Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique - L3 MIA

Systèmes de Communication

Epreuve de contrôle continu (1h30) - 30 mars 2012

Documents, calculatrices et téléphones interdits.

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. *Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.*

1 Questions de cours (8 points)

a) Quelles sont les deux étapes de la numérisation d'un son ? Laquelle peut être sans perte d'information et à quelle condition ?

b) On souhaite quantifier des échantillons de parole sur un nombre k d'éléments binaire minimal sans que le bruit de quantification soit audible. Si le niveau du signal est de 60 dB (en échelle des dB ajustée), quelle est la valeur de k minimale ? On rappelle que lors de la quantification scalaire uniforme de la parole sur k bits, le rapport signal à bruit de quantification en dB vaut environ $6k-13$.

c) On considère le codage perceptif d'un signal audio. Pour la séquence de signal dont le spectre d'amplitude et le seuil de masquage sont représentés sur la figure 1,

- quelle condition doit vérifier le bruit de codage ?
- si le codage est effectué dans le domaine fréquentiel, qu'est-ce qui facilite la compression du signal ?

d) Un signal vocal s peut être découpé en tranches de 20 ms et représenté, sur chaque tranche, par un modèle dit auto-régressif d'ordre 10 :

$$s(n) = \sigma_e e(n) - \sum_{i=1}^{10} a_i s(n-i)$$

C'est-à-dire que chaque échantillon $s(n)$ est une combinaison linéaire des précédents, plus un terme d'innovation $\sigma_e e(n)$, tel que la puissance de e vaut 1. Au lieu de transmettre les échantillons $s(n)$ quantifiés, un codeur de parole peut donc transmettre, pour chaque tranche de 20 ms, les coefficients

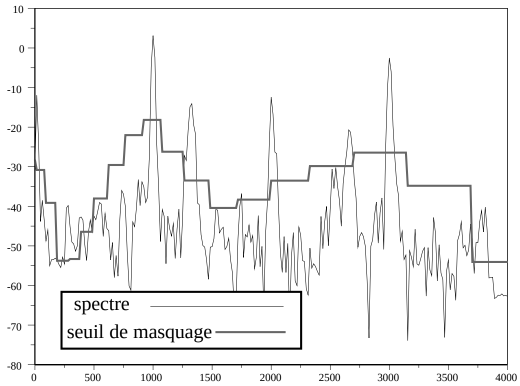

FIG. 1 – Spectre d'amplitude et seuil de masquage d'une séquence de 32 ms de violon.

a_1 à a_{10}, σ_e et la suite des 160 échantillons $e(n)$ (pour un échantillonnage à 8 kHz). Sur une liaison à débit réduit, pourquoi est-il plus intéressant de transmettre ces 171 valeurs que les 160 échantillons de s ?

e) Si les symboles d'une source sont codés par des mots binaires de longueur variable, comment peut-on différencier les symboles successifs dans le flux binaire ?

f) Quels sont les avantages et les inconvénients du codage biphase (ou Manchester) par rapport au codage NRZ ?

2 Exercices

2.1 Codage de canal en bloc (4 points)

Soit un code en bloc linéaire défini par la matrice génératrice G suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Construire l'ensemble des mots de code. Quelle est la distance minimale de ce code ? En déduire les pouvoirs de détection et de correction.

b) On reçoit le mot $r = 111011$. Décoder r selon la distance minimale (*i.e.* en recherchant le mot de code le plus proche du mot reçu). Ce décodage est-il fiable ? (justifier votre réponse).

2.2 Codage de canal convolutif (3 points)

La figure 2 représente le diagramme en treillis d'un codeur convolutif et le début du décodage d'une séquence selon l'algorithme de Viterbi. Indiquez les métriques de branches et les métriques cumulées entre $t2$ et $t3$ et supprimez les branches adéquates. Peut-on dès à présent décoder le début de la séquence ? Si oui, faites-le.

