

```
CC1 - 1

• Convertir (121201)3 en base 10

(121201)3 = 1 + 0 + 2 × 32 + 27 + 2 × 81 + 243 = (451)10

• Convertir (161)3 en base 10. méthode de division

161 = 3 × 53 + 2; 53 = 3 × 17 + 2; 17 = 3 × 5 + 2; 5 = 3 × 1 + 2; 1 < 3

(161)3 = (12222)10

• Convertir (161)3 en base 10. méthode de soustraction

161 = 1 × 81 + 80

80 = 2 × 27 + 26

26 = 2 × 9 + 8

8 = 2 × 3 + 2

2 = 2 × 1 + 0

Université de Paris
```

```
CC1 - 2

• Convertir (11,01)_2 en base 10

(11)_2 = 1 + 2 ; (0,01) = 0 \times (1/2) + 1 (1/2)^2
(11,01)_2 = 3,25
• Convertir (11001,11001)_2 en base 16
(11001)_2 = 0001 1001 = (19)_{16} 
(1100 1000)_2 = C 8
• Convertir (11,71)_1 en base 2 avec une précision d'au moins 2^3
(11)_2 = 8 + 2 + 1 = (1011)_2
0,71 \times 2 = \frac{1}{1}42
0,42 \times 2 = 0.84
0,84 \times 2 = \frac{1}{1}68
Université de Paris
```

```
• On considère des entiers relatifs codés en complément à 2 sur un octet. Indiquer la représentation binaire des opérations suivantes et interpréter le résultat pour en déduire le nombre en base 10

• 78 + 24

(78):0 = 64 + 8 + 4 + 2 = (1001110)2

(24):0 = 16 + 8 = (11000)2

(78):0 -> [01001110]

(24):0 -> [0001100]

Résultat positif

(1100110) = 2 + 4 + 32 + 64 = (102):0

Université de Paris
```

```
• On considère des entiers relatifs codés en complément à 2 sur un octet. Indiquer la représentation binaire des opérations suivantes et interpréter le résultat pour en déduire le nombre en base 10

• 78 - 24

(78)<sub>10</sub> = 64 + 8 + 4 + 2 = (1001110)<sub>2</sub>

(24)<sub>10</sub> = 16 + 8 = (11000)<sub>2</sub>

(78)<sub>10</sub> -> [01001110]

(78)<sub>10</sub> -> [01001110]

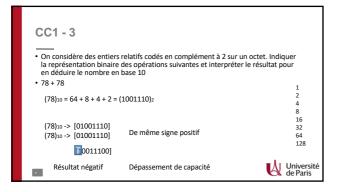
24 : [00011000] -> [11100111] -> [11101000]

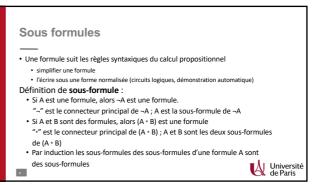
100110110]

Résultat positif

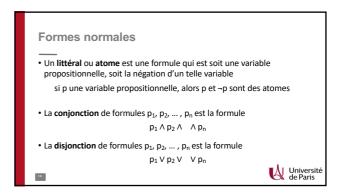
(0110110)<sub>2</sub> = 2 + 4 + 16 + 32 = (54)<sub>10</sub>

Université de Paris
```





## Sous-formules et équivalence Pour simplifier les formules Si B est une sous-formule de A, et si B' $\underline{eq}$ B, alors la formule A', obtenue en remplaçant B par B' dans A, est équivalente à A Exemple: Soit A = $((\neg a \land b) \lor c) \rightarrow (\neg \neg a \lor \neg b)$ $(\neg \neg a) \underline{eq}$ a $A' = [((\neg a \land b) \lor c) \rightarrow (a \lor \neg b)]$ et A $\underline{eq}$ A' Université de Paris



### Formes normales On considérera principalement 2 formes normales • forme normale disjonctive (FND) • forme normale disjonctive (FND) • forme normale disjonctive (FNC) si elle est écrite comme une disjonction de conjonctions de littéraux • forme normale conjonctive (FNC) si elle est écrite comme une conjonction de disjonctions de littéraux Exemples: p, (p (-q)), (p (-q)) (-q) sont des FND q, (p (-q)), (p (-q)), (p (-q)) (-q) sont des FNC Maispas: p v q), p (q (v (r)), p (q)) (v (r)) Université de Paris

