

---

**Intelligence Artificielle – TD 9**  
INFÉRENCE EN LOGIQUE DU PREMIER ORDRE  
CORRECTION

---

**Exercice 1** - Pour chacune de ces paires d'énoncés, donnez s'il existe l'unificateur le plus général.

1.  $p(A, B, B), p(x, y, z)$
2.  $p(A, B, B), p(x, x, y)$
3.  $q(y, g(A, B)), q(g(x, x), y)$
4.  $plusVieux(pere(y), y), plusVieux(pere(x), Jean)$
5.  $connait(pere(y), y), connait(x, x)$

Il s'agit donc de trouver une substitution, la plus générale possible, permettant d'unifier les deux formules (*les rendre identiques*).

On rappelle qu'il est possible de substituer une variable par une autre variable ou une constante, mais qu'il n'est pas possible de substituer une constante par une autre.

1.  $p(A, B, B), p(x, y, z)$   
 $\{x/A, y/B, z/B\}$
2.  $p(A, B, B), p(x, x, y)$   
Pas d'unificateur :  $x$  ne peut être substitué à la fois à  $A$  et à  $B$ .
3.  $q(y, g(A, B)), q(g(x, x), y)$   
Pas d'unificateur :  $x$  ne peut être substitué à la fois à  $A$  et à  $B$ .  
OK si on normalise  $y$ .
4.  $plusVieux(pere(y), y), plusVieux(pere(x), Jean)$   
 $\{x/Jean, y/Jean\}$
5.  $connait(pere(y), y), connait(x, x)$   
Pas d'unificateur :  $x$  ne peut pas être unifié à  $y$  et  $pere(y)$

**Exercice 2** - Soit le langage  $\mathcal{L}$ , dont la signature  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$  est la suivante :  $\mathcal{F} = \{\}$ ,  $\mathcal{R} = \{p/1, q/2, r/1, s/1\}$ . Soit la base de connaissances suivante construit sur le langage  $\mathcal{L}$  :

1.  $\forall x \, p(x) \Rightarrow \exists y \, q(y, x)$
2.  $\forall y \, (\exists x \, p(x) \wedge q(y, x)) \Rightarrow r(y)$
3.  $\forall x, y \, r(y) \wedge s(y) \wedge p(x) \Rightarrow \neg q(y, x)$
4.  $\forall x \, s(x) \Rightarrow r(x)$
5.  $\exists x \, p(x)$

Prouvez par résolution que  $\exists x \, r(x) \wedge \neg s(x)$

On commence par transformer la base de connaissances en FNC.

1. Ajouter la négation de la conclusion dans la base de connaissances :  $\neg(\exists x \, r(x) \wedge \neg s(x))$

2. Supprimer les implications

- (a)  $\forall x \, \neg p(x) \vee (\exists y \, q(y, x))$
- (b)  $\forall y \, \neg(\exists x \, p(x) \wedge q(y, x)) \vee r(y)$
- (c)  $\forall x, y \, \neg(r(y) \wedge s(y) \wedge p(x)) \vee \neg q(y, x)$
- (d)  $\forall x \, \neg s(x) \vee r(x)$
- (e)  $\exists x \, p(x)$
- (f)  $\neg(\exists x \, r(x) \wedge \neg s(x))$

3. Déplacer les  $\neg$  à l'intérieur des parenthèses

- (b)  $\forall y \, (\forall x \, \neg p(x) \vee \neg q(y, x)) \vee r(y)$
- (c)  $\forall x, y \, (\neg r(y) \vee \neg s(y) \vee \neg p(x)) \vee \neg q(y, x)$
- (f)  $\forall x \, \neg r(x) \vee s(x)$

4. Normaliser les variables : Chaque quantifieur utilise bien une variable différente

5. Skolémiser

- (a)  $\neg p(x) \vee q(f(x), x)$
- (b)  $\neg p(x) \vee \neg q(y, x) \vee r(y)$
- (c)  $\neg r(y) \vee \neg s(y) \vee \neg p(x) \vee \neg q(y, x)$
- (d)  $\neg s(x) \vee r(x)$
- (e)  $p(A)$
- (f)  $\neg r(x) \vee s(x)$

6. Distribuer les  $\vee$  sur les  $\wedge$  pour obtenir des clauses séparées par des conjonctions : non applicable

On applique à présent la résolution :

1.  $\neg p(x) \vee q(f(x), x)$
2.  $\neg p(x) \vee \neg q(y, x) \vee r(y)$
3.  $\neg r(y) \vee \neg s(y) \vee \neg p(x) \vee \neg q(y, x)$
4.  $\neg s(x) \vee r(x)$
5.  $p(A)$
6.  $\neg r(x) \vee s(x)$
7.  $q(f(A), A)$  (5.+1.  $\{x/A\}$ )
8.  $\neg p(A) \vee r(f(A))$  (7.+2.  $\{x/A, y/f(A)\}$ )
9.  $r(f(A))$  (8.+5.  $\{\}$ )
10.  $s(f(A))$  (9.+6.  $\{x/f(A)\}$ )
11.  $\neg s(f(A)) \vee \neg p(x) \vee \neg q(f(A), x)$  (9.+3.  $\{y/f(A)\}$ )
12.  $\neg p(x) \vee \neg q(f(A), x)$  (11.+10.  $\{\}$ )
13.  $\neg p(A)$  (7.+12.  $\{x/A\}$ )
14.  $\perp$  (13.+5.  $\{\}$ )

