Intelligence artificielle (IF06M100) • TD 8

Traduction en logique du 1er ordre

1 / Pierre est un humain

- Une insertion qui peut être vrai ou faux donc on va modéliser avec un prédicat.
- Le fait d'être un humain ici on l'implique à Pierre mais on pourrai l'impliquer à n'importe qui ou n'importe quoi pour savoir si quelque chose est un humain, ou non.
- Donc l'idée c'est qu'on va essayer d'avoir un prédicat pour voir si quelqu'un ou quelque chose est un humain et la personne pierre pourra la représenter avec une constante.

$$\overbrace{humain}^{Predicat}\overbrace{(Pierre)}^{Constante}$$

2 / Le frère de Pierre est intelligent

..et donc Pierre n'a qu'un seul frère.

- Donc il va falloir identifier une personne qui est un frère de pierre, que cette personne est intelligente et également que cette personne qui seurai un frère de Pierre , c'est la personne qu'on a identifié au début.
- Donc pour faire ça je vais avoir une variable pontifier existentiellement : $\exists\, x$
- X va représenter un frère de Pierre que je suis en train d'identifier comme étant intelligent.
- Ensuite on précisera que ce frère de pierre dont on est en train de parler, c'est le seul.

Dans ce cas-là, ce que je vais avoir c'est un prédicat pour indiquer que x est un frère de pierre

$$\exists\, x \quad \overbrace{frere}^{Predicat}\,(Pierre, x)$$

Je vais également avoir un prédicat pour indiquer que certaines personnes, certaines entités X, est intelligente.

$$\exists\, x \quad \overbrace{frere}^{Predicat}\,(Pierre, x) \bigwedge \overbrace{intelligent}^{Predicat}(x)$$

Et comme on l'a déjà dit il reste une dernière partie à modéliser, c'est la partie qui dit que pierre n'a qu'un seul frère,

donc pour ça on peut dire que quel que soit y qui est un frere de pierre, je suis sûr que $x = y$ donc le fameux frère qui est intelligent c'est bien le seul frère puisque si j'essaie d'identifier un autre frère, ça ne marchera pas… Ça sera le même

$$\exists\, x \quad \overbrace{frere}^{Predicat}\,(Pierre, x) \bigwedge \overbrace{intelligent}^{Predicat}(x) \bigwedge (\forall\, y\; frere(Pierre, y) \;\; \Rightarrow \;\; x = y)$$

3 / Pierre se prend pour Napoléon

- Donc là encore une fois on voit que c'est simplement une insertion qui peut être vrai ou faux avec assez peu de chose subtile dedans, donc … un prédicat qui nous dit si quelqu'un ou quelque chose se prend pour quelqu'un ou quelque chose.
- On appliquera ce prédicat avec 2 paramètres qui serons des constantes : une constante qui représente Pierre, une constante qui représente Napoléon.

$$\overbrace{sePrendPour}^{Predicat}\,(Pierre, Napoleon)$$

4 / Seuls les fous se prennent pour Napoléon

- Un moyen de reformuler ca c'est de dire que si je prends une personne et que cette personne se prend pour napoléon, ca veut dire que cette personne est forcément folle.

- Donc on va pouvoir identifier une espèce d'implication qui est cacher dans la phrase, et également on va avoir besoin d'un prédicat pour indiquer qu'une personne est folle ou pas.

Quel que soit x (quel que soit une personne que je considère),

$$\forall \ x$$

Si cette personne se prend pour napoléon,

$$\forall \ x \quad sePrendPour(x, Napoleon)$$

Alors, cette personne est folle.

$$\forall \ x \quad sePrendPour(x, Napoleon) \Rightarrow \overbrace{fou}^{Predicat} \ (x)$$

5 / Au moins deux fous sont courageux

- Pour pouvoir dire ça, on va dire qu'on connait une personne X qui est à la fois folle et courageuse.

- Fou : on a déjà un prédicat pour ça. On va rajouter un prédicat pour dire que X est courageux.

- ET on connait aussi une personne y tel que y est fou et courageux. Donc comme on a au moins 2 fous qui sont courageux, il va falloir être sur que x et y ne sont pas la même personne. Donc qu'au lieu d'avoir une condition x

= y comme pour la phrase (2) on va avoir une condition qui dit que x et y sont diffèrent.

Donc ça, ça nous dit bien il y a au moins 2 fous qui sont courageux.

$$\exists\, x, y \quad \overbrace{fou}^{Predicat}\ (x) \bigwedge \overbrace{courageux}^{Predicat}(x) \bigwedge \quad fou(y) \bigwedge courageux\,(y) \bigwedge \neg(\,x = y)$$

Donc voilà la méthode à suivre pour le reste de l'exercice.

Après, bien entendu, y a des phrases qui deviennes un petit peu plus compliquer, donc il faudra être plus attentif pour bien les découper et donc identifier les différents éléments formels de la logique des prédicats qu'on va utiliser. Mais sur le fond il n'y a rien de beaucoup plus compliquer que ça, pour la suite de l'exercice.

