Capacité binaire, Délai de transmission, Taux d'erreurs binaires, Contrôle d'erreurs
- correction -

Exercice 1. : Débit maximal d'un canal de transmission

Rappel :

La capacité maximale d'un canal de transmission numérique est la quantité d'information (en bits) pouvant être transmise par unité de temps (seconde). Il se mesure en bit/s et dépend des caractéristiques du support physique (bande passante, impédance) et/ou du signal (nombre de niveaux ou valence).

En 1924, un ingénieur suédois, Henry Nyquist, développa une formule pour exprimer la capacité maximale d'un canal ***parfait*** *et de bande passante* ***finie*** *W. D'après Nyquist, le débit binaire maximal d'un canal non bruité de bande passante H, devant transmettre un signal composé de V niveaux discrets significatifs (appelé Valence du signal) est de :*

(1) Théo. de Nyquist ***débit binaire maximal (parfait) =*** $C = 2.W.\log_2 V$ ***(en bit/s)***

En 1948, un ingénieur anglais, Claude Shannon, reprenait les travaux de Nyquist pour les étendre à des canaux soumis à des erreurs (aussi appelé bruit). Le rapport signal-sur-bruit (SNR) est un indicateur de la qualité de la transmission d'une information sur un canal bruité. C'est le rapport des puissances entre :

- *le signal d'amplitude maximale (S), déterminée par la valeur maximale admissible pour que les distorsions du signal restent à une valeur admissible (par exemple 1%);*
- *le bruit de fond (N), information non significative correspondant en général au signal présent à la sortie du dispositif en l'absence d'une information à l'entrée.*

Ce rapport signal-sur-bruit (SNR) est exprimé en fonction de l'atténuation du signal (S/N) et est mesuré en décibels (dB) selon la formule (2) suivante où:

- *S représente le niveau du Signal,*
- *N représente le niveau du bruit et*
- *S/N représente l'atténuation du signal S en fonction du bruit N:*

(2) ***Rapport signal-bruit =*** $SNR = 10.\log_{10}(S/N)$ ***(en dB)***

pour rappels ***(3)*** $\log_2(X) = \log_{10} X / \log_{10} 2$

(4) $$a^{\log_a(X)} = X$$

D'après Shannon, le débit binaire d'information maximale transmissible sur un canal ***bruité*** *de rapport signal-sur-bruit SNR (en dB) et d'atténuation du signal (S/N), de bande passante* ***finie*** *W (en Hz), et quel que soit le nombre de niveaux (Valence) du signal à émettre, est :*

(5) Théo. de Shannon ***débit binaire maximal (bruité) =*** $C = W.\log_2(1 + S/N)$ ***(en bit/s)***

où S est le niveau du signal et N est le niveau du bruit et W la bande passante du canal.

a) Soit un canal sans bruit de bande passante 4 KHz. Quel sera le débit maximal C sur ce canal si l'on transmet un signal binaire à 2 états (Valence V=2) ?

b) Les canaux de télévision ont une largeur de bande de 6 MHz. Combien de bits par secondes peuvent être transmis si on utilise des signaux numériques à 4 niveaux ? On supposera que le canal est sans bruit.

c) Déterminer l'atténuation du signal (S/N) correspondant aux rapports signal-bruit suivants SNR : 3 dB, puis 10 dB.

d) Si un signal binaire à 2 états (Valence V =2) est envoyé sur un canal à 4 KHz, dont le rapport signal-sur-bruit SNR est de 3 dB, quel sera le débit maximum sur ce canal bruité ? Comparer avec a).

Réponses :

a) d'après le théo. de Nyquist :
H = 4000, V = 2, Sachant que : $\log_2 X = \log_{10} X / \log_{10} 2$, alors $\log_2 2 = \log_{10} 2 / \log_{10} 2 = 1$
-> $C = 2 \times 4000 \times \log_2 2 = 8000$ bit/s = 8 Kbit/s

b) d'après le théo. de Nyquist :
H = 6 000 000 , V=4 -> $C = 2 \times 6000000 \times \log_2 4 = 12\,000\,000 \times (\log_2 2^2) = 12\,000\,000 \times 2 \log_2 2$
$= 12\,000\,000 \times 2 \times 1 = 24\,000\,000$ bit/s = 24 Mbit/s

c) d'après la formule (2) :

$$10.\log_{10}(S/N) = x \text{ dB} \Leftrightarrow \log_{10}(S/N) = x/10 \text{ dB}$$
$$\Leftrightarrow 10^{\log_{10}(S/N)} = 10^{0,1x} \text{ dB}$$
$$\Leftrightarrow S/N = 10^{0,1x} \text{ dB}$$

