# ГЛАВА 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА. ВИДЫ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. МОДЕЛИРОВАНИЕ

**ТЕНДЕНЦИИ ВРЕМЕННОГО РЯДА**

Временной ряд представляет собой совокупность значений какого-либо показателя или процесса, регистрируемых через определенные промежутки времени (регулярные или нерегулярные) [1].

То есть временные ряды описывают явления, которые развиваются и изменяются во времени. Когда есть только одна наблюдаемая переменная, временной ряд называют *одномерным*. В случае же с несколькими параллельно наблюдаемыми переменными говорят о *многомерном* временном ряде. Основная характеристика, которая отличает временной ряд от простой выборки данных, – указанное время измерения или номер изменения по порядку.

Для чего нужен анализ временных рядов?

* Описание характерных особенностей ряда и объяснение механизма формирования ряда;
* Прогнозирование будущих значений на основе наблюдений предыдущих периодов;
* Управление процессом, порождающих временной ряд;
* Выявление ***структурных изменений*** и ***аномалий***, вызванных в изучаемой системе влиянием внешних или внутренних факторов;
* ***Кластеризация***, т.е. нахождение групп временных рядов, похожих по своим свойствам.

### Детерминированный временной ряд

Детерминированный временной ряд – это тот ряд, будущие значения которого точно определены какой-либо математической функцией. У него нет случайных или вероятностных аспектов [2].

В математическом плане это можно описать точно за все время в терминах разложения в ряд Тейлора при условии, что все его производные известны в некоторый произвольный момент времени. Его прошлое и будущее полностью определяются ценностями этих производных в то время. Если это так, то мы всегда можем предсказать его будущее поведение и указать, как он вел себя в прошлом.

### Недетерминированный временной ряд

Недетерминированный временной ряд – это тот, который не может быть описан математическим выражением, будущие значения могут быть описаны только с помощью распределения вероятностей. У него есть некоторый

случайный аспект, который мешает его поведению быть описанным явно.

Каждый уровень временного ряда формируется под воздействием большого числа факторов, которые условно можно подразделить на три группы:

* + 1. факторы, формирующие тенденцию ряда (тренд Т),
    2. факторы, формирующие циклические колебания ряда (Циклическая компонента U),
    3. сезонная компонента (S),
    4. случайные факторы (E).

Рассмотрим воздействие каждого фактора на временной ряд в отдельности.

### Компоненты временного ряда

#### Тренд:

Большинство временных рядов экономических показателей имеют тенденцию, характеризующую совокупное долговременное воздействие множества факторов на динамику изучаемого показателя. Все эти факторы, взятые в отдельности, могут оказывать разнонаправленное воздействие на исследуемый показатель. Однако в совокупности они формируют его возрастающую или убывающую тенденцию.

На рис. 1.1. показан гипотетический временной ряд, содержащий возрастающую тенденцию.

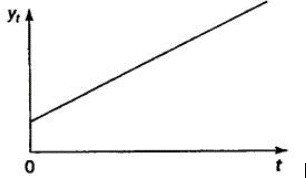


Рис.1.1. Временной ряд, содержащий возрастающую тенденцию

#### Циклический компонент:

Часто временные ряды содержат изменения, слишком плавные и заметные для случайной составляющей. В то же время такие изменения нельзя отнести ни к тренду, поскольку они не являются достаточно протяженными, ни к сезонной компоненте, поскольку они не являются регулярными. Подобные изменения называются циклической компонентой временного ряда. Циклическая компонента временного ряда – интервалы подъема или спада, которые имеют различную протяженность, а также различную амплитуду расположенных в них значений. Изучение циклической компоненты часто оказывается полезным для прогнозирования, особенно краткосрочного.

#### Сезонная компонента:

Если пики и провалы серии происходят через равные промежутки времени, модель называется сезонной (например, цены на сельскохозяйственную продукцию в летний период выше, чем в зимний; уровень безработицы в курортных городах в зимний период выше по сравнению с летним).

На рис. 1.2. представлен гипотетический временной ряд, содержащий только сезонную компоненту.

