

算法的衡量

如何衡量一个算法的好坏呢？



课程目录

- 课前思考
- 预习
- 复杂度的表示方法
 - 复杂度的描述 (O , Θ 和 Ω)
 - 复杂度分析举例
 - 插入排序的复杂度
 - 归并排序的复杂度
 - 快速排序的复杂度
 - 递归结构的分析方法
- 实战问题精选
 - 100W数据随机打乱和排序算法
 - 大型系统的路由匹配算法



前言：前端提高算法性能的意义

我们常常听说，前端只要实现功能就可以，不用在意程序的执行时间，真的是这样吗？其实不然，相比服务端，前端在很大程度上对性能有更高的要求，主要是基于以下两点考虑：

- 流畅问题——为了保证动画的流畅进行，每一帧动画我们只有 $(1000/60)\text{ms.} = 16\text{ms}$ 时间来执行其他计算过程。播放动画的同时我们可能还在请求数据、改变DOM结构、响应事件。(从某种意义上说服务端轻松得多，因为他们的接口程序通常只需要在100ms内完成执行)
- 老旧机型——前端还有大量机型需要适配，这些机型可能性能没有那么好（比如华为荣耀4a, Android 5.1），在这台机器上亲测一个未经优化设计50多张页面的路由算法执行时间为500ms。如果算法设计失误，在一台机器上执行的算法可能会在另一台机器上产生**雪崩效果**。



预习：算法依赖的模型

我们假定CPU会顺序的执行所有的指令，而内存随机访问的代价是相同的，例如：

而与内存最相近的数据结构就是数组，那么我们认为，对于任何一个我们定义的数组：

```
const a = [1,2,3,4,5]
```

它的索引操作，占用1单位时间（也就是消耗1的CPU指令）：

```
a[2]
```



预习：算法依赖的模型

整数变量赋值，也消耗1的CPU时间

```
const b = 1 // 1
```

```
const c = 2 // 1
```

```
const m = -2 // 1
```

而字符串赋值，我们不能简单的认为是1的时间：

```
const str = 'hello world!'
```

字符串赋值更类似于数组赋值，相当于一个一个字符赋值，
也就是hello world!一共12个字符，我们可以简单认为需要12的时间



预习：算法依赖的模型

对象的赋值，

```
const obj = {} // 创建对象的成本  
obj['x'] = 1 // 1次索引，1次赋值
```

我们同样不能简单认为是1的时间，而是要具体问题具体分析

```
const d = new Date()
```

但我们认为上述操作都是耗时很少的操作，可以在常数时间内执行完成



预习：算法依赖的模型

因为CPU通常提供一些指令，比如加减乘除，所以我们可以认为下列操作可以在1的时间内完成：

$1 + 2$

$100 + 200$

$499 * 21$

$500 / 3$

$10 \% 5$

但对一些更加复杂的操作，就不能这样认为了：

$"123" + "456"$

`Math.pow(10, 10)`

`Math.sqrt(100)`

但是我们通常可以认为这些操作也是相对较快的常熟级别操作





预习：算法依赖的模型

我们认为一部分逻辑运算符也可以在1的单位时间计算完成：

$1 > 2$

$a > b$

$x \leq 3$



预习：线性时间的算法

从一个有序数组中搜索一个值，最暴力的方法就是遍历了。当然也是最慢的做法。我们来分析下这个算法的复杂度，我们下面来分析一下它的运行时间。

```
1 function find(arr, value) {  
2   for(let i = 0; i < arr.length; i++){  
3     if( arr[i] === value ) {  
4       return value  
5     }  
6   }  
7   return null  
8 }
```



预习：线性时间的算法

在**最坏**的情况下，没有找到值：

- 第2行： $i=0$ 执行了1次； $i<arr.length$ 执行了 $N+1$ 次； $i++$ 执行了 N 次。
所以总共执行了 $2N + 2$ 次。
- 第3行：比较操作执行了 N 次
- 第4行：执行0次
- 第7行：执行1次

所以算法最坏的情况下，用时： $T = 2N+2+N+1 = 3N + 3$

这种最坏情况下，复杂度和数据规模 N 相关的算法很常见，我们成为线性时间复杂度。



课前思考题目：100W整数数据的排序

- 先生成1-100W的整数
- 写一个算法将他们随机打乱
- 再写一个算法对他们进行排序
- 最后输出一下自己程序的总执行时间



前置知识：大数定理

- 在随机事件的大量重复出现中，往往呈现几乎**必然**的规律，这个规律就是大数定律
- 比如抛硬币，次数多了之后（比如1万次），正面朝上和反面朝上的数量会趋同



前置知识：需要用到的两个希腊字母

算法复杂度的衡量用到3个字母，分别是O， θ ， Ω 是两个希腊字母，发音如下：

小写	大写	发音
θ	Θ	theta
ω	Ω	omega



前置知识：对数函数

在衡量算法复杂度的过程当中常常用到对数函数，对数是指数的逆运算：

- $2^{10} = 1024 \Leftrightarrow \log_2 1024 = 10$

比如需要从100万数据中查找结果，算法可以在 $\log_{10} N$ 的时间内完成，那么100W数据查找结果，需要处理 $\log_{10} 1000000 = 6$ 次计算。那么这样的查找操作，速度是相对比较快的。



前置知识：一些对数函数

- $\lg n = \log_2 n$
- $\ln n = \log_e n$
- $\lg^k n = (\lg n)^k$
- $\lg \lg n = \lg(\lg n)$

e是一个神奇的数字, $e = 2.718281828459\dots$, 比如斐波那契数列
1 1 2 3 5 8 13 ... 下一项等于前两项的和, 其实下一项还等于上一项乘以e然后去掉小数部分取整。



前置知识：等差数列求和公式

- 等差数列就是形如 $1, 2, 3, \dots, n$ 的数列，两个相邻项之和相等。再比如： $2, 4, 6, 8, \dots, n$ ，是第一项是2，相邻项差为2的等差数列。
- 在我们分析程序的执行效率的时候，经常需要求等差数列的和。

比如： $1+2+3+\dots+n = (1+n) + (2+n-1) + (3+n-2) + \dots$

等差数列求和就相当于，第一项和最后一项相加，第二项和倒数第二项相加，依此类推。但是每项和都是相同的。

最后：

$$(1 + 2 + \dots + n) = (1 + n) + (2 + n - 1) + \dots = (n + 1) \left(\frac{n}{2} \right)$$

上述我们表示为：

$$\bullet \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2} n (n + 1)$$