Application numérique :

$x = 3$ dB $\Leftrightarrow S/N = 10^{0,1x3} = 10^{0,3} = 1,995$
$x = 10$ dB $\Leftrightarrow S/N = 10^{0,1x10} = 10^{1} = 10$

d) d'après le théorème de Shannon :
Le débit maximal du canal est -> $C = 4000.\log_2(1 + S/N)$

d'après la question c) ci-dessus -> $x = 3$ dB $\Leftrightarrow$ $S/N = 1,995$

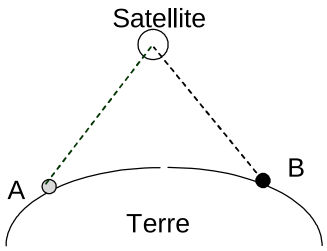
Donc $C = 4000.\log_2(1 + 1,995) \approx 4000.\log_2(3)$ et $\log_2 3 = \log_{10} 3 / \log_{10} 2 = 1,58$

-> $C = 4000 \times 1,58 = 6339,85$ bits/s

En comparant avec a) , on constate que la capacité maximale du canal est 6339,85 bits/s qui correspond à la valeur la plus conservative des 2 théorèmes (Nyquist et Shannon).

Exercice 2. Délais de transmission

Pour transmettre des messages entre deux terminaux A et B, on utilise un satellite géostationnaire situé à d=36 000 km de la terre. La vitesse de propagation est prise égale à V=240 000 km/s. On supposera que les messages font L=1 kbits chacun, et que le débit binaire de la liaison est de C=50 Kbit/s. la longueur d'un message d'acquittement est égale à 100 bits



a) Calculer le délai de propagation (Tp) terre-satellite-terre d'un message. Dépend il de la taille du message?
b) Calculer le délai d'émission (Te) d'un message sur la liaison. Dépend-il de la taille du message ?
c) Calculer maintenant le délai de transmission (T) d'un message de A vers B dans le cas d'une liaison sans erreurs et sans acquittements.
d) La liaison satellite étant soumise à des erreurs de communication, A décide d'envoyer un message vers B et d'attendre que B acquitte ce message pour transmettre le message suivant. On supposera que la longueur d'un message d'acquittement est égale à 100 bits. Calculer le délai de transmission (T') pour la transmission d'un message et de son acquittement. On supposera qu'il n'y a pas eu d'erreurs.
e) Calculer le *taux d'utilisation* de la liaison (E), également appelée *efficacité* de la liaison, c'est-à-dire le rapport du débit utile sur le débit nominal de la liaison équivalent à la *capacité* du canal de communication.

f) Proposer une solution pour améliorer le taux d'utilisation (efficacité E) de la liaison.
g) On propose d'utiliser une fenêtre d'anticipation de taille N. Quel sera alors l'efficacité (ou taux d'utilisation (E')) de la liaison ?

Réponses :

a) Temps de propagation = T_P = d / V = $\frac{\text{distance à parcourir}}{\text{Vitesse de propagation du signal sur le support}}$

A.N : T_P = 36 000x2 / 240 000 = 0,3 s = 300 ms

Non ! T_P ne dépend pas de la taille du message.

b) Temps d'émission du message = T_E = L / C = $\frac{\text{longueur du message}}{\text{Débit binaire de la liaison}}$

A.N : T_E = 1000 / 50.10^3 = 0,02 s = 20 ms

Oui ! T_E dépend de la taille du message.

c) Temps de transmission du message = T = Tps de d'émission + Tps de propagation
= T_E + T_P

A.N : T = 300 + 20 = 320 ms

d) T_T = Temps de transmission totale (message et Acquittement)
= Tps d'émission du message + Tps de propagation du message
+ Tps d'émission ACK + Tps de propagation ACK

