

---

THÉORIE DES LANGAGES

Examen du 19 juin 2018 - Durée 1h30 - 2 pages (recto-verso)

Aucun document n'est autorisé

Aucun matériel électronique n'est autorisé - Les téléphones sont formellement interdits

Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié

Toutes les réponses doivent être justifiées

---

**Exercice 1** (4 points) - Soient les langages  $L$  et  $L'$  construits sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ .

$$L = \{a^n b^p c^r d^q \mid n > 0, q \geq 2, r > 0, p > 0, q = n + r\}$$
$$L' = a(b^*c)^*b$$

1. Donnez un automate à pile **déterministe** avec reconnaissance par **pile vide** qui reconnaît le langage  $L$
2. Construisez l'automate fini **déterministe** reconnaissant le langage  $L'$  en utilisant le **théorème d'Arden**

**Exercice 2** (6 points) -

1. Transformez les grammaires suivantes en grammaires réduites :

$$\begin{array}{ll} G_1 = \langle V_1, \Sigma_1, P_1, S \rangle, \Sigma_1 = \{a, b, c\}, & G_2 = \langle V_2, \Sigma_2, P_2, S \rangle, \Sigma_2 = \{a, b, c\}, \\ V_1 = \{a, b, c, S, X, Y, Z\}, P_1 : & V_2 = \{a, b, c, S, X, Y, Z\}, P_2 : \\ S \rightarrow aXYZ|cZ|aX & S \rightarrow bSX|bX|bS \\ X \rightarrow cX|bX & X \rightarrow bX|aX|bZ \\ Z \rightarrow bZ|c & Y \rightarrow aY|aZ|b \\ & Z \rightarrow cZ|a \end{array}$$

2. Supprimez les  $\epsilon$ -règles des grammaires suivantes :

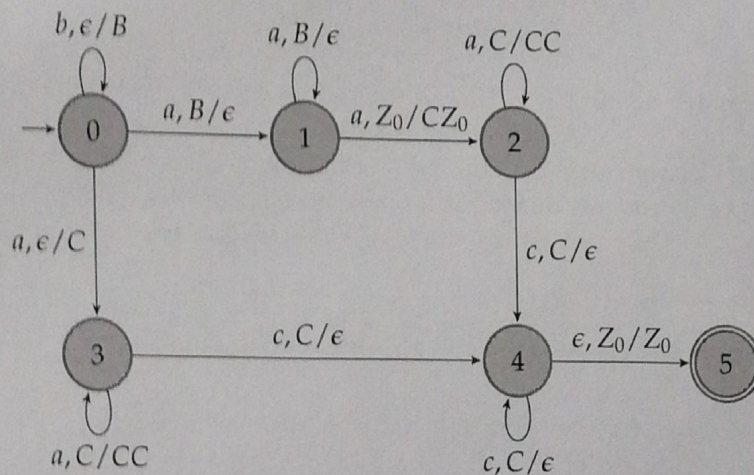
$$\begin{array}{ll} G_1 = \langle V_1, \Sigma_1, P_1, S \rangle, \Sigma_1 = \{a, b\}, & G_2 = \langle V_2, \Sigma_2, P_2, S \rangle, \Sigma_2 = \{a, b\}, \\ V_1 = \{a, b, c, S, X, Y\}, P_1 : & V_2 = \{a, b, S, X, Y\}, P_2 : \\ S \rightarrow XY|aY & S \rightarrow bXaXa|bX|aY \\ X \rightarrow aY|bS|\epsilon & X \rightarrow bY|\epsilon \\ Y \rightarrow cY|\epsilon & Y \rightarrow b|bY \end{array}$$

3. Supprimez les règles unitaires des grammaires suivantes :

$$\begin{array}{ll} G_1 = \langle V_1, \Sigma_1, P_1, S \rangle, \Sigma_1 = \{a, b, c\}, & G_2 = \langle V_2, \Sigma_2, P_2, S \rangle, \Sigma_2 = \{a, b, c\}, \\ V_1 = \{a, b, c, S, X, Y\}, P_1 : & V_2 = \{a, b, c, S, X, Y\}, P_2 : \\ S \rightarrow XaY|X|abX & S \rightarrow aXbS|X \\ X \rightarrow Y|bS & X \rightarrow XYb|Y \\ Y \rightarrow Y|bX|ac|S & Y \rightarrow ab|bc|ac \end{array}$$

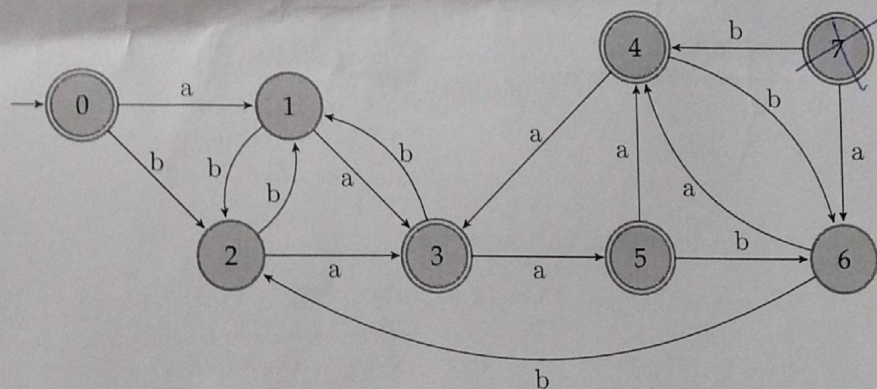


**Exercice 3** (4 points) - Soit l'automate à pile à reconnaissance par état final suivant :



1. Cet automate est-il déterministe ? Justifiez votre réponse.
2. Donner les différentes étapes de reconnaissance du mot *bbaaac*. Même question pour le mot *aacc*.
3. Quel est le langage généré par cet automate ?
4. Modifier l'automate de façon à avoir un automate déterministe, si jamais il ne l'est pas déjà.

**Exercice 4** (3 points) - Minimiser l'automate suivant en utilisant l'**algorithme de Moore**.



**Exercice 4** (3 points) - Questions de cours.

1. Donner les différents moyens de caractériser un **langage régulier**.
2. Qu'est-ce qu'une grammaire **propre** ?