

Теория автоматов и формальных языков

Атрибутные грамматики и магазинные преобразователи

Автор: Екатерина Вербицкая

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

19 декабря 2019

В предыдущей серии

- Полезно не только распознавать предложения или строить деревья их разбора, но и осуществлять трансляцию произвольного вида
- Трансляция — перевод предложения на одном языке в предложение на другом языке
- Для этого существует несколько механизмов
 - ▶ S-атрибутные грамматики
 - ★ Все атрибуты синтезируемые (атрибуты узла и его детей)
 - ▶ L-атрибутные грамматики
 - ★ Все атрибуты наследуемые (атрибуты узлов предков или братьев слева)
 - ▶ Схема синтаксически управляемой трансляции
- Есть ли общий механизм работы с трансляциями?

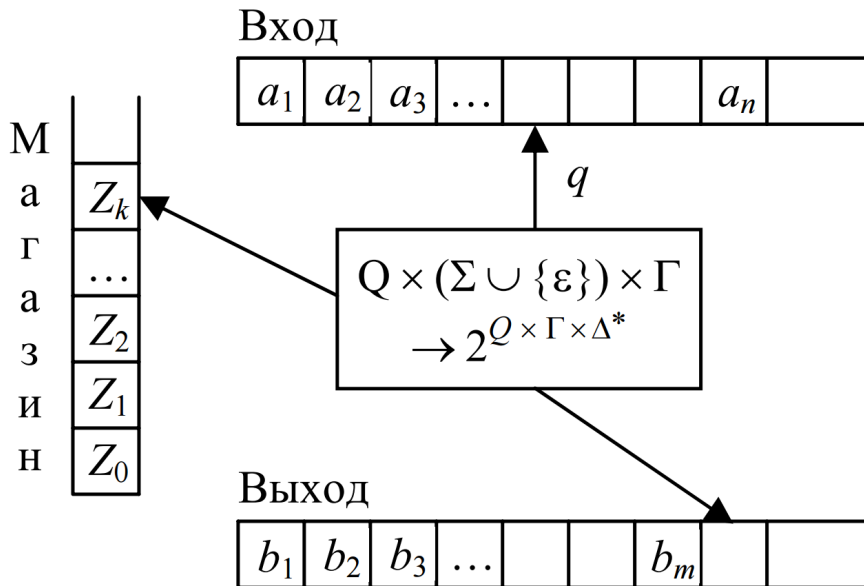
В предыдущей серии: простые СУ-схемы

Простая схема синтаксически управляемой трансляции — пятерка
 (N, Σ, Π, P, S)

- N — конечное множество нетерминальных символов
- Σ — конечный входной алфавит
- Π — конечный выходной алфавит
- $S \in N$ — стартовый нетерминал
- P — конечное множество правил трансляции вида $A \rightarrow \alpha, \beta$, где $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*, \beta \in (N \cup \Pi)^*$
 - ▶ Нетерминалы входят в цепочку β в том же порядке, в каком они входят в α
 - ▶ Если нетерминалы повторяются больше одного раза, то их различают по индексам: $E \rightarrow E^l + E^r, + E^l E^r$

Такие схемы можно моделировать **магазинным преобразователем**

Что такое магазинный преобразователь



Что такое магазинный преобразователь: неформально

Магазинный автомат, который при каждом переходе пишет что-то в выходную строку

Формальное определение

Магазинный преобразователь это набор $(Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \delta, q_0, Z_0, F)$

- Q — конечное множество состояний
- Σ — конечное множество символов, входной алфавит
- Γ — конечное множество символов, стековый алфавит
- Δ — конечное множество символов, выходной алфавит
- $\delta \subseteq Q \times (Z \cup \varepsilon) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^* \times \Delta^*}$ — отношение переходов
- $q_0 \in Q$ — стартовое состояние
- $Z_0 \in \Gamma$ — начальный элемент стека
- $F \subseteq Q$ — множество принимающих (конечных) состояний

$\delta(p, a, Z) = \{(q_i, \gamma_i, \alpha_i) \mid 1 \leq i \leq n\}$ означает

- Если магазинный преобразователь находится в состоянии $p \in Q$, на вершине стека находится $Z \in \Gamma$, а со входа читается символ $a \in \Sigma \cup \varepsilon$, то для некоторого i :
 - ▶ Изменяем состояние на $q_i \in Q$
 - ▶ Снимаем со стека символ Z , записываем на стек строку $\gamma_i \in \Gamma^*$
 - ▶ В выходную строку дописываем $\alpha_i \in \Delta^*$
- $\Sigma \cup \varepsilon$ сигнализирует о том, что вход можно и не читать
- Если $\gamma_i = \varepsilon$, символ со стека стирается
- Если $\alpha_i = \varepsilon$, в выходную строку ничего не пишем

