

Systèmes de Communication

Examen 1ère session (1h30) - 31 mai 2012

Documents, calculatrices et téléphones interdits

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.

1 Questions de cours (8 points)

- a) Pour un code en bloc de matrice génératrice G , comment appelle-t-on la matrice H telle que $GH^T = 0$? A quoi sert cette matrice ?
- b) En quoi les phénomènes de diffraction et de réflexion sont-ils intéressants dans les communications mobiles et en radio-diffusion ? Comment cela se traduit-il dans le choix de la gamme de fréquences porteuses utilisées ?
- c) Dans un réseau UMTS, en liaison descendante, on utilise :
- des codes OVSF, parfaitement orthogonaux, comme codes de channelization, pour différencier les utilisateurs d'une même cellule ;
 - des codes de Gold, imparfaitement orthogonaux, comme codes de scrambling, pour différencier les utilisateurs de cellules voisines.

Un utilisateur U_i reçoit un message binaire de sa station de base B . Le message binaire décodé est parasité par ceux de tous les utilisateurs U_j de cellules proches utilisant le même code de channelization. Lors de l'émission d'un symbole binaire $a_i = \pm 1$, le symbole reçu après démodulation, décodage selon le code de channelization et décodage selon le code de scrambling de U_i , est :

$$\tilde{a}_i = a_i + \sum_{j \neq i} a_j \frac{S^i \cdot S^j}{S^i \cdot S^i} \frac{U_i B}{U_j B}$$

où $a_j = \pm 1$ et S^k représente la séquence de Gold attribuée à l'utilisateur U_k comme code de scrambling. $S^i \cdot S^j$ désigne le produit scalaire entre S^i et S^j . $U_k B$ désigne la distance entre l'utilisateur U_k et la borne B .

Expliquer précisément (en argumentant sur les valeurs de $S^i \cdot S^j / S^i \cdot S^i$ et $U_i B / U_j B$) pourquoi le terme d'interférence est négligeable.

- d) Dans les communications mobiles, pourquoi est-il difficile d'éviter à la fois l'interférence entre symboles et l'effet Doppler ? Quel choix a été fait dans les systèmes GSM et UMTS ?
- e) Quels types de multiplexages sont utilisés respectivement par le GSM et l'UMTS ?
- f) Dans un système de communications, il faut trouver un compromis entre un débit raisonnable et une bonne protection des données, qui implique nécessairement une augmentation du débit (codage de canal). Expliquer brièvement comment ce compromis est mis en œuvre dans le codage de la parole sur le GSM et l'UMTS.

2 Exercices

2.1 Interférence entre symboles, débit et probabilité d'erreur (6 points)

On considère une transmission M-aire en bande de base sur un canal bruité de bande passante $B = 300$ kHz. Le bruit de canal a une densité spectrale de puissance constante $N_0/2$. La puissance d'émission étant fixée, le rapport $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$ (énergie par élément binaire sur N_0) est fonction du débit binaire D comme indiqué sur la figure 1. On utilise des impulsions en cosinus surélevé avec un facteur de retombée $\alpha = 0.2$.

Le débit est fixé à $D = 600$ kbit/s. Quelle valeur de M choisir pour transmettre sans interférence entre symboles avec la probabilité d'erreur **binaire** minimale ?

Il est naturellement demandé une réponse argumentée, en français, faisant apparaître clairement les étapes de votre raisonnement.

