

---

**Intelligence artificielle**

Examen du 5 mai 2021 - Durée 1h30

Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié

**Toutes les réponses doivent être justifiées**

**Correction**

---

### Exercice 1 (3 points) – Questions de cours

1. Expliquez la signification de chacun des deux symboles suivants:  $\models$  et  $\vdash_i$ . Quelle est la différence entre ces deux symboles ?

$\models$  : relation de conséquence (0.5 point)

$\vdash_i$  : dérivation par la procédure  $i$  (0.5 point)

$\alpha \models \beta$  signifie que  $\beta$  découle logiquement de  $\alpha$ ,  $\alpha \vdash_i \beta$  signifie que la procédure  $i$  permet d'obtenir  $\beta$  à partir de  $\alpha$  (0.5 point)

2. Qu'est ce qu'une procédure valide? Complète?

Valide : Une procédure est valide si tout ce qu'elle permet de déduire d'une base de connaissances est effectivement conséquence logique de la base de connaissances (0.5 point)

Complète : Une procédure est complète si elle permet de déduire tout ce qui est conséquence logique de la base de connaissances (0.5 point)

3. Qu'est ce que l'hypothèse du monde clos?

Tout ce qui n'est pas explicitement défini comme étant vrai est considéré comme étant faux (0.5 point)

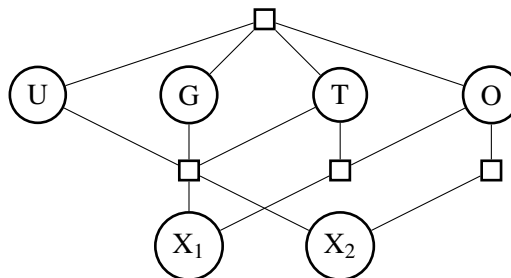
### Exercice 2 (5 points) – Puzzle crypto-arithmétique

Soit le puzzle crypto-arithmétique suivant. On rappelle qu'un tel puzzle doit être résolu en associant à chaque lettre une valeur comprise entre 0 et 9, de façon à ce que chaque lettre ait une et une seule valeur, et que les valeurs des lettres soient toutes différentes. Les premières lettres d'un mot ne peuvent pas être égales à 0.

$$\begin{array}{r} \text{T O} \\ + \text{ G O} \\ \hline \text{O U T} \end{array}$$

1. Dessinez le graphe de contraintes correspondant à ce problème

1.5 point



2. Détaillez les contraintes de ce problème, ainsi que les domaines de chacune des variables et le nombre de contraintes qu'elles doivent satisfaire.

- Variables :  $T, G, O, U, X_1, X_2$
- Contraintes : (1 point (0.25 chaque))
  - (a)  $\text{AllDiff}(T, G, O, U)$
  - (b)  $O + O = T + 10X_1$
  - (c)  $T + G + X_1 = U + 10X_2$
  - (d)  $O = X_2$
- Domaines : (0.5 point (ne pas pénaliser si la propagation sur  $O$  et  $X_2$  n'est pas faite))
  - $O : \{1\}$
  - $T, G : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $U : \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
  - $X_1 : \{0, 1\}$
  - $X_2 : \{1\}$
- Degrés : (0.5 point)
  - 2 :  $U, G, X_1, X_2$
  - 3 :  $T, O$

3. Trouvez une solution pour ce puzzle en utilisant la recherche par backtrack avec recherche en avant, l'heuristique MRV et l'heuristique du degré. Si plusieurs choix s'offrent à vous, vous choisirez la première variable dans l'ordre alphabétique, et la plus petite valeur disponible.

A chaque étape, vous justifierez votre choix en indiquant quelle heuristique vous avez appliqué.

1.5 points – 0.5 si heuristiques pas données ; 1 si heuristiques données mais incomplètes ; 0 si plus d'une erreur

$MRV : O, X_2 ; Degré : O$	$\{\}$	
$MRV : T, X_1, X_2 ; Degré : T$	$O = 1$	$T, G, U \neq 1 ; T = 2 ; X_1 = 0$
$MRV : X_1, X_2 ; \alpha : X_1$	$T = 2$	$G = \{8\} ; U \{0\}$
$MRV : X_2$	$X_1 = 0$	
$MRV : G, U ; \alpha : G$	$X_2 = 1$	
$MRV : U$	$G = 8$	
	$U = 0$	

On obtient :  $81 + 21 = 102$

**Exercice 3 (4 points)** – Traduire en logique des prédicats les phrases suivantes. N’oubliez pas de préciser le vocabulaire utilisé.