A.N : T_T = (20 + 300) + (100/5.10^3 + 300) = (20 + 300) + (2 + 300) = 320 + 302 = 622 ms

e) E = Taux d'utilisation de la liaison = Débit Utile / Débit de la liaison = D_U / D
Avec Débit utile = D_U = Longueur du message émis / Temps de transmission totale
= L / T_T
Soit E = L / D.T_T

A.N : E = 1000 / (50.10^3 x 622.10^{-3}) = 1000/(50x622) = 0,032
⇔ 3,2 %

Autre méthode :

E = Temps d'émission du message / Temps de transmission totale
= T_E / T'

A.N : E = 20 / 622 = 0,032 ⇔ 3,2 %

f) Le débit réel du reseau = Dr = Cxe
A.N. Dr = 50 000 x 0,032 = 1600 bit/s
Pour amélirorer l'efficacité de ce réseau, on utilise un n° de sequence et on transmets en rafale, plusieurs messages à la suite, jusqu'à la réception du 1ere acquittement.
Cependant, la taille du champ de contrôle « n° de sequence » limite le nombre maximal de trames transmis avant la reception du premier acquittement.
Le nombre de message envoyés en rafale est appelé une fenêtre d'anticipation.

g) E' = NxE = > A.N : si n= 4 = nombre de trames transmis, alors 4x0,032 = 0,18 => 18%

Exercice 3. : Taux d'erreurs binaires

Rappel :

*Une liaison est caractérisée par son **taux d'erreurs binaires** (Te) appelé BER pour Bit Error Rate en anglais. Ce taux d'erreurs est exprimé par le rapport entre le nombre d'informations (bits) erronées et le nombre d'informations (bits) transmises. Soit, Te = Nb de bits erronés / Nb de bits transmis.*

a) Si « Te » est la probabilité pour qu'un bit soit erroné, quelle est la probabilité de recevoir un bit correct ? la probabilité de recevoir N bits corrects ?
b) Dans l'alphabet CCITT n°5, le mot « OSI », se code par les trois caractères de 7 bits suivants :
« O » : 1001111 ; « S » : 1010011 ; « I » : 1000011.
On supposera que le récepteur reçoit la suite de bits suivante :
«1001011 1010101 1000011 ». Quel est le taux d'erreurs « Te » du canal ?

Réponses :

a) la probabilité de recevoir un bit correct = 1 – probabilité de recevoir un bit erroné
= 1 – Te
la probabilité de recevoir N bits corrects = (1 – Te).(1 – Te). …. (1 – Te) N fois
= $(1 – Te)^N$

b) On constate qu'il y a 3 bits erronés par rapport à la séquence binaire valide.
Par conséquent, Tx d'erreurs binaires du canal = Te = 3 / 21 = 0,142 soit 14,2% d'erreurs binaires

Exercice 4. : Détection des erreurs par bits de parité

Rappel :
Pour détecter des erreurs lors des transmissions, il est courrant d'introduire des informations complémentaires au message à envoyer, appelées codes de parité verticale et longitudinale :
***VRC** : (Vertical Redundancy Check) : à chaque caractère, on ajoute un bit appelé « bit de redondance verticale » ou « bit de parité », tel que le nombre de bits, à 1, à transmettre, soit pair (parité PAIRE) ou impaire (parité IMPAIRE).*
***LRC** : (Longitudinal Redundancy Check) : à chaque bloc de caractères, on ajoute un champ de contrôle supplémentaire construit de la façon suivante : On ajoute à chaque colonne (bits de parité VRC inclus), un bit de parité calculé de la même façon que VRC.*

a) Dans l'alphabet CCITT n°5, le mot « OSI », se code par les trois caractères de 7 bits suivants :
« O » : 1001111 ; « S » : 1010011 ; « I » : 1000011.
Donner le mot de code sur 8 bits associé à chaque caractère LRC, puis le VRC correspondant en utilisant une parité PAIRE.
b) Même question que précédemment en utilisant une parité IMPAIRE.

Réponses :

a) LRC en parité PAIRE

0	=	1001111 **1**
S	=	1010011 **0**
I	=	1000011 **1**
VRC	=	**1011111 0**

b) LRC en parité IMPAIRE

0	=	1001111 **0**
S	=	1010011 **1**
I	=	1000011 **0**
VRC	=	**0100000 0**