**Exercice 4 -** Peut-on déduire que “Certains êtres intelligents ne savent pas lire” à partir des faits suivants :

1. Quiconque sait lire est instruit
2. Les dauphins ne sont pas instruits
3. Certains dauphins sont intelligents

Commençons par traduire les phrases en logique des prédicats :

Vocabulaire :

- Prédicats :
    - $\text{lire}(x)$  :  $x$  sait lire
    - $\text{instruit}(x)$  :  $x$  est instruit
    - $\text{intelligent}(x)$  :  $x$  est intelligent
    - $\text{dauphin}(x)$  :  $x$  est un dauphin
  - Ni constante, ni fonction
1. Quiconque sait lire est instruit  
 $\forall x \text{ lire}(x) \Rightarrow \text{instruit}(x)$
  2. Les dauphins ne sont pas instruits  
 $\forall x \text{ dauphin}(x) \Rightarrow \neg \text{instruit}(x)$
  3. Certains dauphins sont intelligents  
 $\exists x \text{ dauphin}(x) \wedge \text{intelligent}(x)$
  4. Certains êtres intelligents ne savent pas lire  
 $\exists x \text{ intelligent}(x) \wedge \neg \text{lire}(x)$

Base de connaissances sous FNC et skolémisée, et appliquons la résolution :

1.  $\neg \text{lire}(x) \vee \text{instruit}(x)$
2.  $\neg \text{dauphin}(x) \vee \neg \text{instruit}(x)$
3.  $\text{dauphin}(M)$
4.  $\text{intelligent}(M)$
5.  $\neg \text{intelligent}(x) \vee \text{lire}(x)$
6.  $\neg \text{instruit}(M)$  (2.+3.,  $\{x/M\}$ )
7.  $\text{lire}(M)$  (4.+5.,  $\{x/M\}$ )
8.  $\text{instruit}(M)$  (1.+7.,  $\{x/M\}$ )
9.  $\perp$  (6.+8.,  $\{\}$ )

**Exercice 5** - Peut-on déduire que “Harry est plus rapide que Ralph” à partir des faits suivants :

1. Les chevaux sont plus rapides que les chiens
2. Il existe un levrier plus rapide que tous les lapins
3. Les levriers sont des chiens
4. Harry est un cheval
5. Ralph est un lapin
6. La relation “plus rapide que” est transitive

Commençons par traduire les phrases en logique des prédicats :

Vocabulaire :

- Prédicats :

- $\text{cheval}(x)$  :  $x$  est un cheval
- $\text{chien}(x)$  :  $x$  est un chien
- $\text{plusrapide}(x,y)$  :  $x$  est plus rapide que  $y$
- $\text{levrier}(x)$  :  $x$  est un levrier
- $\text{lapin}(x)$  :  $x$  est un lapin

- Constantes : Ralph, Harry

- Pas de fonction

1. Les chevaux sont plus rapides que les chiens  
 $\forall x, \forall y \text{ cheval}(x) \wedge \text{chien}(y) \Rightarrow \text{plusrapide}(x, y)$
2. Il existe un levrier plus rapide que tous les lapins  
 $\exists y \text{ levrier}(y) \wedge (\forall z \text{ lapin}(z) \Rightarrow \text{plusrapide}(y, z))$
3. Les levriers sont des chiens  
 $\forall x \text{ levrier}(x) \Rightarrow \text{chien}(x)$
4. Harry est un cheval  
 $\text{cheval}(\text{Harry})$
5. Ralph est un lapin  
 $\text{lapin}(\text{Ralph})$
6. La relation “plus rapide que” est transitive  
 $\forall x, y, z \text{ plusrapide}(x, y) \wedge \text{plusrapide}(y, z) \Rightarrow \text{plusrapide}(x, z)$
7. Non (Harry est plus rapide que Ralph)  
 $\neg \text{plusrapide}(\text{Harry}, \text{Ralph})$

Base de connaissances sous FNC et skolemisée, et appliquons la résolution :

1.  $\neg \text{cheval}(x) \vee \neg \text{chien}(y) \vee \text{plusrapide}(x, y)$
2.  $\text{levrier}(N)$
3.  $\neg \text{lapin}(z) \vee \text{plusrapide}(N, z)$
4.  $\neg \text{levrier}(x) \vee \text{chien}(x)$
5.  $\text{cheval}(\text{Harry})$
6.  $\text{lapin}(\text{Ralph})$
7.  $\neg \text{plusrapide}(x, y) \vee \neg \text{plusrapide}(y, z) \vee \text{plusrapide}(x, z)$
8.  $\neg \text{plusrapide}(\text{Harry}, \text{Ralph})$
9.  $\neg \text{chien}(y) \vee \text{plusrapide}(\text{Harry}, y)$  (1.+5.,  $\{x/\text{Harry}\}$ )
10.  $\text{plusrapide}(N, \text{Ralph})$  (3.+6.,  $\{z/\text{Ralph}\}$  )
11.  $\text{chien}(N)$  (2.+4.,  $\{x/N\}$ )
12.  $\text{plusrapide}(\text{Harry}, N)$  (9.+11.,  $\{y/N\}$ )
13.  $\neg \text{plusrapide}(\text{Harry}, y) \vee \neg \text{plusrapide}(y, \text{Ralph})$  (7.+8.,  $\{x/\text{Harry}, z/\text{Ralph}\}$  )
14.  $\neg \text{plusrapide}(\text{Harry}, N)$  (13.+10.,  $\{y/N\}$ )
15.  $\perp$  (14.+12.  $\{\}$ )