

TD 2 - Recherche d'un élément dans un vecteur

Objectifs : Savoir dérouler un algorithme ; démontrer la validité d'un algorithme ; concevoir un algorithme.

Exercice 1 - On considère un vecteur trié $V: \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow E$ de dimension n sur E . On considère l'algorithme de recherche dichotomique suivant :

Algorithme 1 : Recherche dichotomique dans un vecteur trié

```
début
    /* ENTRÉES : Un vecteur  $V$  de taille  $n$ , un élément  $x$  */
    /* SORTIE :  $i$  si  $x$  apparaît au rang  $i$  de  $V$ , 0 si  $x \notin V$  */
     $inf \leftarrow 1, sup \leftarrow n, i \leftarrow 0$ 
    tant que  $inf \leq sup$  faire
         $med \leftarrow (inf + sup) \text{ div } 2$ 
        si  $x = V(med)$  alors
             $i \leftarrow med$ 
             $sup \leftarrow inf - 1$  /* On force la sortie de boucle */
        sinon
            si  $x < V(med)$  alors  $sup \leftarrow med - 1$ 
            sinon  $inf \leftarrow med + 1$ 
    retourner  $i$ 
fin
```

Appliquer cet algorithme sur le vecteur $V = [3, 8, 12, 15, 18, 20]$ avec

- a) l'élément $x = 2$
- b) l'élément $x = 15$

Exercice 2 - Soit l'algorithme suivant :

Algorithme 2 : Algorithme X

```
début
    /* ENTRÉES : Un vecteur  $V$  de taille  $n$  */
    /* SORTIE : A DETERMINER */
    pour  $i$  de  $n$  à 2 faire
        pour  $j$  de 1 à  $i - 1$  faire
            si  $V(j) > V(j + 1)$  alors
                échange( $V(j), V(j + 1)$ )
fin
```

- a) Appliquer cet algorithme sur le vecteur $V = [7, 5, 1, 2, 10, 8]$ (faites un tableau des résultats avec une ligne par itération et trois colonnes, respectivement pour i , j et V).
- b) Quel est le rôle de cet algorithme ?

Exercice 3 - En vous inspirant de la démonstration de la recherche dichotomique de la première occurrence d'un élément dans un vecteur trié, démontrez pour la recherche dichotomique simple que si $x \in V$ alors l'algorithme renvoie bien un indice i tel que $V(i) = x$. Indication : commencer par démontrer par récurrence que pour chaque itération k de 0 (la première) à p (la dernière), $\exists i \in \llbracket inf_k, sup_k \rrbracket$ tel que $V(i) = x$.

Exercice 4 - En vous inspirant de l'algorithme de recherche dichotomique de la première occurrence d'un élément dans un vecteur trié, écrivez un algorithme de recherche dichotomique de la dernière occurrence d'un élément.

Exercice 5 - En vous inspirant de l'algorithme de recherche dichotomique simple, écrivez un algorithme de recherche trichotomique. Il s'agit de diviser l'intervalle de recherche non plus en 2 sous-intervalles mais en 3, délimités par les bornes med_1 et med_2 , situées respectivement au tiers et aux deux-tiers (approximativement) de la longueur du vecteur.

Exercice 6 - On donne trois entiers a_1, a_2, a_3 et une fonction `échanger` permettant d'échanger les valeurs de deux nombres. On veut échanger les valeurs de ces nombres de façon à ce que a_1 soit le plus petit des trois, et a_3 le plus grand.

Ecrire un tel algorithme.