

Appunti del corso di Laboratorio 4

Lezioni Prof. Maddalena
Anno accademico 2020/2021

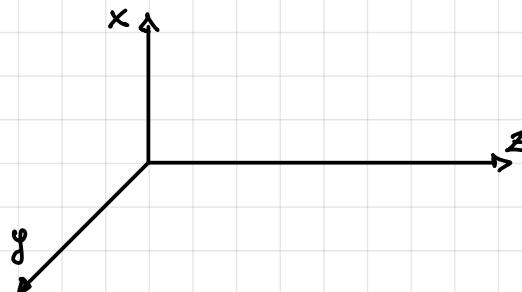
Lezione 25 Novembre

Riepilogo OTTICA

L'indice di rifrazione di un mezzo materiale è definito a partire dalla velocità di un'onda elettromagnetica.

$$n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon/\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0/\mu_0 \epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{v}$$

Qui e nel seguito utilizzeremo un sistema di riferimento con gli assi orientati come in figura



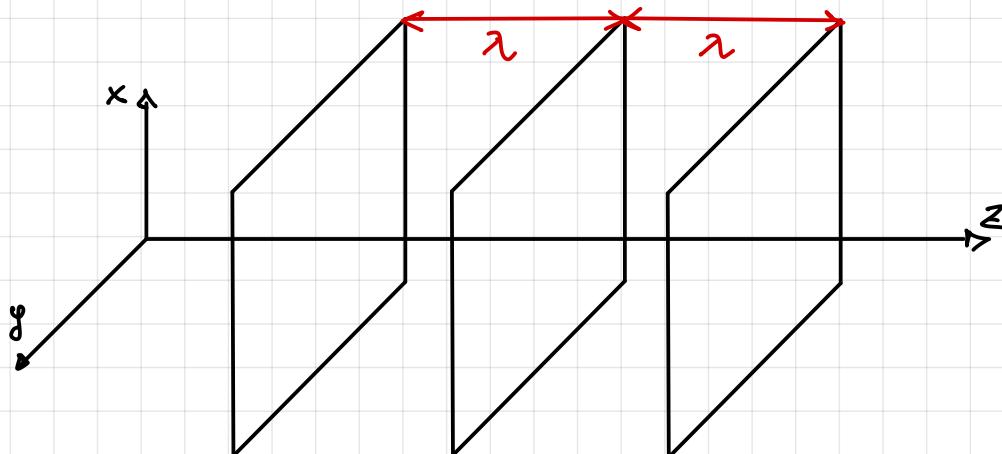
Consideriamo un'onda piana che si propaga lungo \hat{z}

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - k z + \varphi_0)$$

Per quest'onda è possibile individuare dei fronti d'onda (**Fronte d'onda**: luogo dei punti aventi una fase costante) che sono rappresentati da PIANI

$$\omega t - k z + \varphi_0$$

Indicando con λ la periodicità spaziale dell'onda, si vede che la stessa fase individuata per un fronte d'onda, competerà anche ai punti di un secondo piano, separato dal primo da una distanza λ .



Dunque l'onda piana, che varia sinusoidalmente nel tempo e nello spazio può essere rappresentata, dal punto di vista grafico, come una successione di piani ortogonali alla direzione di propagazione equispaziati di una lunghezza d'onda λ .

La lunghezza d'onda λ è legata al vettore d'onda \vec{k} attraverso la relazione

$$K = 2\pi/\lambda$$

Sussistono, inoltre, le seguenti relazioni:

$$\omega = 2\pi\nu$$

frequenza angolare o pulsazione

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

T = periodo di oscillazione dell'onda

ν = frequenza temporale

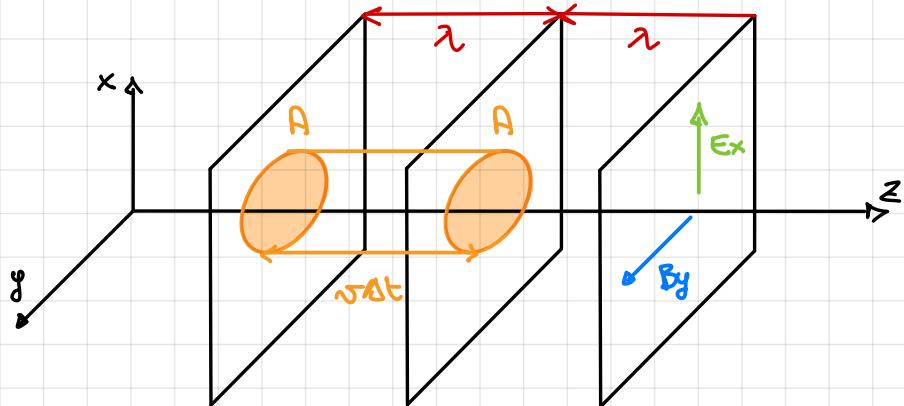
imponendo che la fase dell'onda sia costante

$$\omega t - kz + \varphi_0 = \text{cte} \Rightarrow kz = -\text{cte} - \varphi_0 + \omega t \Rightarrow z(t) \Rightarrow \sigma = \frac{dz}{dt}$$

$$\sigma = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$$

VELOCITA' DI FASE DELL'ONDA PIANA

σ dipende dalla velocità della luce nel vuoto e dall'indice di rifrazione m



\vec{B} e \vec{E} sono legati dalla relazione

$$\omega \vec{B} = \vec{k} \times \vec{E}$$

L'onda trasporta energia. La densità di energia trasportata dal campo elettrico vale

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E_x^2$$

mentre quella trasportata dal campo magnetico vale

$$u_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B_y^2$$

Se come vale $E_x = \sigma B_y = c/m \cdot B_y$, i due termini di densità di energia sono uguali $\Rightarrow u_e = u_m$. Per questo la densità di energia trasportata dall'onda sarà

$$u_{\text{tot}} = \epsilon_0 \epsilon_r E_x^2$$

DENSITÀ TOTALE DI ENERGIA TRASPORTATA DA Onda E.M.

Immaginiamo di voler calcolare il flusso di energia che attraversa una **superficie circolare** contenuta in uno dei fronti d'onda piani. Consideriamo un intervallo di tempo generico Δt ; tutta l'energia contenuta in un cilindro avente per base la **superficie circolare A** e per altezza lo spazio percorso dall'onda in un tempo Δt , ovvero $\approx \Delta t$, è data da

$$A \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r} E_x^2$$

Se voglio calcolare il flusso di energia per unità di tempo nell'unità di superficie, divido per $A \Delta t$

$$S = \frac{A \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r} E_x^2}{A \Delta t} = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r} E_x^2 = \sigma^2 \epsilon_0 \epsilon_r E_x B_y$$

S può essere visto come un vettore, nel caso più generale, ed è noto come **vettore di Poynting** \vec{S}

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \sigma^2 \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \wedge \vec{B}$$

Il modulo del vettore di Poynting è detto **IRRADIANZA istantanea**

$$|\vec{S}| = \sigma^2 \epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E} \wedge \vec{B}|$$

Tipicamente per misurare il flusso di potenza per unità di superficie, bisogna disporre di uno strumento in grado di seguire l'evoluzione nel tempo di $|\vec{S}|$, cioè uno strumento che possa lavorare alle frequenze ottiche ($\approx 10^{14}$ Hz). Al momento strumenti così prompti non esistono, dunque normalmente ciò che si misura è la media temporale dell'irradianza (intensità)

$$I = S_{\text{media}} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon_0 \epsilon_r E_0^2$$

$$\sigma = \frac{c}{m}$$

$$\epsilon_r = m^2 \quad (\text{suppongo } M_R = 1)$$

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 m E_0^2$$

Un laser a luce rossa ha tipicamente una intensità $I \approx 1 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$. Che ampiezza del campo \vec{E} ha un'onda con tale I?

$$E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\epsilon_0 m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3} \text{W} \cdot 10^4 \text{m}^{-2}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 1}}$$

Supponendo
 $m = 1$ (ARIA)

$$E_0 \approx \sqrt{\frac{20}{27 \cdot 10^{-4}}} \frac{\text{V}}{\text{m}} \approx 90 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

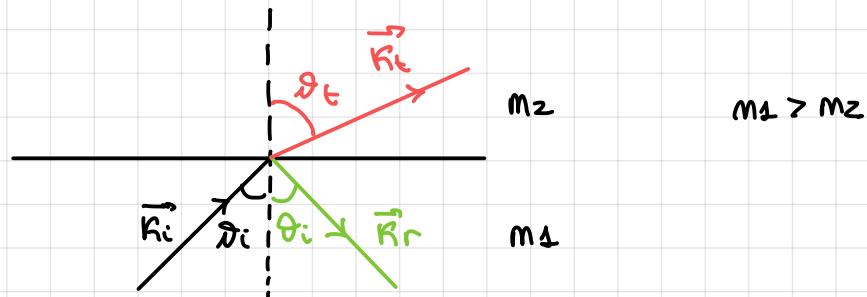
Quindi un piccolo laser rosso di bassissima potenza ha un campo elettrico già abbastanza alto.

Esistono laser molto potenti con potenze di picco dell'ordine del MW
 $\Rightarrow E_0 \approx 10^7 \text{ V/m} \approx 10^5 \text{ V/cm}$

ciò significa che localmente si producono campi elevatissimi, che per distanze dell'ordine dei cm producono tempi dell'ordine di 30 fV, ampiamente sufficienti a rompere il di elettrico (stiamo considerando ARIA) \Rightarrow scoppiano delle scintille. Inoltre questi campi elettrici sono confrontabili con i campi elettrici presenti nel nucleo degli atomi, per cui la risposta del materiale stesso non è più rappresentabile da una costante dielettrica costante ma bisogna introdurre una dipendenza da $E \Rightarrow E_R(E_0)$.

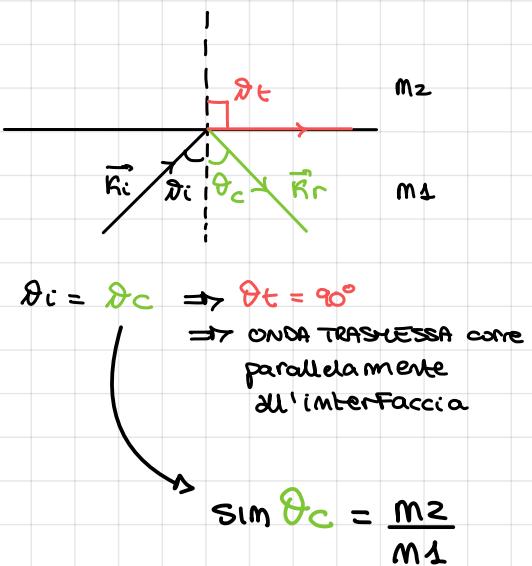
Quando ciò accade, siccome la E compare anche nelle eq. di Maxwell, queste si trasformano in equazioni NON LINEARI \Rightarrow OTICA NON LINEARE

Legge di Snell : relazione tra campo E incidente, riflesso e trasmesso



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{m_2}{m_1}$$

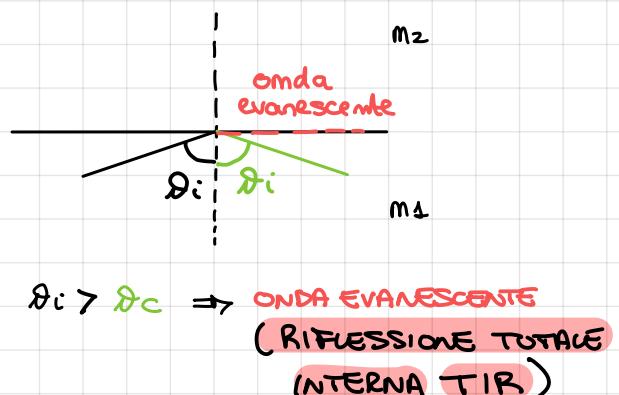
All'aumentare di θ_i , arriviamo alla condizione di **RIFLESSIONE TOTALE** per un certo angolo **θ_c (ANGOLO CRITICO)**. Se supero l'angolo critico, ottengo un raggio riflesso + un'onda evanescente, ovvero un'onda che viaggia lungo l'interfaccia e che decade esponenzialmente lungo la direzione ortogonale all'interfaccia stessa.



$$\theta_i = \theta_c \Rightarrow \theta_t = 90^\circ$$

\Rightarrow ONDA TRASMESSA corre parallellamente all'interfaccia

$$\sin \theta_c = \frac{m_2}{m_1}$$

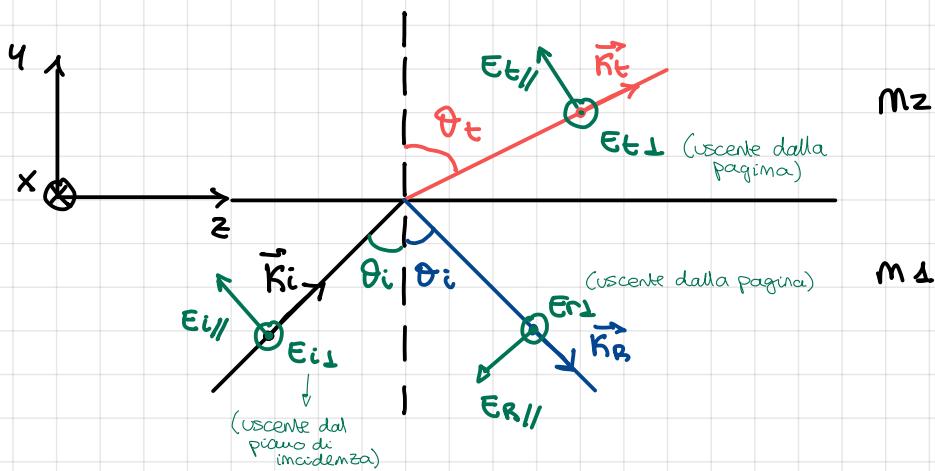


$\theta_i > \theta_c \Rightarrow$ ONDA EVANESCENTE
(RIFLESSIONE TOTALE
INTERNA TIR)

Come sono collegati i CAMPI della radiazione incidente a quelli della radiazione riflessa e trasmessa?

Per ottenere la relazione esistente fra queste grandezze si fa ricorso alla continuità delle componenti tangenziali del campo elettrico e magnetico all'interfaccia e si arriva alle **equazioni di Fresnel**

Eq. di Fresnel



Possiamo definire dei COEFFICIENTI DI RIFLESSIONE E DI TRASMISSIONE

$$r_{\perp} = \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} \quad r_{\parallel} = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}}$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} \quad t_{\parallel} = \frac{E_{t\parallel}}{E_{i\parallel}}$$

Una volta definiti tali coefficienti che collegano le componenti dei campi trasmessi e riflessi con le componenti dei campi incidenti, si può trovare l'espressione esplicita per ciascuno di essi dal rapporto tra gli indici di rifrazione ($m = m_z/m_d$) e dall'angolo di incidence θ_i .

$$r_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - (m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}{\cos \theta_i + (m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + (m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}$$

$$r_{\parallel} = \frac{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} - m^2 \cos \theta_i}{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} + m^2 \cos \theta_i}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 m \cos \theta_i}{m^2 \cos \theta_i + (m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2}}$$

Questi coefficienti sono tra loro collegati dalle relazioni:

$$\begin{cases} r_{\perp} + 1 = t_{\perp} \\ r_{\parallel} + m t_{\parallel} = 1 \end{cases}$$

Se $m = m_z/m_d > 1 \Rightarrow$ il radicando presente nelle espressioni dei coefficienti è positivo, dunque questi sono REALI.

Se $m = m_z/m_d < 1 (m_z < m_d) \Rightarrow$ i coefficienti sono COMPLESSI.

Dunque in generale, per il coefficiente di riflessione ortogonale, ad esempio, scriviamo

$$\vec{r}_{\perp} = |\vec{r}_{\perp}| e^{i \varphi_{r\perp}} \quad (\text{NUMERO COMPLESSO})$$

Questo numero complesso che fornisce il rapporto tra le ampiezze riflessa ed incidente contiene un termine di fase; assumendo che il campo incidente abbia fase nulla, φ_{r1} descrive il ritardo di fase tra l'onda incidente e l'onda riflessa. Un discorso analogo può essere fatto per gli altri coefficienti.

Nel caso particolare di coefficienti reali, questi possono essere positivi o negativi \Rightarrow il campo riflesso o trasmesso ha 2 possibilità: o sarà in fase con il campo incidente oppure avrà uno sfasamento di π nel caso in cui assumano valore negativo.

Il caso in cui i coefficienti siano complessi ($m < 1$) è più complicato poiché i campi riflessi e trasmessi possono avere un generico sfasamento rispetto al campo incidente, che saranno diversi da 0 o π .

VEDIAMO ALCUNI CASI SPECIFICI assegnando dei valori agli indici di rifrazione e all'angolo di incidenza.

CASO 1

$$m_1 = 1,44 \text{ (VETRO)} \quad m_2 < m_1 \Rightarrow m = \frac{m_2}{m_1} < 1 \\ m_2 = 1,00 \text{ (ARIA)}$$

$$r_{//} = \frac{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} - m^2 \cos \theta_i}{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} + m^2 \cos \theta_i}$$

Dalla formula per $r_{//}$ notiamo che esiste un valore di θ_i per il quale $r_{//}$ tende a zero, ovvero θ_i per cui si ha

$$\sqrt{m^2 - \sin^2 \theta_i} - m^2 \cos \theta_i = 0 \\ m^2 - \sin^2 \theta_i = m^4 \cos^2 \theta_i$$

RISOLVENDO

$$\sin \theta_B = m \cos \theta_B$$

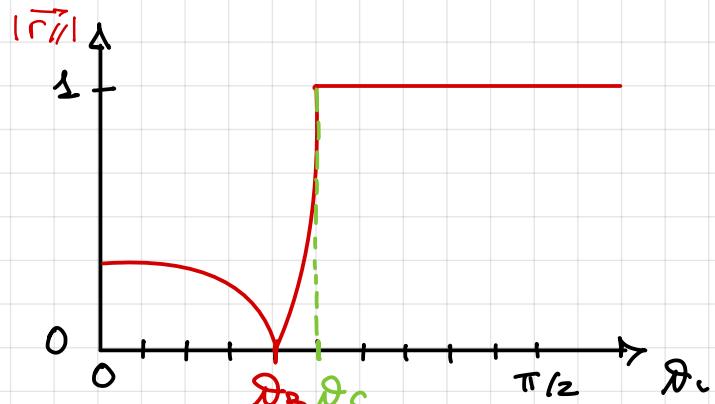
Smell

$$\tan \theta_B = m = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

Da qui si vede che questa condizione identifica le situazioni in cui

$$\cos \theta_B = \sin \theta_t$$

cioè quando θ_B e θ_t sono complementari



Esiste un angolo limite per il quale il radicando nella formula per $r_{//}$ si annulla

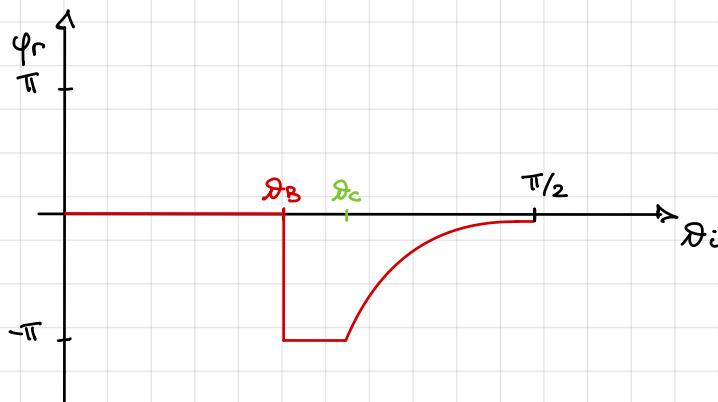
$$m = \sin \theta_i \Rightarrow \theta_i = \theta_C \text{ ANGOLI CRITICO}$$

Sviluppando $r_{//}$ per $\theta_i = \theta_C$ ottengo

$$r_{//} = \frac{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} - m^2 \cos \theta_i}{(m^2 - \sin^2 \theta_i)^{1/2} + m^2 \cos \theta_i} = -1$$

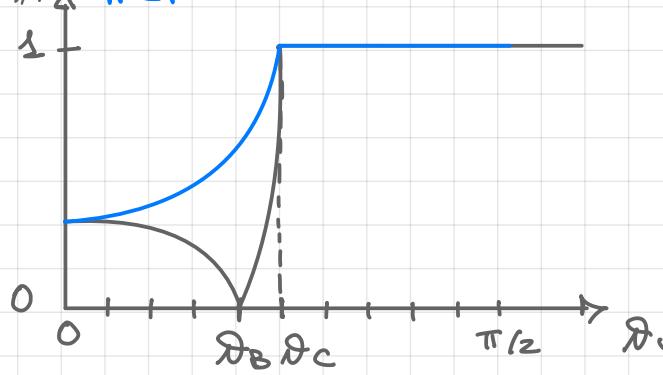
per $\theta_i = \theta_C$ si annullano le radici

Possiamo riportare, sempre in funzione dell'angolo di incidenza, l'andamento della fase di \vec{r}_{\parallel}



Possiamo ottenere anche l'andamento di Γ_{\perp} e della sua fase

$$|\vec{r}_{\parallel}| \quad |\vec{r}_{\perp}|$$



$$\varphi_{\perp}$$



L'angolo δ_B è detto **ANGOLI DI BREWSTER** è un particolare angolo per il quale in riflessione c'è nulla la componente parallela riflessa del campo elettrico \Rightarrow per $\delta_i = \delta_B$ la luce è polarizzata linearmente in direzione ortogonale al piano di incidenza (poiché $\Gamma_{\parallel} = 0$ per $\delta_i = \delta_B$).

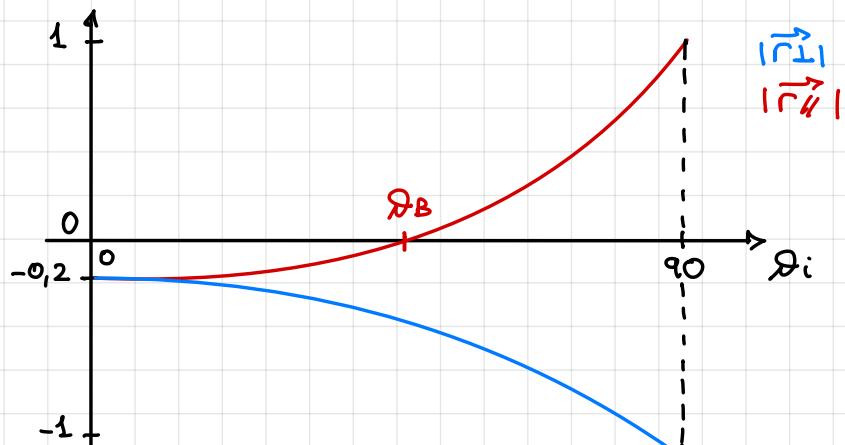
Quindi abbiamo ottenuto in modo per poter polarizzare linearmente la radiazione elettromagnetica sfruttando la riflessione totale interna.