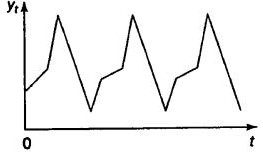


Рис. 1.2. Временной ряд, содержащий сезонную компоненту

#### Случайная компонента:

Случайная компонента отражает колебания уровней временного ряда, которые невозможно предсказать, является следствием однократных, а не систематических событий. На рис. 1.2. представлен гипотетический временной ряд, содержащий только случайную компоненту.

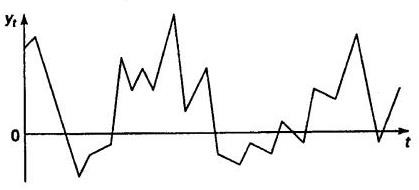


Рис. 1.3. Временной ряд, содержащий только случайную компоненту

* 1. **Стационарные и нестационарные временные ряды**

Некоторые временные ряды не содержат тенденции и циклической компоненты, а каждый следующий их уровень образуется как сумма среднего уровня ряда и некоторой (положительной или отрицательной) случайной компоненты. Такие ряды называются *стационарными*. Ряды, содержащие в своем составе две или три компоненты, называются *нестационарными*.

Важными характеристиками случайного процесса, то есть стационарного ряда являются математическое ожидание и дисперсия. *Математическим ожиданием* процесса 𝑋(𝑡) является неслучайная функция 𝑀𝑥(𝑡), значение которой в момент времени 𝑡 равно математическому ожиданию. *Дисперсией* случайного процесса является неслучайная функция 𝐷𝑥(𝑡), значение которой также равно дисперсии в каждый момент времени *t*.

Временной ряд *стационарен*, если порождающий его механизм не меняется при сдвиге во времени, а соответствующий случайный процесс достиг статистического равновесия. Формально стационарный временной ряд определяется как такой случайный процесс, для которого математическое ожидание, дисперсия и ковариации между отдельными членами ряда случайно варьируют вокруг постоянного, не зависящего от времени уровня (так называемая «стационарность» в широком смысле, которая только и рассматривается для временных рядов).

𝑀𝑥(𝑡) = 𝑐𝑜𝑛𝑠𝑡; 𝐷𝑥(𝑡) = 𝑐𝑜𝑛𝑠𝑡 (1.1)

зонные изменения, состоит в построении модели регрессии с включением фактора времени и фиктивных переменных. Количество фиктивных переменных должно быть на единицу меньше числа периодов внутри одного.

## Модели временных рядов

В большинстве случаев, фактический уровень временного ряда можно представить в виде суммы или произведения трендовой, циклической, сезонной и случайной компонент. Модель, в которой временной ряд представлен как сумма перечисленных компонент, называется аддитивной моделью временного ряда. Общий вид аддитивной модели следующий: Y= T + S + E. Модель, в которой временной ряд представлен как произведение перечисленных компонент, называется мультипликативной моделью временного ряда и имеет вид: 𝑌 = 𝑇 ∙ 𝑆 ∙ 𝐸.

Выбор одной из двух моделей осуществляется на основе анализа структуры сезонных колебаний. Если амплитуда колебаний приблизительно постоянна, строят аддитивную модель временного ряда, в которой значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов. Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты [3].

Построение аддитивной и мультипликативной моделей сводится к расчету значений трендовой, циклической и случайной компонент для каждого уровня ряда.

## Моделирование тенденции временного ряда

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренда. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда [3-4].

Для построения трендов чаще всего применяются следующие функции:

* линейный тренд 𝑦𝑡 = 𝑎 + 𝑏 ∗ 𝑟;
* гипербола: 𝑦𝑡 = 𝑎 + 𝑏/𝑡;
* экспоненциальный тренд: 𝑦𝑡= 𝑒𝑎+𝑏∗𝑡:
* тренд в форме степенной функции: 𝑦𝑡 = 𝑎 + 𝑡𝑏;
* парабола второго и более высоких порядков: 𝑦𝑡 = 𝑎 + 𝑏1 ∗ 𝑡 + 𝑏2 ∗ 𝑡2 + 𝑏𝑘 ∗ 𝑡𝑘.

Параметры каждого из перечисленных трендов можно определить

обычным МНК, используя в качестве независимой переменной 𝑡 = 1,2, . . . , 𝑛, а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда 𝑦𝑡 Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Существует несколько способов определения типа тенденции. К числу наиболее распространенных способов относятся качественный анализ изучаемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени. В этих целях можно использовать коэффициенты автокорреляции уровней ряда.

