

MAE001: Modelagem Matemática em Finanças I

Ramon Duarte de Melo
ramonduarte@poli.ufrj.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) — 19 de junho de 2019

Introdução

O objetivo do Projeto 4 é implementar, avaliar e comparar o modelo do *Capital Asset Pricing Model* com os dados fornecidos pelo mundo real, realizando comparações de estruturas de termo e produzindo gráficos com tais observações.

Para tal, foi utilizada a linguagem *Python 3.6.7*, com os módulos *numpy* (métodos numéricos), *pandas* (manipulação de dados), *scipy* (fórmulas científicas) e *matplotlib.pyplot* (visualização de dados).

Os dados utilizados para a confecção dos gráficos foram obtidos através do site do Tesouro Nacional (tesouro.gov.br). Os procedimentos de execução estão descritos num arquivo `.ipynb`, que requer o módulo *Jupyter Notebook* para ser executado.

O código utilizado neste trabalho, bem como o deste relatório e as imagens geradas, foi aberto e disponibilizado publicamente no repositório <https://github.com/ramonduarte/mmftab4>.

Atividade 1

Nesta atividade, a estrutura a termo da taxa de juros de títulos prefixados do Tesouro Nacional (*LTNs*, sem prêmios semestrais) foi adquirida da web e dela extraída a taxa de juros dos anos de 2016, 2017 e 2018 para os próximos 6 a 7 anos. Como alguns títulos não são emitidos no início do ano (sobretudo os de mais longa duração até o exercício), as datas foram padronizadas para o mesmo dia em cada ano, 2º de fevereiro. A escolha por esta data deu-se por ser o primeiro dia útil onde todos os títulos foram disponibilizados.

Os arquivos foram obtidos em formato `.xls` (padrão Microsoft Excel 2003), parseados e plotados em gráficos $t \times r$. Para cada gráfico, uma curva *spline* cúbica que perpassa todos os pontos também foi plotada.

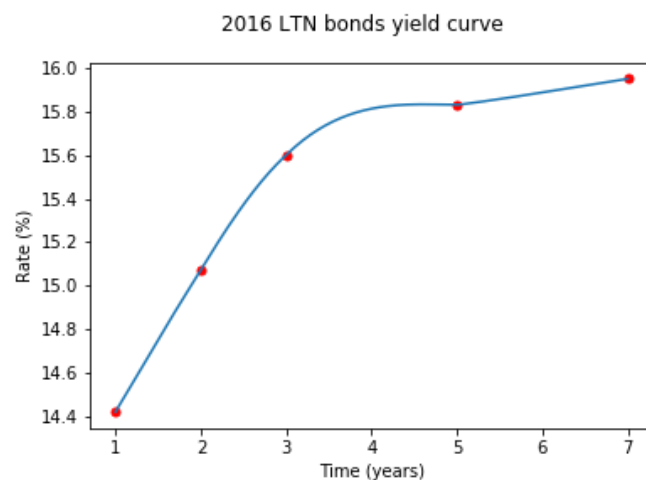


Figura 1: Gráfico $t \times r$ para ativos LTN com data de emissão 02/02/2016.

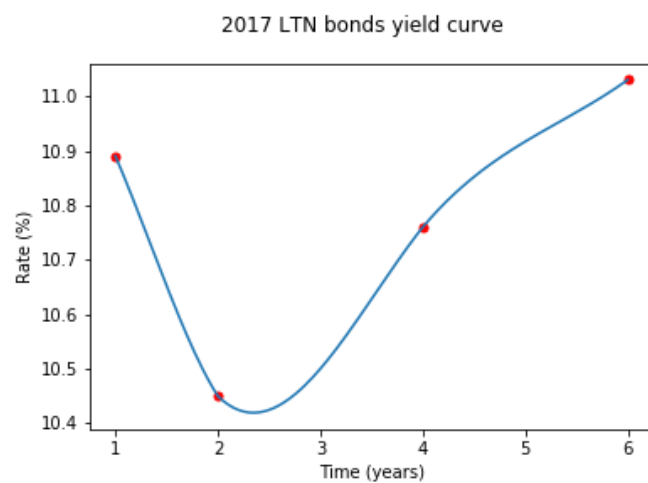


Figura 2: Gráfico $t \times r$ para ativos LTN com data de emissão 02/02/2017.