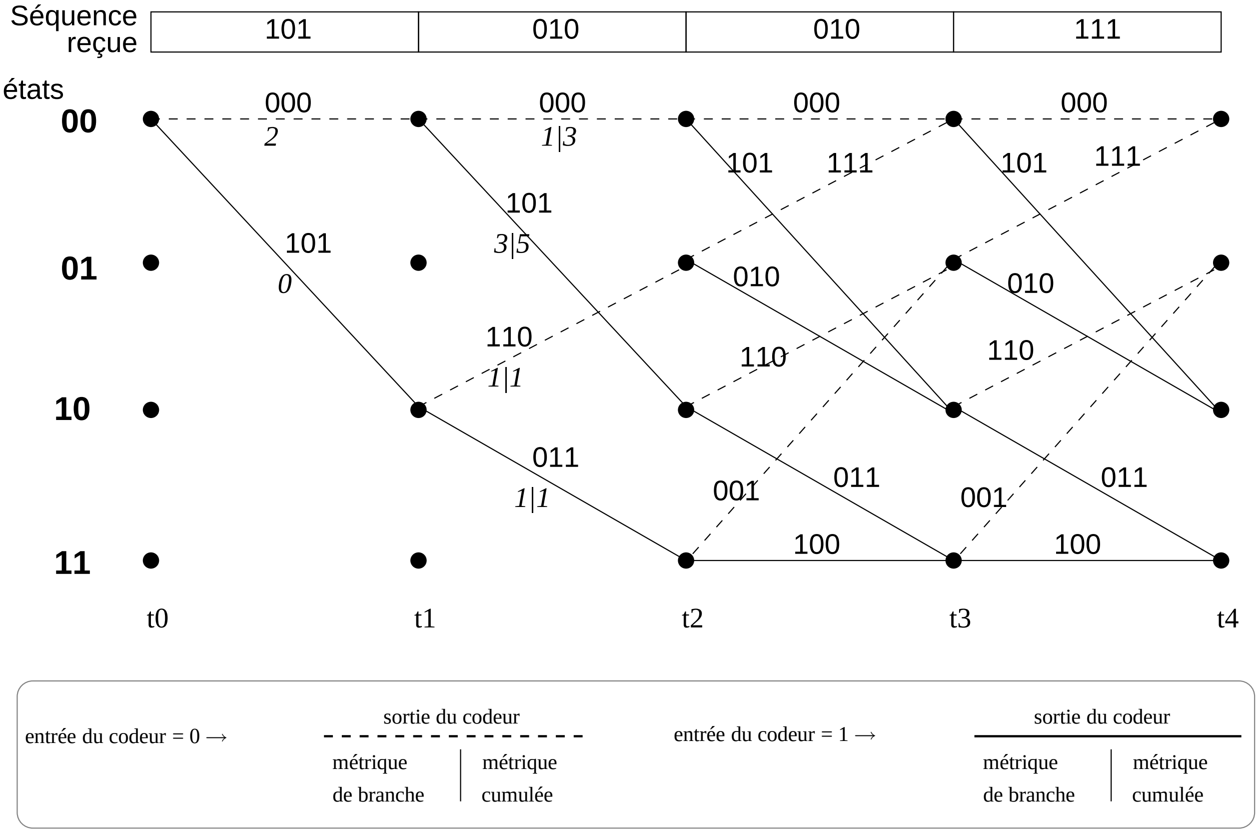

FIG. 2 – Diagramme en treillis et décodage selon l'algorithme de Viterbi.

2.3 Détection de symboles (5 points)

Soit un canal de communication modélisé par l'ajout d'un bruit. On émet des symboles binaires équiprobables. Pour chaque symbole émis S_i, le récepteur traite, après filtrage adapté et échantillonnage, une valeur $z = s_i + b$, telle que :

- $s_0 = -A$, avec $A > 0$
- $s_1 = A$
- b est une variable aléatoire de densité de probabilité **uniforme** sur un intervalle $[-\Delta/2; \Delta/2]$. La densité de probabilité de b, représentée sur la figure 3, est donc définie par :

$$p(b) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{si } b \in [-\Delta/2; \Delta/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

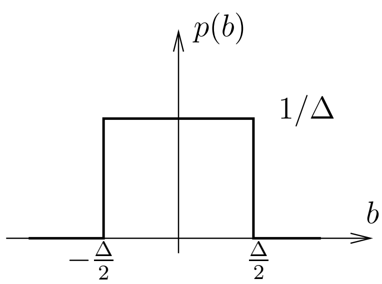

FIG. 3 – Densité de probabilité du bruit de canal b.

a) Dessiner les densités de probabilité conditionnelle $\mathrm{p}(z|s_0)$ et $\mathrm{p}(z|s_1)$ dans le cas où $\Delta = A$.

b) On détecte s_0 si $z < 0$ et s_1 si $z > 0$. Pour quelles valeurs de Δ n'a-t-on jamais d'erreur ?

c) Supposons $\Delta/2 > A$. On note r_i désigne l'événement “détection du symbole i”. Calculer $\mathrm{P}(r_0|s_1)$ et $\mathrm{P}(r_1|s_0)$. (aidez-vous éventuellement d'un dessin de $\mathrm{p}(z|s_0)$ et $\mathrm{p}(z|s_1)$)

d) Ecrire l'événement erreur sous forme ensembliste et calculer la probabilité d'erreur P_e.

3 Annexes

Probabilités

Soient une variable aléatoire Z et deux réels a et b :

$$\mathrm{P}(a < Z < b) = \int_a^b \mathrm{p}(z)\mathrm{d}z$$