CASO 2

$$M_1 = 1,00 \text{ (ARIA)} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{M_2}{M_1} > 1$$

$$M_2 = 1,44 \text{ (VETRO)}$$

In questo caso i coefficienti Γ_{\parallel} , Γ_{\perp} , ϵ_{\parallel} , ϵ_{\perp} saranno REALI (dunque non ci occupiamo dello sfasamento, che può essere di 0 o 180°).



Questo discorso legato ai coefficienti di riflessione e trasmissione viene sfruttato per ricavare l'intensità dell'onda riflessa e di quella trasmessa

$$I_i = \frac{1}{2} \sigma \epsilon_0 \epsilon_r E_{0i}^2 \quad \text{Intensità del raggio incidente}$$

Analogamente ci saranno I_R (intensità riflessa) ed una I_T (intensità trasmessa) a partire dalle quali si definiscono il COEFFICIENTE DI RIFLETTANZA R

$$R_{\perp} = \frac{|E_{r0\perp}|^2}{|E_{i0\perp}|^2} = |r_{\perp}|^2$$

$$R_{//} = \frac{|E_{r0//}|^2}{|E_{i0//}|^2} = |r_{//}|^2$$

ed il COEFFICIENTE DI TRASMITTANZA

$$T_{\perp} = \frac{m_2 |E_{t0\perp}|^2}{m_1 |E_{i0\perp}|^2} = \frac{m_2}{m_1} |t_{\perp}|^2 \quad T_{//} = \frac{m_2 |E_{t0//}|^2}{m_1 |E_{i0//}|^2} = \frac{m_2}{m_1} |t_{//}|^2$$

Per INCIDENZA NORMALE i coefficienti si semplificano di molto

$$\delta_i = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_{\perp} = \frac{1-m}{1+m} = \frac{1 - m_2/m_1}{1 + m_2/m_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \\ r_{//} = \frac{m - m^2}{m + m^2} = r_{\perp} \end{array} \right.$$

Si può anche verificare che vale

$$t_{\perp} = t_{//} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

e che vale, inoltre

$$R = R_{\perp} = R_{//} = \left| \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right|^2$$

$$T = T_{\perp} = T_{//} = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Cioè che è interessante notare e che se passo in riflessione da un mezzo con indice di rifrazione m_1 ad uno con m_2 , se $m_1 > m_2$ allora r è positivo, dunque il campo elettrico riflesso è in fase con quello incidente. Se $m_1 < m_2$, $r < 0$ e quindi il campo elettrico riflesso è sfasato di π rispetto al campo elettrico incidente.

Lezione 30 Novembre 2020

Supponiamo che $M = M_2/M_1 < 1$; ciò significa che quando $\delta_i > \delta_c$, allora siamo in condizione di TIR (Total Internal Reflection). In questo caso r_{\perp} ed r_{\parallel} sono quantità complesse. Si può vedere, inoltre, che i moduli di r_{\perp} ed r_{\parallel} sono entrambi 1.

$$r_{\perp} = 1 e^{-j\varphi_{\perp}}$$

$$r_{\parallel} = 1 \cdot e^{-j\varphi_{\parallel}}$$

φ_{\parallel} e φ_{\perp} sono due fasi generali, che possono assumere valori diversi da 0 e π

In questa condizione i campi E_t ed E_r saranno

$$E_{t,\perp} = t_{\perp} E_{i0\perp} e^{i(\omega t - K_t \cdot \vec{r})}$$

Il prodotto scalare $K_t \cdot \vec{r}$ può essere esplicitato

$$\vec{K}_t \cdot \vec{r} = k_t \cos \delta_t \hat{y} + k_t \sin \delta_t \hat{z}$$

Per la legge di Snell

$$\delta_i > \delta_c \Rightarrow \sin \delta_t = \frac{M_1}{M_2} \sin \delta_i > 1 \Rightarrow \cos \delta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \delta_t} = \pm j A_z$$

dunque

$$i(\omega t - z k_t \sin \delta_t + j k_t A_z)$$

$$E_{t,\perp} = t_{\perp} E_{i0\perp} e^{-k_t A_z y} e^{i(\omega t - z k_t \sin \delta_t)}$$

onda che decade esponenzialmente lungo y \Rightarrow Onda EVANESCENTE

$$E_{t\perp} \propto e^{-d_2 y} e^{i(\omega t - K_t z \cdot z)}$$

$$d_2 = \frac{2\pi M_2}{\lambda} \left[\left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \sin^2 \delta_i - 1 \right]^{1/2}$$

COEFF. DI SMORZAMENTO
(ha le dimensioni: $[L]^{-1}$)

Il reciproco di d_2 , indicato con δ è detto LUNGHEZZA DI PENETRAZIONE

$$\delta = \frac{\lambda}{d_2} \quad \text{PENETRATION LENGTH}$$

Andando a sostituire valori tipici per la lunghezza d'onda λ si ottiene un δ che tipicamente è dell'ordine di 1 μ m. Dunque l'onda evanescente penetra normalmente di 1 μ m nel passaggio da un mezzo all'altro. Questo fenomeno è importante nelle FIBRE OTTICHE.

ANTI REFLECTION COATING

Nel caso di incidenza normale la RIFLETTANZA vale

$$R = R_{\perp} = R_{\parallel} = \left(\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right)^2$$

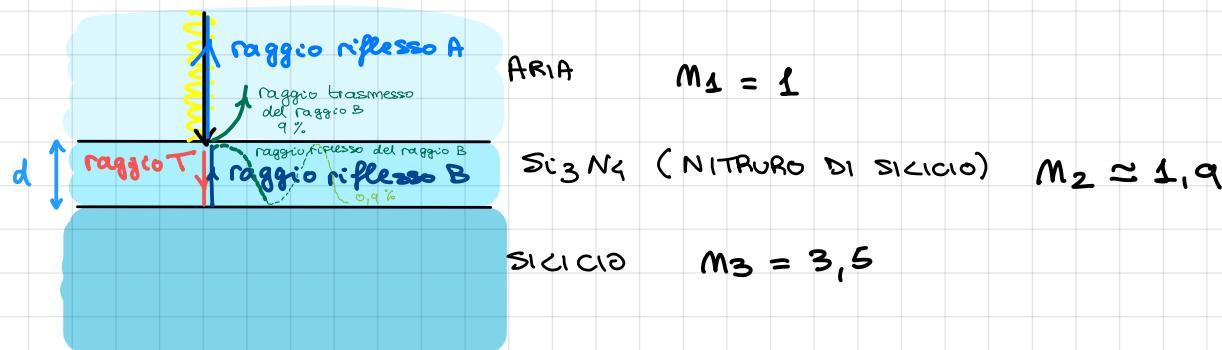
La riflettanza è un parametro importante per il Fotovoltaico poiché è il rapporto tra intensità incidente ed intensità riflessa. Per il Silicio che è uno dei componenti principali dei pannelli Fotovoltaici, l'indice di rifrazione nel visibile vale $M_{Si} = 3,5$. Un m così alto implica che la riflettanza valga $\approx 30\%$.



$$R = \left(\frac{2,5}{4,5} \right)^2 \approx 30\%$$

$$M_{Si} = 3,5$$

Ciò vuol dire che la radiazione incidente sul dispositivo perde il 30% della sua intensità soltanto per accoppiarsi con il dispositivo. Bisogna dunque ricorrere ad un expediente per migliorare l'efficienza di conversione. Uno di questi è inserire tra l'aria ed il silicio uno strato sottile di materiale che abbia un indice di rifrazione intermedio tra M_{ARIA} ed M_{Si} .



Il Nitruro di Silicio è un materiale conveniente da usare con il Silicio poiché si accoppia bene con esso avendo parametri reticolari simili
⇒ BUONA ADESIONE.

Quando la radiazione incide sul Si_3N_4 , una parte di essa viene riflessa e una parte viene trasmessa. La parte riflessa (lungo la stessa direzione di incidenza, poiché stiamo supponendo incidenza normale) sarà circa il 10% ⇒ Si perde il 10% della intensità incidente.

Un'altra parte della radiazione verrà trasmessa nel nitruro ma subirà una ulteriore riflessione all'interfaccia con il silicio.

Il secondo raggio riflesso (RAGGIO B) avrà intensità pari al 9% del raggio T.

Quando il raggio B fuoriesce e va da Si_3N_4 verso l'aria, una parte viene trasmessa ed una viene riflessa \Rightarrow il 90% del 9% viene trasmesso. Il resto viene riflessa. La conseguenza di tutto ciò è che tutti i raggi provenienti da riflessioni secondarie hanno intensità molto più basse dei primi due. Dunque una eventuale interferenza c'è non trascurabile solo per i primi raggi.

Dunque tutto è determinato dalle condizioni di interferenza tra il raggio A ed il raggio B.

Quando il raggio A viene creato per riflessione, siccome $m_2 > m_1$, dunque il coefficiente di riflessione r

$$r = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} < 0 \Rightarrow \text{SFASAMENTO DI } \pi \text{ DEL CAMPO RIFLESSO RISPECTO AL CAMPO INCIDENTE}$$

Il raggio B a sua volta, siccome $m_3 > m_2$, subisce uno sfasamento di π , quindi ai fini del calcolo dell'interferenza tra questi due raggi, è importante notare che i due sfasamenti dovuti all'interfaccia si compensano e l'unico ritardo eventualmente accumulato tra il raggio A ed il raggio B è dovuto al percorso di andata e ritorno all'interno del film di Si_3N_4 , che ha spessore d . Posso quindi scrivere

$$\Phi_{BA} = k_2 \cdot 2d$$

Voglio che il ritardo Φ_{BA} sia tale da generare interferenza distruttiva tra i raggi A e B, in modo da abbattere il valore della intensità riflessa. Dovrò imporre dunque

$$\Phi_{BA} = k_2 \cdot 2d = (2m+1)\pi \Rightarrow \frac{4\pi}{\lambda_2} d = (2m+1)\pi$$

$$\Rightarrow d = (2m+1) \frac{\lambda_2}{4}$$

Spessore d deve avere il film di Si_3N_4 affinché sia abbattuta l'intensità riflessa.

Affinché l'intensità risultante post-interferenza distruttiva sia quanto più vicina possibile allo zero, i raggi A e B devono avere intensità confrontabili. \Rightarrow le riflessioni alle due interfacce devono avere coefficienti di riflessione confrontabili

$$\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \left(\frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} \right)^2$$

$$(m_1 - m_2)(m_2 + m_3) = (m_2 - m_3)(m_1 + m_2)$$

$$\cancel{M_1 M_2 - M_2^2 + M_1 M_3 - M_2 M_3} = \cancel{M_1 M_2 + M_2^2} - \cancel{M_1 M_3 - M_2 M_3}$$

$$M_2^2 = M_1 M_3 \Rightarrow M_2 = \sqrt{M_1 M_3} \approx \sqrt{3,5} \approx 1,9$$

Condizione sull'indice di rifrazione del film da interporre per ottenere la "massima interferenza distruttiva"

↳ Per questo scegliamo il nitruro di silicio

SPECCHI DIELETTRICI

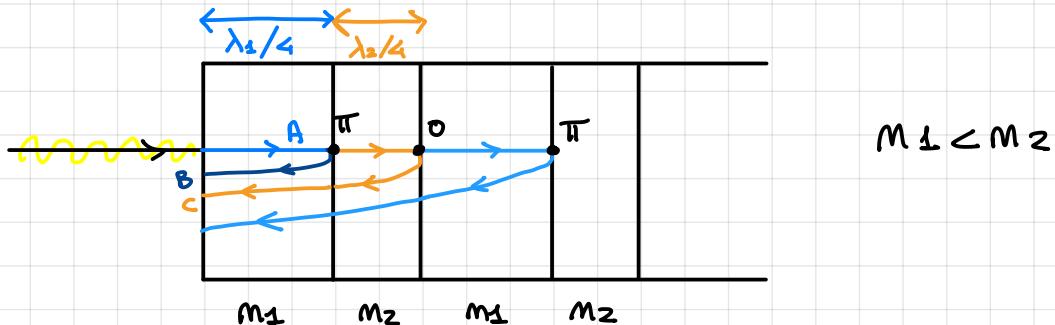
Dunque abbiamo ottenuto le condizioni per minimizzare la riflettanza. Potrei però trovarmi anche nella situazione opposta, in cui ciò che voglio è MASSIMIZZARE LA RIFLETTANZA (SPECCHI).

Gli specchi che si usano sono, in genere, specchi metallici. Il problema dei metalli è che una parte della radiazione penetra nel metallo (**EFFETTO PEEL**), quindi una percentuale viene assorbita e si trasforma in calore. Per radiazioni che trasportano potenze elevate (tipo laser molto potenti), il calore termico sul sottile film metallico diventa importante e lo specchio può essere danneggiato.

Aluminio / Argento / oro

SiO_2 (slice)

Per questo motivo è preferibile massimizzare il segnale riflesso lavorando per interferenza. Per fare questo si utilizzano degli **SPECCHI DIELETTRICI**, specificamente per i LASER, caratterizzati da una elevata monochromaticità \Rightarrow luce incidente con λ fissata, dunque si può lavorare sulle condizioni di interferenza nell'ipotesi in cui la sorgente di radiazione sia monocromatica (o quasi).



Uno **SPECCHIO DIELETTRICO** è una successione multistrato di due materiali il cui spessore viene scelto in modo tale che sia pari a $\lambda/4$. Vediamo la condizione di interferenza tra i raggi: **B** e **C**.

Siccome $m_1 < m_2$, nella riflessione del raggio A si ha uno sfasamento di $\pi \Rightarrow$ il raggio B dunque ha uno sfasamento $\Phi_{BA} = \pi$.

Non vale lo stesso per il raggio C poiché all'interfaccia stiamo passando dal m_2 a m_1 , quindi lo sfasamento è zero.

$$\Phi_{BA} = k_2 \cdot 2d_2 - \pi = \frac{2\pi}{\lambda_2} \cancel{\frac{2}{\lambda_2}} - \pi = 0$$

\downarrow
spessore dello strato con m_2

Dunque i raggi A e B sono in fase tra loro \Rightarrow INTERFERENZA COSTRUTTIVA
La stessa cosa accade per i raggi B e C.

$$\Phi_{CB} = 0$$

\Rightarrow tutte le riflessioni danno vita a raggi con sfasamento nullo.

Se lo specchio dielettrico è ottimizzato per lavorare, ad esempio, a 500 nm, la RIFLETTANZA presenterà un andamento simile a quello mostrato in Figura:



Ho quindi realizzato uno specchio con una riflettanza quasi del 100% che riflette intensità luminosa per effetto interferenziale \Rightarrow sto lavorando sulla fase delle onde riflesse e non sulle ampiezze.

Lo svantaggio è che uno specchio dielettrico ha $R \approx 1$ solo per una particolare lunghezza d'onda per la quale è stato costruito.
NON FUNZIONA CON SORGENTI CONTINUE CON AMPIO SPETTO.

VELOCITA' DI FASE / VELOCITA' DI GRUPPO

La velocità di fase di un'onda sinusoidale è definita come

$$v_F = \omega / k$$

In un materiale, però, normalmente non si propaga un'onda sinusoidale singola ma un pacchetto d'onda, possibilmente più piccolo attorno ad una certa frequenza. Per questo tipo d'onda va definita una **velocità di gruppo** v_g

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Consideriamo un'onda che risulta dalla sovrapposizione di due componenti sinusoidali, come quella mostrata in figura a lato

L'onda risultante sarà:

$$E_x(z, t) = E_0 \cos[(\omega - \delta\omega)t - (k - \delta k)z] + E_0 \cos[(\omega + \delta\omega)t - (k + \delta k)z]$$

Sfruttando le formule di prostaferesi $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$ ottengo

$$E_x(z, t) = 2E_0 \cos(\delta\omega t - \delta k \cdot z) \cos(\omega t - kz)$$

Dunque ottengo un'onda viaggiante lungo z , con frequenza angolare ω , modulata in ampiezza da un'onda avente frequenza angolare $\delta\omega$ e vettore d'onda δk . Il massimo di quest'onda - E_{max} - si muove nella direzione positiva dell'asse \hat{z}

$$E_x(z, t)_{\text{max}} \text{ si ha per } \delta\omega t - \delta k \cdot z = 2m\pi = \text{cost}$$

Da questa relazione posso ricavare la posizione z in funzione del tempo t

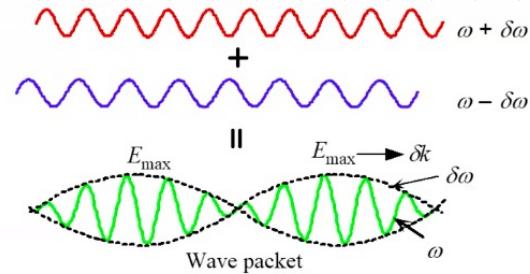
$$\delta k \cdot z = \delta\omega t + 2m\pi$$

$$z(t) = \frac{\delta\omega t - \text{cost}}{\delta k} \Rightarrow v_g = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{d\omega}{dk}$$

Ricordiamo inoltre che

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = v_F \cdot k = \frac{c}{M(\omega)} k = \frac{c}{M(\lambda)} \frac{2\pi}{\lambda}$$

Dunque, sostituendo nella **velocità di gruppo** v_g si ottiene



Two slightly different wavelength waves travelling in the same direction result in a wave packet that has an amplitude variation which travels at the group velocity.

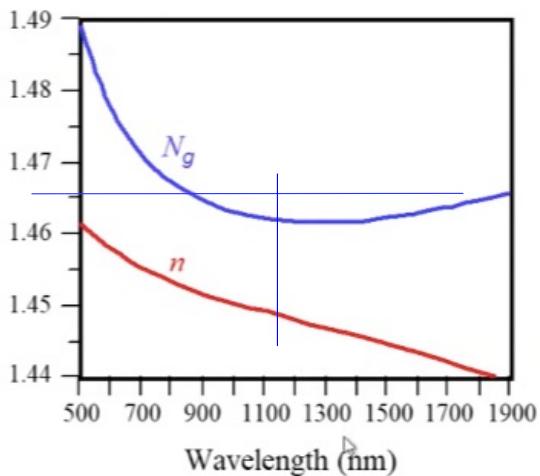
© 1999 S.O. Kasap, *Optoelectronics* (Prentice Hall)

$$\begin{aligned}
 \text{Ng} &= \frac{dw}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk} = \frac{d \left(\frac{c}{m(\lambda)} \frac{2\pi}{\lambda} \right)}{d\lambda} \cdot \frac{d}{dk} \left(\frac{2\pi}{k} \right) = \\
 &= \frac{-2\pi c}{m^2(\lambda) \lambda^2} \left(m + \lambda \frac{dm}{d\lambda} \right) \left(-\frac{2\pi}{k^2} \right) = \frac{\cancel{4\pi^2 c}}{\cancel{m^2(\lambda) \lambda^2}} \left(m + \lambda \frac{dm}{d\lambda} \right) \frac{\cancel{\lambda^2}}{\cancel{4\pi^2}} = \\
 &= \frac{c}{m^2(\lambda)} \left(m + \lambda \frac{dm}{d\lambda} \right) \cdot \frac{\left(m - \lambda \frac{dm}{d\lambda} \right)}{\left(m - \lambda \frac{dm}{d\lambda} \right)} = \\
 &= \frac{c}{m^2(\lambda)} \frac{m^2 - \left(\lambda \frac{dm}{d\lambda} \right)^2}{m - \lambda \frac{dm}{d\lambda}} \approx \frac{c}{m - \lambda \frac{dm}{d\lambda}} \Rightarrow \boxed{\text{Ng} = \frac{c}{N_g}}
 \end{aligned}$$

Ng = indice di rifrazione
di gruppo del mezzo

(tiene conto anche della
dispersione del pacchetto
d'onda nel mezzo)

Ng è diverso dall'indice di rifrazione m per un mezzo



Refractive index n and the group index N_g of pure SiO_2 (silica) glass as a function of wavelength.

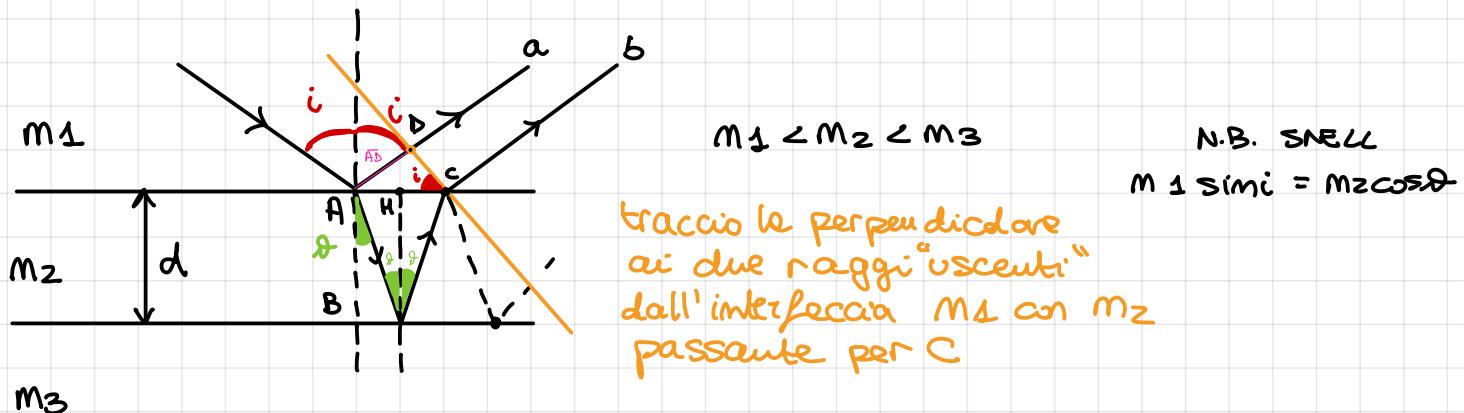
© 1999 S.O. Kasap, *Optoelectronics* (Prentice Hall)

Un esempio è quello della silice, materiale costruttivo delle fibre ottiche, che presenta un Ng con un andamento nettamente differente rispetto ad m . Attorno a 1300 nm Ng presenta un minimo; attorno a quella lunghezza d'onda si può lavorare con la silice poiché il pacchetto d'onda si muove tutto con la stessa velocità \Rightarrow la dispersione si minimizza \Rightarrow il gruppo rimane localizzato nel tempo.