Если временной ряд имеет линейную тенденцию, то его соседние уровни

𝑦𝑡 и 𝑦𝑡−1 тесно коррелируют. В этом случае коэффициент автокорреляции 1-го порядка уровней исходного ряда должен быть высоким.

Если временной ряд содержит нелинейную тенденцию, например, в форме экспоненты, то коэффициент автокоррекции первого порядка по логарифмам уровней исходного ряда будет выше, чем соответствующий коэффициент, рассчитанный по уровням ряда. Чем сильнее выражена нелинейная тенденция в изучаемом временном ряде, тем в большей степени будут различаться значения указанных коэффициентов.

Выбор наилучшего уравнения в случае, если ряд содержит нелинейную тенденцию, можно осуществить путем перебора основных форм тренда, расчета по каждому уравнению скорректированного коэффициента детерминации 𝑅2 и выбора уравнения тренда с максимальным значением 𝑅2*.* Реализация этого метода относительно проста при компьютерной обработке данных.

При наличии неявной нелинейной тенденции следует дополнять описанные выше методы качественным анализом динамики изучаемого показателя, с тем, чтобы избежать ошибок спецификации при выборе вида тренда.

Качественный анализ предполагает изучение проблем возможного наличия в исследуемом временном ряде поворотных точек и изменения темпов прироста, начиная с определенного момента. В случае если уравнение тренда выбрано неверно при больших значениях *t*, результаты прогноза на основе выбранного вида тренда будут недостоверными.

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные или циклические колебания.

Рассмотрим простейший подход – построение аддитивной или мультипликативной модели временного ряда методом скользящей средней.

Если амплитуда колебаний приблизительно постоянна, строят аддитивную модель временного ряда, если она возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда.

Процесс построения модели включает следующие шаги:

* выравнивание исходного ряда методом скользящей средней,
* расчет значений сезонной компоненты 𝑆,
* устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных (𝑇 + 𝐸) в аддитивной или (𝑇 ∗ 𝐸) в мультипликативной модели,
* аналитическое выравнивание уровней (𝑇 + 𝐸) или (𝑇 ∗ 𝐸) и расчет значений *Т* с использованием полученного уравнения тренда,
* расчет полученных по модели значений (𝑇 + 𝐸) или (𝑇 ∗ 𝐸),
* расчет абсолютных и относительных ошибок.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мастицкий С. Э. Анализ временных рядов с помощью R.  2020-04-12. 

Глава 1.3. Основные понятия.

URL: <https://ranalytics.github.io/tsa-with-r/intro.html#sec-main-concepts>(дата обращения: 05.01.2023).

1. Idit Cohen. Towards data science. Time series-Introduction. URL: [https://www.machinelearningmastery.ru/time-series-introduction-](https://www.machinelearningmastery.ru/time-series-introduction-7484bc25739a/) [7484bc25739a/](https://www.machinelearningmastery.ru/time-series-introduction-7484bc25739a/) (дата обращения: 05.01.2023).

Оригинальная статья: [https://towardsdatascience.com/time-series-introduction-](https://towardsdatascience.com/time-series-introduction-7484bc25739) [7484bc25739](https://towardsdatascience.com/time-series-introduction-7484bc25739)).

1. Елисеева И. И  Эконометрика  Учебник  2003. – 338 с. [URL:https://fileskachat.com/view/47884\_5853fdd79873b1ab70936096ebfcbaef.h](https://fileskachat.com/view/47884_5853fdd79873b1ab70936096ebfcbaef.html) [tml](https://fileskachat.com/view/47884_5853fdd79873b1ab70936096ebfcbaef.html) (дата обращения: 05.01.2023).
2. Кривцова М.А. - Эконометрика: учеб. Пособие  2010. – 162 с. URL: [https://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/ekonometrika-m-a-](https://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/ekonometrika-m-a-krivtcova/21-modelirovanie-sezonnykh-kolebanii) [krivtcova/21-modelirovanie-sezonnykh-kolebanii](https://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/ekonometrika-m-a-krivtcova/21-modelirovanie-sezonnykh-kolebanii) (дата обращения: 06.01.2023).