Лабораторная работа 4 (продолжение)

Задание 2.

Варианты заданий.

Вариант 1. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)!}$.

Вариант 2. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n-1}}{(n+1)n!}$.

Вариант 3. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^{2n}}{(2n)!}$.

Вариант 4. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}3^n}{n^2 n!}$.

Вариант 5. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n^2}{n!}$.

Вариант 6. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^{2n-1}n!}$.

Вариант 7. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(2n)!}$.

Вариант 8. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^{2n-1}}{n!}$.

Вариант 9. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{5^{2n}n!}$.

Вариант 10. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(2n-1)!}$.

Вариант 11. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}3^n}{n^2 n!}$.

Вариант 12. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^{2n-1}n!}$.

Вариант 13. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^{2n-1}}{n!}$.

Вариант 14. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{5^{2n} n!}$.

Вариант 15. Вычислить сумму бесконечного ряда с заданной точностью **ε**, используя предварительно выведенную рекуррентную формулу. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^{2n}}{(2n)!}$.

Задание 3.

Варианты заданий.

Метод простой итерации - это способ нахождения корня уравнения. Мы начинаем с какого-то числа x_0, затем используем простое правило, чтобы получить новое число, сдвигаемся от текущего на некоторый шаг. Это новое число становится ближе к корню уравнения. Мы продолжаем повторять этот процесс до тех пор, пока не получим достаточно близкое значение к корню (с учетом ε точности).

Вариант 1. Вычислить $x=\sqrt[3]{a}$ для заданного значения a по рекуррентному соотношению Ньютона: $x_{n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(x_n+2\cdot\sqrt{\frac{a}{x_n}}\right)$, $x_0=a$. Сколько итераций надо выполнить, чтобы для заданной погрешности ε выполнялось соотношение: $|x_{n+1}-x_n|<\varepsilon$?

Вариант 2. Дано уравнение $x+\lg x+\ln\frac{x}{10}=12.5$. Определить корень уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon=10^{-3}$, если $x_0=10$.

Вариант 3. Дано уравнение $x-\sqrt[3]{x}=0.1$. Определить значение корня методом простой итерации с точностью $\varepsilon=10^{-4}$, если $x_0=1.1$.

Метод деления отрезка пополам.

Пусть уравнение $F(x)=0$ *имеет на отрезке* $[a,b]$ *единственный корень, причем функция* $F(x)$ *на этом отрезке непрерывна. Разделим отрезок* $[a,b]$ *пополам точкой* $c=(a+b)/2$. *Если* $F(c)\neq 0$, *то возможны два случая: либо* $F(x)$ *меняет знак на отрезке* $[a,c]$, *либо на отрезке* $[c,b]$. *Выбирая в каждом случае тот из отрезков, на котором функция меняет знак, и, продолжая процесс деления отрезка пополам дальше, можно дойти до сколь угодно малого отрезка, содержащего корень уравнения.*

Если на каком-то этапе процесса получен отрезок $[\alpha,\beta]$, *содержащий корень, то, приняв приближенно* $x=(\alpha+\beta)/2$, *получим ошибку, не превышающую значения* $d=(\beta-\alpha)/2$. *Уточненный корень исходного уравнения:* $x=x+d$.

Вариант 4. Для заданного $x>1$ вычислить $y=\sqrt{x}$ по итерационной формуле $y_i=\frac{1}{2}\cdot\left(y_{i-1}+\frac{x}{y_{i-1}}\right)$ с заданной погрешностью ε, задав начальное приближение $y_0=x$. Сравнить с результатом использования встроенной функции. Сколько итераций пришлось выполнить?

Вариант 5. Вычислите $x_1+x_2+\ldots+x_{20}$, если последовательность $x_1,x_2,\ldots$ образована по следующему закону: $x_1=0,\ x_2=\frac{5}{8},\ x_i=\frac{x_{i-1}}{2}+\frac{3}{4}\cdot x_i,\ i=3,4,\ldots$ Элементы последовательности вывести .

Вариант 6. Пусть $a_0=a_1=1;\quad a_k=a_{k-1}+\frac{a_{k-1}}{2^{k-1}}$, где $k=2,3,\ldots$. Написать программу нахождения произведения $a_0\cdot a_1\cdot\ldots\cdot a_n$. Число n вводится с клавиатуры. Числа a_k вывести .

Вариант 7. Дано целое $k\geq 0$. Вывести на печать k-ый член последовательности, задаваемой формулами: $x_0=1;\ x_n=n\cdot x_{n-1}+\frac{1}{n},\ n\geq 1$.

Вариант 8. Корень некоторого уравнения находится последовательными приближениями по формуле $x_{n+1}=\frac{2-x_n^3}{5}$. Написать программу для нахождения такого приближения корня, при котором разность по модулю между двумя соседними приближениями не превосходит 10^{-5}, а начальное приближение $x_0=1$.

Вариант 9. Пусть дано натуральное число n. Найдите $a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n$, если $a_1=b_1=1,\quad a_k=\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{b_{k-1}}+\frac{1}{2}\cdot a_{k-1}\right),\quad b_k=2\cdot a_{k-1}^2+b_{k-1},\ k=1,2,\ldots n$. Значения чисел a_i,b_i вывести

Вариант 10. Дано вещественное положительное число b. Последовательность $a_1,a_2,\ldots$ образована по закону: $a_1=b,\ a_i=a_{i-1}-\frac{1}{\sqrt{i}},\quad i=2,3,\ldots$ Написать программу нахождения первого отрицательного члена последовательности. Значения элементов последовательности вывести .

Вариант 11 . Вычислить корни $y=\sqrt[k]{x}$. Корни вычислять с точностью $E=0.00001$ по итерационной формуле: $y_0=1;\ y_{n+1}=y_n+\frac{\left(\frac{x}{y_n^{k-1}}-y_n\right)}{k}$, приняв за ответ приближение, для которого $\left|y_{n+1}-y_n\right|<E$. .

Вариант 12. Для заданного $x>1$ вычислить $y=\sqrt{x}$ по итерационной формуле $y_i=\frac{1}{2}\cdot\left(y_{i-1}+\frac{x}{y_{i-1}}\right)$ с заданной погрешностью ε, задав начальное приближение $y_0=x$. Сравнить с результатом использования встроенной функции. Сколько итераций пришлось выполнить?

Вариант 13. Вычислите $x_1 + x_2 + \ldots + x_{20}$, если последовательность $x_1, x_2, \ldots$ образована по следующему закону: $x_1 = 0,\ x_2 = \frac{5}{8},\ x_i = \frac{x_{i-1}}{2} + \frac{3}{4} \cdot x_i,\ i = 3,4,\ldots$ Элементы последовательности вывести .

Вариант 14. Пусть $a_0 = a_1 = 1;\ \ a_k = a_{k-1} + \frac{a_{k-1}}{2^{k-1}}$, где $k = 2,3,\ldots.$ Написать программу нахождения произведения $a_0 \cdot a_1 \cdot \ldots \cdot a_n$. Число n вводится с клавиатуры. Числа a_k вывести .

Вариант 15. Дано целое $k \geq 0$. Вывести на печать k-ый член последовательности, задаваемой формулами: $x_0 = 1;\ x_n = n \cdot x_{n-1} + \frac{1}{n},\ n \geq 1$.

Часть 2.

Выполните следующие задачи по ссылке:

https://informatics.msk.ru/mod/statements/view.php?id=88216#1