queries on RDF graphs."

Использование GPGPU для выполнения КС запросов к графам

- Отправная точка — синтаксический анализ линейного входа через перемножение матриц
 - ▶ *Valiant L.* “General context-free recognition in less than cubic time.” 1974
- Основан на матричных операциях — позволяет использовать GPGPU
 - ▶ Можно использовать разреженное представление и готовые библиотеки для работы с ним
- Применим для других классов грамматик (например, конъюнктивных)
- *Rustam Azimov, Semyon Grigorev.* “Context-Free Path Querying by Matrix Multiplication.” 2017
- Реализован на F#: <https://github.com/YaccConstructor/YaccConstructor>

Пусть на входе граф $M = (V, E, L)$ и грамматика $\mathbb{G} = (N, \Sigma, P)$, тогда

- Пространственная сложность предложенного алгоритма
 $O(|N||V|^2)$
- Временная сложность предложенного алгоритма
 $O(|V|^2|N|^3(BMM(|V|) + BMU(|V|)))$
 - ▶ $BMM(n)$ — время, необходимое для умножения сложения булевых матриц $n \times n$
 - ▶ $BMU(n)$ — время, необходимое для поэлементного сложения булевых матриц $n \times n$

Экспериментальное исследование: результаты

Ontology	#edg	Query 1		Query 2	
		GLL time (ms)	GPGPU time (ms)	GLL time (ms)	GPGPU time (ms)
skos	252	10	12	1	1
generations	273	19	13	1	0
travel	277	24	30	1	10
univ-bench	293	25	15	11	9
people-pets	640	89	32	3	6
atom-primitive	425	255	22	66	2
biomedical- measure-primitive	459	261	20	45	24
pizza	1980	697	24	29	23
wine	1839	819	54	8	6
g_1	11840	1926	82	167	38
g_2	19600	6246	185	46	21
g_3	20832	7014	127	393	40

- Разработка эффективных “практичных” алгоритмов и реализация библиотек
 - ▶ Интеграция с существующими языками запросов к графам
 - ▶ Интеграция с существующими интерфейсами к граф-структурированным данным
- Формулировка прикладных задач в терминах КС запросов к графам
 - ▶ Сравнение с “классическими” решениями

- Почта: `semen.grigorev@jetbrains.com`
- GitHub-сообщество YaccConstructor:
`https://github.com/YaccConstructor`