

Traitement des Images Numériques

Morphologie mathématique
2021-2022

1

Les caractéristiques de base

- Théorie développée dans les laboratoires de l'Ecole des Mines de Paris
- Une approche ensembliste – non linéaire
- Etude de l'action d'un élément connu sur une image ou une forme

$$X \rightarrow \Psi_B(X)$$

- Application à l'étude des roches

Images - 2021/2022

2

Les contraintes

- Invariance des résultats
 - Par translation : $\Psi_B[T_h(X)] = T_h[\Psi_B(X)]$
 - Par changement d'échelle
 - de l'image : $\Psi_B(\lambda X) = \lambda \Psi_B(X)$
 - de l'élément de référence : $\Psi_{\lambda B}(X) = \lambda \Psi_B(\frac{1}{\lambda} X)$
- Utilisation d'un masque d'observation
 $[\Psi_B(X \cap Z)] \cap Z' = \Psi(X) \cap Z'$
- Semi-continuité des résultats pour de faibles modifications

Images - 2021/2022

3

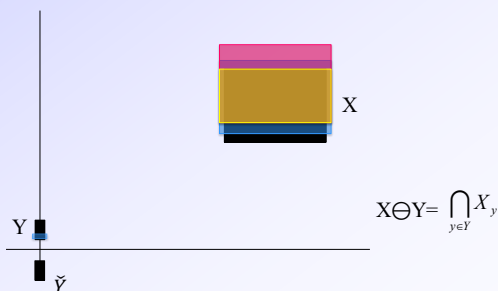
Les opérations ensemblistes

- Addition de Minkowski
la translation d'un vecteur h
 $X \subset P$ et $h \in P$ $X \oplus h = X_h = \{x+h, x \in X\}$
 $X \oplus Y = \{z \in P / \exists x \in X \text{ et } \exists y \in Y \text{ et } z = x+y\} = \bigcup_{y \in Y} X_y$
- Soustraction de Minkowski
 $X \ominus Y = \bigcap_{y \in Y} X_y$
- symétrique $\tilde{X} = \{z \in P / \exists x \in X : z = -x\}$

Images - 2021/2022

4

Soustraction de Minkowski

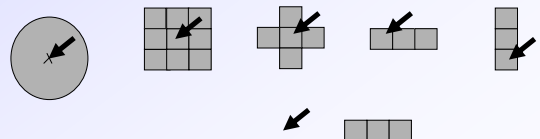


Images - 2021/2022

5

Élément structurant

- C'est un ensemble de référence, un masque
 - de forme connue
 - de position connue
- Exemples



Images - 2021/2022

6

La dilatation binaire

- D' une forme X par un élément structurant B

$$D_B(X) = \{z \in P / \exists x \in X \text{ et } \exists b \in \tilde{B} \text{ et } z = x + b\}$$

$$D_B(X) = \{z \in P / B_z \cap X \neq \emptyset\}$$

- Exemples
- La dilatation n'augmente pas toujours la surface de la forme X

Images - 2021/2022

7

dilatation

- Élément structurant



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1		1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Images - 2021/2022

8

dilatation

- Élément structurant



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1		1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Images - 2021/2022

9

dilatation

- Élément structurant



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1		1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1		1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Images - 2021/2022

10

Propriétés de la dilatation

- $X \subset Y$ alors $D_B(X) \subset D_B(Y)$
- $B \subset B'$ alors $D_B(X) \subset D_{B'}(X)$
- $D_{B \oplus B'}(X) = D_B[D_{B'}(X)]$
- $D_B(X) = X \oplus \tilde{B}$



- Dilatation par B s' obtient par un décalage de X et une réunion

Images - 2021/2022

11

Effet d'une dilatation

- Augmente la taille des formes
- Remplit les trous
- Rejoint des formes proches
- Les petits détails sur les frontières des formes sont accrus

Images - 2021/2022

12