Algorithmique et Programmation 1 – TD - TP 6
Fonctions
CORRECTION

Exercice 1 - Triangle de Pascal (retour sur le TP5)
Soit le programme suivant vu en cours, permettant d'afficher le binôme de Newton pour un entier entré par l'utilisateur :

```
1  def factorielle(n):
2      """Int --> Int
3      Fonction retournant la factorielle de n"""
4      assert type(n) is int, "Factorielle d'un entier"
5      fact = 1
6      for i in range(1, n+1) :
7          fact = fact * i
8      return(fact)

10 def coefficient_binomial(n, k):
11     """Int x Int --> Int, avec k <= n
12     Fonction retournant le coefficient binomial de k et n"""
13     assert type(n) is int, "n est un entier"
14     assert type(k) is int, "k est un entier"
15     #Pour k in [0, n], le coefficient binomial est un entier
16     coeff = factorielle(n)//(factorielle(k) * factorielle(n-k))
17     return(coeff)

19 def newton(n):
20     """Int --> None, n != 0
21     (a+b)^n = Somme(k=0 à n) (n!//k!(n-k)!a^{n-k}b^k)."""
22     assert type(n) is int, "n est un entier"
23     assert not(n == 0), "n différent de 0"
24     #Initialisation de la chaine
25     chaine = "(a + b)^" + str(n) + " = "
26     for k in range(n+1) :
27         c = coefficient_binomial(n, k)
28         p = n - k
29         if not(c == 1) : #on écrit pas le facteur 1
30             chaine = chaine + str(c)
31         if not(p == 0) : #si un facteur = 0, on écrit pas les autres facteurs
32             chaine = chaine + "a"
33             if not(p == 1) :
34                 chaine = chaine + "^" + str(p)
35         if not(k == 0):
36             chaine = chaine + "b"
37             if not(k == 1) :
38                 chaine = chaine + "^" + str(k)
39         if k < n: #On continue avec + sauf pour la dernière occurence
40             chaine = chaine + " + "
41     print(chaine)

43 n = int(input("Calculer le binôme de newton pour n = "))
44 newton(n)
```

1. Récupérer le fichier `newton.py` sur Moodle, et le tester.

Le **triangle de Pascal** est une présentation des coefficients binomiaux dans un triangle. La construction du triangle est régie par la relation de Pascal, pour tout entiers n et k tels que $0 < k < n$:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Par exemple, pour $n = 8$:

```
Afficher le triangle de Pascal jusquà n = 8
[1]
[1, 1]
[1, 2, 1]
[1, 3, 3, 1]
[1, 4, 6, 4, 1]
[1, 5, 10, 10, 5, 1]
[1, 6, 15, 20, 15, 6, 1]
[1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1]
[1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1]
```

2. Construire, dans une liste de listes, le triangle de Pascal jusqu'à un entier n entré par l'utilisateur en utilisant les fonctions écrites pour calculer le binôme de Newton : dans le triangle de Pascal, une même ligne contient tous les coefficients intervenant dans le développement d'une puissance de la somme de deux termes. Affichez ensuite ce triangle.

```python
def factorielle(n):
    """Int --> Int
    Fonction retournant la factorielle de n"""
    assert type(n) is int, "Factorielle d'un entier"
    fact = 1
    for i in range(1, n+1) :
        fact = fact * i
    return(fact)

def coefficient_binomial(n, k):
    """Int x Int --> Int, avec k <= n
    Fonction retournant le coefficient binomial de k et n"""
    assert type(n) is int, "n est un entier"
    assert type(k) is int, "k est un entier"
    #Pour k in [0, n], le coefficient binomial est un entier
    coeff = factorielle(n)//(factorielle(k) * factorielle(n-k))
    return(coeff)

def pascal(n):
    """Int --> None, n \= 0
    Fonction affichant le triangle de Pascal jusqu'à la ligne n"""
    assert type(n) is int, "n est un entier"
    assert not(n == 0), "n différent de 0"
    triangle = []
    for i in range(n+1):
        ti = []
        for j in range(i+1):
            ti.append(coefficient_binomial(i, j))
        triangle.append(ti)
    return(triangle)

def affiche_pascal(triangle):
    """List --> None
```

```
    Procédure affichant le triangle de Pascal"""
    for i in range(len(triangle)):
        print(triangle[i])

n = int(input("Afficher le triangle de Pascal jusqu'à n = "))
tp = pascal(n)
affiche_pascal(tp)
```