Per questo motivo nelle fibre ottiche si lavora preferibilmente con segnali aventi $\lambda \approx 1,3 \mu\text{m}$

ESPERIENZA DI LABORATORIO: Tecniche puramente ottiche per la misura dello spessore di film sottili

Consideriamo un sistema costituito da 3 materiali con indici di rifrazione differenti. Supponiamo che un raggio incida sulla prima interfaccia con angolo i e dia origine ad un raggio riflesso ed uno rifratto.



I due raggi da C e da D - in base al TAUROCRONISMO DEI PUNTI CONIUGATI, viaggiano paralleli tra loro, dunque il loro cammino ottico sarà sempre uguale. Ciò significa che l'unico eventuale sfasamento tra i due raggi è quello accumulato eventualmente nel tratto \overline{AD} e quello accumulato dal raggio b nell'attraversamento del mezzo 2 facendo il percorso $\overline{AB} + \overline{BC}$.

$$\overline{AD} = AC \operatorname{sen} i = 2AH \operatorname{sen} i = 2d \operatorname{tg} \delta$$

$$2\overline{AB} = \frac{2d}{\cos \delta} = \overline{AB} + \overline{BC} \quad (\text{triangolo isoscele})$$

Nel punto A, siccome $m_2 > m_3$, il raggio a accumula uno sfasamento di π rispetto al raggio incidente.

Allo stesso modo nel punto B il raggio b accumula uno sfasamento di π . Gli sfasamenti dovuti alla riflessione quindi si compensano tra di loro e l'unico sfasamento sarà dovuto alla differenza di cammino ottico \overline{AD} e $2\overline{AB}$.

$$\Phi = 2k_2 \overline{AB} - k_1 \overline{AD} = 2k_2 \frac{d}{\cos \delta} - k_1 2d \operatorname{tg} \delta \operatorname{sen} i =$$

$$= \frac{2d}{\cos \delta} \left(k_2 - k_1 \operatorname{sim} \delta \operatorname{sim} i \right) = \frac{4\pi d}{\cos \delta} \left(\frac{m_2}{\lambda_0} - \frac{m_1 \operatorname{sim} \delta \operatorname{sim} i}{\lambda_0} \right) =$$

$$\frac{2d}{\cos \delta \lambda_0} \left(\frac{2\pi m_2}{\lambda_0} - \frac{2\pi m_1 \operatorname{sim} \delta \operatorname{sim} i}{\lambda_0} \right)$$

$$= \frac{4\pi d}{\cos \delta \lambda_0} \left(m_2 - m_2 \operatorname{sim}^2 \delta \right) = \frac{4\pi d}{\cos \delta \cdot \lambda_0} m_2 \cos^2 \delta$$

Dunque ottengo l'espressione finale per lo sfasamento Φ

$$\Phi = \frac{4\pi d}{\lambda_0} n_2 \cos \theta$$

Lo sfasamento dipende dunque dallo spessore del materiale che compone il film e dal suo indice di rifrazione, e da questi dipende la natura costruttiva o distruttiva dell'interferenza.

Fissati d , n_2 ed n_1 , Φ ha un massimo per:

$$\frac{4\pi n_2 d \cos \theta_{\lambda_0}}{\lambda_0} = 2m\pi$$

Se cambio λ_0 in λ'_0 e vado al massimo successivo

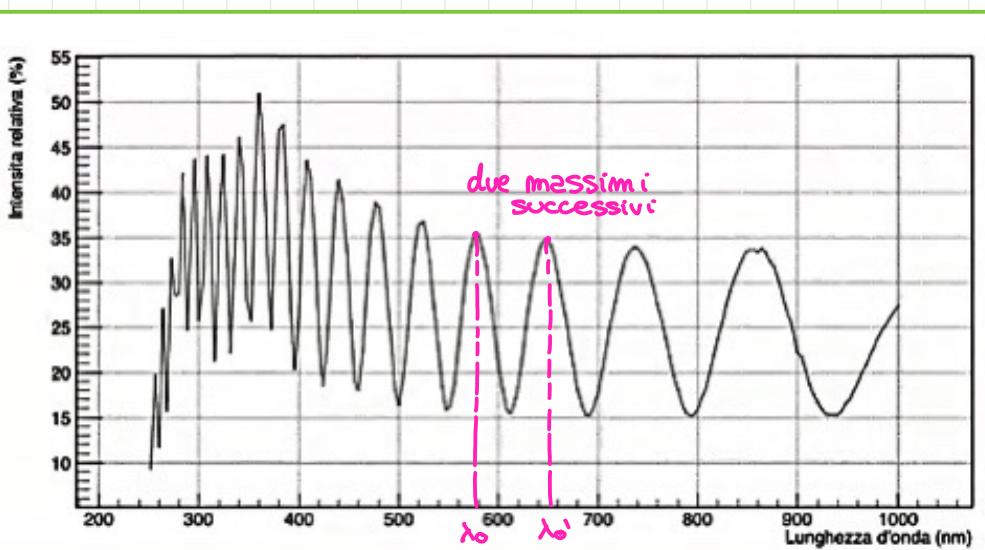
$$\frac{4\pi n_2' d \cos \theta_{\lambda'_0}}{\lambda'_0} = 2(m+1)\pi = 2m\pi + 2\pi$$

$$4\pi d \left(\frac{n_2' \cos \theta_{\lambda'_0}}{\lambda'_0} - \frac{n_2 \cos \theta_{\lambda_0}}{\lambda_0} \right) = 2\pi$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \theta_{\lambda'_0}}{n_2'} - \frac{\cos \theta_{\lambda_0}}{n_2} \right)$$

Analizzando l'intensità luminosa riflessa da questo sistema a 3 mezzi e graficando il segnale della riflettanza in funzione della lunghezza d'onda (a parità di angolo di incidenza e di spessore del film) vedrò l'alternarsi di massimi e minimi di interferenza nello spettro di riflessioni; determinando le lunghezze d'onda per le quali si ottengono due massimi successivi, è possibile trovare lo spessore del film d .

Un tipico **SPESSO IN RIFLESSIONE** è mostrato nella figura in basso, dove si vede l'intensità riflessa da un film di NITRURO DI SILICIO sovrapposto ad un substrato di silicio.



Si vede che sul segnale della luce riflessa (quasi orizzontale) si sovrappongono una serie di massimi e minimi di interferenza dovuti all'interferenza tra i raggi a e b (vedi scheda ma precedente).

Dalla lunghezza d'onda per due massimi successivi si può ricavare una stima per lo spessore d .

Abbiamo ottenuto, dalla precedente trattazione, la relazione

$$d = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \delta \lambda'_2}{\lambda'_2} - \frac{\cos \delta \lambda_2}{\lambda_2} \right)$$

dove λ'_2 e λ_2 sono le lunghezze d'onda per due massimi di Fraunhofer successivi; λ'_2 e λ_2 sono collegate alle lunghezze d'onda nel vetro dalla relazione $\lambda_2 = \lambda_0 / m_2$. I coseni sono legati ai seni degli angoli di rifrazione dalla relazione goniometrica

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta}$$

dove $\left\{ \begin{array}{l} \sin \delta = \frac{m_1}{m_2} \sin \delta_i \\ \text{angolo incidente} \end{array} \right.$

legge di Snell

Con alcune semplici manipolazioni matematiche si può ottenere una diversa espressione per d

$$d = \frac{1}{2} \frac{\lambda_0 \cdot \lambda'_0}{\lambda_0 \sqrt{m_2^2(\lambda'_0) - \sin^2 \delta_i} - \lambda'_0 \sqrt{m_2^2(\lambda_0) - \sin^2 \delta_i}}$$

In assenza di dispersione - cioè supponendo che l'indice di rifrazione NON CAMBI per diverse lunghezze d'onda, allora ottengo

$$d = \frac{1}{2} \frac{\lambda_0 \cdot \lambda'_0}{\sqrt{m_2^2 - \sin^2 \delta_i} (\lambda_0 - \lambda'_0)}$$

Dunque conoscendo lo spettro di riflettanza (vedi immagine pag. precedente), ricavo lo spessore del film.

Eventualmente possono essere considerati anche due picchi non consecutivi, nel qual caso le formule viene modificata in

$$d = \frac{1}{2} \frac{(N-1) \lambda_0 \cdot \lambda'_0}{\sqrt{m_2^2 - \sin^2 \delta_i} (\lambda_0 - \lambda'_0)}$$

dove $N = \text{NUMERO DI PICCHI PRESENTI TRA IL PRIMO PIZZO E IL SECONDO.}$

Considerando un sistema come quello rappresentato in Figura



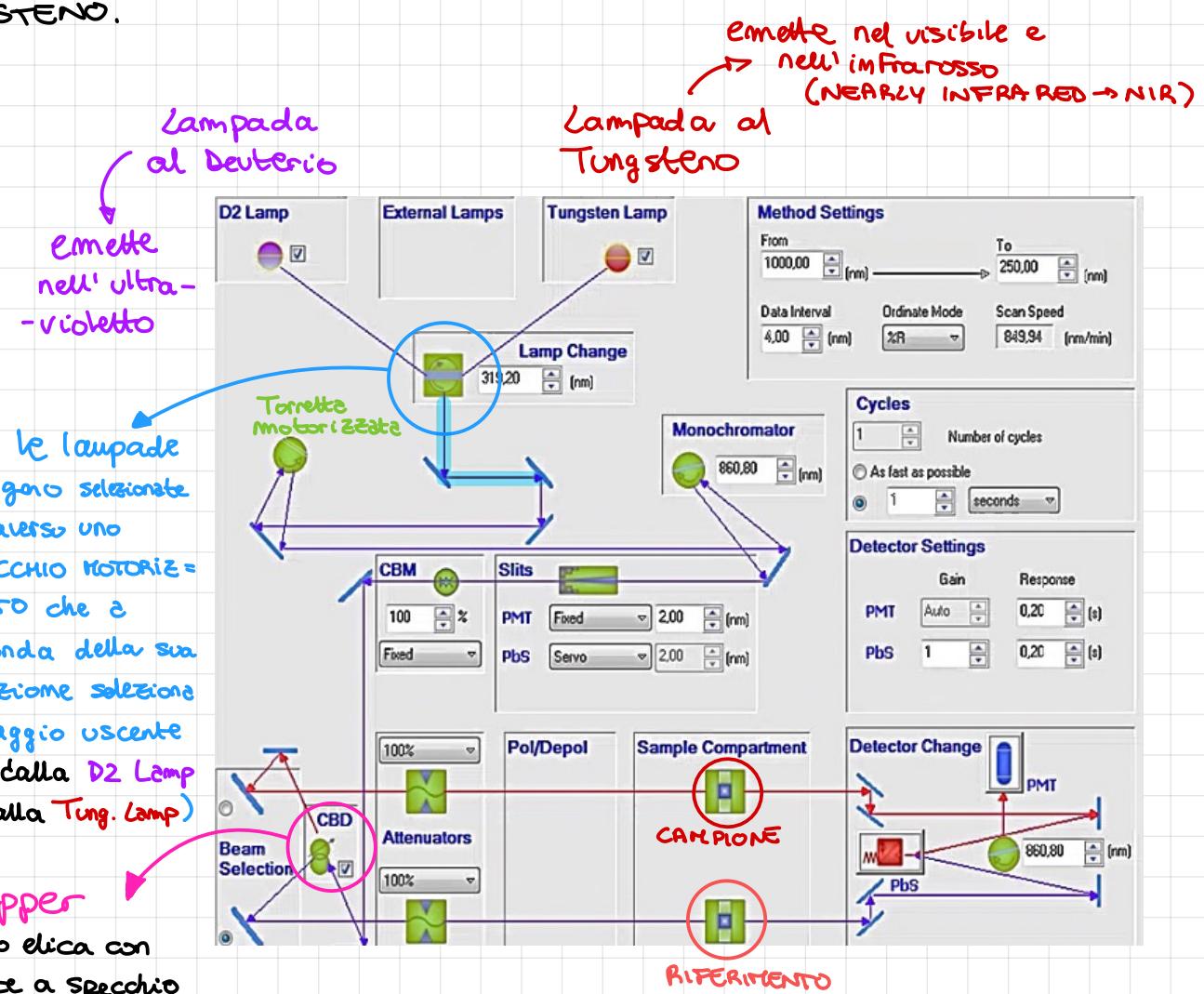
Utilizzando uno strumento (SPETROFOTOMETRO) è possibile risalire allo spettro di $R(\lambda)$ spessore d del film utilizzando una tecnica di NON CONTATTO e NON DISTRUTTIVA, che è l'ideale per queste tipologie di diagnostica.

Lo strumento in questione invia della radiazione a lunghezze d'onda λ variabile in un intervallo $[\lambda_{UV}, \lambda_{IR}]$ (ultravioletto fino ad infrarosso) sul nostro sistema con un angolo di incidenza $i \approx 4^\circ$ - per il nostro particolare strumento). La luce raccolta dallo strumento in riflessione tiene conto dell'interferenza dovuta alle riflessioni multiple e da questa viene ricostruito lo **SPIETRO DI RIFLETTANZA**.

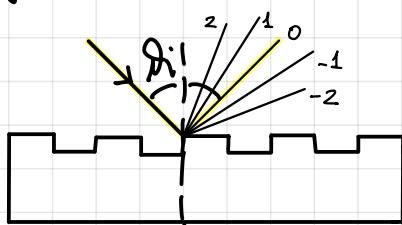
Lo **spettrofotometro** permette di risalire a spettri di riflessione o trasmissione da campioni sia solidi che liquidi.

Nella fattispecie - per l'esperimento di cui ci occuperemo - si usa una lamina sottile ($0,5\text{ mm}$) di silicio, sulla quale viene depositato uno strato sottile di **Nitruro di Silicio Si_3N_4** .

Useremo uno spettrofotometro modello Lambda 900 prodotto dalla Perkin Elmer. Lo strumento è interamente governato da computer e alloggia al suo interno 2 lampade: una al **DEUTERIO** ed una al **TUNGSTENO**.



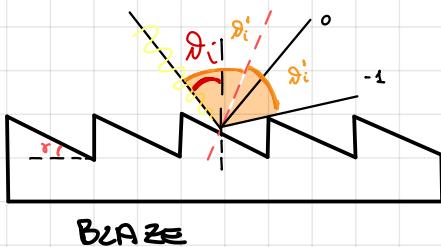
Attraverso una serie di specchi la luce selezionata dallo **SPECCHIO MOTORIZZATO**, viene diretta ad una **Torretta motorizzata** sulla quale sono montati due reticolati di diffrazione per riflessione, cioè dei reticolati costruiti su un substrato tipicamente di vetro con una serie di fessure.



$$P(\sum i + seu_d m) = m \lambda$$

angolo che ci sono dei raggi riflessi
forma con la normale all'interfaccia

In genere questi reticolati hanno dei denti con un profilo "a rampa" in cui le superfici inclinate sono riflettenti.



L'angolo di rifrazione dell'ordine -1 sarà pari all'angolo di incidenza θ_i' del raggio rispetto alla normale alla scanalatura (non all'ordine 0).

$$\theta_i' = \theta_i + \gamma \rightarrow \theta_i' = \underbrace{\theta_m}_{m\text{-esimo ordine}} - \gamma$$

m -esimo ordine

Dunque il gresso dell'intensità incidente viene inviata nell'ordine -1 , migliorando l'efficienza di diffrazione. Si può dunque scegliere γ in modo tale che la riflessione (Snell) che avviene sulle scanalature del reticolo corrisponda ad un certo ordine di diffrazione.

Sulle due torrette rotanti dello spettrofotometro ci sono due reticolati di diffrazione blazed. Sulle torrette un primo reticolo è lavorato per ottimizzare la risposta nel visibile, mentre il secondo reticolo lavora in modo efficiente nell'infrarosso.

Quando la luce polychromatica incide su uno dei reticolati della torretta, ad esempio un reticolo con blaze -1 , all'ordine -1 si troveranno disperse angolarmente tutte le lunghezze d'onda componenti la luce polichromatica incidente. Questo stesso fenomeno si ripete sulla seconda torretta. A seguito della seconda dispersione, sul cammino della luce viene posta una fenditura (slits) che seleziona un certo intervallo di lunghezze d'onda $[\lambda, \lambda + \delta\lambda]$; il grado di monochromaticità della luce uscente dalla fenditura dipende dalla sua larghezza.

\uparrow larghezza Slits \Rightarrow \uparrow Intensità luminosa
 \downarrow monocromaticità

\downarrow larghezza Slits \Rightarrow \downarrow Intensità luminosa
 \uparrow monocromaticità

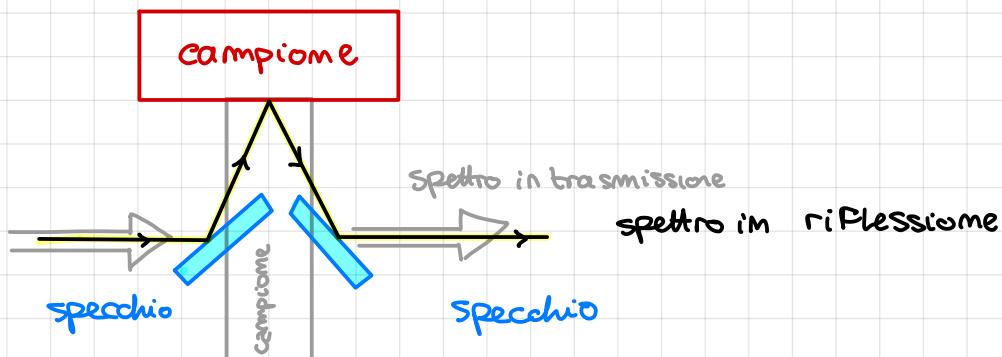
Nel nostro strumento tipicamente $\delta\lambda \approx 2 \text{ nm}$.

La radiazione luminosa uscente dalla fenditura con un elevato grado di monocromaticità raggiunge uno specchio che la invia verso il Campione. Il segnale viene trasmesso ad un Fotomoltiplicatore (se siamo nel visibile) oppure ad un rivelatore ad infrarosso, che è una cella al solfuro di piombo.

Grazie ad un chopper una parte della luce, invece che essere inviata sul campione da misurare, viene direzionata verso un campione di riferimento che a sua volta trasmette parte della luce inviandola verso il Fotomoltiplicatore o il rivelatore a infrarossi.

I rivelatori trasformano, infine, la radiazione incidente in un segnale in tensione (o in corrente). Variando la lunghezza d'onda incidente sul campione, otengo segnali diversi, che vengono poi convertiti nello spettro di trasmittanza del campione.

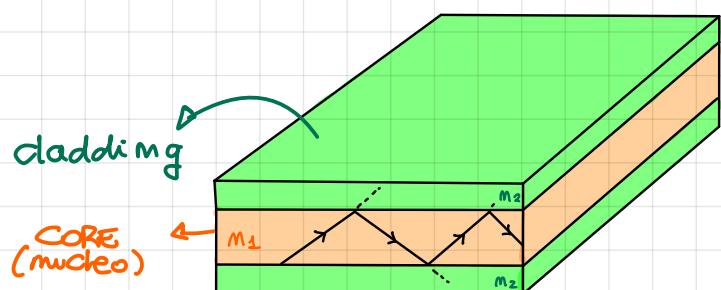
Inserendo due specchi in una opportuna posizione nei pressi del campione
e' possibile studiare lo spettro di riflettanza.



Lo spettro che si ottiene per il campione - che sia in riflessione o in
assorbimento e' RECATIVO al campione di riferimento posto nello
spettrofotometro

GUIDE D'ONDA DIELETTRICHE

Una guida d'onda dielettrica è una struttura a strati aventi indici di rifrazione differenti che permette la propagazione di radiazione al suo interno.



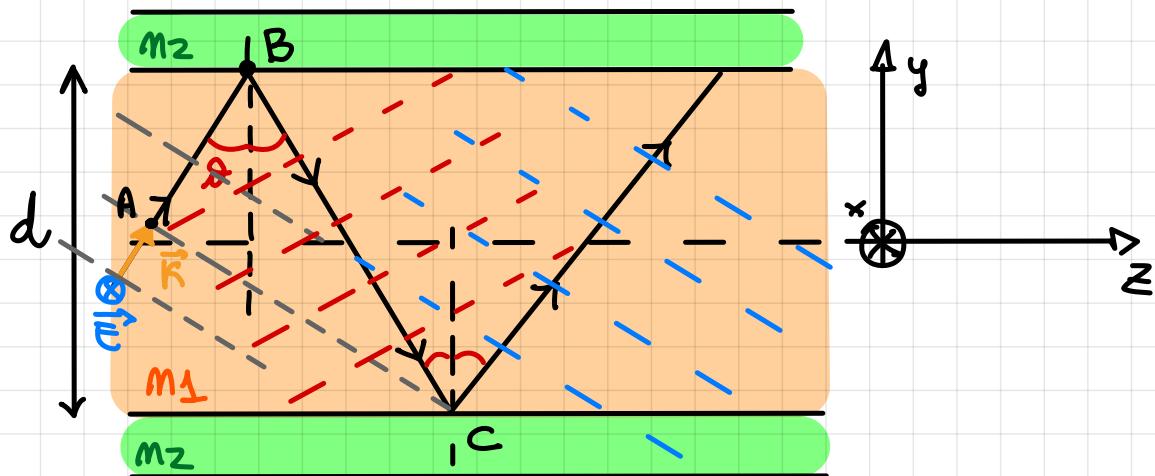
$$m_1 > m_2$$

$$\theta > \theta_c \Rightarrow \text{RIFLESSIONE TOTALE}$$

$$\sin \theta_c = \frac{m_2}{m_1}$$

Se l'angolo di incidenza θ è maggiore di un angolo critico θ_c , si ha riflessione totale all'interno del mezzo, con perdite accettabili dovute alla trasmissione.

