Intelligence artificielle

Algorithmes de recherche en IA

Elise Bonzon
elise.bonzon@u-paris.fr

LIPADE - Université de Paris
http://www.math-info.univ-paris5.fr/∽bonzon/

Algorithmes de recherche en IA

Les différents types de problème

Les différents types de problèmes

- Déterministe, complètement observable
  - L'agent sait exactement dans quel état il est, et dans quel état il sera
  - La solution est une séquence d'actions

Les différents types de problèmes

- Déterministe, complètement observable
  - L'agent sait exactement dans quel état il est, et dans quel état il sera
  - La solution est une séquence d'actions
- Non-observable → problème sans possibilité de percevoir l'environnement
  - L'agent n'a aucune idée d'où il est réellement
  - La solution est une séquence d'actions

Les différents types de problèmes

- Déterministe, complètement observable
  - L'agent sait exactement dans quel état il est, et dans quel état il sera
  - La solution est une séquence d'actions
- Non-observable $\rightarrow$ problème sans possibilité de percevoir l'environnement
  - L'agent n'a aucune idée d'où il est réellement
  - La solution est une séquence d'actions
- Non-déterministe ou partiellement observable $\rightarrow$ problème dans lesquels il faut gérer des éventualités
  - Les perceptions fournissent de nouvelles informations sur l'état courant
  - Souvent les phases de recherche et d'exécution sont entrelacées

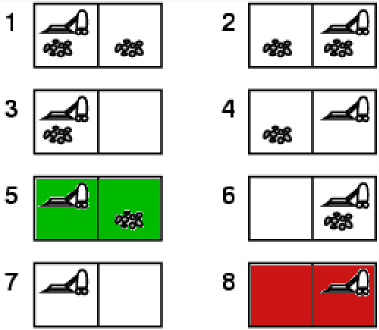
Les différents types de problèmes

- Déterministe, complètement observable
  - L'agent sait exactement dans quel état il est, et dans quel état il sera
  - La solution est une séquence d'actions
- Non-observable $\rightarrow$ problème sans possibilité de percevoir l'environnement
  - L'agent n'a aucune idée d'où il est réellement
  - La solution est une séquence d'actions
- Non-déterministe ou partiellement observable $\rightarrow$ problème dans lesquels il faut gérer des éventualités
  - Les perceptions fournissent de nouvelles informations sur l'état courant
  - Souvent les phases de recherche et d'exécution sont entrelacées
- L'espace d'états est inconnu $\rightarrow$ problème d'exploration

Exemple : Le monde de l'aspirateur

Problème déterministe complètement observable

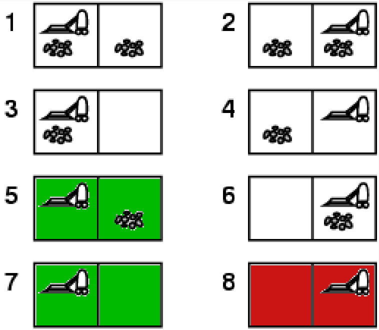
- Etat initial : #5
- Etat final : #8
- Solution : $\langle$*droite*, *aspire*$\rangle$



Exemple : Le monde de l'aspirateur

Problème non déterministe partiellement observable

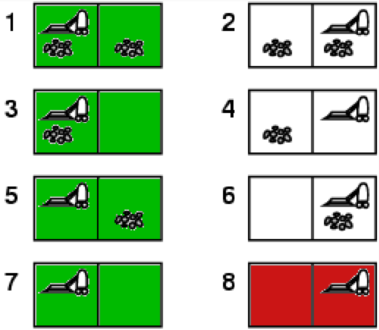
- Non-déterministe : aspirer ne garantit pas que le sol soit propre
- Partiellement observable : on ne sait pas si le sol à droite est propre
  $\Rightarrow$ Etats initiaux : $\{\#5, \#7\}$
- Solution : $\langle$*droite*, si sol sale alors *aspire*$\rangle$



