Traitement des Images Numériques

Traitements locaux - contours

2019-2020

Convolution discrète

$$f \otimes g(i,j) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{+\infty} f(i-\alpha, j-\beta) \cdot g(\alpha,\beta)$$

- Une image a un support borné et est définie par une matrice de valeurs $(f_{ij})_{ij}$ où i est l'indice de ligne et j indice de colonne
- Si le support de la fonction de référence est un carré de côté 2p+1 centré à l'origine

$$f \otimes g(i,j) = \sum_{\alpha=-p}^{+p} \sum_{\beta=-p}^{+p} f_{i-\alpha,j-\beta} \cdot g(\alpha,\beta) = \sum_{\alpha=-p}^{+p} \sum_{\beta=-p}^{+p} f_{i-\alpha,j-\beta} \cdot a_{\alpha,\beta}$$

Définition d'un traitement

- Choix d'un voisinage
  - Sa forme
  - Sa taille p ou (2p+1)
- Choix de la fonction de référence, des coefficients a_{ij} qui définissent un masque de convolution
- $Q_{ij}=a_{00}P_{ij} + a_{10}\, P_{i-1,j} + a_{11}\, P_{i-1,j-1} + a_{01}\, P_{i,j-1} + a_{-11}\, P_{i+1j-1} + a_{-10}\, P_{i+1j} + a_{-1-1}\, P_{i+1j+1} + a_{0-1}\, P_{i,j+1} + a_{1-1}\, P_{i-1j+1}$

$$\begin{matrix} a_{-11} & a_{01} & a_{11} \\ a_{-10} & a_{0,0} & a_{10} \\ a_{-1-1} & a_{0-1} & a_{1-1} \end{matrix}$$

Filtres de convolution

- Taille du masque
- Traitement linéaire
- Détermination automatique de l'opérateur en fonction de l'objectif
- Parallélisable
- L'image transformée s'écrit :

$$I' = I \otimes m$$

Lissage

- Remplacer le niveau de gris d'un pixel par la moyenne des niveaux des pixels voisins

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- La somme des coefficients est égale à 1 pour conserver la dynamique de l'image

Régularisation

- Défocalisation de l'objectif fonction de la taille du filtre – dégradation des contours
- Diminution de l'effet de flou

$$\frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtre médian

- Ce n' est pas un filtre de convolution
- La moyenne est un paramètre moins robuste que la médiane
- Plus adapté au bruit implusionnel
- Remplace le niveau de gris du pixel central d'une fenêtre par la valeur médiane des niveaux de gris des pixels de la fenêtre

Filtre médian

25	77	71
77	253	81
77	75	79

25	71	75	77	77	77	79	81	253

25	77	71
77	77	81
77	75	79

Restauration d' images

- Suppression du bruit sans altération des contours

pondérer les points de la région du pixel plus fortement que ceux d'une région voisine dans le masque $Q_{i,j} = \sum_k \sum_l P_{i+k,j+l} \cdot a_{k,l}$

$d(k,l) = \dfrac{1}{P_{i+k,j+l} - P_{i,j}}$ $\quad d(0,0) = 2 \quad$ $a_{k,l} = \dfrac{d(k,l)}{2\sum_k \sum_l d(k,l)}$ $\quad a_{0,0} = \dfrac{1}{2}$

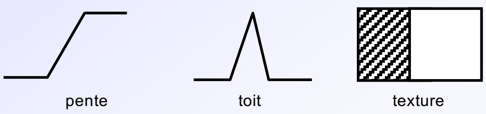
Composition

- Filtre moyenneur et filtre de contour

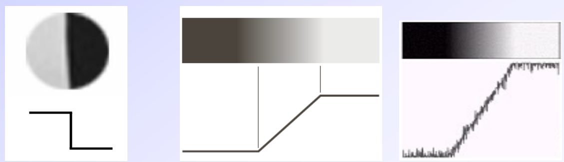
$$m \otimes g \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Contours



Contours



- Discontinuités locales des niveaux de gris
- Recherche des points de forte dérivée
- Recherche des points de faible Laplacien

- Détection de points de contour
- Rehaussement de contours

Dérivée discrète

- Recherche des points de gradient maximum

$$\overrightarrow{grad}\ f \text{ en } M(x,y) : \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) \\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) \end{vmatrix}$$

- Pour une fonction d'une variable $\dfrac{f(i+1)-f(i)}{1}$
- Pour une fonction de deux variables

$$\frac{\partial f}{\partial x}(i,j) \approx \frac{f(i+1,j)-f(i,j)}{1} \approx \frac{f(i,j)-f(i-1,j)}{1}$$

images - 2019/2020

Extraction de contour

- Vertical Horizontal

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Maximisation de la norme euclidienne $\sqrt{{Q^1_{ij}}^2 + {Q^2_{ij}}^2}$

Filtre de Sobel $\quad Q^1_{i,j} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Q^2_{i,j} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

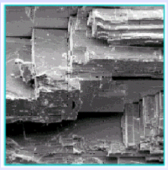
images - 2019/2020

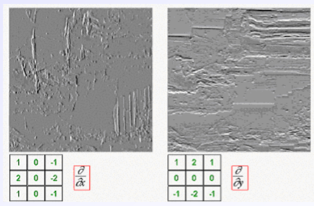
Gradient simple

- Norme du gradient : G(x,y)
- G(x,y) = |Gx| + |Gy|

images - 2019/2020

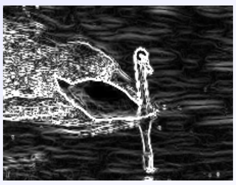
Filtre de Sobel





Images - 2019/2020

Filtre de Sobel



images - 2019/2020

Opérateurs de gradient

- Prewitt $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
- Kirsh avec 8 masques

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

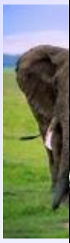
Images - 2019/2020

Extracteur de Sobel

- Sommé sur chaque composante
- Résultat tronqué au-delà de 255


l

- Sc e
- Re 5




Dérivée discrète

- Recherche des points de gradient maximum

$$\overrightarrow{grad}\ f\ en\ M(x,y) : \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \end{vmatrix}$$

- Pour une fonction d'une variable $\frac{f(i+1)-f(i)}{1}$
- Pour une fonction de deux variables

$$\frac{\partial f}{\partial x}(i,j) \approx \frac{f(i+1,j)-f(i,j)}{1} \approx \frac{f(i,j)-f(i-1,j)}{1}$$

Le Laplacien

- Définition $\Delta f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$
- Recherche des points de faible Laplacien
- Expression dans le discret

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(i,j) = \frac{\partial f}{\partial x}(i+1,j) - \frac{\partial f}{\partial x}(i,j) = f(i+1,j) - 2f(i,j) + f(i-1,j)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Contour par Laplacien