È possibile, avendo una luce in ingresso su una faccia laterale di questa struttura, raccogliere della luce in uscita avendo intensità confrontabile con quella in ingresso. Questo avviene quando la radiazione si propaga nella struttura in RIFLESSIONE TOTALE INTERNA (TIR). Affinché ciò accada, una condizione NECESSARIA ma NON SUFFICIENTE è che $\theta > \theta_c$; non tutti gli angoli che rispettano questa condizione sono accettabili, come vedremo.



$$\theta > \theta_c \Rightarrow \text{R.F. Interna Totale}$$

$$\vec{K} = \beta \hat{x} + K_y \hat{y}$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \cos 2\theta$$

$$\theta = \text{angolo di incidenza/riflessione}$$

La radiazione che si propaga attraverso questa guida è un'onda elettromagnetica data da campo elettrico e magnetico. In particolare si può considerare \vec{E} orientato come l'asse \hat{x} .

Consideriamo i fronti d'onda di questa radiazione, che rappresentano il luogo dei punti aventi la stessa fase. Due fronti d'onda consecutivi sono spazialmente separati da una distanza λ . Il fronte d'onda in A passa anche per il punto C, dove avviene la seconda riflessione, dunque il campo elettrico in A ed in C sono uguali poiché i due punti appartengono allo stesso fronte d'onda.

Quando l'onda arriva in B, subisce una riflessione che darà luogo a dei fronti d'onda riflessi: piani e paralleli e quelli iniziali. Questi verranno a loro volta riflessi nel punto C, da cui escono fronti d'onda paralleli a quelli iniziali. Da C in poi i fronti dell'onda iniziale interferiranno con quelli provenienti dalla seconda riflessione in C. Lo sfasamento esistente tra il raggio passante per A e quello che si origina in C è dovuto alla differenza di cammino ottico \bar{AB} e \bar{BC} ed al possibile sfasamento dovuto alla riflessione in B e in C.

Lo sfasamento totale sarà dato da:

$$K_1 (\bar{AB} + \bar{BC}) - 2\varphi_R = \Phi$$

sfasamento in riflessione

Affinché le due onde interferiscano in maniera costruttiva e non distruttiva, deve verificarsi che

$$\Phi = K_1 (\bar{AB} + \bar{BC}) - 2\varphi_R = 2m\pi$$

Questo garantisce che l'onda all'interno della guida si autosostenga e non si autostrucca a causa dell'interferenza.

$$\Phi = K_1 (\bar{BC} \cos 2\delta + \bar{BC}) - 2\varphi_R = 2m\pi \quad m = \text{numero intero}$$

$$K_1 \bar{BC} (\cos 2\delta + 1) - 2\varphi_R = 2m\pi$$

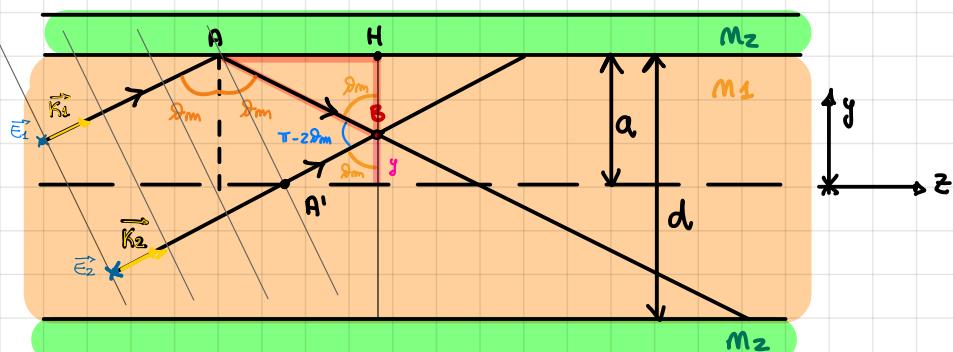
$$K_1 \frac{d}{\cos \delta} [2 \cos^2 \delta - 1 + 1] - 2\varphi_R = 2m\pi$$

$$2d K_1 \cos \delta - 2\varphi_R = 2m\pi$$

K₁d cos δ - φ_R = mπ

CONDIZIONE DI GUIDA D'ONDA

Dunque gli angoli di incidenza devono soddisfare questa condizione e sono, di conseguenza, quantizzati (possono assumere solo alcuni valori discreti). Questa condizione influenza sui modi di propagazione della radiazione nella guida.



Con un ragionamento simile al precedente, calcoliamo la condizione di interferenza in B tra il raggio riflesso in A e quello iniziale.

$$a = d/2$$

Il possibile sfasamento tra onda incidente ed onda riflessa è da attribuirsi allo sfasamento subito in B a causa della riflessione del raggio incidente ed al segmento $\overline{A'B}$ di cui differiscono i cammini del raggio passante per A e quello passante per A'.

$$\Phi = (k_1 \overline{AB} - \varphi_m) - k_1 \overline{A'B} = k_1 (\overline{AB} - \overline{A'B}) - \varphi_m =$$

$$k_1 [\overline{AB} - \cos(\pi - 2\theta_m)] - \varphi_m$$

\hookrightarrow ipotenusa del triangolo $A'BH \Rightarrow \overline{AB} = \frac{a-y}{\cos \theta_m}$

Dunque lo sfasamento vale

$$k_1 \frac{(a-y)}{\cos \theta_m} [1 + \cos 2\theta_m] - \varphi_m = k_1 \frac{(a-y)}{\cos \theta_m} 2 \cos^2 \theta_m - \varphi_m$$

$$k_1 2(a-y) \cos \theta_m - \varphi_m = \Phi'$$

lungo la y nella guida d'onda avrò una variazione dello sfasamento - e dunque dell'interferenza. Dalla condizione di guida d'onda ricavo θ_m

$$\cos \theta_m = \frac{m\pi + \varphi_m}{k_1 d} \Rightarrow \text{sostituisco nello sfasamento } \Phi_m$$

$$\Phi_m = \cancel{k_1} 2(a-y) \frac{(m\pi + \varphi_m)}{\cancel{k_1} d} - \varphi_m =$$

$$\Phi_m = \frac{(2a-2y)}{d} (m\pi + \varphi_m) - \varphi_m = \left[1 - \frac{2y}{d} \right] (m\pi + \varphi_m) - \varphi_m$$

$$\Phi_m = m\pi - \frac{2y}{d} (m\pi + \varphi_m) + \varphi_m - \varphi_m$$

$$\boxed{\Phi_m = m\pi - \frac{y}{a} (m\pi + \varphi_m)}$$

Da questa condizione si possono ricavare le condizioni di interferenza tra i campi \vec{E}_1 ed \vec{E}_2 e poi sulle modalità di propagazione dell'onda nella guida.

$$E_1(y, z, t) = E_0 \cos(\omega t - \beta_m z + k_m y + \Phi_m)$$

$$E_2(y, z, t) = E_0 \cos(\omega t - \beta_m z - k_m y)$$

$$E_{\text{TOT}}(y, z, t) = E_1(y, z, t) + E_2(y, z, t) = E_0 [\cos A + \cos B]$$

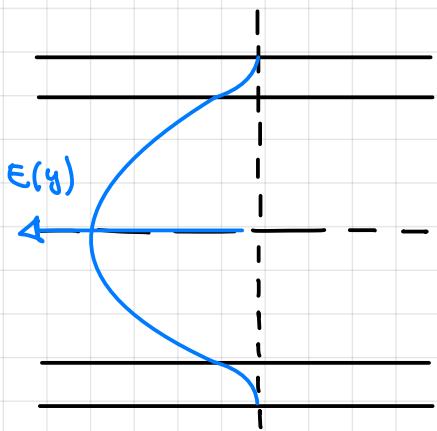
$$(\cos A + \cos B) = \frac{2 \cos \frac{(A+B)}{2} \cos \frac{(A-B)}{2}}{2}$$

Formule di Prostaferesi:

$$E_{\text{TOT}}(y, z, t) = 2E_0 \cos \left[k_m y + \frac{1}{2} \Phi_m \right] \cos \left[\omega t - \beta_m z + \frac{1}{2} \Phi_m \right]$$

Dunque il campo totale all'interno della guida d'onda c'è un campo che si propaga lungo la direzione delle z positive, con vettore d'onda $\beta_m = k_1 \sin \theta_m$ ed è modulato in ampiezza lungo y dal termine $\cos(k_m y + \frac{1}{2} \Phi_m)$. Il profilo dell'onda è determinato da k_m e Φ_m , dunque dal modo di propagazione dell'onda nella guida.

Si puó mostrare che per l'ordine (il modo) $m=0$ si ottiene un campo che si propaga lungo z e che in y ha un profilo particolare con un massimo centrale ed una curva a campana (NON c'è UNA GAUSSIANA).



Ricordando la condizione di guida d'onda

$$k_1 d \cos \theta_m - \varphi_m = m \pi$$

$$\text{Se } m=0 \Rightarrow k_1 d \cos \theta_0 = \varphi_0 \\ \cos \theta_0 = \varphi_0 / k_1 d$$

Ad angoli: $\theta > \theta_c$, lo sfasamento $\varphi \approx \pi$ perciò

$$\cos \theta_0 = \frac{\varphi_0}{2a} \approx \frac{\pi \lambda_1}{2a 2\pi} \approx \frac{\lambda_1}{4a}$$

valori tipici sono

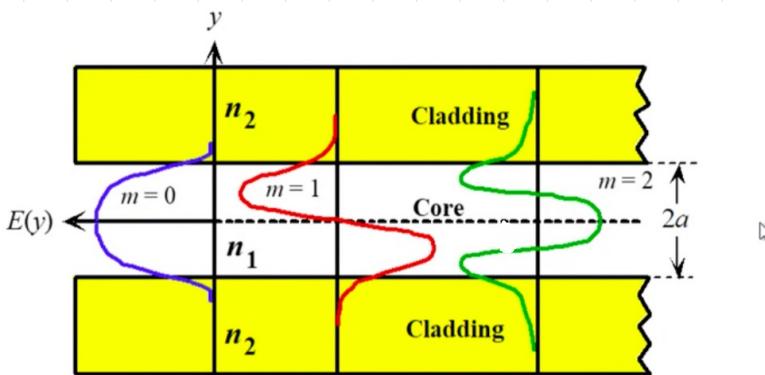
$$\cos \theta_0 \approx \frac{1 \text{ mm}}{100 \mu\text{m}} \approx 0,01 \Rightarrow \theta_0 \approx 90^\circ$$

Dunque lo sfasamento totale Φ_m varia, per $m=0$

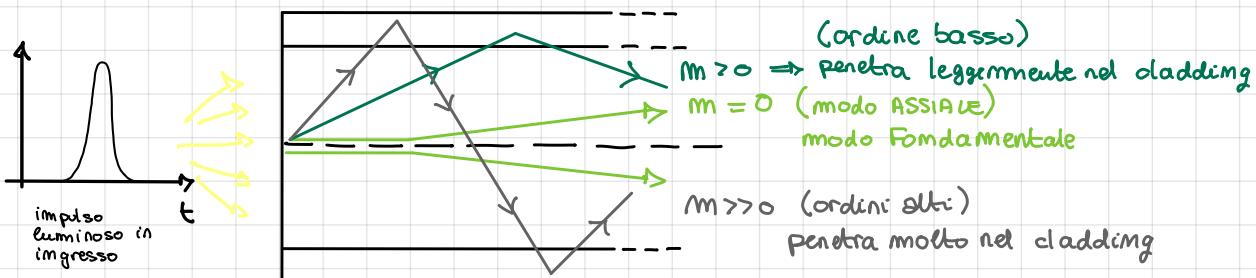
$$\Phi_m = m \pi - \frac{y}{a} (m \pi + \varphi_m) \Rightarrow \Phi_0 = - \frac{y}{a} \varphi_m \approx - \frac{y}{a} \frac{\pi}{2}$$

Quindi l'ampiezza del campo E_{TOT} va come

$$\cos \left(k_0 \cdot y - \frac{y}{a} \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \text{max per } y=0 \Rightarrow \text{massimo centrale}$$



The electric field patterns of the first three modes ($m = 0, 1, 2$) traveling wave along the guide. Notice different extents of field penetration into the cladding.



I modi di ordine superiore al fondamentale presentano un maggiore e subiscono maggiori perdite rispetto all'ordine $m=0$ nelle numerose riflessioni che subiscono. In più il loro cammino ottico è più lungo ma hanno una velocità di fase diversa dal modo assiale.

modo assiale ($m=0$) \Rightarrow tutto nel CORE $\Rightarrow \Delta f_0 = c/m_1$

modi successivi \Rightarrow sono accoppiati con il CLADDING $\Rightarrow \Delta f = c/m_2$

Se $m_1 > m_2 \Rightarrow \Delta f_0 < \Delta f$. Il risultato di tutto ciò è che l'impulso che raccoglie in uscita dalla guida d'onda sarà "allargato" rispetto a quello in ingresso (DISPERSIONE TEMPORALE)



Su grandi distanze questo effetto diviene significativo, per questo si preferisce utilizzare guide d'onda a singolo modo, per le quali l'unico modo di propagazione è quello fondamentale. Una condizione affinche la guida d'onda sia a singolo modo può essere ottenuta come segue

$$\delta_m \geq \delta_c \Rightarrow \cos \delta_m \leq \cos \delta_c = \sqrt{1 - m_2^2 / m_1^2} = \frac{1}{m_1} \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

$$\cos \delta_m = \frac{m_1 \pi + \varphi_m}{k_1 2a} \leq \frac{1}{m_1} \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

Risolvendo per m ed ottengo

$$m \leq \frac{\frac{k_1 2a}{m_1} \sqrt{m_1^2 - m_2^2} - \varphi_m}{\pi} = \frac{\frac{2\pi m_1}{\lambda_0 m_1} 2a \sqrt{m_1^2 - m_2^2} - \varphi_m}{\pi}$$

Definisco V le quantità

$$V = k_1 a \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

detta V parameter o spessore normalizzato.

Di conseguenza la condizione su m può essere scritta come

$$m \leq \frac{2V - \varphi_m}{\pi}$$

Se si vuole una guida d'onda a singolo modo, allora

$$\frac{2V - \varphi_m}{\pi} \approx 0$$

Ricordiamo che $\varphi_m \approx \pi$ per $m=0$ e $\delta m \approx \pi/2$, dunque

$$\frac{2V - \pi}{\pi} \approx 0 \Rightarrow V \approx \frac{\pi}{2}$$

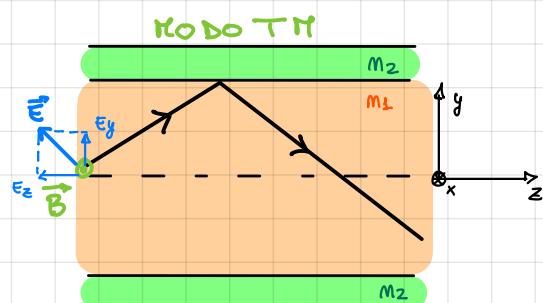
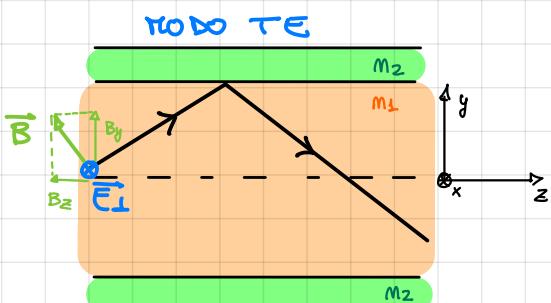
condizione per una
GUIDA D'ONDA A SINGOLO MODO

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \approx \sqrt{m_1^2 - m_2^2} \approx \frac{\pi}{2}$$

Fissati i parametri costruttivi della guida d'onda, esiste una lunghezza d'onda, al di sopra della quale si può propagare solo il modo $m=0$. Tale lunghezza d'onda è detta **lunghezza d'onda di cut-off**.

Guide d'onda aventi $V > \pi/2$ permettono più modi di propagazione al loro interno, e quindi sono dette **GUIDE MULTIMODO** o **Multimodali**.

Nella trattazione qui effettuata si è considerata una radiazione all'interno della guida che avesse campo elettrico ortogonale al piano della pagina e campo magnetico avente componenti in z ed y . In questo caso si parla di **modo TE** (Transversal Electric). Diversa è la situazione in cui \vec{B} sia ortogonale al piano di incidenza ed \vec{E} sia in esso contenuto \Rightarrow **modo TM**.



La teoria per il modo TM non differisce molto da quella per il modo TE poiché siamo in condizioni in cui $m_1 - m_2 \ll 1$; in genere, infatti, $\Delta m = m_1 - m_2 \approx 0,01$. Questo significa che il rapporto M_2/M_1 è di poco minore di 1.

$\sin \delta_C = \frac{M_2}{M_1} \approx 1 \Rightarrow \delta_C$ è un angolo grande, quasi prossimo ai 90° .

In queste condizioni, i coefficienti ϵ_{\parallel} ed ϵ_{\perp} , che regolano il comportamento dei campi elettrici e magnetici, sono pressoché uguali, dunque la teoria per i modi TM non si discosta molto da quella per i TE. Una particolarità dei modi TM che vale la pena sottolineare è che esiste un'onda e.m. che si propaga all'interno della guida d'onda che non è più trasversale perché il campo E ha anche una componente in z .

Riepilogo

I modi di propagazione della radiazione all'interno di una guida d'onda sono caratterizzati da

β_m = vettore d'onda di propagazione lungo z

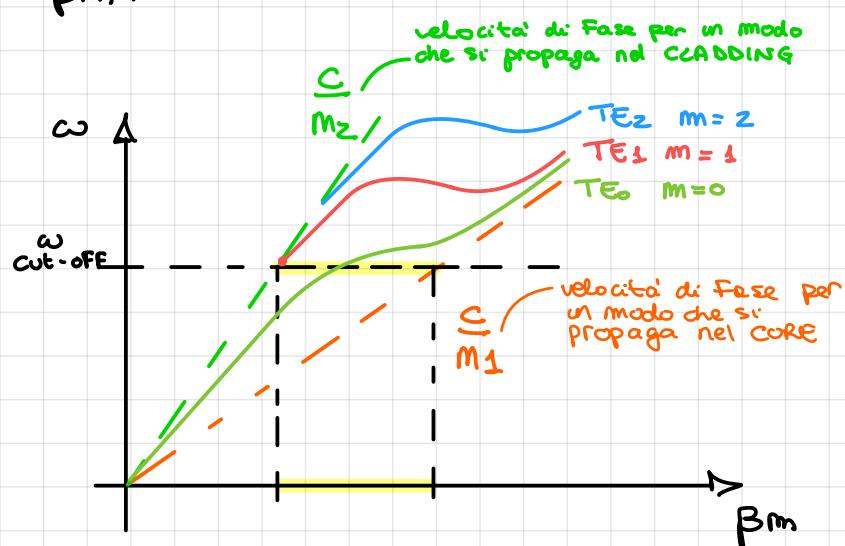
θ_m = angolo di incidenza sull'interfaccia CORE-CLADDING

$$\beta_m = k_z \text{ sen } \theta_m$$

θ_m è a sua volta funzione della pulsazione $\omega \Rightarrow \theta_m(\omega) \Rightarrow \beta_m(\omega)$

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_m} \quad \text{VELOCITÀ DI GRUPPO} \quad V_F = \frac{\omega}{\beta_m} \quad \text{VELOCITÀ DI FASE}$$

Dunque al variare della ω (o della lunghezza d'onda) della radiazione, all'onda che si propaga viene associata una VELOCITÀ DI GRUPPO V_g . Si può ottenere una CURVA DI DISPERSIONE graficando ω in funzione di β_m .



Fissata una certa frequenza ω , il β_m può assumere soltanto valori compresi in un dato intervallo

I vari modi avranno velocità di gruppo, il che causa DISPERSIONE
 \Rightarrow DISPERSIONE INTERNALE

Dunque l'area compresa tra le due rette identifica i valori permessi per ω al variare di β_m .

Per $m=0$ la relazione di dispersione ha un andamento come quello mostrato in grafico; siccome $V_g = \partial \omega / \partial \beta_m$ si vede che anche nel modo fondamentale TE_0 , V_g cambia.

Al di sotto di ω cut-off, l'unico modo che si può propagare è quello fondamentale $m=0$.