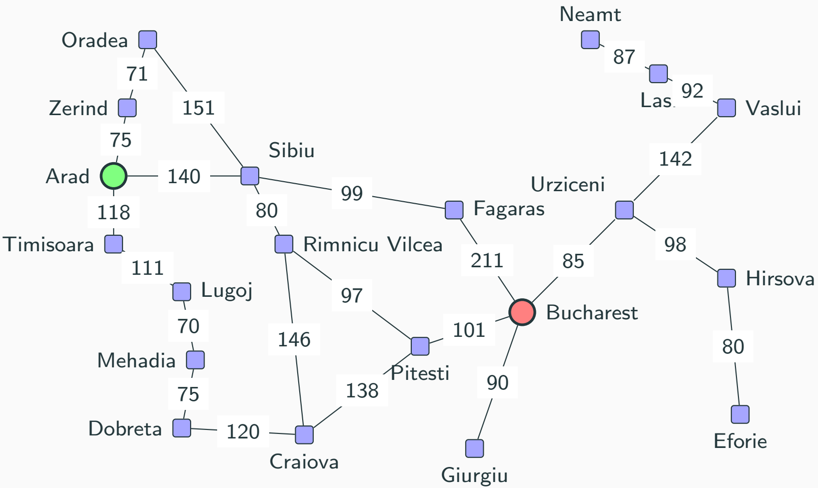
Exemple : Le monde de l'aspirateur

Problème déterministe non observable

- Etats initiaux : {#1, #2, #3, #4, #5, #6, #7, #8}
- Solution pour {#1, #3, #5, #7} : $\langle$*aspire*, *droite*, *aspire*$\rangle$
- Solution pour {#2, #4 #6, #8} : $\langle$*gauche*, *aspire*, *droite*, *aspire*$\rangle$



Exemple de problème : le voyage en Roumanie



Les problèmes déterministes et complètement observables

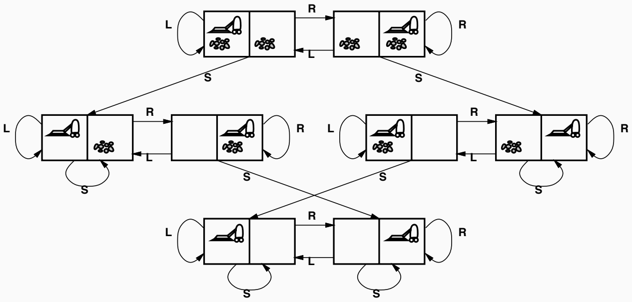
- Un problème déterministe et complètement observable est défini par :
  1. un **état initial**
     - par exemple, "à Arad"
  2. un **ensemble d'actions** ou une **fonction de transition**, $succ(x)$:
     - par exemple, $succ(Arad) = \{Zerind, Timisoara, Sibiu\}$
  3. un **test de terminaison** pour savoir si le but est atteint
     - explicite, e.g., "à Bucharest"
     - implicite, e.g., "vérifier mat au échec"
  4. un **coût** (additif)
     - ça peut être la somme des distances, le nombre d'actions exécutées, etc.
     - par exemple, $c(x, a, y) \geq 0$ est le coût de l'action a qui permet de passer de l'état x à l'état y
- Une solution est une séquence d'actions partant de l'état initial et menant à l'état but.

L'espace d'états

- Le **monde réel est trop complexe** pour être modélisé
  - L'espace de recherche modélise une vue abstraite et simplifiée du monde réel
- Un **état abstrait** représente un ensemble d'états réels
- Une **action abstraite** représente une combinaison complexe d'actions réelles
  - par exemple, "Arad $\rightarrow$ Zerind" représente un ensemble de routes possibles, de détours, d'arrêts, etc.
  - Une action abstraite doit être une simplification par rapport à une action réelle
- Une **solution abstraite** correspond à un ensemble de chemins qui sont solutions dans le monde réel.

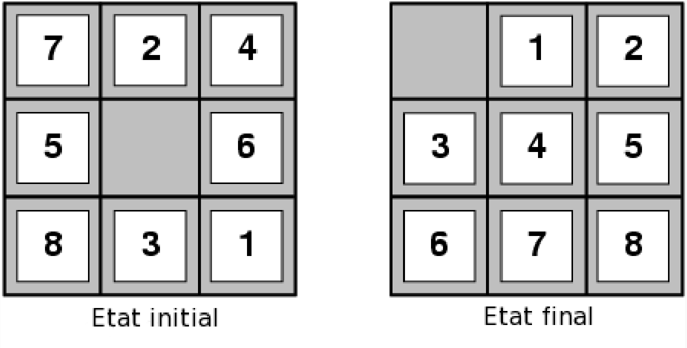
Exemples de problèmes

Exemple : Espace d’états du monde de l’aspirateur



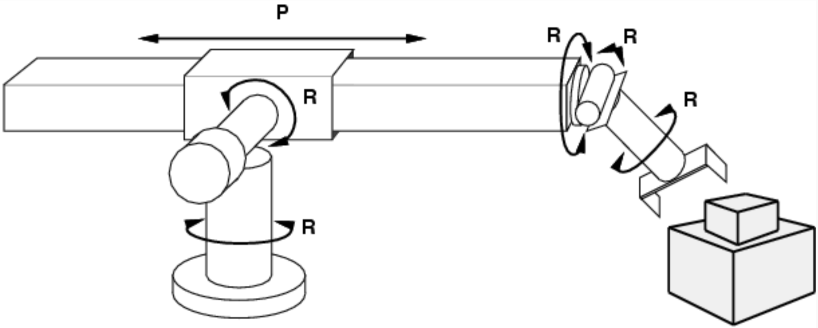
- **États ?** sol sale ou propre, position de l’aspirateur
- **Actions ?** droite, gauche, aspire
- **Test du but ?** les deux pièces doivent être propres
- **Coût du chemin ?** 1 par action