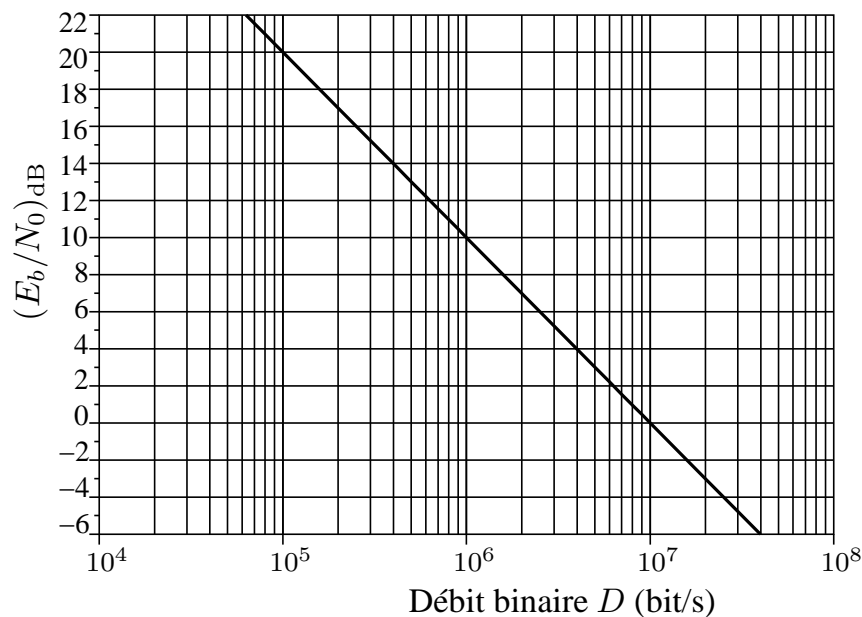


FIG. 1 – Rapport $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$ en fonction du débit D .

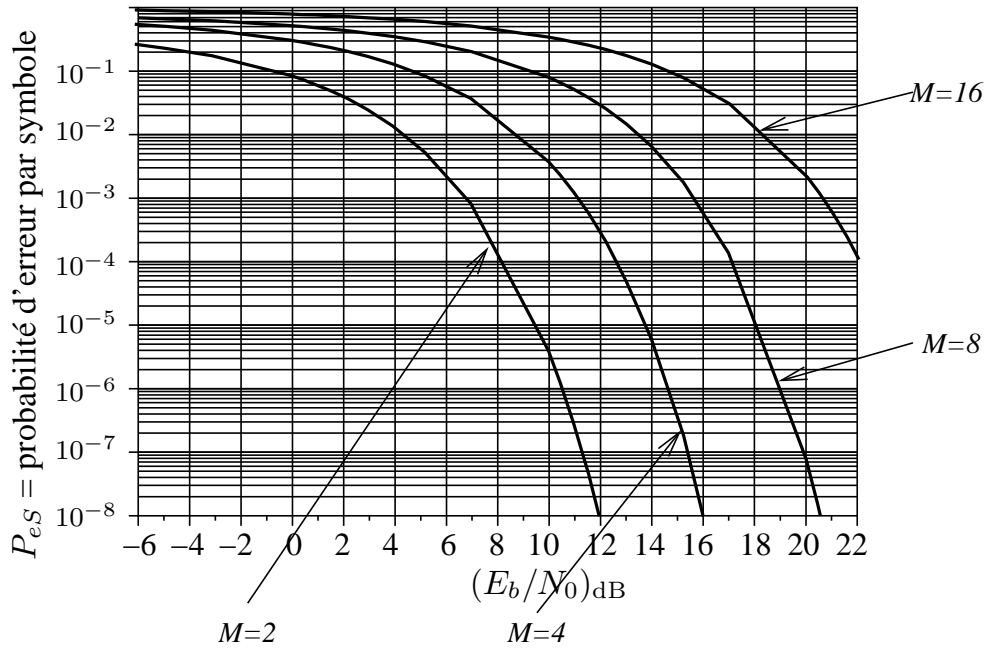


FIG. 2 – Probabilité d'erreur **par symbole** pour un code NRZ à symboles M -aires.

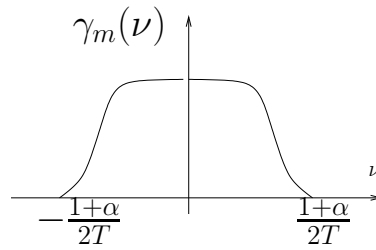


FIG. 3 – Densité spectrale de puissance d'un signal de communication NRZ M -aire à impulsions en cosinus surélevé de facteur de retombée α .

2.2 MAQ-16 (6 points)

Les constellations de deux modulations de type MAQ-16 sont représentées sur la figure 4. On les note respectivement C_1 et C_2 . La seconde est celle utilisée dans la Recommandation V.29 de l'Union Internationale des Télécommunications (UIT) pour les modems à 9600 bit/s.

Lors de l'émission d'un symbole de coordonnées (x, y) , on reçoit, après démodulation, filtrage adapté et échantillonnage, un point (z_c, z_s) tel que :

$$\begin{aligned} z_c &= x + b_c \\ z_s &= y + b_s \end{aligned}$$

où b_c et b_s sont des variables aléatoires indépendantes, gaussiennes, centrées, de variance σ^2 .

a) Sur la constellation C_1 , dessiner les zones de décisions associées aux différents symboles.