Il fenomeno della **DISPERSONE INTERMODALE** è alla base dell'allargamento di un impulso immesso all'interno della guida d'onda. Fissate una certa lunghezza d'onda della radiazione in ingresso, si avrà

$$\bar{v}_{g \text{ max}} \approx \frac{c}{m_2}$$

$$\bar{v}_{g \text{ min}} \approx \frac{c}{m_1}$$

Dunque per una guida d'onda di lunghezza L , in uscita si sarà accumulato un ritardo

$$\Delta\tau = \underbrace{\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}}_{\substack{\text{tempo impiegato} \\ \text{dal modo con la} \\ \bar{v}_g \text{ minima}}} = \frac{L}{\bar{v}_{g \text{ min}}} - \frac{L}{\bar{v}_{g \text{ max}}} \approx L \frac{(m_1 - m_2)}{c}$$

Supponendo $(m_1 - m_2) = 0,01$ ed una lunghezza della guida $L = 1 \text{ km}$ il ritardo sarà

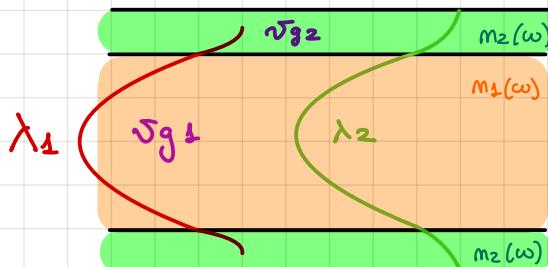
$$\Delta\tau \approx \frac{10^3 \text{ m} \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{1}{3} 10^{-4} \text{ s} \approx 30 \text{ ns}$$

Esiste un secondo fenomeno di dispersione, la **DISPERSONE INTRAMODALE**, cioè riferita ad uno stesso modo; questa è dovuta al fatto che gli indici di rifrazione m_1 ed m_2 sono funzione della frequenza ω (o della lunghezza d'onda), dunque per una radiazione non perfettamente monocromatica si osserverà dispersione temporale.

$$\lambda_0 \pm \Delta\lambda$$

↓

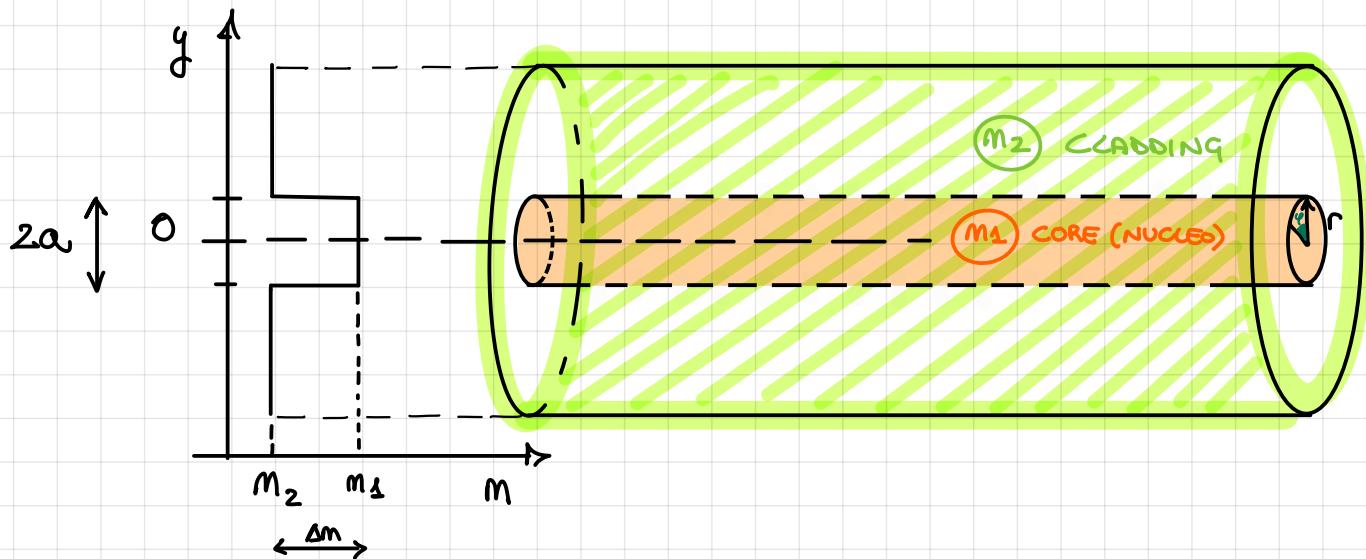
radiazione non esattamente MONOCROMATICA



λ_2 penetra di più nel mezzo m_2 e dunque il bilancio tra \bar{v}_{g1} e \bar{v}_{g2} sarà diverso da quello per λ_1

FIBRE OTTICHE

Il ragionamento fatto fin qui per guida d'onda "a scudello", si applica in maniera simile anche ad altre simmetrie, ad esempio alla simmetria cilindrica da cui sono caratterizzate le **FIBRE OTTICHE**.

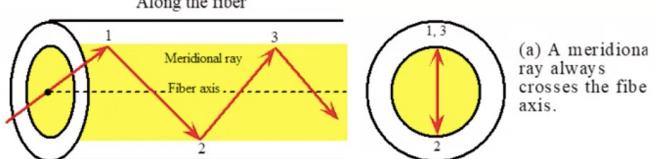


Le fibre ottiche per le quali l'indice di rifrazione presenta un andamento di questo tipo sono dette **FIBRE STEP-INDEX**. Per queste fibre $\Delta n \approx 0,01$, il diametro esterno è dell'ordine di una frazione di millimetro (fino a decine di mm) mentre il core ha un diametro tra $10\text{ }\mu\text{m}$ e $100\text{ }\mu\text{m}$. \Rightarrow Il risultato è una fibra sottile quanto un filo di Nylon, spesso ricoperta da un polimero che fornisca la protezione meccanica.

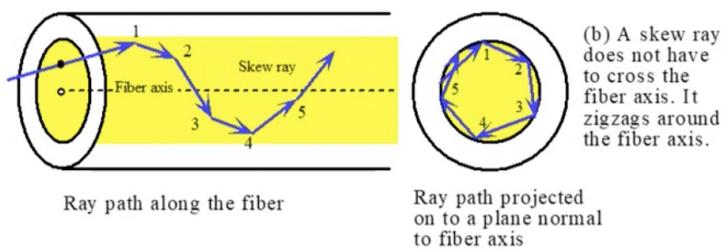
Le modalità di trasmissione e le condizioni saranno diverse da quelle trovate per una guida d'onda a parallele pipedo, come quella vista prima.

Analizzando i modi di propagazione, si possono identificare due principi: "raggi"

- Raggi meridionali (Modi TE e TM) \rightarrow viaggiano su un piano fisso su un diametro della fibra



- Raggi Skew \rightarrow Entrano indinati e descrivono una traiettoria elicoidale all'interno della fibra ottica. Si hanno dei modi (BR, DI, HE ed HM (Hybrid))

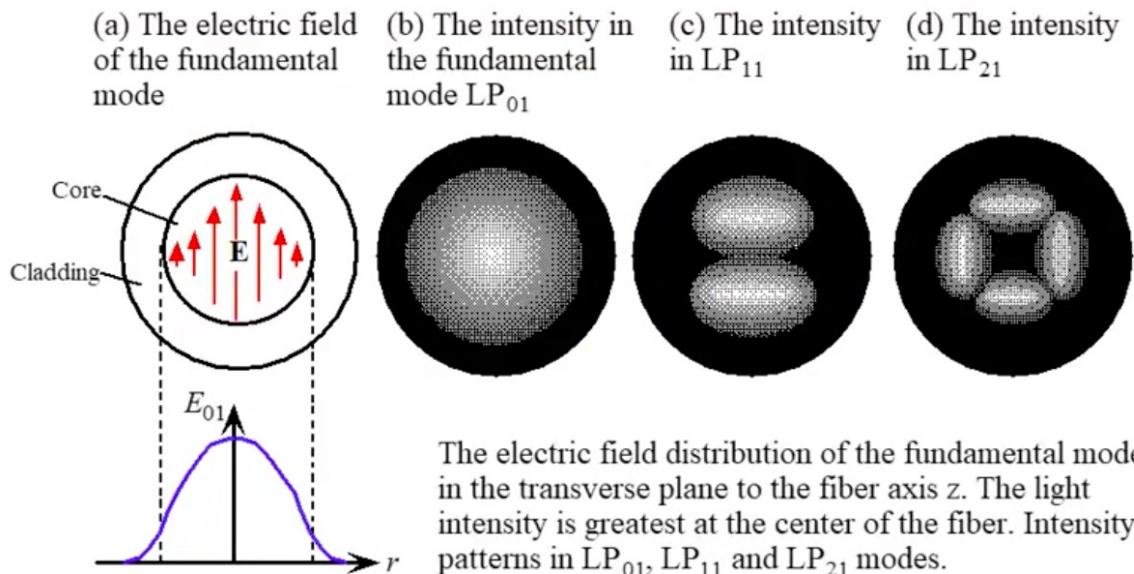


Nel caso in cui $\Delta n = n_1 - n_2 \ll 1$ (**weak-guiding fiber**) possiamo dire che i modi sono delle onde piane e dunque possiamo definire uno stato di polarizzazione per i vari modi \Rightarrow **modi LP** (Linear Polarized)

$$E_{LP} = E_{lm}(r, \varphi) \cos(\omega t - \beta_{lm}^2)$$

l = la metà del numero di massimi che si incontrano lungo la circonferenza (dunque in φ)

m = numero di massimi lungo il raggio.



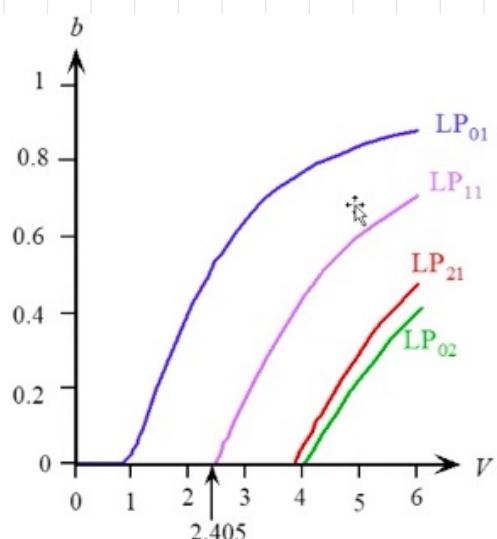
© 1999 S.O. Kasap, *Optoelectronics* (Prentice Hall)

Per i modi che si propagano nella fibra ottica posso definire il **V-number** (quello che nella trattazione precedente era il V-parameter); il valore di cut-off è quello per cui si propaga 1 solo modo nella guida

$$V_{\text{cut-off}} = 2.405$$

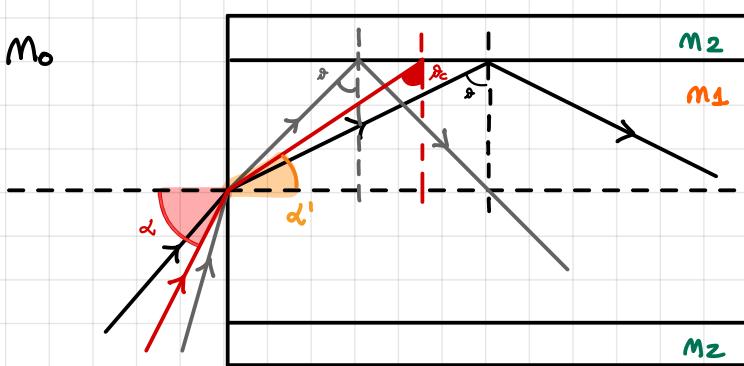
Si può definire un parametro b legato a V , definito come

$$b = \frac{(\beta/R)^2 - M_2^2}{M_1^2 - M_2^2}$$



Normalized propagation constant b vs. V -number for a step index fiber for various LP modes.

APERTURA NUMERICA DI UNA FIBRA OTTICA



Esiste un angolo di inclinazione della radiazione in ingresso rispetto all'asse ottico della guida tale per cui l'angolo di incidenza dentro la guida sia l'**angolo critico δ_c** .

Indichiamo con α l'angolo formato dalla radiazione in ingresso con l'asse ottico della guida per il quale l'angolo di incidenza risulta essere pari all'angolo critico δ_c . Per angoli minori di α , la radiazione inciderà con $\delta_i > \delta_c \Rightarrow$ riflessione interna totale \Rightarrow la radiazione si propagherà comunque nella guida; per angoli maggiori di α , invece, il raggio verrà solo parzialmente riflesso e dopo alcune riflessioni si otterranno molto \Rightarrow perdita di informazione.

Dunque l'angolo α individua un **angolo di accettazione dei raggi** in ingresso che possono accoppiarsi con la Fibra. [α potrebbe anche essere chiamato **SEMIANGOLI DI ACCETTAZIONE** poiché esiste un angolo analogo anche "sopra" all'asse ottico].

Vogliamo ora dare una stima dell'angolo α ; per farlo partiamo dalla Legge di Snell

$$M_0 \sin \alpha = M_1 \sin \delta_i = M_1 \cos \delta_c = M_1 \sqrt{1 - \sin^2 \delta_c} = M_1 \sqrt{1 - \frac{M_2^2}{M_1^2}}$$

in TIR $\sin \delta_c = \frac{M_2}{M_1}$

$$\sin \alpha = \frac{1}{M_0} \sqrt{M_1^2 - M_2^2} = \frac{N_A}{M_0}$$

Apertura Numerica
NA

Dunque possiamo determinare l'**angolo di accettazione 2α** come

$$2\alpha = 2 \arcsen \left(\frac{N_A}{M_0} \right) \underset{\substack{\text{se il mezzo esterno} \\ \text{è l'ARIA } M_0 \approx 1}}{\approx} 2 \arcsen (N_A)$$

2α può essere collegato al V-number della Fibra ottica

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{M_1^2 - M_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} N_A$$

$$V_{\text{cut-off}} = 2,405$$

PER $V < 2,405$ si propaga solo il modo **FONDAMENTALE**

Essendo il V-number limitato, lo sarà anche l'angolo di accettazione. Per il modo fondamentale ci sarà un angolo molto piccolo. Questo penalizza l'accoppiamento tra la Fibra ottica e l'intensità ottica della radiazione in ingresso.

Consideriamo, come esempio, un caso particolare di una Fibra aente

$$\begin{array}{ll} \text{DIAMETRO CORE} & 2a = 500 \mu\text{m} \\ \text{CORE} & n_1 = 1,480 \\ \text{CLADDING} & n_2 = 1,460 \end{array} \quad \text{Se } \lambda_0 = 850 \text{ nm (INFRAROSSO)}$$

CALCOLIAMO NA

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,24$$

se il mezzo di ingresso è l'aria $\Rightarrow n_0 = 1$

$$\sin \alpha = 0,24 \Rightarrow \alpha \approx 14^\circ \Rightarrow 2\alpha \approx 28^\circ$$

$$V\text{-number} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} NA = \frac{2\pi \cdot 500 \mu\text{m} \cdot 0,24}{0,850 \mu\text{m}} \approx 89$$

V-number $\gg V_{\text{cut-off}} = 2,405 \Rightarrow$ si propagano molti modi

Esiste una relazione empirica per calcolare quanti modi si propagano in una guida conoscendo il suo V-number

$$M \approx \frac{V^2}{2} \Rightarrow \text{nel nostro esercizio quindi:} \\ M \approx 4000$$

Facciamo ora un esempio di FIBRA OTTICA MONOTORALE. In questo caso tipicamente il core ha un diametro molto più piccolo del precedente.

$$\begin{array}{ll} \text{DIAMETRO CORE} & 2a = 8 \mu\text{m} \\ \text{CORE} & n_1 = 1,46 \\ \Delta n = \frac{n_1 - n_2}{n_1} & = 0,3 \% \end{array}$$

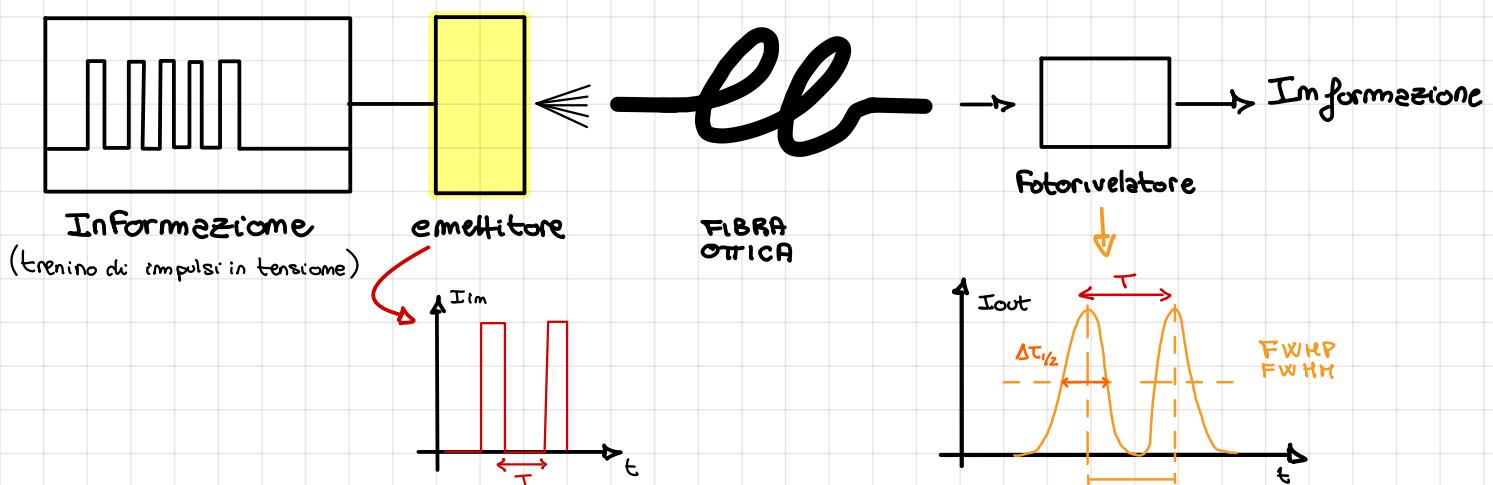
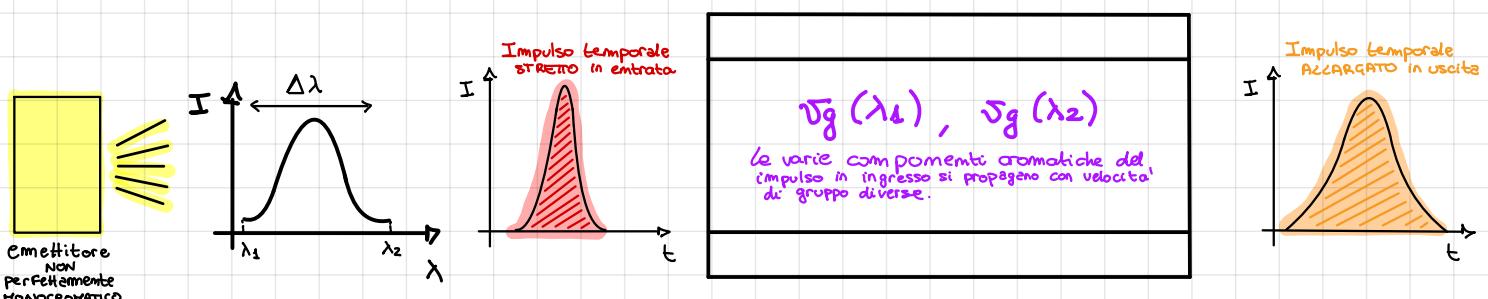
$$\begin{array}{ll} NA ? & NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)} = \sqrt{(n_1 + n_2)\Delta n} \\ 2\alpha ? & \\ NA = 0,113 & (n_0 = 1, ARIA) \end{array}$$

$$\sin \alpha = 0,113 \Rightarrow \alpha = 6,5^\circ \\ 2\alpha \approx 13^\circ$$

$$V_{\text{cut-off}} = 2,405 = \frac{2\pi a NA}{\lambda_{\text{cut-off}}} \Rightarrow \lambda_{\text{cut-off}} = \frac{2\pi a NA}{V_{\text{cut-off}}} \approx 1,18 \mu\text{m}$$

Quindi per lunghezze d'onda superiori a $\lambda_{\text{cut-off}} = 1,38 \mu\text{m}$, cioè nella regione IR, nella guida si propaga in solo modo; se $\lambda < \lambda_{\text{cut-off}}$ la fibra diventa multimodale.

Nelle fibre ottiche quindi si verificano fenomeni di **dispersione** essenzialmente causati dal **materiale** (l'indice di gruppo può cambiare per varie lunghezze d'onda) e dall'**effetto di guida d'onda**, dovuto al fatto che il V-number è proporzionale a $1/\lambda_0$, dunque data la NON perfetta monocromaticità dell'impulso in ingresso, esisterà un V per ciascuna componente cromatica in ingresso e i modi che si propagano nella fibra ottica avranno velocità di gruppo diversi.



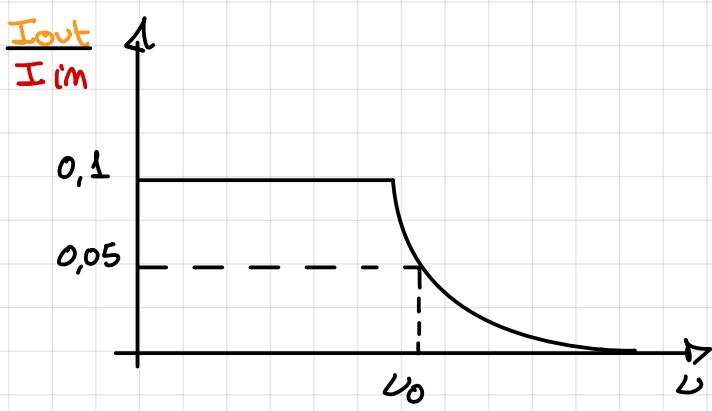
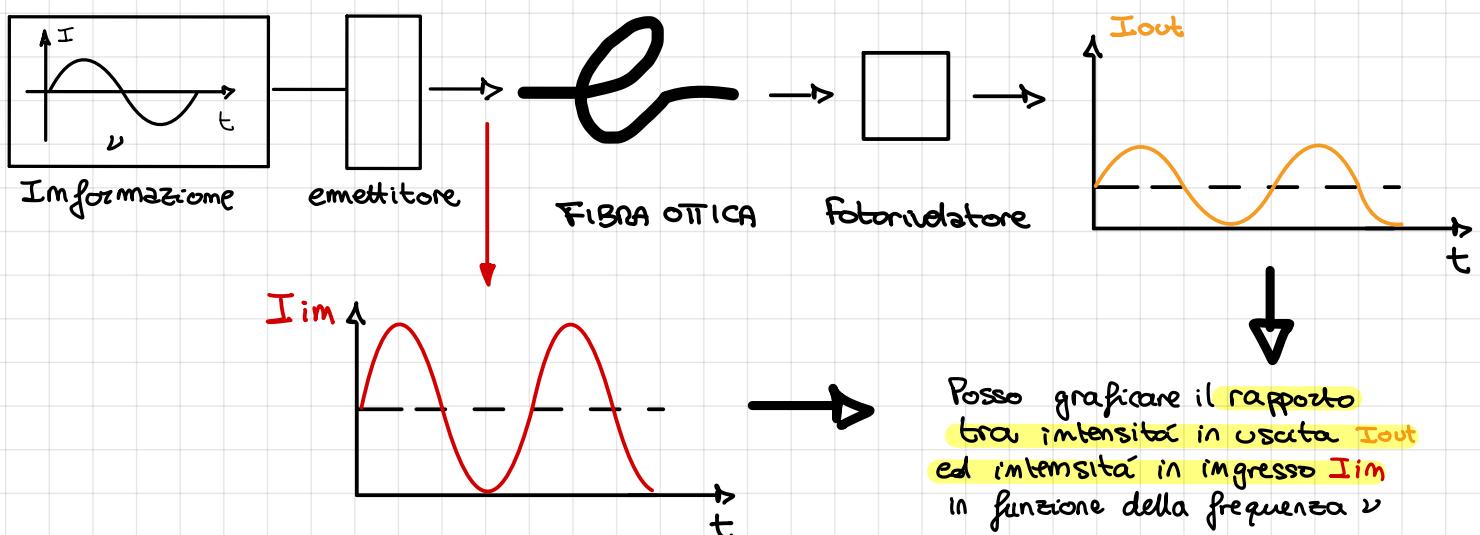
Se i due picchi sono separati da un'intervalllo temporale $\sim 2\Delta T_{1/2}$ allora i due impulsi possono essere "risolti" bene.