Exemple : Le jeu du taquin



- **États ?** les positions des pièces
- **Actions ?** déplacement droite, gauche, haut, bas
- **Test du but ?** état but donné
- **Coût du chemin ?** 1 par déplacement

Exemple : Le robot assembleur



- **États ?** coordonnées du robot, angles, position de l'objet à assembler...
- **Actions ?** déplacements continus
- **Test du but ?** objet complètement assemblé
- **Coût du chemin ?** le temps d'assemblage

Exemple de problèmes réels

- Recherche de parcours
  - Itinéraires automatiques, guidage routier, planification de routes aériennes, routage sur les réseaux informatiques, ...
- Robotique
  - Assemblage automatique, navigation autonome, ...
- Planification et ordonnancement
  - Horaires, organisation de tâches, allocation de ressources, ...

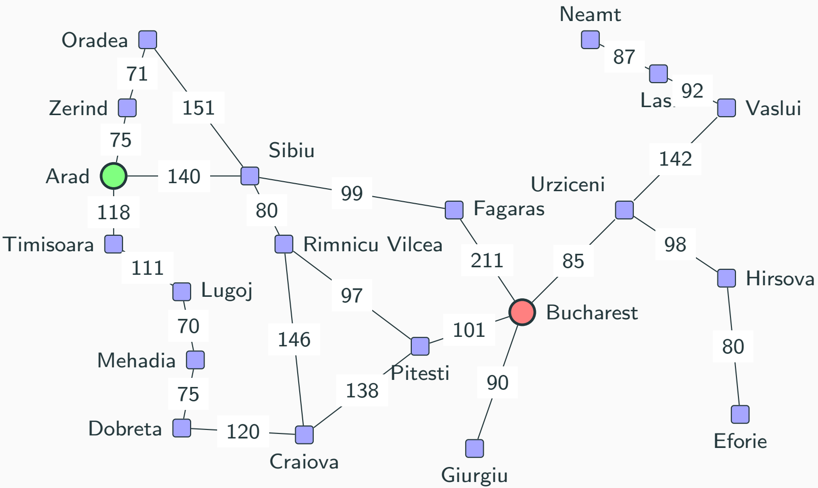
Algorithmes de recherche de base (recherche aveugle)

Algorithme de recherche de base (recherche aveugle)

- Idée de base
  - Recherche hors ligne, i.e. exploration de l'espace d'états en générant des successeurs d'états déjà générés (**développer des états**)
  - Génération d'un arbre de recherche
- On s'arrête lorsqu'on a choisi de **développer** un nœud qui est un état final

```
function TREE-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
    initialize the search tree using the initial state of problem
    loop do
        if there are no candidates for expansion then return failure
        choose a leaf node for expansion according to strategy
        if the node contains a goal state then return the corresponding solution
        else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
```

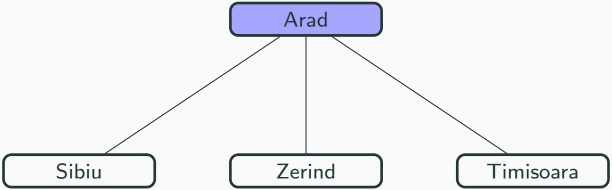
Exemple de problème : le voyage en Roumanie