3. Construire, dans une liste de listes, le triangle de Pascal jusqu'à un entier n entré par l'utilisateur en utilisant la formule de Pascal [1] :

   On en déduit une méthode de construction du triangle de Pascal, qui consiste, sous forme pyramidale, à placer 1 au sommet de la pyramide, puis 1 et 1 en dessous, de part et d'autre. Les extrémités des lignes sont toujours des 1, et les autres nombres sont la somme des deux nombres directement au-dessus. Sous forme triangulaire, i étant l'indice de ligne et j l'indice de colonne :
   - *placer dans la colonne 0 des 1 à chaque ligne, et des 1 à chaque entrée de la diagonale,*
   - *en partant du haut et en descendant, compléter le triangle en ajoutant deux coefficients adjacents d'une ligne, pour produire le coefficient de la ligne inférieure, en dessous du coefficient de droite.*

   Utilisez ensuite la procédure définie dans la question précédente pour afficher ce triangle.

```
def pascal2(n):
    """Int --> None, n \= 0
    Procédure affichant le triangle de Pascaljusqu'à la ligne n"""
    assert type(n) is int, "n est un entier"
    assert not(n == 0), "n différent de 0"
    triangle = []
    for i in range(n):
        ti = [1]
        for j in range(i):
            c1 = triangle[i-1][j+1]
            c2 = triangle[i-1][j]
            ti.append(c1+c2)
        ti.append(1)
        triangle.append(ti)
    triangle = [[1]] + triangle
    return(triangle)

def affiche_pascal(triangle):
    """List --> None
    Procédure affichant le triangle de Pascal"""
    for i in range(len(triangle)):
        print(triangle[i])

n = int(input("Afficher le triangle de Pascal jusqu'à n = "))
tp = pascal2(n)
affiche_pascal(tp)
```

1. Source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_de_Pascal

Exercice 2 - Fonctions mystères

Soit les 7 fonctions mystères suivantes, que vous pouvez télécharger dans le fichier `mysteres.py` sous Moodle.

Ces fonctions prennent en paramètre soit un entier, soit une chaîne de caractères et renvoient, soit un entier, soit une chaîne de caractères. A l'aide de tests, déterminer leur signature et compléter la chaine de documentation de chacune d'entre elle.

```
def mystere0(s) :
    if len(s) == 0 :
        return ""
    else :
        return mystere0(s[1:len(s)]) + s[0])


def mystere1(n) :
    a = n // 3600
    c = n % 3600
    b = c // 60
    c = c % 60
    return (str(a) + ":" + str(b) + ":" + str(c))

def mystere2(n) :
    u = 1
    for x in range(1, n, 1) :
        u = u * x
    return u

def mystere3(n) :
    m = 0
    while (m+1)**2 < n :
        m = m + 1
    return m


def mystere4(n):
    if (n==0):
        return 2
    else:
        return mystere5(n-1) * mystere5(n-1)


def mystere5(n):
    a = 1
    s = 0
    t = -1
    while (a <= n) :
        a = a + 1
        s = s + t + 2
        t = t + 2
    return s

def mystere6(n):
    b, m = 2, n
    r = 1
    while m > 0:
        if m % 2 == 1:
            r = r * b
        b = b * b
        m = m // 2
    return r
```

```python
#insister sur l'importance de la chaine de documentation, la signature et
#le nom des fonctions et des variables

def mystere0(s) :
    """Str --> Str. Inverse la chaine de caractère s"""
    if len(s) == 0 :
        return ""
    else :
        return mystere0(s[1:len(s)]) + s[0])

def mystere1(n) :
    """Int --> Str. Transforme un nombre de secondes en nombres d'heures, minutes, secondes"""
    a = n // 3600
    c = n % 3600
    b = c // 60
    c = c % 60
    return (str(a) + ":" + str(b) + ":" + str(c))

def mystere2(n) :
    """Int --> Int. Calcule la factorielle de n-1"""
    u = 1
    for x in range(1, n, 1) :
        u = u * x
    return u

def mystere3(n) :
    """Int --> Int. Compte le nombre d'entiers dont le carré est strictement inférieur à n"""
    m = 0
    while (m+1)**2 < n :
        m = m + 1
    return m

def mystere4(n):
    """Int --> Int. Retourne le produit des n-1 premiers entiers impairs si n est
    strictement positif, 2 sinon"""
    if (n==0):
        return 2
    else:
        return mystere5(n-1) * mystere5(n-1)

def mystere5(n):
    """Int --> Int. Retourne la somme des n premiers entiers impairs"""
    a = 1
    s = 0
    t = -1
    while (a <= n) :
        a = a + 1
        s = s + t + 2
        t = t + 2
    return s

def mystere6(n):
    """Int --> Int. Retourne 2^n"""
    b, m, r = 2, n, 1
    while m > 0:
        if m % 2 == 1:
            r = r * b
        b = b * b
        m = m // 2
    return r
```

