

Traitement des Images Numériques

Contours - Morphologie
2020-2021

1

Extraction de contour

- Vertical

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Horizontal

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Maximisation de la norme euclidienne

Filtre de

Sobel

$$Q_{i,j}^1 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q_{i,j}^2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{Q_{ij}^{1^2} + Q_{ij}^{2^2}}$$

Images - 2020/2021

2

Gradient simple

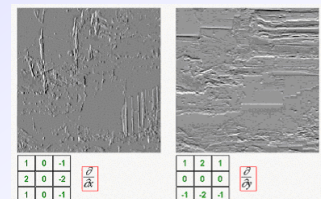
- Norme du gradient : $G(x,y)$
- $G(x,y) = |G_x| + |G_y|$



Images - 2020/2021

3

Filtre de Sobel



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Images - 2020/2021

4

Filtre de Sobel



Images - 2020/2021

5

Opérateurs de gradient

- Prewitt

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Kirsh avec 8 masques

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Images - 2020/2021

6

Extracteur de Sobel

- Sommé sur chaque composante
- Résultat tronqué au-delà de 255



Images - 2020/2021

7

Le Laplacien

- Définition $\Delta f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$
- Recherche des points de faible Laplacien
- Expression dans le discret

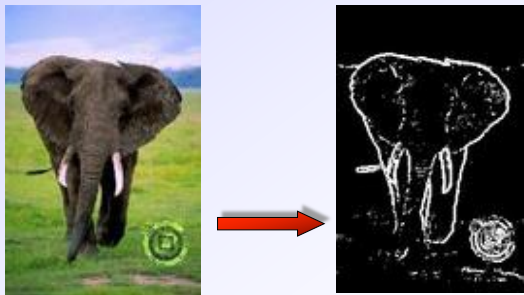
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(i, j) = \frac{\partial f}{\partial x}(i+1, j) - \frac{\partial f}{\partial x}(i, j) = f(i+1, j) - 2f(i, j) + f(i-1, j)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Images - 2020/2021

8

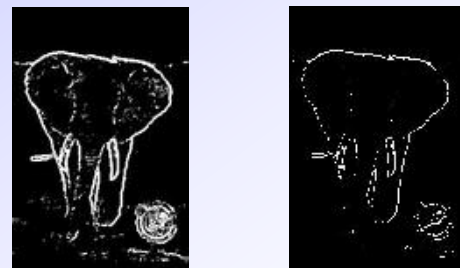
Contour par Laplacien



Images - 2020/2021

9

Extraction de contour



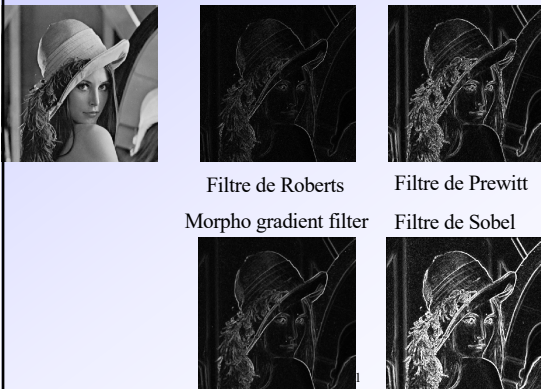
Originale

Débruitée avec filtre médian

Images - 2020/2021

10

Comparaisons



Filtre de Roberts

Filtre de Prewitt

Morpho gradient filter

Filtre de Sobel

**MORPHOLOGIE
MATHÉMATIQUE**

Images - 2020/2021

11

12

Les caractéristiques de base

- Théorie développée dans les laboratoires de l'Ecole des Mines de Paris
- Une approche ensembliste – non linéaire
- Etude de l'action d'un élément connu sur une image ou une forme

$$X \rightarrow \Psi_B(X)$$

- Application à l'étude des roches

Images - 2020/2021

13

Les contraintes

- Invariance des résultats

– Par translation : $\Psi_B[T_h(X)] = T_h[\Psi_B(X)]$

– Par changement d'échelle

• de l'image : $\Psi_B(\lambda X) = \lambda \Psi_B(X)$

• de l'élément de référence : $\Psi_{\lambda B}(X) = \lambda \Psi_B(\frac{1}{\lambda} X)$

- Utilisation d'un masque d'observation

$$[\Psi_B(X \cap Z)] \cap Z' = \Psi(X) \cap Z'$$

- Semi-continuité des résultats pour de faibles modifications

Images - 2020/2021

14

Les opérations ensemblistes

- Addition de Minkowski

la translation d'un vecteur h

$$X \subset P \text{ et } h \in P \quad X \oplus h = X_h = \{x+h, x \in X\}$$

$$X \oplus Y = \{z \in P / \exists x \in X \text{ et } \exists y \in Y \text{ et } z = x+y\}$$

- Soustraction de Minkowski

$$X - Y = \bigcap_{y \in Y} X_y$$

- symétrique $\tilde{X} = \{z \in P / \exists x \in X : z = -x\}$

Images - 2020/2021

15

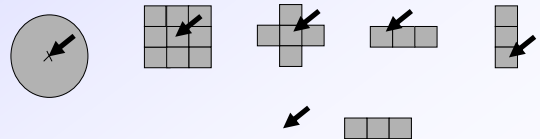
Élément structurant

- C'est un ensemble de référence, un masque

– de forme connue

– de position connue

- Exemples



Images - 2020/2021

16

La dilatation binaire

- D'une forme X par un élément structurant B

$$D_B(X) = \{z \in P / \exists x \in X \text{ et } \exists b \in B \text{ et } z = x+b\}$$

$$D_B(X) = \{z \in P / B_z \cap X \neq \emptyset\}$$

- Exemples
- La dilatation n'augmente pas toujours la surface de la forme X

Images - 2020/2021

17

dilatation

- Élément structurant



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Images - 2020/2021

18