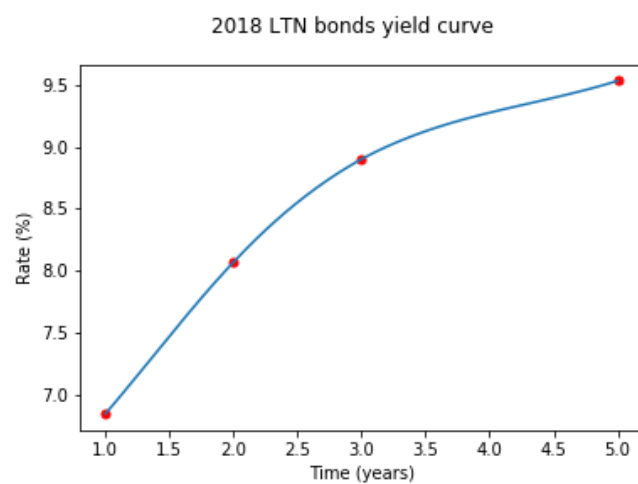


Figura 3: Gráfico $t \times r$ para ativos LTN com data de emissão 02/02/2018.

Atividade b

Para esta atividade, o processo utilizado foi o mesmo do da anterior. As únicas mudanças foram:

- Uma subbiblioteca do *matplotlib*, externa ao *pyplot*, teve de ser utilizada para gerar o gráfico em 3D, porque o *pyplot* não gera gráficos 3D interativos, necessários para a escolha da melhor perspectiva.
- Todas as opções encontradas para o ativo **PETR4 ON** foram utilizadas, desde que estivessem precificadas após o fechamento do pregão da Bolsa de Valores de São Paulo em 06/06/2019.

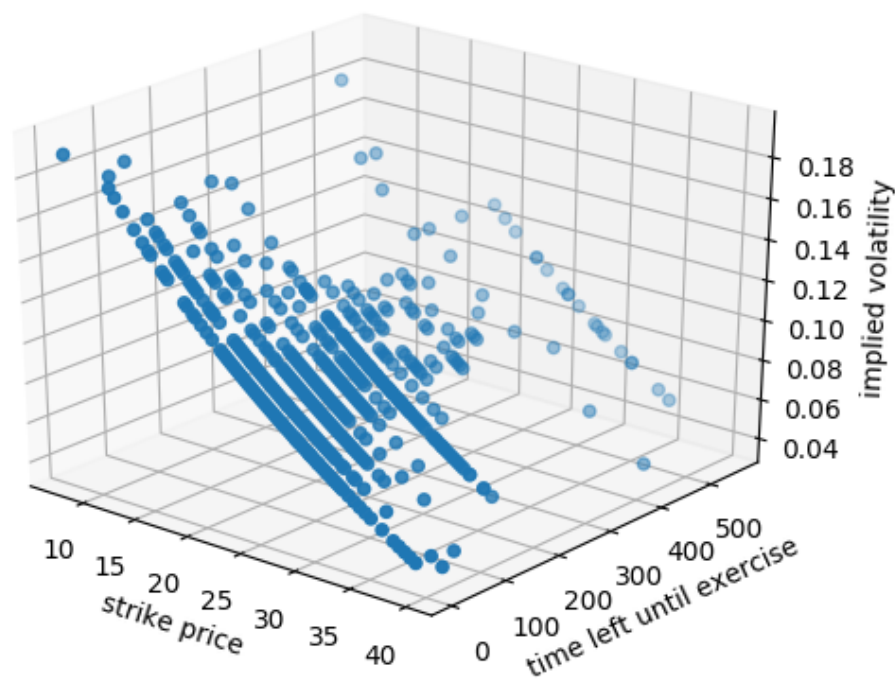


Figura 4: **Superfície de volatilidade:** séries $K \times \sigma$ separadas por data de exercício.

Atividade c

Com exceção da *Figura 3*, foi possível enxergar o *smile* em todos os gráficos plotados. Como o ativo **PETR4 ON** é bastante negociado na bolsa de valores, suas distribuições tendem a se aproximarem do previsto pelo modelo teórico. É justamente por isso que, na *Figura 3*, a observação do *smile* é mais difícil, pois as opções com exercício nesta data - mais distante - são menos negociadas e, portanto, não formam pontos suficientes para a construção da curva com visibilidade.

Na *Figura 4*, inclusive, é possível notar a formação de várias curvas deste tipo ao longo das datas de exercício, bem como seu rareamento conforme o aumento do prazo.