Possiamo definire dunque la **BIT-RATE**

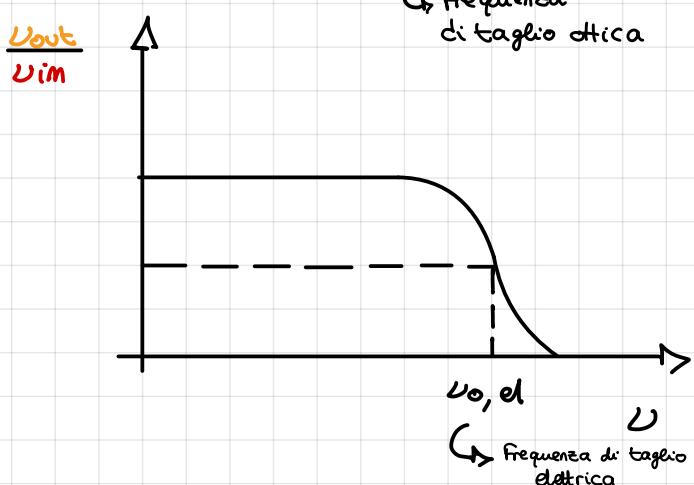
$$B = \frac{1}{2\Delta T_{1/2}}$$

Può anche essere definito un RZ Bit-Rate (Return to Zero), cioè la separazione tra i due picchi è tale che nella zona centrale il segnale ritorna a zero. Infine si può definire un NRZ Bit-Rate (Not return to zero), cioè nella zona centrale il segnale non arriva a zero \Rightarrow periodo minore \Rightarrow NRZ Bit-Rate maggiore della RZ Bit-Rate.

Prò in generale si può ragionare anche in termini di impulsi luminosi simili a quelli lanciati all'interno della Fibra ottica e studiare la loro attenuazione.

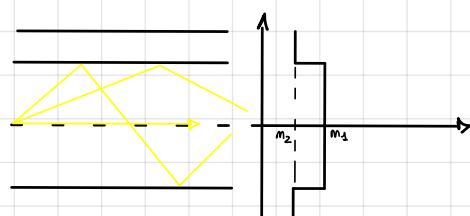


L'andamento della curva I_{out}/I_{im} somiglia molto alla curva di risposta di un FILTRO PASSA BASSO. Ci sarà, infatti, una frequenza di taglio ν_0 al di sopra della quale l'attenuazione del segnale risulta molto forte.

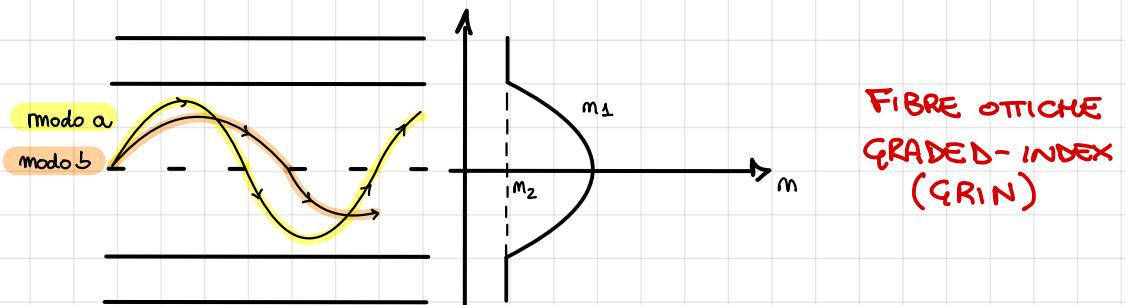


Lavoro con il segnale elettrico decodificato una volta raccolta l'uscita dal Fotodiodo.

Un modo per migliorare il Bit - Rate delle Fibre ottiche è lavorare sul profilo trasverso. Di fatto le Fibre ottiche che abbiamo introdotto sono quelle **STEP INDEX**, cioè Fibre che presentano una variazione dell'indice di rifrazione n "a gradino".



Oltre alle fibre step-index sono state costruite delle fibre ottiche **GRADED-INDEX** il cui indice di rifrazione varia in maniera graduale nel core. In queste fibre ottiche i modi viaggiano seguendo un cammino quasi sinusoidale. Ciascun modo si propagherà in una determinata regione del core, ed avrà, di conseguenza, una velocità di fase diversa.



Il modo *b* si muove più vicino all'asse ottico della fibra, dove m è massimo, per cui $\nabla F = C/m$ sarà minore di quella del modo *a*, che viaggerà più lontano dall'asse, dove m è minore. In compenso però il raggio *a* deve percorrere un cammino ottico più lungo. Dunque i due effetti si compensano e la dispersione diminuisce. La dispersione è minimizzata usando un graded-index avente **profilo parabolico**.

PERDITE NELLE FIBRE OTTICHE

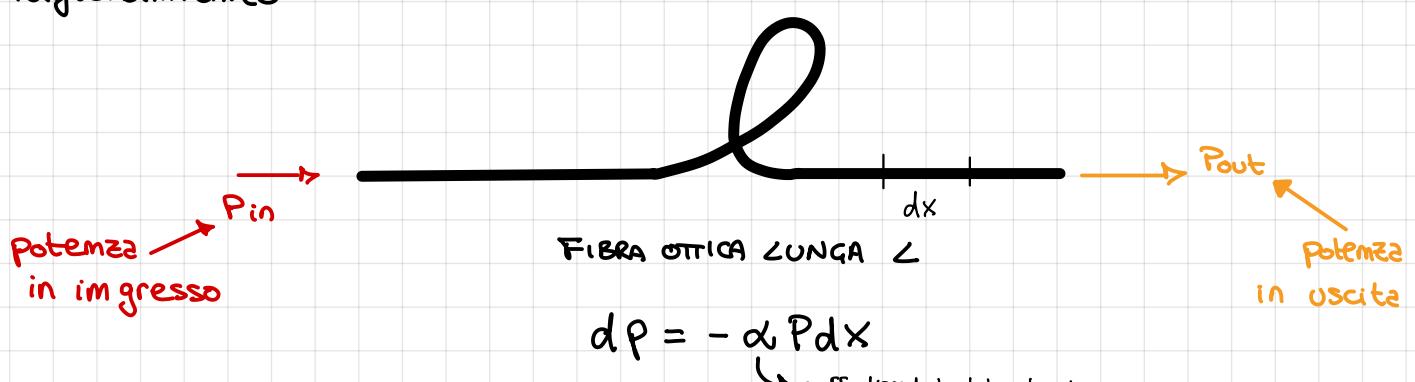
Le perdite nelle F.o. sono essenzialmente di 2 tipi :

○ ASSORBIMENTO della radiazione all'interno del core; alcune lunghezze d'onda possono essere assorbite dal materiale di cui è composta la fibra (la silice) perché vanno in risonanza con le transizioni elettroniche o molecolari \Rightarrow energia ceduta al reticolo in qualità di calore.

○ DIFFUSIONE : ci possono essere delle impurezze che diffondono la radiazione; il processo tipico è lo **SCATTERING DI RAYLEIGH**, in cui si verifica uno scattering elastico (avviene quando le dimensioni della impurezza che diffondono sono MOLTO MINORI della λ della radiazione incidente).

$$I_{\text{diff}} \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

La potenza "dissipata" nella fibra può essere ottenuta con il seguente ragionamento



$dP = -\alpha P dx \rightarrow$ risolvo l'equazione differenziale

$$\alpha = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{-1}$$

Da cui ricavo

$$P_{out} = P_{in} e^{-\alpha L} = P_{in} \left[10^{\log_{10} e} \right]^{-\alpha L} = P_{in} 10^{-\alpha' L}$$

$$\alpha' = \log_{10} e \cdot \alpha \approx \frac{1}{2} \alpha$$

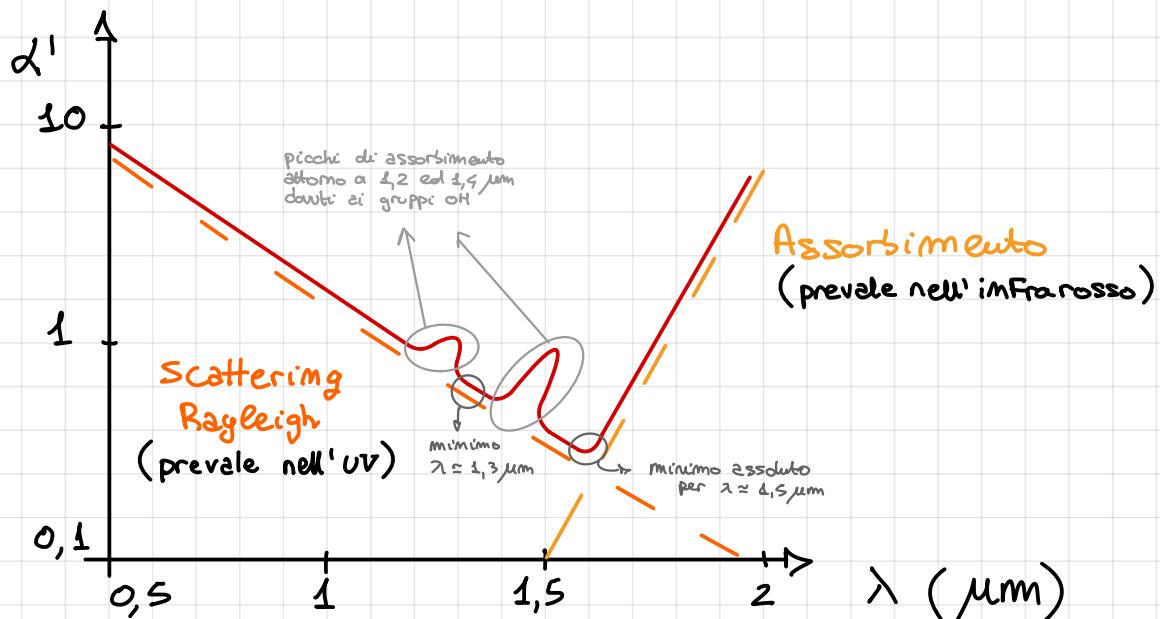
Un andamento di questo tipo è utile poiché permette di utilizzare i **Bell** ed i **decibel** come unità di misura

$$\alpha' B = \frac{1}{L} \log \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{-1} \text{ IN BELL}$$

$$\alpha' dB = \frac{1}{L} \cdot 10 \log \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{-1} \text{ IN DECIBELL}$$

$$\alpha' \left[\frac{dB}{Km} \right]$$

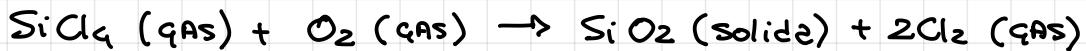
Per una fibra ottica si può graficare, in funzione della lunghezza d'onda, l'andamento di α'



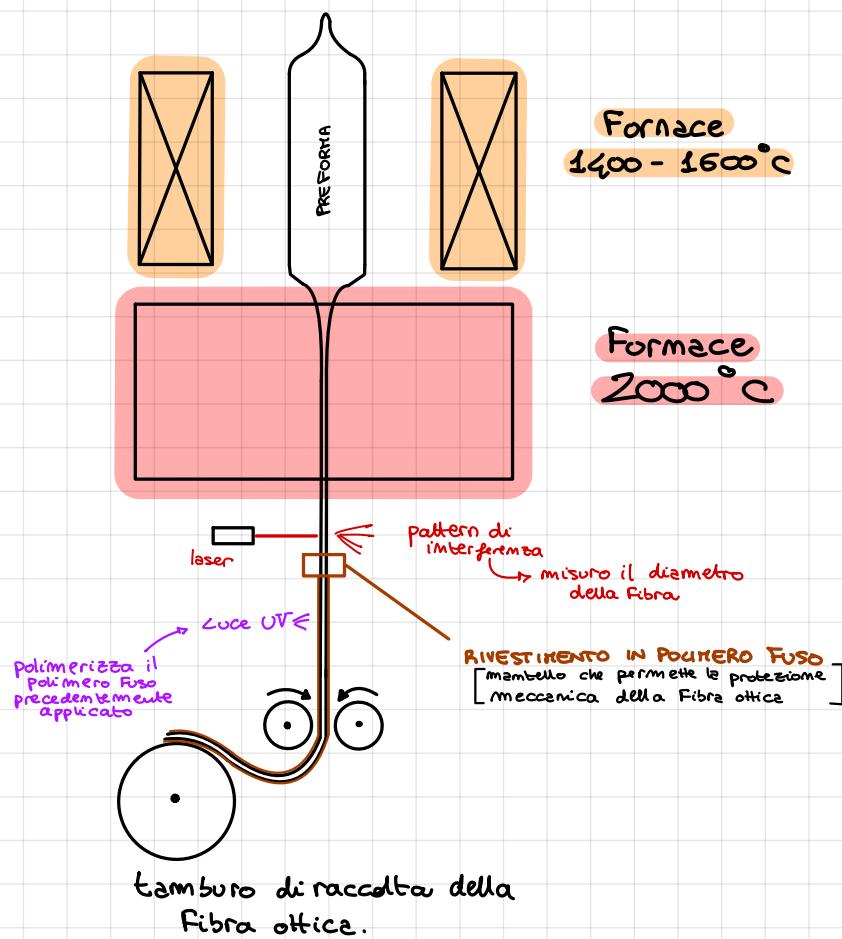
Per lavorare con assorbimento minimo (basse attenuazioni), si usano lunghezze d'onda pari a $1,3 \mu m$ oppure $1,5 \mu m$, corrispondenti ai 2 minimi nello spettro di assorbimento. \Rightarrow Si cerca di minimizzare lo scattering.

Come si Fabbrica una Fibra ottica?

Per la fabbricazione si parte da una **PREFORMA**, cioè un cilindro dal diametro di 5 - 10 cm e lungo circa un metro i cui estremi sono rastremati. La preforma viene costruita mettendo in rotazione un cilindro sottile fatto di Silice - come la Fibra stessa - o di Al_2O_3 , in una camera in cui sono presenti vapori di TetraCloruro di Silicio (Si Cl_4) oppure Tetracloruro di Germanio (Ge Cl_4) in un'atmosfera di ossigeno in presenza di una fiamma a idrogeno che riscalda il cilindro. Si immescano quindi delle reazioni chimiche:



In conseguenza a queste reazioni chimiche si depositano sul cilindretto delle particelle di Silice o di Germanio. Se durante questo processo nella camera si modula la concentrazione dei due Tetracloruri, posso gestire la concentrazione di Silice o Germanio, e cui competono due indici di rifrazione diversi \Rightarrow PREFORMA con un Foro centrale (rimozione della bacchetta centrale di alluminio) che appare di un colore bianco opaco poiché diffondono la luce. La preforma viene poi sottoposta a cottura in una Fornace a $1400 - 1600^\circ\text{C}$, riducendo le particelle depositate a coescere \Rightarrow il materiale diventa in questo modo trasparente ma conserva un indice di rifrazione variabile con il raggio. La preforma passa poi in una seconda fornace a 2000°C dove viene fusa e tesa, in modo da ottenere un filo sottile che viene avvolto attorno ad un tamburo.

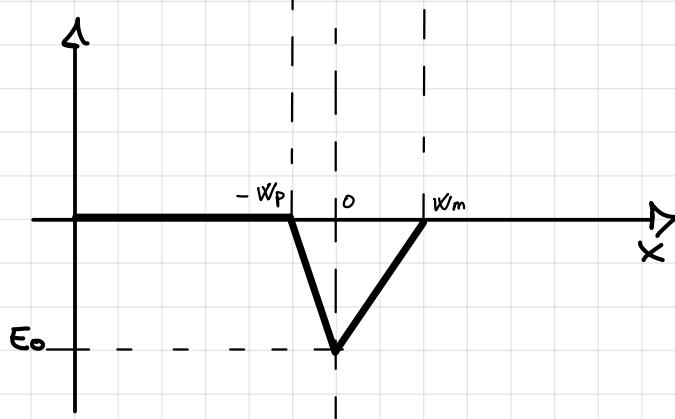
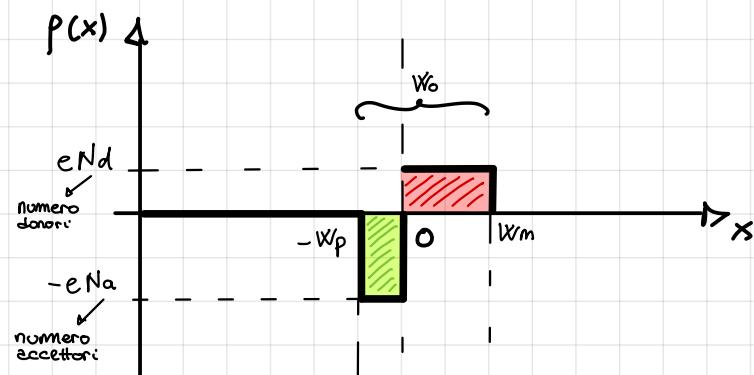
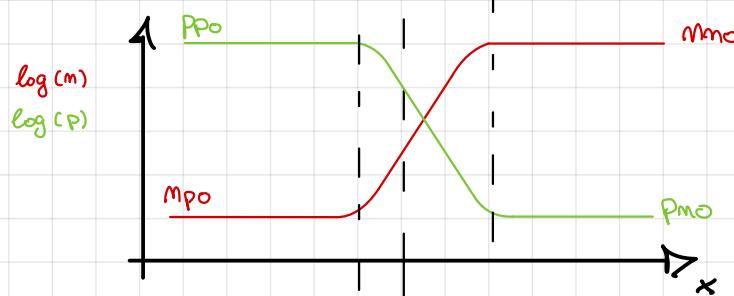
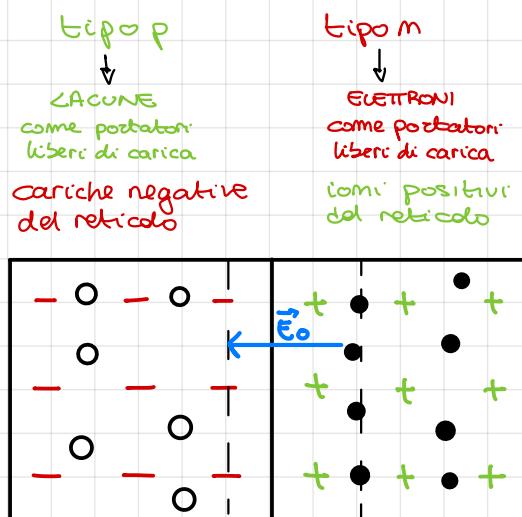


Leczione 16/12/2020

FOTODIODI

Giunzioni p.m.

Le giunzioni p.m. sono ottenute facendo in modo che un cristallo di materiale semiconduttore (tipo il silicio) sia drogato da una parte con atomi donatori (s.c. tipo p) e dall'altra con atomi accettori (s.c. tipo m). In questo modo l'interfaccia rappresenta una giunzione;



\circ = lacune
 \bullet = elettroni

All'equilibrio gli elettroni, che sono maggioritari nella parte m, diffondono verso la parte p e viceversa le lacune migrano verso la parte in m. Il risultato di ciò è che, esaminando a livello microscopico la giunzione, ci sarà una zona priva di cariche libere

Per la condizione di neutralità complessiva della carica, deve verificarsi che

$$N_a w_p = N_d w_m$$

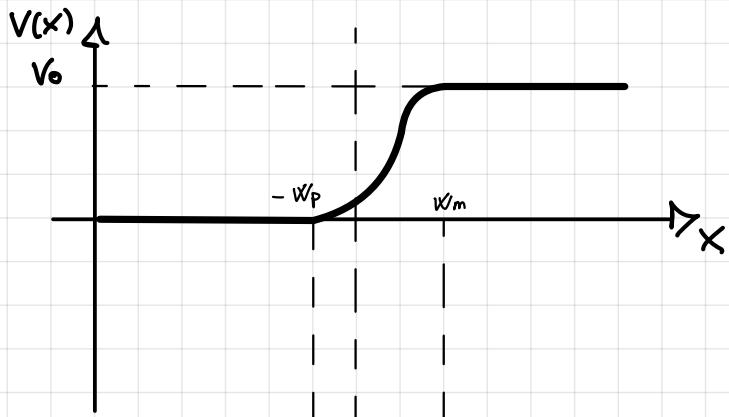
$$N_a w_p = N_d w_m$$

Ricordando la prima equaz. di Maxwell

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}$$

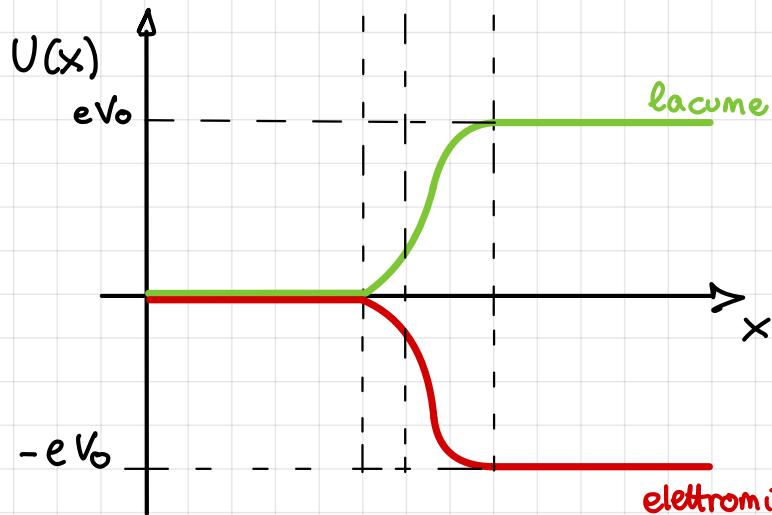
Ricaviamo da $\rho(x)$ l'andamento del campo $E(x)$

$$E_0 = -\frac{e N_d w_m}{\epsilon} = -\frac{e N_a w_d}{\epsilon}$$



$$E = -\frac{dE}{dx}$$

$$V_0 = \frac{1}{2} E_0 W_0 = \frac{e N_a N_d W_0^2}{2 \epsilon (N_a + N_d)}$$



Energia potenziale $U(x)$

Nel caso in cui non si applichi il principio di esclusione di Pauli, si può applicare la statistica di Maxwell-Boltzmann per ricavare una stima per V_0 , che è legata alle concentrazioni dei portatori:

$$V_0 = \frac{k \cdot T}{e} \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{M_i^2} \right)$$

M_i = concentrazione di portatori intrinseca del semiconduttore
Dipende da T , dall'energia di gap.