On émet le symbole $S_{ij} = (\lambda, 3\lambda)$. Montrer que la probabilité de ne pas reconnaître ce symbole peut s'exprimer :

$$P(\overline{R_{ij}}|S_{ij}) = 1 - P(-\lambda < b_c < \lambda)P(b_s > -\lambda)$$

Vous prendrez soin de justifier chaque étape de votre calcul.

On peut montrer que pour ce symbole, $P(\overline{R_{ij}}|S_{ij}) = 3Q(\lambda/\sigma)$, avec :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

Pour les 4 symboles centraux de la constellation, $P(\overline{R_{ij}}|S_{ij}) = 4Q(\lambda/\sigma)$. Pour les 4 symboles des coins de la constellation, $P(\overline{R_{ij}}|S_{ij}) = 2Q(\lambda/\sigma)$. Pour les 8 autres, $P(\overline{R_{ij}}|S_{ij}) = 3Q(\lambda/\sigma)$. En déduire la probabilité d'erreur par symbole P_{eS} , les symboles étant supposés équiprobables.

b) L'énergie d'un symbole de coordonnées (x, y) vaut $(x^2 + y^2)T/2$, où T désigne la durée symbole. Calculer l'énergie moyenne par symbole, puis la puissance moyenne, pour les deux modulations. Pour quelle valeur de λ les deux modulations ont-elles la même puissance ? On prend désormais cette valeur.

c) Pour chaque modulation, calculer le nombre moyen de plus proches voisins d'un symbole (*i.e.* le nombre de voisins situés à la distance minimale d_{min} de ce symbole).

d) La probabilité d'erreur par symbole d'une modulation s'exprime :

$$P_{eS} = K \cdot Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right)$$

où K désigne le nombre moyen de plus proches voisins d'un point de la constellation.

Exprimer la probabilité d'erreur par symbole pour chacune des deux modulation et vérifier votre résultat de la question a.

Pour un débit et une puissance d'émission donnés, la constellation la plus intéressante est celle qui offre la plus faible probabilité d'erreur. Que peut-on conclure ici ?

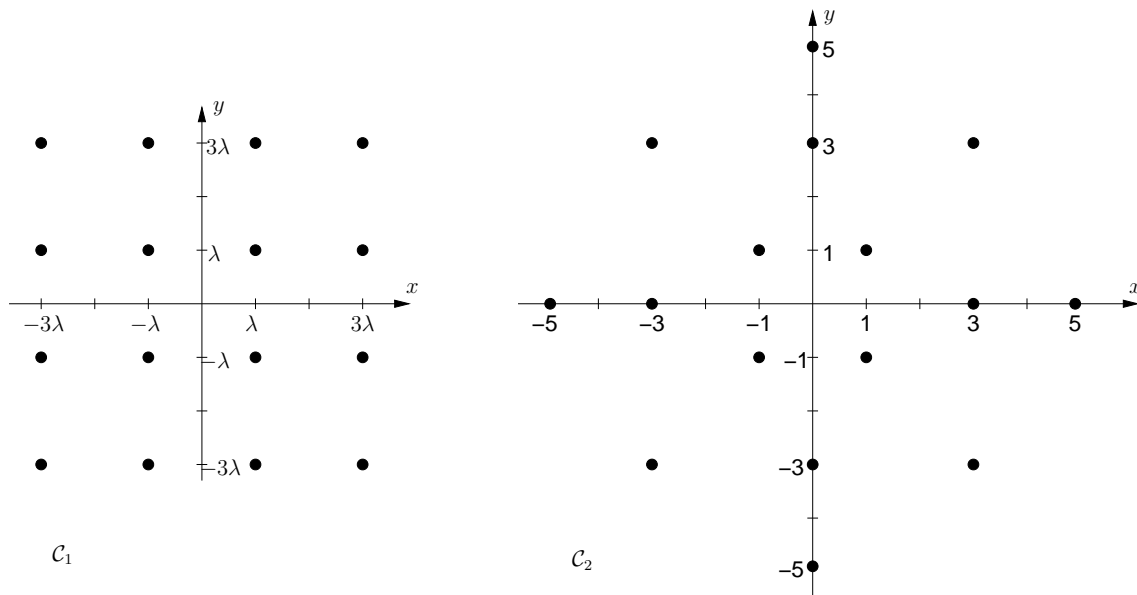


FIG. 4 – Constellations MAQ-16.