Exercice 3 - Une maison avec `turtle`

```
1  import turtle

3  # Code de configuration de la fenetre
4  picture_width  = 800
5  picture_height = 600
6  turtle.setup (width=picture_width, height=picture_height)
7  # Fin de code de configuration de la fenetre

9  # Ici commence le code pour dessiner

11 turtle.right(90)
12 turtle.forward(100)
13 turtle.left(90)
14 turtle.forward(100)


17 # Code d'attente pour fermer la fenetre
18 turtle.hideturtle ()
19 turtle.exitonclick ()
```

1. Récupérer le fichier `dessine.py` sur Moodle, le lire attentivement et le tester.
2. Modifiez le code pour finir de dessiner un carré.
3. Modifiez le code pour ajouter un triangle au-dessus du carré afin d'obtenir le schéma d'une 'maison'.
4. Ajoutez les lignes suivantes à votre programme (avant les instructions gérant le code de fermeture de la fenêtre), observez le résultat :

```
turtle.up()
turtle.goto(150,150)
turtle.down()
```

5. Utilisez ce que vous avez pu déduire des questions précédentes pour dessiner deux maisons l'une à côté de l'autre.

```
import turtle

# Code de configuration de la fenetre
picture_width  = 800
picture_height = 600
turtle.setup (width=picture_width, height=picture_height)
# Fin de code de configuration de la fenetre

# Ici commence le code pour dessiner
#Murs de la maison 1
turtle.right(90)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)

#Toit de la maison 1
turtle.right(135)
turtle.forward(71)
turtle.right(90)
turtle.forward(71)

#Déplacement vers maison 2
turtle.up ()
turtle.goto (150,0)
turtle.down ()

#Murs de la maison 2
turtle.right(45)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)
turtle.left(90)
turtle.forward(100)

#Toit de la maison 2
turtle.right(135)
turtle.forward(71)
turtle.right(90)
turtle.forward(71)


# Code d'attente pour fermer la fenetre
turtle.hideturtle ()
turtle.exitonclick ()
```

Exercice 4 - Des dessins à répétition

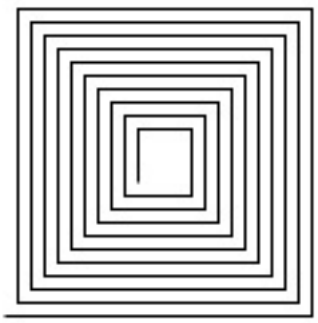
On s'intéresse dans cet exercice au programme se trouvant dans le fichier creneaux.py :

```
1  import turtle

3  # Code de configuration de la fenetre
4  picture_width  = 800
5  picture_height = 600
6  turtle.setup (width=picture_width, height=picture_height)
7  # Fin de code de configuration de la fenetre

9  # Ici commence le code pour dessiner

11 # On deplace la tortue sur le bord droit de la fenetre
12 turtle.up()
13 turtle.goto(-400,0)
14 turtle.down()

16 for i in range(0,2,1) :
17     turtle.forward(40)
18     turtle.left(90)
19     turtle.forward(40)
20     turtle.right(90)
21     turtle.forward(40)
22     turtle.right(90)
23     turtle.forward(40)
24     turtle.left(90)


27 # Code d'attente pour fermer la fenetre
28 turtle.hideturtle ()
29 turtle.exitonclick ()
```