- Мгновенное описание МП: $(p, \omega, \beta, \alpha) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \times \Delta^*$
 - ▶ p — текущее состояние автомата
 - ▶ ω — непрочитанный фрагмент входного потока
 - ▶ β — содержимое стека (верхушка записана первой)
 - ▶ α — содержимое выходной ленты
- Отношение \vdash на мгновенных описаниях (шаг)
 - ▶ Для каждого $(q, \gamma, \alpha) \in \delta(p, a, Z)$, верно $(p, ax, Z\eta, \zeta) \vdash (q, x, \gamma\eta, \alpha\zeta)$ для произвольных $x \in \Sigma^*, \eta \in \Gamma^*, \zeta \in \Delta^*$
- Шаг не определен, если стек пуст

Семантика магазинного преобразователя: вычисление

- Вычисление — последовательность шагов
 - ▶ \vdash^* — транзитивно рефлексивное замыкание отношения \vdash
- Начальное мгновенное описание $(q_0, \omega, Z_0, \varepsilon)$
- Два варианта окончания работы
 - ▶ По достижении конечного состояния
 - ★ $\tau(M) = \{(\omega, \alpha) \mid \omega \in \Sigma^*, \alpha \in \Delta^*, (q_0, \omega, Z_0, \varepsilon) \vdash^* (f, \varepsilon, \gamma, \alpha), f \in F, \gamma \in \Gamma^*\}$
 - ▶ По опустошении стека
 - ★ $\tau_\varepsilon(M) = \{(\omega, \alpha) \mid \omega \in \Sigma^*, \alpha \in \Delta^*, (q_0, \omega, Z_0, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon, \alpha), q \in Q\}$
 - ▶ Эти варианты эквивалентны: по преобразователю, завершающемуся по первой схеме, можно посмотреть преобразователь, завершающийся по второй схеме, и наоборот

Магазинный преобразователь является **детерминированным**, если

- $\forall q \in Q, a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, Z \in \Gamma : |\delta(q, a, Z)| \leq 1$
- Если $\delta(q, \epsilon, Z) \neq \emptyset$, то $\forall a \in \Sigma : \delta(q, a, Z) = \emptyset$
- Детерминированный магазинный преобразователь является частным случаем недетерминированного

Пример: преобразование префиксных арифметических выражений в постфиксные

$$M = \{\{q\}, \{a, +, *\}, \{E, +, *\}, \{a, +, *\}, \delta, q, E, \{q\}\}$$

$$\delta(q, a, E) = \{(q, \varepsilon, a)\}$$

$$\delta(q, +, E) = \{(q, EE+, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q, *, E) = \{(q, EE*, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, +) = \{(q, \varepsilon, +)\}$$

$$\delta(q, \varepsilon, *) = \{(q, \varepsilon, *)\}$$

$$\begin{aligned} (q, + * aaa, E, \varepsilon) &\vdash (q, *aaa, EE+, \varepsilon) \vdash (q, aaa, EE * E+, \varepsilon) \vdash \\ (q, aa, E * E+, a) &\vdash (q, a, *E+, aa) \vdash (q, a, E+, aa*) \vdash (q, \varepsilon, +, aa * a) \vdash \\ (q, \varepsilon, \varepsilon, aa * a+) & \end{aligned}$$

Взаимоотношение между простыми СУ-схемами и магазинными преобразователями

Теорема

По простой СУ-схеме $(N, \Sigma, \Delta, R, S)$ можно построить магазинный преобразователь, задающий эквивалентную трансляцию

Теорема

По магазинному преобразователю $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ можно построить простую СУ-схему, задающую эквивалентную трансляцию

Теорема

Класс трансляций, задаваемых простыми СУ-трансляциями совпадает с классом трансляций, задаваемых магазинными автоматами

Однозначная СУ-схема — СУ-схема, в которой не существует двух правил $A \rightarrow \alpha, \beta, A \rightarrow \alpha, \gamma : \beta \neq \gamma$

Теорема

Выходная цепочка однозначной СУ-схемы может быть сгенерирована при левостороннем выводе входной цепочки