# Remarques —— La normalisation consiste à ne pas utiliser les "→ , ↔", à mettre les "et" à "l'intérieur", les "ou" à l'extérieur, et les "non" devant les atomes à mettre les "ou" à "l'intérieur", les "et" à "l'extérieur", et les "non" devant les atomes Les formules a , ¬a, a ∨ b , a ∧ b sont considérées à la fois sous forme FND et sous forme FNC Université de Paris

### Formes normales

- Toute formule du calcul propositionnel est équivalente à une
  - · sous forme normale disjonctive
  - · sous forme normale conjonctive
- Pour convertir une formule en forme normale, on utilise
  - · les lois de De Morgan
  - la distributivité des opérations ∨ et ∧ l'une par rapport à l'autre
  - et les propriétés de
- L'écriture sous forme normale peut allonger la formule de manière exponentielle Université de Paris

### Formes normales

Exemple :  $(p_1 \lor q_1) \land (p_2 \lor q_2)$  est une FNC et a 2 termes

Sa FND comporte  $2^2$  termes

par distributivité

 $(p_1 \land (p_2 \lor q_2)) \lor (q_1 \land (p_2 \lor q_2))$ 

 $(p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge q_2) \vee (q_1 \wedge p_2) \vee (q_1 \wedge q_2)$ 

• Grâce aux tables de vérité, on peut facilement trouver les FND et FNC



### Construction des FND par table de vérité

- On cherche les distributions de vérité  $\delta$  qui sont un modèle pour F les lignes où on obtient un "1"
- Pour chaque modèle de F, on écrit la conjonction des littéraux où on

Si  $\delta(a) = 0$  et  $\delta(b) = 1$  est un modèle, alors la conjonction qui est vraie pour cette distribution s'écrit (¬a) ^ b

- On écrit ensuite la disjonction de toutes les conjonctions
- Cette méthode garantit la construction d'une formule, sous forme
   Cette méthode garantit la construction d'une formule, sous forme
   Université
  de Paris

  de Paris normale disjonctive, équivalente à F

### FND par table de vérité : exemple formule A = $((\neg a \lor b) \land c) \rightarrow (a \land (\neg b))$ On pose $F = ((\neg a \lor b) \land c)$ et $G = (a \land (\neg b))$ ¬a ∧ ¬h ∧ ¬c ¬a ∧ b ∧ ¬c a ∧ ¬b ∧ ¬c a ∧ ¬b ∧ c a ∧ b ∧ ¬c D'où la FND (-a\lambda-c) \( \text{(a\lambda-c)} \( \text{(a\lambda-b\lambda-c)} \)

### Simplification des FND

- la FND de la formule A est assez longue simplification de l'expression
- La FND de A est

 $(\neg a \land \neg b \land \neg c) \lor (\neg a \land b \land \neg c) \lor (a \land \neg b \land \neg c) \lor (a \land \neg b \land c) \lor (a \land b \land \neg c) \lor (a \land b \land b \land b \land c) \lor (a \land b \lor (a \land b \lor (a \land b \land b \land b \land$ 

les termes 1, 2, 3 et 5 contiennent tous ¬c, factorisation  $\neg c \land [(\neg a \land \neg b) \lor (\neg a \land b) \lor (a \land \neg b) \lor (a \land b)]$ ce qui est équivalent à ¬c

A est équivalente à

17

¬c ∨ (a ∧ ¬b ∧ c)

A eq (¬c ∨ (a ∧ ¬b))



### Construction des FNC par table de vérité

- On cherche les distributions de vérité  $\delta$  qui ne sont pas un modèle pour F les lignes où l'on trouve un "0"
- Pour chaque modèle de F, on écrit la disjonction des littéraux où on a "0"

Si  $\delta(a)$  = 0 et  $\delta(b)$  = 1 est un modèle, alors la disjonction qui est fausse pour cette distribution s'écrit a ∨ (¬ b)

- On écrit ensuite la conionction de toutes les disjonctions
- · Cette méthode garantit la construction d'une formule, sous forme normale conjonctive, équivalente à F Université de Paris 18