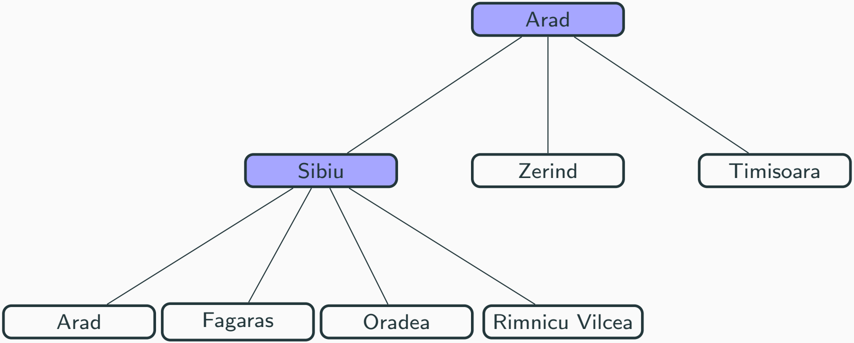
Exemple : arbre de recherche

Arad

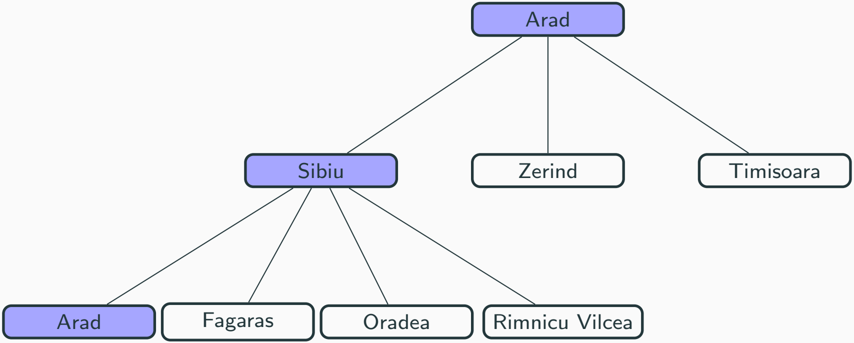
Exemple : arbre de recherche



Exemple : arbre de recherche



Exemple : arbre de recherche



Implémentation des algorithmes de recherche

- Structure de données **nœud** qui contient
  - état
  - parent
  - enfant
  - profondeur
  - coût du chemin (noté $g(x)$)
- `Expand` crée de nouveaux nœuds
- `InsertAll` insère de nouveaux nœuds dans la liste à traiter

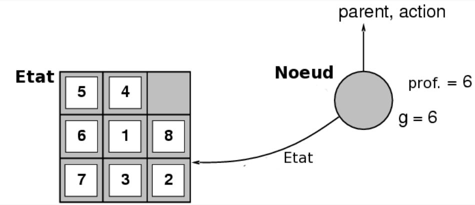
Algorithme de recherche dans les arbres

```
function TREE-SEARCH( problem, fringe) returns a solution, or failure
   fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
   loop do
      if fringe is empty then return failure
      node ← REMOVE-FRONT(fringe)
      if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
      fringe ← INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)
```

```
function EXPAND( node, problem) returns a set of nodes
   successors ← the empty set
   for each action, result in SUCCESSOR-FN[problem](STATE[node]) do
      s ← a new NODE
      PARENT-NODE[s] ← node;   ACTION[s] ← action;   STATE[s] ← result
      PATH-COST[s] ← PATH-COST[node] + STEP-COST(node, action, s)
      DEPTH[s] ← DEPTH[node] + 1
      add s to successors
   return successors
```

Etats *versus* Nœuds

- Un état est une représentation d'une configuration physique du monde
- Un nœud est une structure de données qui est partie intégrante de l'arbre de recherche et qui inclue :
  - l'état
  - le parent, *i.e.* le nœud père
  - l'action réalisée pour obtenir l'état contenu dans le nœud
  - le coût $g(x)$ pour atteindre l'état contenu dans le nœud *depuis l'état initial*
  - la profondeur du nœud, *i.e.*, la distance entre le nœud et la racine de l'arbre



Stratégie de recherche

- Les **différents attributs des nœuds** sont initialisés par la fonction `Expand`
- Une **stratégie de recherche** est définie par l'ordre dans lequel les nœuds sont développés, *i.e.*, la fonction `Insert-Fn`
- Une stratégie s'évalue en fonction de 4 dimensions :
  - la **complétude** : est ce que cette stratégie trouve toujours une solution si elle existe ?
  - la **complexité en temps** : le nombre de nœuds créés
  - la **complexité en mémoire** : le nombre maximum de nœuds en mémoire
  - l'**optimalité** : est ce que la stratégie trouve toujours la solution la moins coûteuse ?

Stratégie de recherche

- La complexité en temps et en mémoire se mesure en termes de :
  - b : le **facteur maximum de branchement** de l'arbre de recherche, i.e., le nombre maximum de fils des nœuds de l'arbre de recherche
  - d : la **profondeur de la solution la moins coûteuse**
  - m : la **profondeur maximale de l'arbre de recherche**

    $\rightarrow$ attention peut être ∞

Stratégies de recherche non-informées

Stratégies de recherche non-informées (aveugles)

- Les stratégies de recherche non-informées (dites aveugles) utilisent seulement les informations disponibles dans le problème
- Il existe plusieurs stratégies :
  - Recherche en largeur d'abord
  - Recherche en coût uniforme
  - Recherche en profondeur d'abord
  - Recherche en profondeur limitée
  - Recherche itérative en profondeur

Stratégies de recherche non-informées

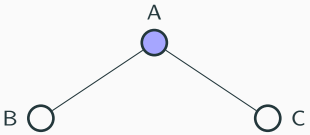
Recherche en largeur d'abord (BFS)

Recherche en largeur d'abord (BFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en fin de liste *(c'est une file)*
- *fringe* $= [A]$