Alla regione di svuotamento è associata una capacità

$$C_{SV} = \frac{dQ}{dV}$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{2 \epsilon (N_a + N_d)(V_0 - V)}{e N_a \cdot N_d}}$$

Supponendo che venga applicata ai capi della giunzione una d.d.p. e che sia trascurabile la caduta di tensione nella zona neutra.

$$C_{SV} = \frac{\epsilon S}{W_0}$$

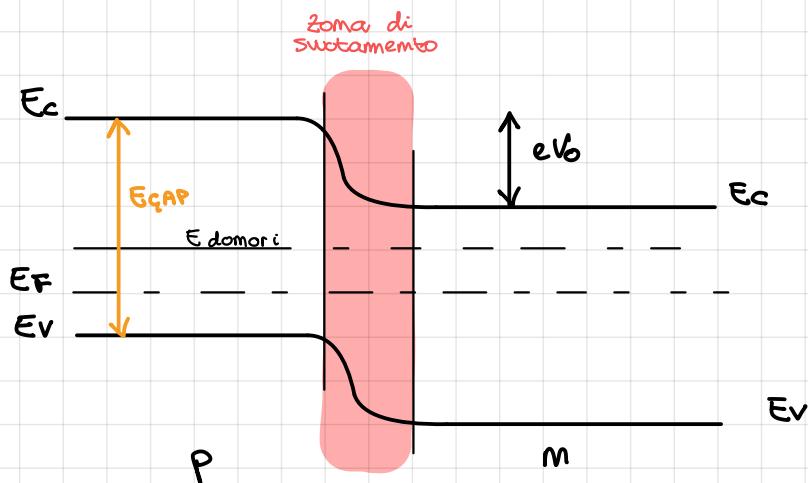
S = sezione del dispositivo

Dunque la capacità associata alla zona di svuotamento dipende da V_0 ed ha un'espressione simile alla capacità di un condensatore a facce piane e parallele.

Se si è in polarizzazione INVERSA $\Rightarrow V$ aumenta \Rightarrow la capacità C_V diminuisce \Rightarrow migliora la velocità di risposta del dispositivo.

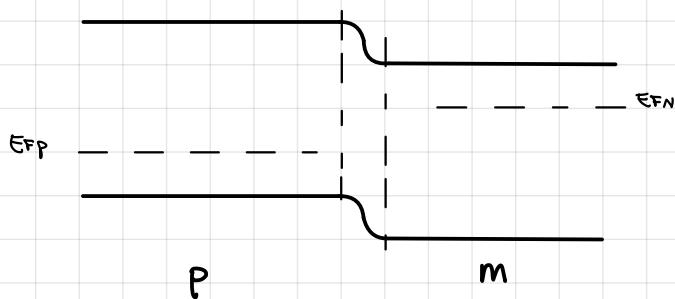
Se si è in polarizzazione DIRETTA, la barriera di potenziale si abbassa $\Rightarrow V$ diminuisce \Rightarrow aumenta la capacità.

POLARIZZAZIONE INVERSA



In un semiconduttore in equilibrio l'energia di Fermi deve essere costante in tutto il materiale; questo perché la variazione dell'energia di Fermi è collegata al lavoro necessario a spostare le cariche all'interno del materiale.

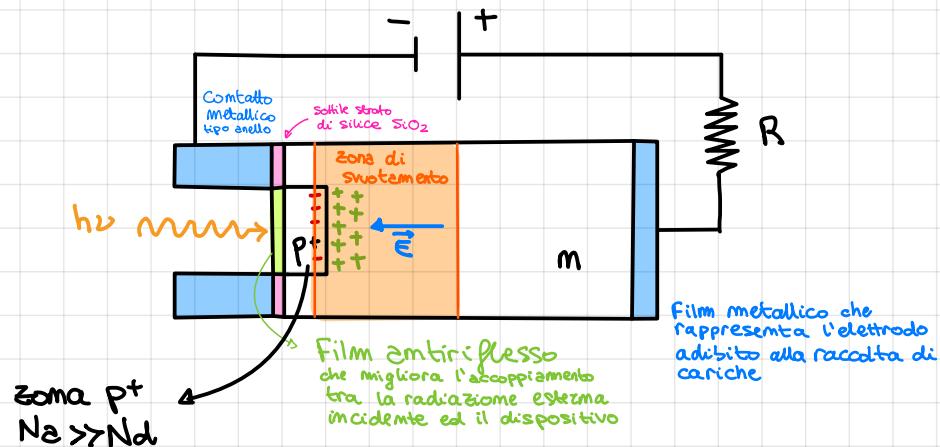
POLARIZZAZIONE DIRETTA



In polarizzazione diretta la barriera di potenziale si abbassa

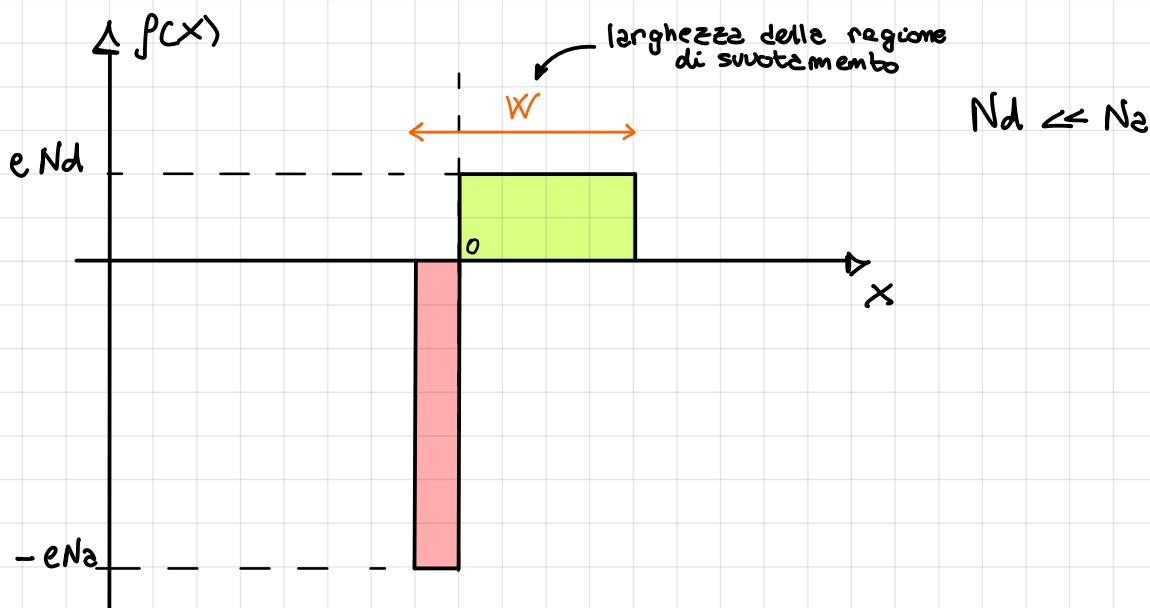
FOTODIODI (Fotorivelatori a semiconduttore)

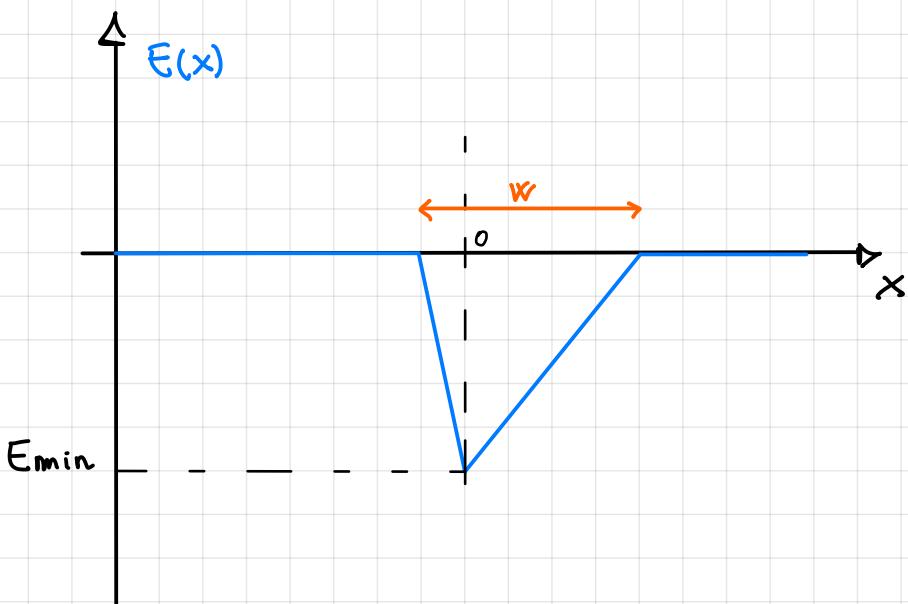
Nel Fotodiodo la radiazione incidente genera una coppia elettrone-lacuna in conseguenza all'assorbimento del fotone incidente da parte del Fotodiodo (avviene se $h\nu > E_{\text{gap}}$). Una tipica configurazione di un Fotodiodo è la seguente: materiale s.c. (es. il Silicio) drogato m con una zona esposta alla radiazione drogata tipo p⁺ (es. con Arsenico). Questa giunzione in condizioni operative viene polarizzata INVERSAZIONE usando un generatore di tensione continua.



Il **contatto metallico** assicura il contatto elettrico con la zona di Silicio drogato p⁺, pur lasciando una finestra che dia accesso ai fotoni all'interno del semiconduttore.

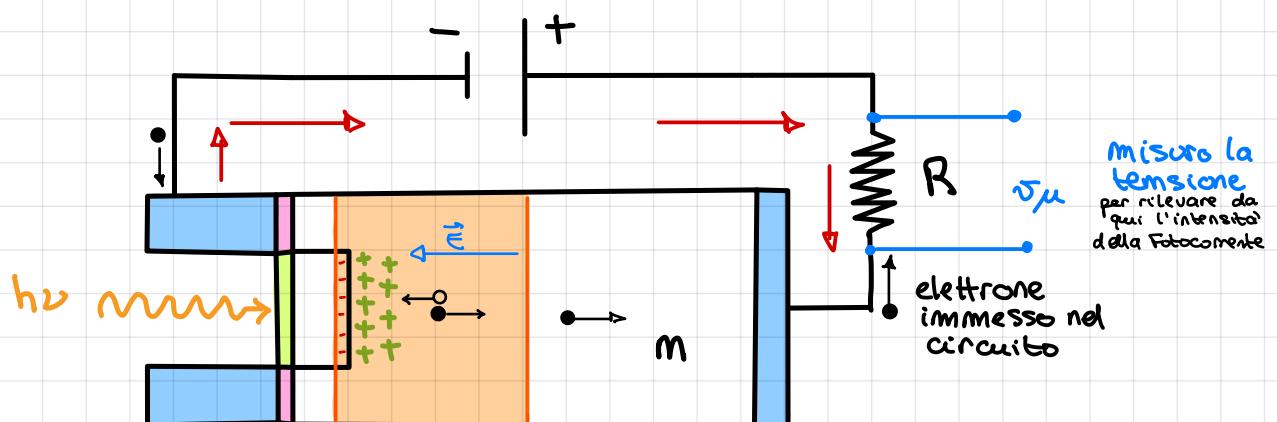
Per come è costruito il nostro dispositivo tra la zona p⁺ e la zona m si viene a creare un accumulo di carica. Se si utilizzano tensioni di polarizzazione inverse elevate, si osserva un allargamento della regione di svuotamento e un andamento della densità di carica $f(x)$ come mostrato nel grafico sottostante.





Riprendendo il discorso iniziale, ricordiamo che un fotone avrà energia $h\nu$ superiore all'energia di GAP del semiconduttore ha alta probabilità di essere assorbito. Consideriamo il caso in cui il fotone venga assorbito nella regione di svolgimento; si creerà una coppia lacuna-elettrone di cui la prima tenderà a muoversi nel verso del campo elettrico \vec{E} , mentre l'elettrone si muoverà nel verso opposto, verso la zona neutra M . La migrazione dei due portatori verso le zone neutre P ed M impiegherà un certo intervallo di tempo, trascorso il quale l'elettrone raggiungerà il filo metallico -che funge da elettrodo- depositato sulla zona M e dallì verrà immesso nel circuito esterno siccome all'interno del s.c. deve essere mantenuta la condizione di neutralità. Contestualmente, nella zona P la lacuna verrà neutralizzata da un elettrone proveniente dal circuito. Si genera quindi una **FOTOCORRENTE** nel circuito che si va a sovrapporre alla corrente inversa di saturazione del diodo. La fotocorrente così generata è rivelabile misurando la tensione d'uscita ai capi della resistenza R .

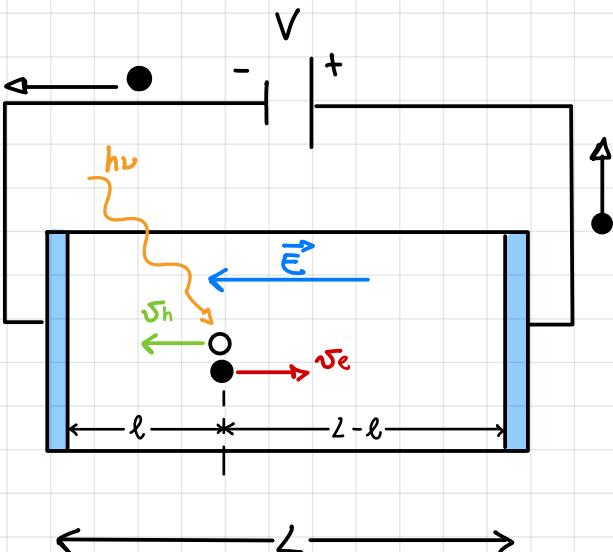
FOTOCORRENTE (verso delle cariche positive)



Bisogna aspettare un tempo caratteristico per osservare la Fotocorrente siccome elettroni e lacune impiegano tempo a raggiungere gli elettrodi. È da notare inoltre che la Fotocorrente coinvolge solo gli elettroni, non dalle lacune.

Questo è dimostrabile attraverso il **TEOREMA DI RAYO**.

Consideriamo un semiconduttore colpito da un fotone. Quando il fotone viene assorbito si crea una coppia elettrone-lacuna che, in conseguenza della applicazione di una tensione V ai capi del dispositivo, viene separata: l'elettrone viene accelerato verso l'elettrodo di dx mentre la lacuna verso l'elettrodo di sx.



v_h e v_e sono le velocità di deriva di lacune ed elettroni. Queste sono costanti poiché il moto dei portatori nel s.c. è un moto viscoso.

L'elettrome si muoverà ad una velocità di deriva (drift) v_e e percorrerà una distanza ($L - l$) prima di giungere all'elettrodo; analogamente la lacuna avrà velocità v_h e percorrerà una distanza l .

$$t_e = \frac{L - l}{v_e}$$

$$t_h = \frac{l}{v_h}$$

Affinché queste cariche si muovano, deve essere compiuto su di esse un LAVORO

$$W_e = e E dx = V i(t) \cdot dt$$

$$i_e(t) = \frac{e}{L} V \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} = \frac{e}{L} v_e \quad \text{per } t \ll t_e$$

$$i_h(t) = \frac{e}{L} v_h$$

$$Q_{\text{raccolto}} = \int_0^{t_e} i_e(t) dt + \int_0^{t_h} i_h(t) dt =$$

$$= \frac{e}{L} v_e t_e + \frac{e}{L} v_h t_h = \frac{e}{L} \cancel{v_e} \frac{(L - l)}{\cancel{v_e}} + \frac{e}{L} \frac{l}{v_h}$$

$$= \frac{e}{L} (L + l - l) = e \implies \text{la carica totale è } e, \text{ non } 2e \implies \text{la carica raccolta dipende solo dagli elettroni}$$

Il processo sopra descritto ha luogo solo quando avviene l'assorbimento del **Fotone** incidente sul semiconduttore; ciò si verifica solo se $h\nu > E_{\text{gap}}$

$$h\nu > E_{\text{gap}} \quad \text{oppure} \quad \frac{hc}{\lambda} > E_{\text{gap}}$$

Possiamo trovare quindi una lunghezza d'onda di gap (λ_{gap})

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{gap}}} = E_{\text{gap}} \Rightarrow \lambda_{\text{gap}} (\mu\text{m}) = \frac{1,24}{E_{\text{gap}} (\text{eV})}$$

SILICOIO $E_{\text{gap}} = 1,12 \text{ eV} \Rightarrow \lambda_{\text{gap}} = 1,11 \mu\text{m}$

GERMANIO $E_{\text{gap}} = 0,66 \text{ eV} \Rightarrow \lambda_{\text{gap}} = 1,87 \mu\text{m}$

Dal punto di vista macroscopico possiamo dire che l'intensità luminosa che incide e che viaggia all'interno di un materiale assorbito ha un andamento del tipo esponenziale

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$$

$\alpha [L]^{-1}$ \equiv coeff di assorbimento

$\frac{1}{\alpha} [L] \equiv$ lunghezza di penetrazione

Ci sono due caratteristiche che definiscono il funzionamento di un Fotodiodo:

- 1) L'efficienza quantica
- 2) La RESPONSIVITY

L'efficienza quantica tiene conto del bilancio delle cariche prodotte e raccolte rispetto al numero dei fotoni che incidono

$$\eta = \frac{\text{numero di coppie generate e raccolte per unità di tempo}}{\text{numero di Fotoni incidenti per unità di tempo}}$$

$$\eta = \frac{I_{\text{ph}} / e}{P_{\text{ottica}} / h\nu}$$

E.Q. ESTERNA

dove $I_{\text{ph}} =$ intensità di photocorrente
 $P_{\text{ottica}} =$ Potenza ottica

Tiene conto anche delle perdite dei fotoni incidenti

Si puó definire anche una **efficienza quantica interna** che non temba conto dei fenomeni di "perdita" di fotoni

$$\eta_{in} = \frac{\text{Numero di coppie generate per unità di tempo}}{\text{Fotoni incidenti per unità di tempo}}$$

La **RESPONSIVITY** é collegata alla definizione di efficienza quantica esterna

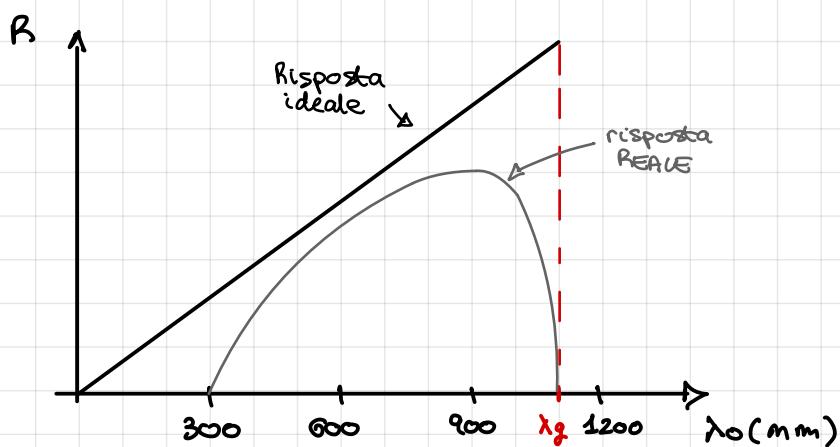
$$R = \frac{I_{ph} (\text{Ampere})}{\text{Pottica (Watt)}} \implies \eta = R \frac{h\nu}{e}$$

$$R = \eta \frac{e}{h\nu} = \eta \frac{e}{hc} \lambda_0 \implies R(\lambda_0)$$

$\hookrightarrow \lambda_0 = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{m}$

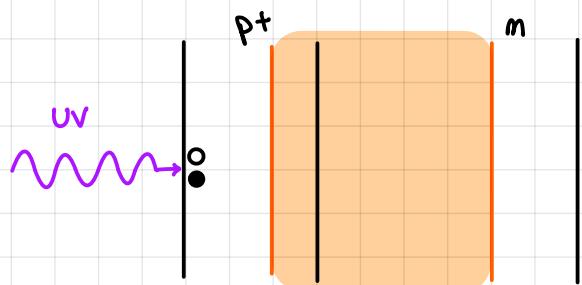
Considerando il caso ideale in cui l'efficienza $\eta = 1$

$$\eta = 1 \implies R = 1 \frac{e}{hc} \lambda_0$$



La retta si interrompe per $\lambda_0 = \lambda_g$, oltre la quale non c'è più assorbimento ($\lambda_g = 1,11 \mu\text{m}$ siclo)

L'andamento della **RISPOSTA REALE** é da attribuirsi al fatto che per λ_0 vicine all'ultravioletto l'assorbimento del materiale é molto forte.