1. Osiris est une statue
2. C’est Philémon ou Roxane qui a volé Osiris
3. Philémon admire tous les objets sacrés
4. Quiconque vole un objet sacré n’est respecté par personne
5. Tous ceux qui admirent tous les objets sacrés sont respectés par quelqu’un.

Vocabulaire : 0.5 (0 si incomplet, ou si prédicat/constante n’est pas indiqué)

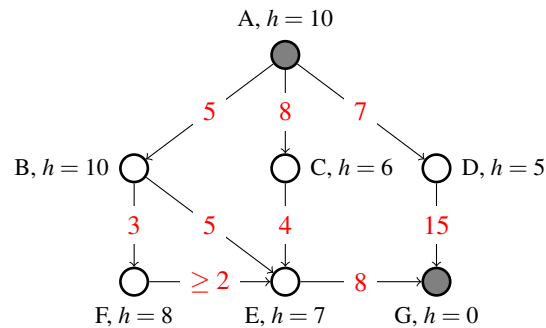
- Prédicats :

- statue(x) : x est une statue
- vole(x,y) : x vole y
- admire(x, y) : x admire y
- sacre(x) : x est un objet sacré
- respecte(x, y) : x respecte y

- Constantes : Osiris, Philémon, Roxane

1. Osiris est une statue (0.5)  
 $statue(Osiris)$
2. C’est Philémon ou Roxane qui a volé Osiris (0.5)  
 $vole(Philemon, Osiris) \vee vole(Roxane, Osiris)$
3. Philémon admire tous les objets sacrés (0.5)  
 $\forall x, sacre(x) \Rightarrow admire(Philemon, x)$
4. Quiconque vole un objet sacré n’est respecté par personne (1)  
 $\forall x, (\exists y, sacre(y) \wedge vole(x, y)) \Rightarrow (\forall z, \neg respecte(z, x))$
5. Tous ceux qui admirent tous les objets sacrés sont respectés par quelqu’un. (1)  
 $\forall x, (\forall y, sacre(y) \Rightarrow admire(x, y)) \Rightarrow (\exists z, respecte(z, x))$

**Exercice 4 (3 points)** – Considérez l’espace de recherche **orienté** suivant. Le but est de trouver le chemin le plus court de A vers G.



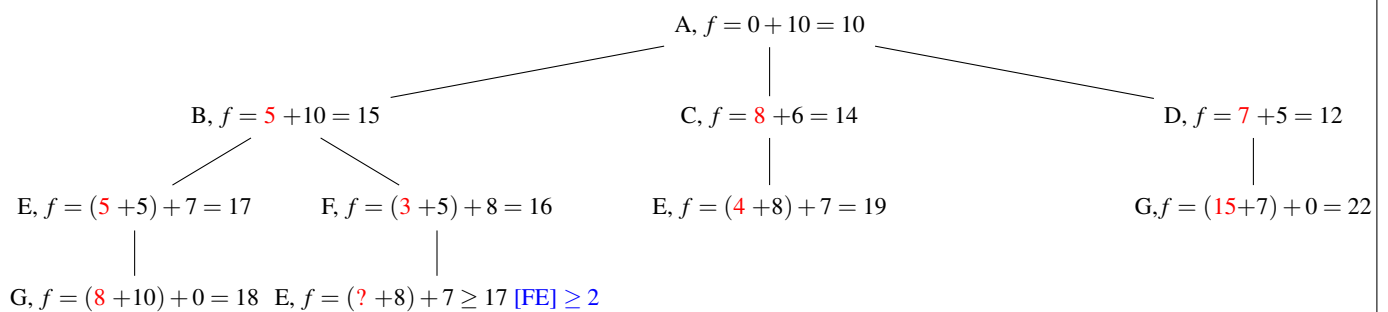
La valeur de l’heuristique  $h$  est indiquée pour chaque nœud. On souhaite récupérer le coût de tous les arcs entre deux nœuds. Pour cela, nous disposons d’une trace de l’algorithme  $A^*$ .

