

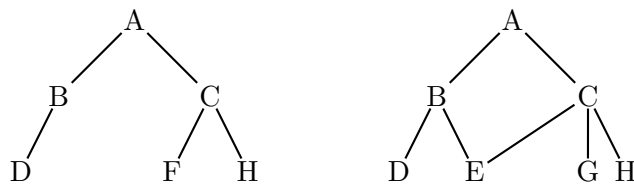
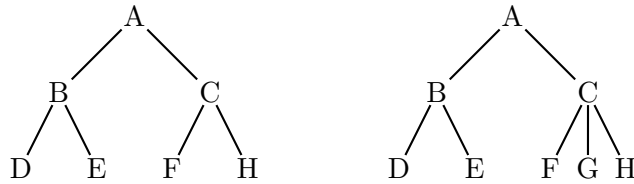
## TD 9 - Introduction aux arbres

---

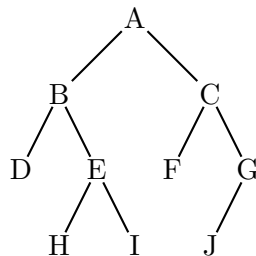
Objectif : Quelques exercices simples pour comprendre les structures d'arbres et arbres binaires.

---

**Exercice 1** - Parmi les structures suivantes, lesquelles sont des arbres, arbres binaires, arbres complets et arbres parfaits :



**Exercice 2** - Soit l'arbre binaire suivant :



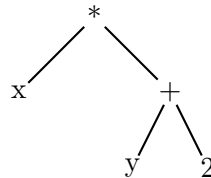
Indiquer :

- Sa racine
- Ses feuilles
- Sa taille et sa profondeur
- La hauteur du nœud D
- Le nœud frère du nœud H
- Le nœud père et les nœuds fils du nœud G

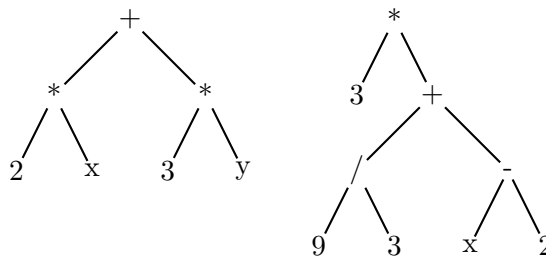
**Exercice 3** - Il est possible de représenter une expression mathématique sous forme d'un arbre binaire.

- Les noeuds internes de l'arbre représentent les opérateurs (+ - \* /) et les fils représentent les termes de gauche et de droite de l'opération.
- Les feuilles représentent des variables ou des valeurs.

Exemple : l'expression  $x * (y + 2)$  est représentée par l'arbre



1. Ecrire les expressions mathématiques associés aux arbres suivants :



2. Ecrire les arbres correspondants aux expressions mathématiques suivantes :

$$(((a + b) * c) + d)$$

$$(2 + (3 * (x + 2))) + 8$$

**Exercice 4** - Numérotation hiérarchique : construire l'arbre  $A = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 010, 011, 110\}$

**Exercice 5** - Ecrire les fonctions récursives permettant respectivement de calculer la taille d'un arbre, de calculer la profondeur d'un arbre et de rechercher un élément parmi les noeuds d'un arbre.

Démontrer la terminaison et l'efficacité de cette dernière fonction. Pour cela, il est nécessaire de définir un ordre bien fondé sur l'ensemble AB.

**Exercice 6** - On mesure la complexité des algorithmes de multiplication de matrices en nombres d'additions et multiplications (sans distinction) de réels.

- a) Calculer la complexité  $C_{add}(n)$  de l'addition de deux matrices de taille  $n \times n$
- b) Donner l'équation de récurrence de la complexité  $C(n)$  de l'algorithme de Strassen. En déduire l'ordre de grandeur asymptotique de  $C(n)$ .
- c) Si l'on utilise l'algorithme 2 du cours, qu'est-ce qui change dans les calculs ? En déduire, dans ce cas, l'ordre de grandeur asymptotique de la complexité.