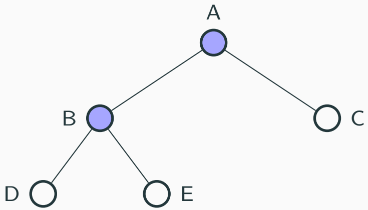
Recherche en largeur d'abord (BFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en fin de liste *(c'est une file)*
- $\textit{fringe} = [B, C]$



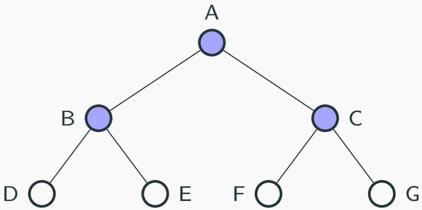
Recherche en largeur d'abord (BFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en fin de liste *(c'est une file)*
- $\textit{fringe} = [C, D, E]$



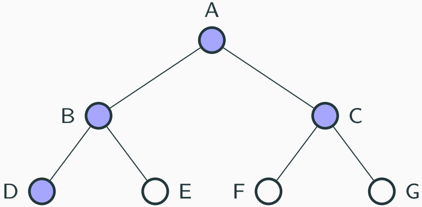
Recherche en largeur d'abord (BFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en fin de liste *(c'est une file)*
- $fringe = [D, E, F, G]$



Recherche en largeur d'abord (BFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en fin de liste *(c'est une file)*
- $fringe = [E, F, G]$



Recherche en largeur d'abord

- Complet, si b est fini
- Complexité en temps :

$$1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + (b^{d+1} - b) = O(b^{d+1})$$

- Complexité en espace : $O(b^{d+1})$ (garde tous les nœuds en mémoire)
- Optimale si coût $= 1$ pour chaque pas, mais non optimale dans le cas général

$\Rightarrow$ L'espace est le plus gros problème

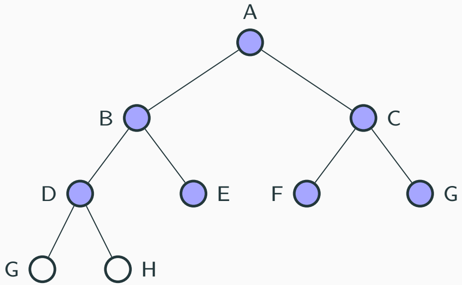
Recherche en largeur d'abord

- $b = 10$
- 1 million de nœuds par seconde
- 1000 octets de mémoire pour un nœud

Profondeur	Nœuds	Temps	Mémoire
5	10^6	1.1 secondes	1 Go
8	10^9	16 minutes	1 Teraoctet, 1024 Go
11	10^{12}	13 jours	1 Petaoctets
13	10^{14}	3.5 ans	99 Petaoctets
15	10^{16}	350 ans	10 Exaoctets

Quand s'arrête-t'on ?

- Supposons que le but est satisfait dans le nœud G
- On s'arrête quand on développe le nœud G, soit après avoir développé 7 nœuds : $[A, B, C, D, E, F, G]$

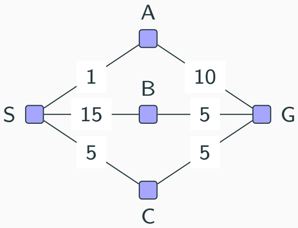


Stratégies de recherche non-informées

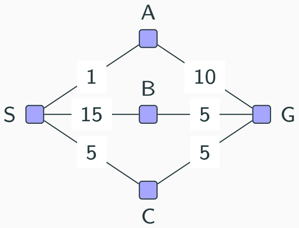
Recherche en coût uniforme

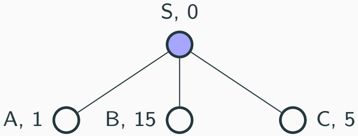
Recherche en coût uniforme

- La fonction `Insert-Fn` ajoute les nœuds dans l'ordre du coût $g(x)$
- *fringe* $= [(S, 0)]$



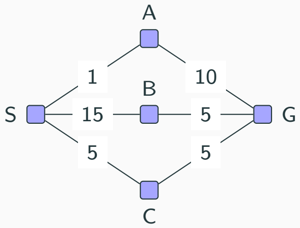
- La fonction `Insert-Fn` ajoute les nœuds dans l'ordre du coût $g(x)$
- $\textit{fringe} = [(A, 1), (C, 5), (B, 15)]$

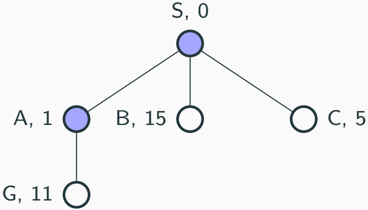




Recherche en coût uniforme

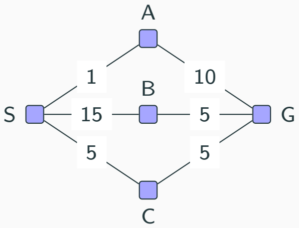
- La fonction `Insert-Fn` ajoute les nœuds dans l'ordre du coût $g(x)$
- $\textit{fringe} = [(C, 5), (G, 11), (B, 15)]$