Pour chaque pas de l’algorithme est indiquée la liste des nœuds encore à traiter avec la valeur  $f = g + h$ . Si un nœud peut apparaître deux fois avec deux valeurs de  $f$  différentes, on conserve seulement celui avec la meilleure (c’est à dire la plus petite) valeur de  $f$ .

```
[ (A, f=10) ]
[ (D, f=12), (C, f=14), (B, f=15) ]
[ (C, f=14), (B, f=15), (G, f=22) ]
[ (B, f=15), (E, f=19), (G, f=22) ]
[ (F, f=16), (E, f=17), (G, f=22) ]
[ (E, f=17), (G, f=22) ]
[ (G, f=18) ]
```

En utilisant ces valeurs (et en étant bien attentif à chaque pas de l’algorithme) et votre connaissance du fonctionnement de l’algorithme  $A^*$ , calculez les coûts de tous les arcs. Justifiez précisément votre réponse.

Pour trouver les coûts des arcs, on reconstruit l’arbre obtenu en appliquant  $A^*$  (solution dans l’énoncé). 0 si pas de justification.



**Exercice 5 (5 points)** – Soit le langage  $\mathcal{L}$ , dont la signature  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{R} \rangle$  est la suivante :  $\mathcal{F} = \{A/0, B/0, C/0\}$ ,  $\mathcal{R} = \{p/2, q/1, r/2, s/1\}$ . Soit la base de connaissances suivante construite sur le langage  $\mathcal{L}$ . Prouvez par résolution que  $p(C, A)$ .

1.  $s(A)$
2.  $p(B, A) \vee p(C, A)$
3.  $\forall x, q(x) \Rightarrow r(B, x)$
4.  $\forall x, s(x) \Rightarrow q(x)$
5.  $\forall x, (\exists y, q(y) \wedge p(x, y)) \Rightarrow (\forall z, \neg r(z, x))$
6.  $\forall x, \exists y, \neg q(x) \Rightarrow r(y, x)$
7.  $\neg r(B, B)$

On commence par transformer la base de connaissances en FNC.

1. Ajouter la négation de la conclusion dans la base de connaissances :  $\neg p(C, A)$  **0.5 point**

2. Supprimer les implications **1 point**

3.  $\forall x, \neg q(x) \vee r(B, x)$
4.  $\forall x, \neg s(x) \vee q(x)$
5.  $\forall x, \neg(\exists y, q(y) \wedge p(x, y)) \vee (\forall z, \neg r(z, x))$
6.  $\forall x, \exists y, q(x) \vee r(y, x)$

3. Déplacer les  $\neg$  à l'intérieur des parenthèses **0.5 point**

5.  $\forall x, (\forall y, \neg q(y) \vee \neg p(x, y)) \vee (\forall z, \neg r(z, x))$

4. Normaliser les variables : Chaque quantifieur utilise bien une variable différente

5. Skolémiser **1 point**

3.  $\neg q(x) \vee r(B, x)$
4.  $\neg s(x) \vee q(x)$
5.  $\neg q(y) \vee \neg p(x, y) \vee \neg r(z, x)$
6.  $q(x) \vee r(f(x), x)$

6. Distribuer les  $\vee$  sur les  $\wedge$  pour obtenir des clauses séparées par des conjonctions : non applicable

2 points – 1 si les unifications sont pas données ; -0.5 par erreur dans la résolution (en fonction de la “gravité” de l’erreur)

On applique à présent la résolution :

1.  $s(A)$
2.  $p(B,A) \vee p(C,A)$
3.  $\neg q(x) \vee r(B,x)$
4.  $\neg s(x) \vee q(x)$
5.  $\neg q(y) \vee \neg p(x,y) \vee \neg r(z,x)$
6.  $q(x) \vee r(f(x),x)$
7.  $\neg r(B,B)$
8.  $\neg p(C,A)$
9.  $p(B,A)$  (8.+2.  $\{\}$ )
10.  $\neg q(A) \vee \neg r(z,B)$  (9.+5.  $\{x/B, y/A\}$ )
11.  $\neg s(A) \vee \neg r(z,B)$  (10.+4.  $\{x/A\}$ )
12.  $\neg r(z,B)$  (11.+1.  $\{\}$ )
13.  $q(B)$  (12.+6.  $\{z/f(B), x/B\}$ )
14.  $r(B,B)$  (13.+3.  $\{x/B\}$ )
15.  $\perp$  (14.+7.  $\{\}$ )