



Σύνθετα Δίκτυα
Εαρινό Εξάμηνο 2021-2022
Δημήτριος Κατσαρός

Σειρά προβλημάτων: 2^η

Ημέρα ανακοίνωσης: Monday, April 04, 2022
Προθεσμία παράδοσης: Τετάρτη, Απρίλιος 13, 2022



Πρόβλημα-01

Θεωρήστε ένα μη κατευθυνόμενο, χωρίς βάρη στις ακμές, γράφημα με N κόμβους. Θα συμβολίσουμε ως x_{ij} το βάρος του συνδέσμου (i,j) που θα θέσουμε παρακάτω. Πρώτα

κατασκευάστε τον πίνακα A όπου τα διαγώνια κελιά είναι $A_{ii} = 1 + \sum_j x_{ij}$ (άρα 1 συν το

degree), $A_{ij} = 1 - x_{ij}$ εάν οι κόμβοι i και j είναι συνδεδεμένοι, και $A_{ij} = 1$ σε διαφορετική περίπτωση. Τώρα, υπολογίστε τον αντίστροφο: $C = A^{-1}$. Η επόμενη ποσότητα αποκαλείται **information centrality** του κόμβου i :

$$C_I(i) = \frac{1}{C_{ii} + (T - 2R)/N},$$

όπου $T = \sum_i C_{ii}$ είναι το ίχνος (trace) του πίνακα C , και $R = \sum_j C_{ij}$ είναι

(οποιοδήποτε) άθροισμα γραμμής του πίνακα C .

Μπορείτε να σκεφτείτε γιατί αυτή η μετρική αποκαλείται information centrality;



Πρόβλημα-02

Αποδείξτε ότι η Shortest-Path Node Betweenness centrality c_i των κόμβων και των edges ενός δικτύου σχετίζονται ως ακολούθως:

$$c_i^B = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N a_{il} c_{e_{il}}^B - 2(N-1)$$

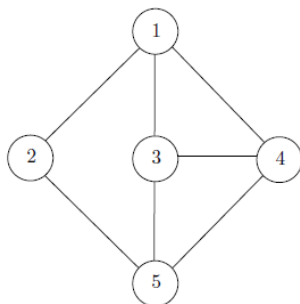
όπου με e_{il} συμβολίζουμε την ακμή που συνδέει τους κόμβους i και l , με a_{il} συμβολίζουμε το (i,l) κελί του πίνακα γειτνίασης (adjacency matrix), και τέλος N είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων του δικτύου.

[Επισημαίνεται ότι ο όρος $2(N-1)$ προέρχεται από το γεγονός ότι ο κόμβος i είναι $N-1$ φορές ο πρώτος κόμβος του shortest path που συνεισφέρει στην edge betweenness της σχετικής ακμής, και $N-1$ φορές ο τελευταίος κόμβος.]



Πρόβλημα-03

Να υπολογιστεί η **edge betweenness centrality** κάθε συνδέσμου του παρακάτω δικτύου.
[Απαριθμήστε και τα shortest paths.]



Πρόβλημα-04

Στο δίκτυο των co-authors για το μέλος ΔΕΠ του Τμήματός μας που έχει αναλάβει η κάθε ομάδα για τα έτη 2001-2021, υπολογίστε την *nearest-neighbor edge centrality* (lec04b.ppt) κάθε ακμής.



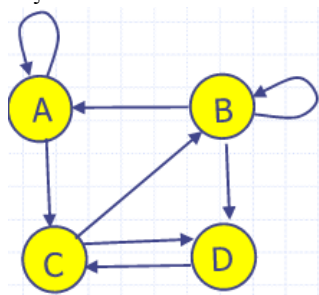
Πρόβλημα-05

Από το δίκτυο των co-authors για το μέλος ΔΕΠ του Τμήματός μας που έχει αναλάβει η κάθε ομάδα για τα έτη 2001-2021, δημιουργήστε ένα directed δίκτυο ως εξής: εάν ένα άρθρο έχει τους συγγραφείς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (με αυτήν την σειρά) τότε δημιουργήστε τους συνδέσμους $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\alpha \rightarrow \gamma)$, $(\alpha \rightarrow \delta)$, $(\beta \rightarrow \gamma)$, $(\beta \rightarrow \delta)$ και $(\gamma \rightarrow \delta)$. Να υπολογιστεί η τιμή PageRank για κάθε κόμβο του directed δικτύου. Εάν υπάρχει και κάποιο άρθρο με συγγραφείς τους δ, α (με αυτήν την σειρά), τότε στο δίκτυο θα πρέπει να προστεθεί και ο σύνδεσμος $(\delta \rightarrow \alpha)$.



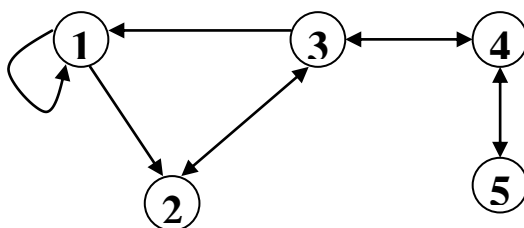
Πρόβλημα-06

Το παρακάτω γράφημα αντιπροσωπεύει ένα μικρό δίκτυο. Να βρείτε το PageRank κάθε κόμβου του δικτύου. Η απάντηση για το εάν χρειάζεται πραγματικά να λάβετε υπόψη σας και να ενσωματώσετε damping factor (d) στις εξισώσεις σας έγκειται στο εάν το δίκτυο ικανοποιεί τις τρεις προϋποθέσεις για να υπάρχει το stationary distribution vector της αντίστοιχης Μαρκοφιανής αλυσίδας.



Πρόβλημα-07

Υπολογίστε τις τιμές PageRank καθώς και την διάταξη (ranking) των κόμβων του κάτωθι δικτύου για τιμές damping factor $d=0.1, 0.3, 0.5$ και 0.85 :



Παρατηρείτε αλλαγές στην διάταξη των κόμβων;
[Χρησιμοποιείστε λογισμικό όπως python, CentiBin, και άλλα.]

Χρηστικές πληροφορίες:

Η παράδοση γίνεται με email στο dkatsar@e-ce.uth.gr των λύσεων σε μορφή pdf (typeset ή scanned).

Το subject του μηνύματος πρέπει να είναι: ECE434-Problem-set-02: AEMx-AEMy

Ερμηνεία συμβόλων:



Δεν απαιτεί την χρήση υπολογιστή ή/και την ανάπτυξη κώδικα.



Απαιτεί την χρήση του Web για ανεύρεση πληροφοριών ή διεξαγωγή πειράματος.



Απαιτεί την ανάπτυξη κώδικα (σε όποια γλώσσα επιθυμείτε) ή την χρήση έτοιμου λογισμικού (όποιου εργαλείου επιθυμείτε).