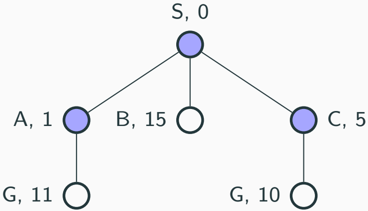




Recherche en coût uniforme

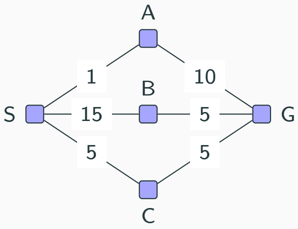
- La fonction `Insert-Fn` ajoute les nœuds dans l'ordre du coût $g(x)$
- *fringe* $= [(G, 10), (G, 11), (B, 15)]$

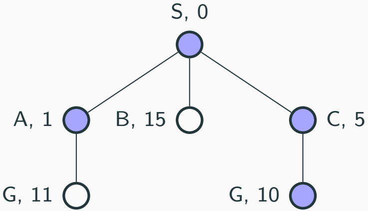




Recherche en coût uniforme

- La fonction `Insert-Fn` ajoute les nœuds dans l'ordre du coût $g(x)$
- $fringe = [(G, 11), (B, 15)]$





Recherche en coût uniforme

- Equivalent à la largeur d'abord si le coût est toujours le même
- Complet si le coût de chaque pas est strictement supérieur à 0
- Complexité en temps : nombre de nœuds pour lesquels $g \leq C^*$, où C^* est le coût de la solution optimale
- Complexité en espace : idem que la complexité en temps
- Optimale car les nœuds sont développés en fonction de g

Stratégies de recherche non-informées

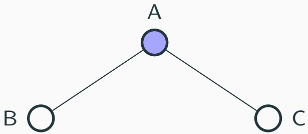
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- *fringe* $= [A]$

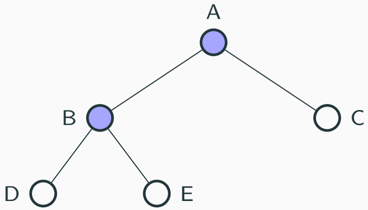
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- *fringe* $= [B, C]$



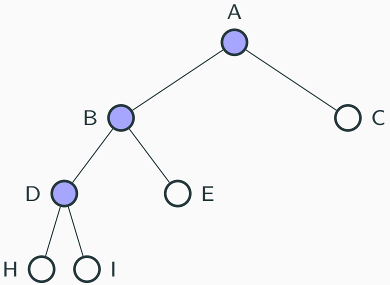
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [D, E, C]$



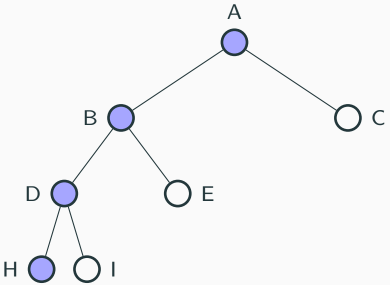
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [H, I, E, C]$



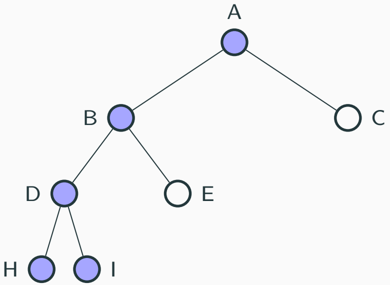
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- *fringe* $= [I, E, C]$



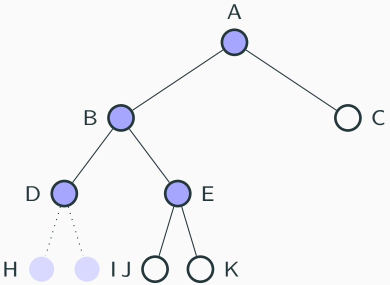
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $\mathit{fringe} = [E, C]$



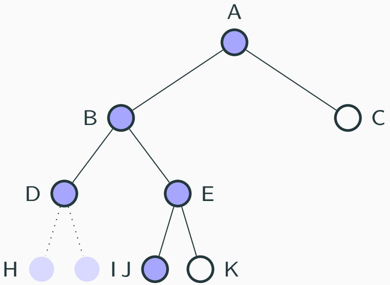
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $\textit{fringe} = [J, K, C]$



