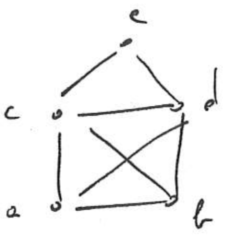
TD3

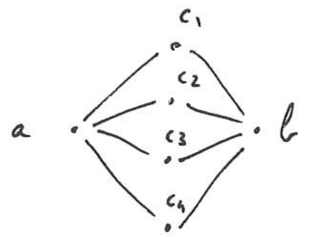
Ex 1

G1



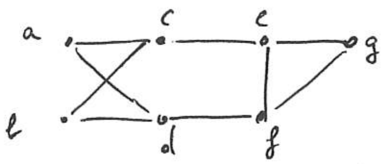
- G1 ne contient pas de cycle eulérien car il y a des sommets de degré impair.
- a c e d b c d a est un chemin eulérien
- a b d e c est un cycle hamiltonien et donc aussi un chemin hamiltonien

G2



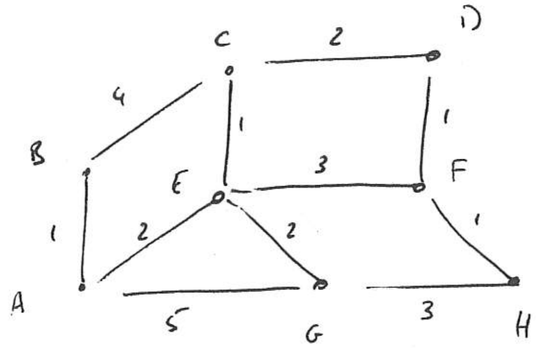
- a c_1 b c_2 a c_3 b c_4 a est un cycle eulérien et donc un chemin eulérien
- G2 ne contient ni chemin ni cycle hamiltonien. En effet, passer par c_1, c_2 et c_3 oblige à passer deux fois soit par a ou par b.

G3

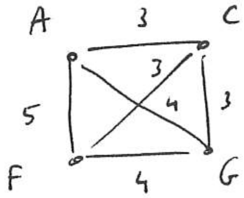


- G3 ne contient pas de cycle eulérien car il y a des sommets de degré impair
- G3 ———— chemin eulérien car il y a >2 sommets ————
- a c e g f d b est un chemin hamiltonien.
- Un cycle hamiltonien contiendrait forcément la séquence c e g f d mais on ne peut pas y inclure a et b de façon satisfaisante → G3 n'a pas de cycle hamiltonien

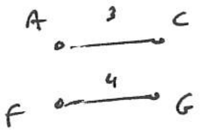
Ex 2

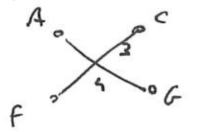


Etape 1 Les sommets de degré impair sont A, C, F et G. Le graphe obtenu par le calcul de leurs distances 2 à 2 est

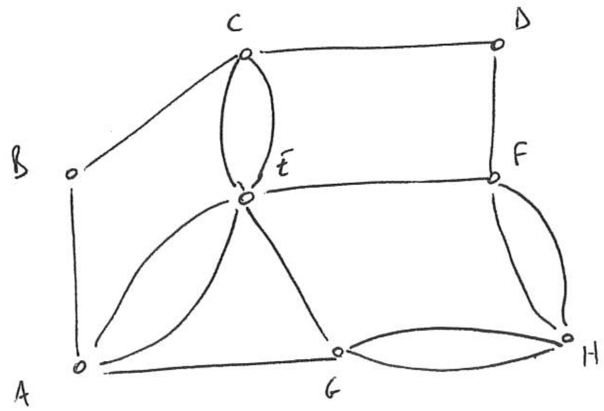


Etape 2 Un matching de poids minimal du graphe précédent est



(on aurait pu choisir )

Etape 3 On applique l'algorithme de Fleury sur



On obtient par exemple A B C E F D C E A E G H F H G A.

Il existe beaucoup d'autres solutions mais elles sont toutes de poids égal (somme des poids des arêtes du graphe de départ + 3 + 4).

Ex 3

1. Recherche d'un arbre couvrant de poids minimal : $\Theta(m \log m)$

Parcours en profondeur sur cet arbre : $\Theta(m)$

$\Rightarrow$ complexité en $\Theta(m \log m)$

2. H est un graphe connexe qui relie tous les sommets du graphe de départ : tout arbre couvrant de H est un arbre couvrant du graphe de départ.

· Soit T l'arbre couvrant de poids minimal déterminé par l'algorithme et U un arbre couvrant de H.

Alors $\omega(T) \leq \omega(U)$ car T est minimal

et $\omega(U) \leq \omega(H)$ car U est un sous-graphe de H.

D'où $\omega(T) \leq \omega(H)$

· De plus, suivre le parcours en profondeur le long de T parcourt chaque arête deux fois (une fois en descendant, une fois en montant). Ce parcours pour le voyageur coûte donc $2\omega(T)$.

Le coût est par conséquent inférieur à $2\omega(H)$, càd égal à au plus deux fois le coût optimal.