1. Le programme actuel dessine deux créneaux de largeur et hauteur égale. Pouvez-vous le modifier pour lui en faire dessiner 8, qui soient de plus en plus haut et de moins en moins larges au fur et à mesure qu'ils sont dessinés ?

```
import turtle

# Code de configuration de la fenetre
picture_width  = 800
picture_height = 600
turtle.setup (width=picture_width, height=picture_height)
# Fin de code de configuration de la fenetre

#turtle.speed(1)

# Ici commence le code pour dessiner

# On deplace la tortue sur le bord droit de la fenetre
turtle.up()
turtle.goto(-400,0)
turtle.down()

sep = 40
hauteur = 40
largeur = 40

for i in range(0,8,1) :
    turtle.forward(sep)
    turtle.left(90)
    turtle.forward(hauteur)
    turtle.right(90)
    turtle.forward(largeur)
    turtle.right(90)
    turtle.forward(hauteur)
    turtle.left(90)
    hauteur = hauteur + 10
    largeur = largeur - 5


# Code d'attente pour fermer la fenetre
turtle.hideturtle ()
turtle.exitonclick ()
```

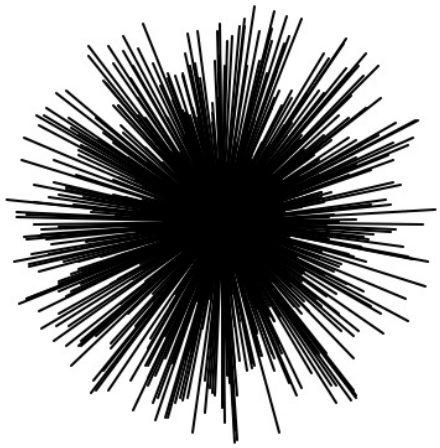
2. A partir de ce que vous avez vu, créez un programme pour faire une spirale carré. Voilà un exemple de ce que vous pouvez obtenir :



```
import turtle

# Code de configuration de la fenetre
picture_width  = 800
picture_height = 600
turtle.setup (width=picture_width, height=picture_height)
# Fin de code de configuration de la fenetre


longueur = 20
n = 10
turtle.left(90)

for i in range(0,n,1) :
    turtle.forward(longueur)
    turtle.right(90)
    turtle.forward(longueur)
    turtle.right(90)
    longueur = longueur + 5
    turtle.forward(longueur)
    turtle.right(90)
    turtle.forward(longueur)
    turtle.right(90)
    longueur = longueur + 5


# Code d'attente pour fermer la fenetre
turtle.hideturtle ()
turtle.exitonclick ()
```

Exercice 5 - Oursins

Ecrivez une fonction `dessine_oursin(nb_epines,taille_epines)` qui prend en argument un entier `taille_epines` et qui dessine un oursin à `nb_epines` épines dont les longueurs sont tirées au hasard dans l'intervale $[0, \text{taille\_epines}]$.



```
import turtle
import random

# Ici commence le code pour dessiner

def dessine_oursin(nb_epines, taille_epines) :
    """Int x Int --> None
    Dessine un oursin composé de nb_epines épines, dont les longueurs sont tirées
    au hasard dans l'intervalle [0, taille_epines]"""
    turtle.speed("fastest")
    angle = 360/nb_epines
    for i in range(n) :
        turtle.up()
        turtle.goto(0,0)
        turtle.down()
        long = random.randrange(taille_epines)
        turtle.left(angle)
        turtle.forward(long)


nombre = int(input("Combien d'épines voulez vous dessiner? "))
taille = int(input("Quelle sera leur longueur maximale? "))
dessine_oursin(nombre, taille)

# Code d'attente pour fermer la fenetre
turtle.hideturtle ()
turtle.exitonclick ()
```