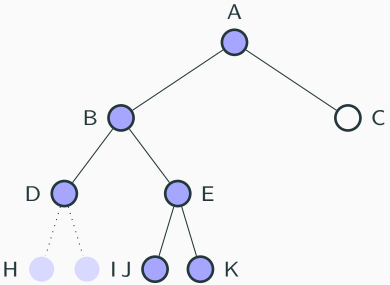
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [K, C]$



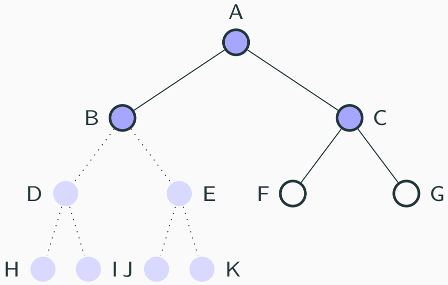
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [C]$



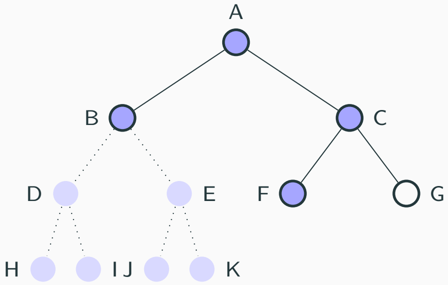
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [F, G]$



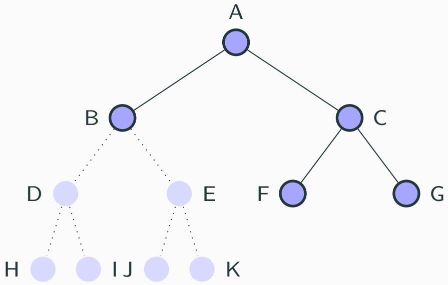
Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = [G]$



Recherche en profondeur d'abord (DFS)

- `Insert-Fn` ajoute les successeurs en début de liste *(c'est une pile)*
- $fringe = []$

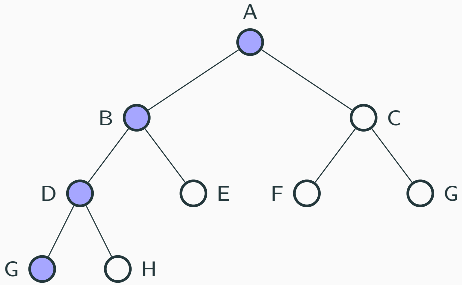


Recherche en profondeur d'abord

- Non complet dans les espaces d'états infinis ou avec boucle
  - Il est possible d'ajouter un test pour détecter les répétitions
- Complexité en temps : $O(b^m)$
  - Très mauvais si m est beaucoup plus grand que b
  - Bien moins bon que la recherche en largeur d'abord si m est plus grand que d
- Complexité en espace : $O(bm)$
  - Linéaire !
- Non optimale

Quand s'arrête-t'on ?

- Supposons que le but est satisfait dans le nœud G
- On s'arrête quand on développe le nœud G, soit après avoir développé 4 nœuds : $[A, B, D, G]$



Stratégies de recherche non-informées

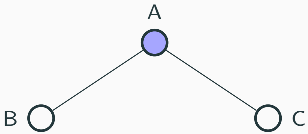
Recherche en profondeur limitée

Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
    - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$

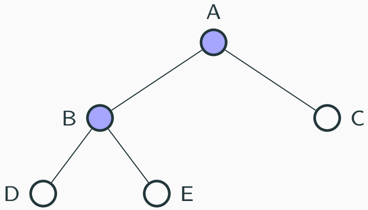
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
    - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



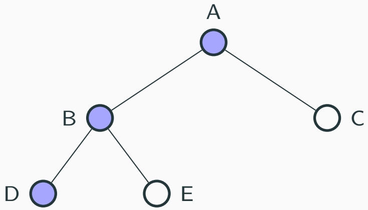
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
  - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



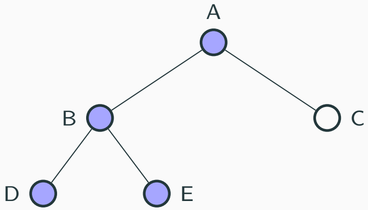
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
  - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



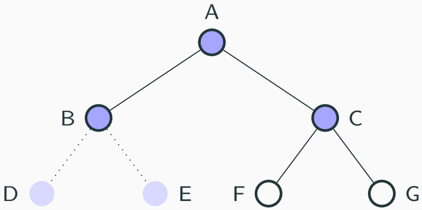
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
    - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



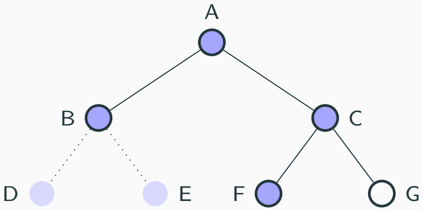
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
  - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