6 / Chacun est fidèle à quelqu'un

- Là on devra introduire dans le vocabulaire un nouveau prédicat parce que le fait d'être fidèle a quelqu'un c'est quelque chose qui peut être vrai ou faux, ça va être un prédicat avec deux paramètres pour savoir qui est fidèle a qui.

Et donc « chacun est fidèle a quelqu'un » ça veut dire que si je prends n'importe quelle personne (« Chacun »),

$$\forall\ x$$

Je vais être capable de trouver au moins une personne, le « quelqu'un »,

$$\forall\ x\ \ \exists\ \ y$$

A qui la personne précédente est fidèle

$$\forall\ x\ \ \exists\ \ y\ \overbrace{fidele}^{Predicat}(x,y)$$

7 / Il aime sa mère

Ya plusieurs chose la qui entre en jeu :

- **La premiere,** quand on dit « il » c-à-d qu'on parle d'un « il » particulier, c'est pas « on connait quelqu'un qui aime sa mère » qui seurai une variable avec un quantificateur existanssiel.

  Ce n'est pas non plus « tous le monde aime sa mère » qui donnerai une variable avec un quantificateur universelle, on parle d'une personne particulière, donc on a besoin d'introduire dans le langage une constante, pour représenter la personne en question.

- **La 2eme,** On n'a rien pour l'instant sur le fait que quelqu'un aime quelqu'un, donc on va devoir introduire un prédicat qui va vous dire qu'une personne x aime une personne y.

- **Mais du coup,** il nous fau également un moyen de représenter la mère de la personne dans on parle. Donc pour ça ce qui peut être fait, relativement et simplement, c'est d'avoir une fonction qui prend donc en paramètre une personne et qui permet d'obtenir une autre personne qui est donc la mère de la personne qui est passer en paramètre.

Donc, quand on mai tout ça bout à bout, on se retrouve avec

$$\overbrace{aime}^{Predicat}\ (\quad \underbrace{x}_{Constante}\quad ,\overbrace{mere}^{fonction}(x))$$

UNE VERSION ALTERNATIVE

Avec un prédicat, un peu comme tout a l'heure avec frère, on devrai avoir un truc du genre :

$$\ni \quad y\,, \qquad aime(x,y) \bigwedge mere(x,y)$$

Ça peut être correct.

Après la différence c'est que pour le frère c'était vrmt pertinent d'avoir un prédicat, $frere(x,y)$ qui veut dire que y est un frere de x parce que justement, de manière general, une personne peut avoir plusieurs frères. La, par contre, ce n'est pas gênant d'avoir une fonction $mère(x)$ qui retourne la personne, qui est la mère de X et a priori chaque personne a une mère et pas plus, en tt cas dans les cas classique.

8 / Tous les chiens à poils ras sont frileux

- On va voir comment on peut découper ça… donc on va avoir besoin d'un prédicat pour dire si quelqu'un ou quelque chose est frileux.
- On pourrai avoir un prédicat pour nous dire que quelqu'un/quelque chose est un chien à poils ras. Mais ça on peut même le redécouper !
- Avoir un prédicat pour dire que quelqu'un ou quelque chose est un chien ou non, et un prédicat pour dire si quelqu'un/quelque chose est à poils ras ou non.
- Comme ça on peut avec le même prédicat $chien$ parler de chien a poils ras et de chiens qui ne sont pas a poils ras et a l'inverse, avec le prédicat $poilsRas$ on peut parler de chien a poils ras mais aussi d'autres animaux.

Donc autan découper un peu plus finement la modélisation.

- Donc, Pour tous chien qui est a poils ras, il est frileux.

➔ $Chien$, $poilsRas$, $frileux$: sont des prédicats.

$$\forall\ x \quad \overbrace{chien}^{Predicat}(x) \bigwedge \overbrace{poilRas}^{Predicat}(x) \Longrightarrow \overbrace{frileux}^{Predicat}(x)$$

9 / Un chien est frileux seulement s'il est à poils ras

Donc, dit autrement, ça veut dire, que si un chien est frileux, alors il est forcément a poils ras.

Donc, pour tous individu qui est un chien et qui est frileux, alors cet individu est à poils ras.

$$\forall\ x \quad chien(x) \bigwedge frileux(x) \Longrightarrow poilRas(x)$$

10 / Aucun chien à poils ras n'est frileux

- On peut voir la 2 formes toutes a fait équivalentes,
- <u>La première</u> : je peux dire : il n'existe pas x qui est un chien et qui est a poils ras et qui est frileux.

$$\neg\ \exists\ x \quad chien(x) \bigwedge poilRas(x) \bigwedge frileux(x)$$

Donc ça c'est une première façon de représenter les choses.

<u>Une façon complètement équivalente</u>

Dire : quel que soit X qui est un chien a poils ras, x n'est pas frileux.

$$\forall\ x \quad chien(x) \bigwedge poilRas(x) \Rightarrow \neg frileux(x)$$

Et donc on peut voir pq ces 2 choses sont équivalentes.

Quand on a une négation devant une formule, finalement c'est un petit peu la même chose que quand on avait une négation par exemple devant une conjonction de plusieurs choses en logique propositionnelles, la négation nous fait inverser tous ce que y'a dedans, donc ça veut dire que « non il existe quelque chose », ça va devenir « quel que soit x » ,