

# Échantillonnage – Notes de cours

## 1. Théorie de l'échantillonnage

### 1.1. Définition

Le **théorème de Nyquist-Shannon** est à la base de la conversion d'un signal d'une forme continue à une forme discrète. Il stipule que pour représenter correctement un signal numérisé, la fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal.

L'échantillonnage d'un signal permet ainsi de transformer des grandeurs continues provenant de dispositifs analogiques (capteurs) en une séquence de valeurs discrètes. Lorsque l'on s'intéresse à des séries temporelles (telles que le son), on peut avoir des valeurs discrètes réparties uniformément dans le temps. Pour certaines séquences, les valeurs peuvent être séparées par des durées variables (par exemple les valeurs boursières au cours du temps).

### 1.2. Exemples

Certains exemples de signaux échantillonnés ont été programmés en TP : impulsion, marche unitaire, rampe, exponentielle réelle et complexe, sinusoïde.

Exemple de la sinusoïde :

Considérons la sinusoïde suivante :

$$s(t) = a \cdot \sin(\omega_0 t) = a \cdot \sin(2\pi f_0 t)$$

où  $a$  est l'amplitude de la sinusoïde,  $\omega_0$  la pulsation,  $f_0$  la fréquence du signal et  $t$  la variable temporelle.

Programme générant une sinusoïde :

```
import numpy as np
def genSin (N,f,fs) :
    n = np.arange(N)                                # génère un vecteur de 0 à N-1
    t=np.linspace(0,(N-1)/float(fs),N)              # t = n / float(fs) génère une échelle de #
                                                    temps discrète

    pi = np.pi
    x=np.sin(2*pi*f*t)
    return(x)
```

Dans la fonction genSin, le vecteur  $t$  est le vecteur discret temporel  
 $[0, T_s, 2 \cdot T_s, \dots (N-1) \cdot T_s]$

Le vecteur  $x$  contient donc une séquence de  $N$  échantillons suivant la fonction sinusoïdale à la fréquence  $f$ .

On peut appeler la fonction genSin de la façon suivante :

$s = \text{genSin}(60, 1, 20)$  pour générer une sinusoïde sur 3 périodes ( $60/20$ ) à une fréquence de 1 Hz, avec une fréquence d'échantillonnage de 20 Hz.

La figure suivante montre le signal généré.