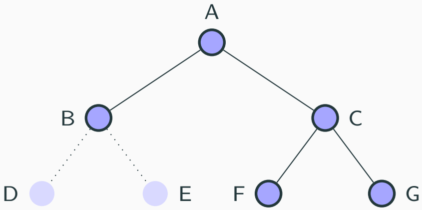
Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
  - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



Recherche en profondeur limitée

- Algorithme de recherche en profondeur d'abord, mais avec une limite l sur la profondeur
  - Les nœuds de profondeur l n'ont pas de successeurs
- Exemple pour $l = 2$



Recherche en profondeur limitée

- Complet si $l \geq d$
- Complexité en temps : $O(b^l)$
- Complexité en espace : $O(bl)$
- Non optimale

Recherche en profondeur limitée

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, limit) returns soln/fail/cutoff
   RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)

function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
   cutoff-occurred? ← false
   if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
   else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
   else for each successor in EXPAND(node, problem) do
        result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
        if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
        else if result ≠ failure then return result
   if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

Stratégies de recherche non-informées

Recherche en profondeur itérative

Recherche en profondeur itérative

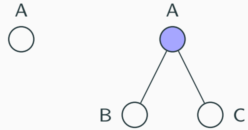
- Profondeur limitée, mais en essayant toutes les profondeurs : 0, 1, 2, 3, ...
- Évite le problème de trouver une limite pour la recherche profondeur limitée
- Combine les avantages de largeur d'abord (complète et optimale), mais a la complexité en espace de profondeur d'abord

Recherche en profondeur itérative

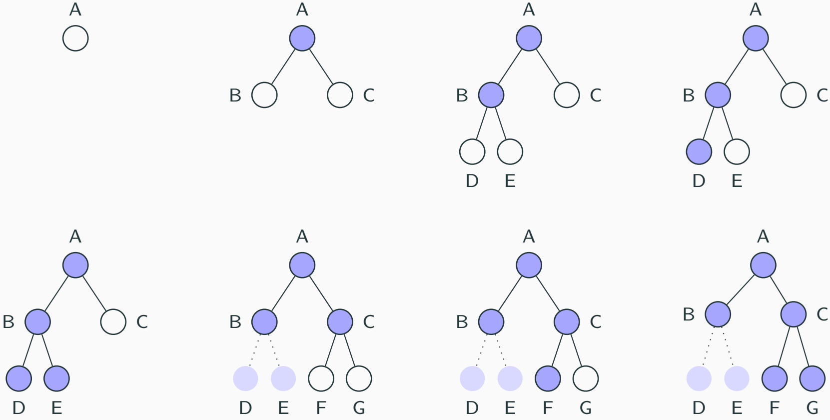
```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH( problem) returns a solution, or failure
    inputs: problem, a problem
    for depth ← 0 to ∞ do
        result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, depth)
        if result ≠ cutoff then return result
```

Recherche en profondeur itérative : $l = 0$

Recherche en profondeur itérative : $l = 1$



Recherche en profondeur itérative : $l = 2$



Recherche en profondeur itérative

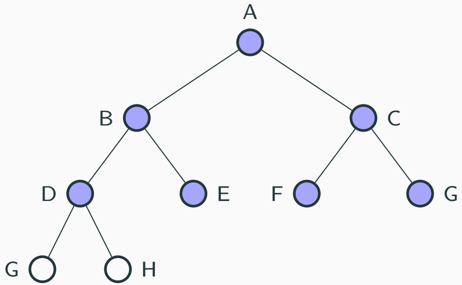
- Peut paraître du gaspillage car beaucoup de nœuds sont étendus de multiples fois
- Mais la plupart des nouveaux nœuds étant au niveau le plus bas, ce n'est pas important d'étendre plusieurs fois les nœuds des niveaux supérieurs
- Complet
- Complexité en temps :

$$(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$$

- Complexité en espace : $O(bd)$
- Optimale : oui, si le coût de chaque action est de 1. Peut être modifiée pour une stratégie de coût uniforme

Quand s'arrête-t'on ?

- Supposons que le but est satisfait dans le nœud G
- On s'arrête quand on développe le nœud G, soit après avoir développé 11 nœuds : $[A, A, B, C, A, B, D, E, C, F, G]$



Stratégies de recherche non-informées

Algorithmes de recherche non informés

Résumé des algorithmes de recherche

Critères	Largeur d'abord	Coût uniforme	Prof. d'abord	Prof. limitée	Prof. itérative
Complétude	Oui	Oui	Non	Oui si $l \geq d$	Oui
Temps	$O(b^{d+1})$	$O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$
Espace	$O(b^{d+1})$	$O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$
Optimalité - coût d'une action $= 1$	Oui	Oui	Non	Non	Oui
Optimalité - cas général	Non	Oui	Non	Non	Non