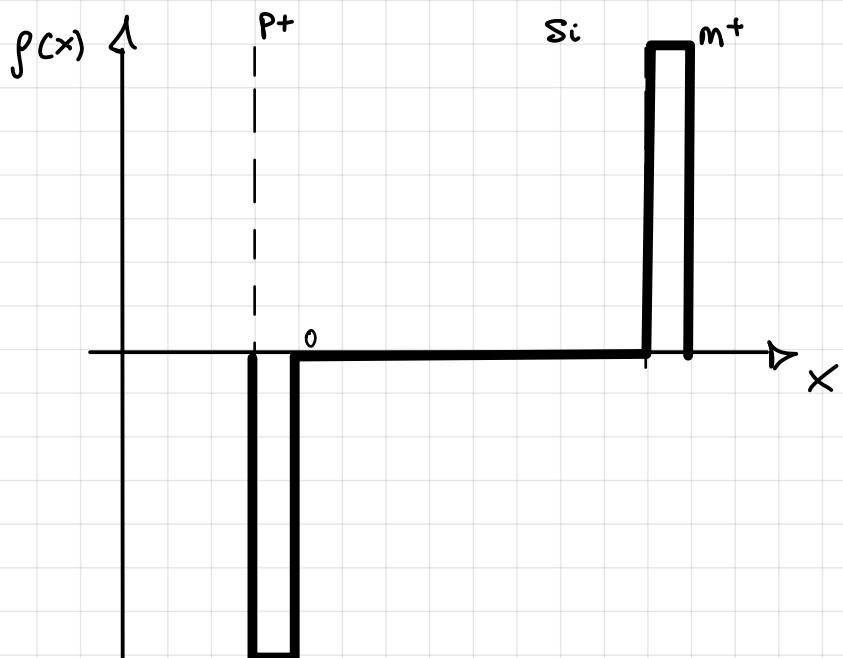
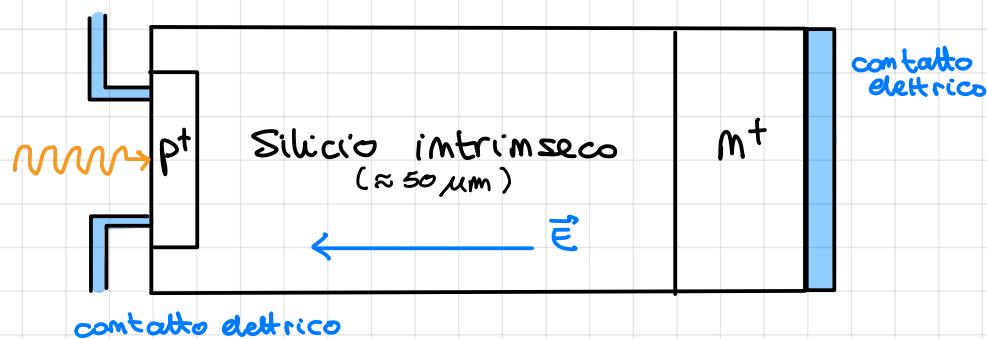
un fotone **UV** é molto energetico ed ha un'alta probabilità di essere assorbito. Dunque' é molto probabile che la coppia elettrone - lacuna si formi immediatamente dopo l'interfaccia con il s.c. e non nella zona di svuotamento.

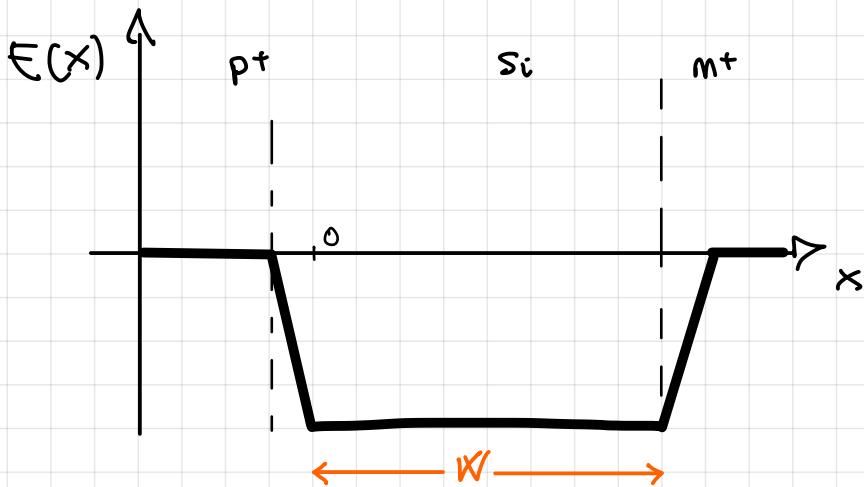
Se la coppia viene creata nella zona neutra, dove non c'è un campo elettrico (contrariamente a quanto accade nella zona di svuotamento, dove c'è un campo E non nullo), c'è un'alta probabilità che possano essere intercettati da eventuali stati di difetto presenti nel materiale o di ricombinarsi tra loro. Come abbiamo detto, per un **Fotone UV** è molto probabile che la coppia si formi nei pressi della superficie del semiconduttore che è la zona dove il reticolo cristallino si interrompe e che presenta, per questo motivo, molti difetti. Per questo motivo per $\lambda_0 < 300$ la **RESPONSIVITY** è nulla.

Quando ci si avvicina all'infarosso, il materiale inizia ad essere **TRASPARENTE**, per cui la **RESPONSIVITY** diminuisce.

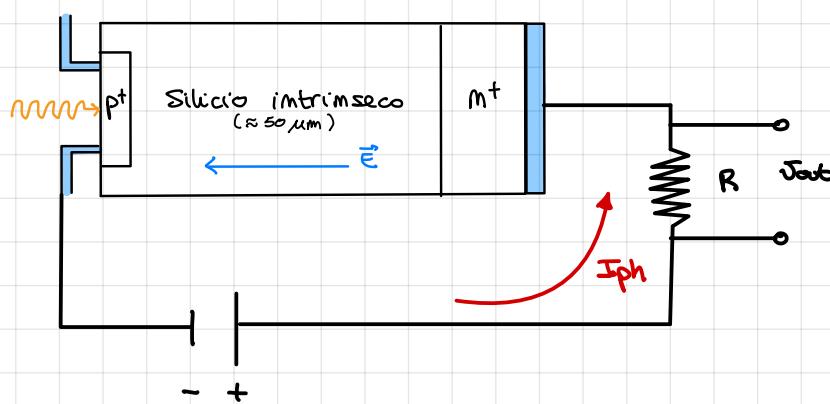
Il difetto principale del Fotodiodo è che la zona di svuotamento è piccola, per cui la probabilità che la coppia elettrone - lacuna venga separata e contribuisca alla Fotocorrente è relativamente bassa e cresce velocemente per λ_0 vicine all'infarosso. Per ovviare a questo problema si sviluppano diodi con una **W** molto grande \Rightarrow **DIODI PIN**.

Nei **DIODI PIN** si interpone tra lo strato P e lo strato N, uno strato di materiale intrinseco.





Dunque esiste un campo elettrico negativo nella zona occupata da Silicio intrinseco. Applicando una tensione inversa al dispositivo e leggendo la d.d.p. ai capi della resistenza di carico del circuito, misurerò un potenziale collegato con la fotocorrente che circola nel dispositivo



Il dispositivo P.I.N presenta due vantaggi: con questa struttura la "zona di svuotamento" è molto maggiore di quella di un normale diodo (è di fatto tutta la zona intrinseca) e, in secondo luogo, anche variando la tensione inversa di polarizzazione, la larghezza W non cambia molto poiché le cariche sono tutte concentrate all'interfaccia p^+ /silicio e silicio/ m^+ . Ciò significa che la capacità della zona di svuotamento è praticamente indipendente dal potenziale

sezione del p.i.n.

$$C_{sv} = \epsilon \frac{S}{W}$$

$$C_{sv} \approx 10 \text{ pF} \quad] \text{CAPACITÀ TIPICA DI UN DIODO P.I.N}$$

Tipicamente una capacità di 10 pF viene accoppiata ad un carico $R \approx 50 \Omega \Rightarrow RC \approx 50 - 500 \text{ ps} \Rightarrow$ ALTA VELOCITÀ DI RISPOSTA.

Nonostante la risposta sia molto veloce, c'è comunque da considerare un certo ritardo dovuto al tempo richiesto dai portatori, dopo la generazione della coppia, per arrivare ai rispettivi elettrodi ed essere raccolti.

$$v_e = E \mu_e$$

campo elettrico

velocità di drift dell'elettrone

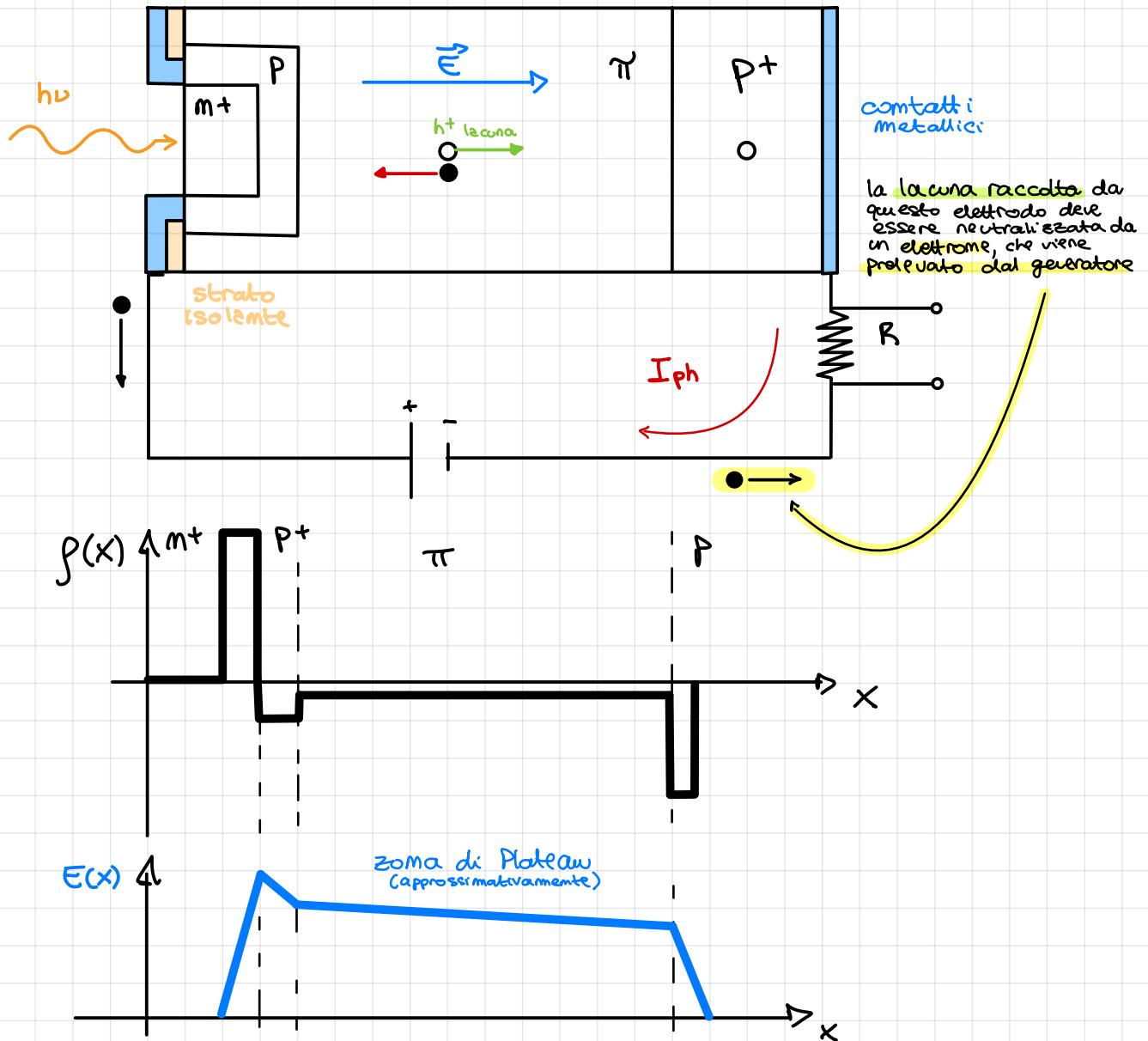
Si potrebbe pensare di ridurre questo ritardo aumentando la velocità di drift, cioè aumentando il campo E . Ciò può essere fatto aumentando la tensione inversa di polarizzazione; il problema è che la relazione tra v_e ed E è valida per campi inferiori a 10^6 V/m , perciò se arriviamo a campi $E \approx 10^7 \text{ V/m}$, allora si arriverà ad un valore di saturazione $v_e = 10^5 \text{ m/s}$, siccome $W \approx 50 \mu\text{m} \Rightarrow t_e = 10^{-5} \text{ m} / 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 10^{-10} \text{ s} = 100 \text{ ps}$.

Quindi la velocità di risposta che può essere raggiunta riducendo la capacità viene comunque limitata dagli effetti di ritardo dovuti alla deriva dei portatori.

FOTODIODI A VACANZA (APD) o reach-through APD

Questi fotodiodi hanno una configurazione diversa dai diodi che abbiamo visto precedentemente.

π = silicio leggermente dopato, con una bassa concentrazione di accettori, che ha caratteristiche molto vicine a quelle del silicio intrinseco.



In questa configurazione la zona di svuotamento interessa l'interfaccia tra la zona m^+ e π ; in condizioni di polarizzazione inversa - nella quale ci poniamo per studiare questo dispositivo - cioè con un campo elettrico generato da una tensione inversa molto grande, la regione di svuotamento si estende soprattutto nella zona a basso droggaggio, π ; questo è il motivo per cui questi diodi sono detti "reach-through". Siccome la regione di svuotamento è molto estesa nella parte π , è molto alta la probabilità che un fotone venga assorbito proprio in quella zona.

La coppia elettrone - la lacuna che si forma a seguito dell'assorbimento del fotone viene separata dal campo elettrico E presente nella zona P^- ; la lacuna si muoverà in verso concorde al campo, migrando verso la zona P^+ del fotodiodo. Qui verrà raccolta dall'elettrodo di destra e verrà neutralizzata da un elettrone fornito dal generatore. \Rightarrow Si genera una **FOTOCORRENTE**. Contemporaneamente l'elettrone della coppia e^-/h^+ migra verso la zona P^+ ; all'interfaccia tra la zona P ed P^+ , questo viene fortemente accelerato a causa del picco di campo elettrico, acquista energia cinetica che viene ceduta al materiale attraverso urti con il reticolo cristallino, i cui atomi vengono, con alta probabilità, ionizzati. Questo innescava il drift di altri elettroni. \Rightarrow **EFFETTO VALANGA** o **EFFETTO DI MOLTIPLICAZIONE** di portatori di carica liberi a partire da un singolo portatore.

\Rightarrow MECCANISMO INTERNO DI GUADAGNO causato da effetti statistici (urti); questo processo naturalmente aumenta la rumorosità del segnale raccolto in uscita.

Per ridurre il rumore si può fare in modo che al processo di valanga contribuisca solo un tipo di portatore di carica; per questo motivo il profilo del campo elettrico è asimmetrico: mentre gli elettroni sono accelerati dal picco di E , le lacune subiscono un moto di deriva ma non vengono accelerate, dunque non contribuiscono all'effetto di moltiplicazione.

Si può definire un fattore moltiplicativo M dell'effetto a valanga come

$$M = \frac{\text{Fotocorrente moltiplicata}}{\text{Fotocorrente primaria}} = \frac{I_{ph}}{I_{ph0}}$$

↓
dovuta al singolo portatore di carica
NON AMPLIFICATA

Si può dimostrare che questo fattore dipende generalmente dalla temperatura a cui si trova il dispositivo e dalla tensione inversa di polarizzazione

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V_R}{V_{br}}\right)^m}$$

$V_R = V$ REVERSE \equiv tensione inversa di polarizzazione
 $V_{br} =$ Tensione di break-down caratteristica propria del diodo

FOTODIODI SAM APD (Separate Absorption and Multiplication)

Una implementazione dei Fotodiodi a valanga sono i Fotodiodi SAM, cioè Fotodiodi ad Assorbimento e moltiplicazione separati.

Il Silicio ha un'energia di gap di circa 1,2 eV, che corrisponde ad una lunghezza d'onda di gap $\lambda \approx 1,15 \mu\text{m} \Rightarrow$ per $\lambda > \lambda_{\text{gap}}$ il Silicio è dunque trasparente, non si verifica assorbimento dei fotoni. Dunque per Fotoni dell'infrarosso con $\lambda = 1,3 \div 1,5 \mu\text{m}$ il Silicio è trasparente. A queste lunghezze d'onda si utilizzano quindi altri materiali, in particolare Fosfuro di Indio InP e l'arsenuro di gallio e indio InGaAs.

InP

$$E_g = 1,35 \text{ eV}$$

$$\lambda_g = 0,9 \mu\text{m}$$

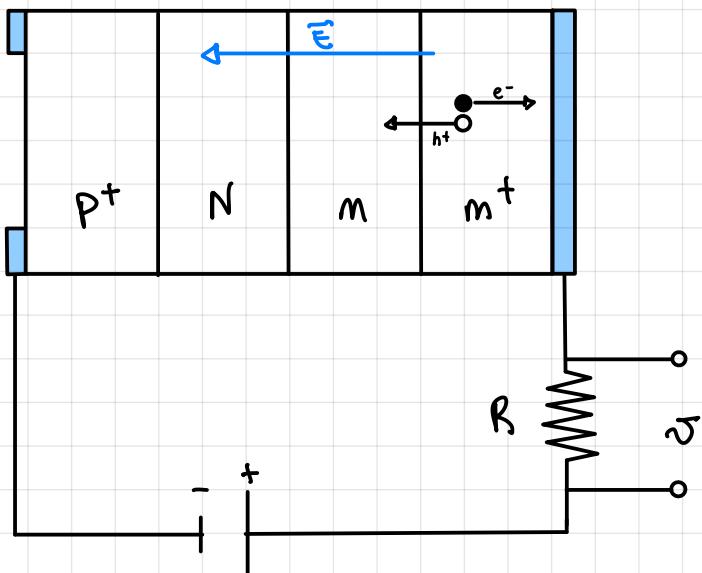
InGaAs

$$E_g = 0,67 \text{ eV}$$

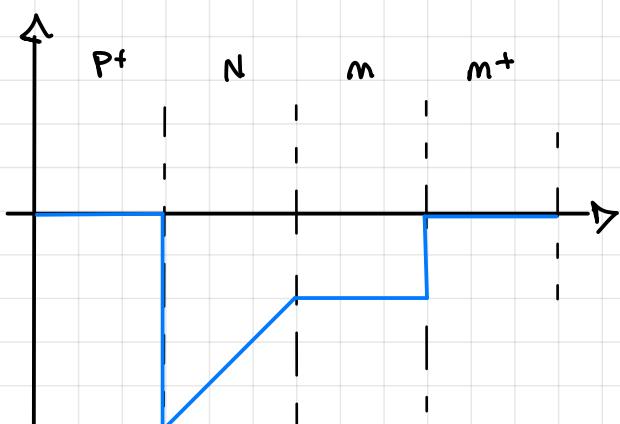
Con questi materiali si possono costruire FOTODIODI ad ETERO-CONGIUNZIONE.

Anche qui l'ampiezza della regione di saturazione dipende dal potenziale di polarizzazione inversa.

$\leftarrow \text{InP} \rightarrow \text{InGaAs} \rightarrow$



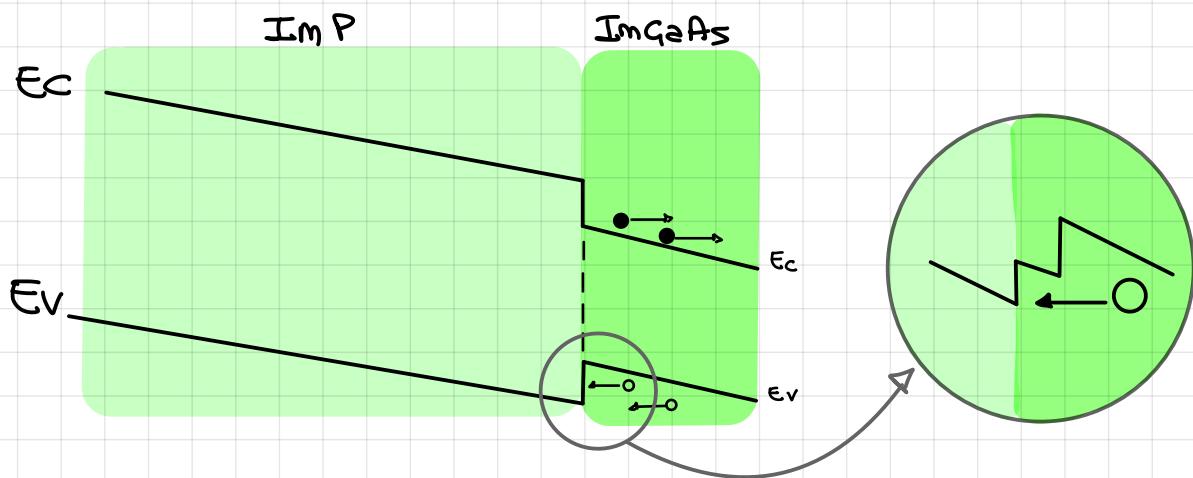
dove si è indicato in lettere maiuscole il drogaggio di InP ed in lettere minuscole il drogaggio di InGaAs



Nella regione compresa tra m ed m+ nell'InGaAs c'è possibile generare coppi e-/h+ in conseguenza dell'assorbimento della radiazione infrarossa, alla quale InP è trasparente (poiché ha $\lambda_g = 0,9 \mu\text{m}$)

Per questo Fotodiodo c'è la lacuna che viene dirottata verso sx, dove, a causa di un picco nel campo elettrico all'interfaccia N/Pt, verrà accelerata determinando poi l'effetto valanga. Anche in questo caso la moltiplicazione è causata da un solo tipo di portatore.

Descrevendo, nella regione di svuotamento, l'aumento dell'energia delle bande in funzione della posizione x , si ottiene un grafico del tipo

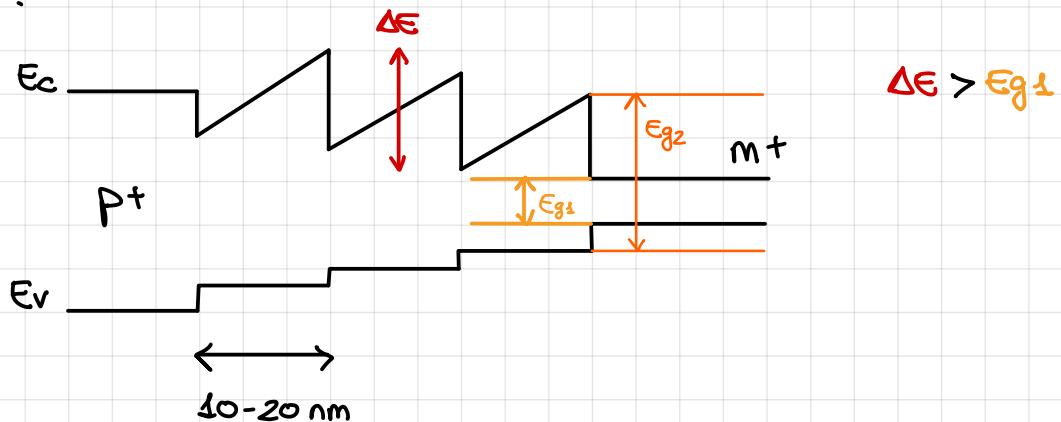


Le lacune tendono a muoversi, dalla zona m^+ dell'InGaAs, verso l'InP, ma incontrano una BARRIERA DI POTENZIALE. Per "facilitare" il passaggio delle lacune, la banda Ev dell'InP viene modulata in modo tale che la barriera di potenziale venga sostituita da alcuni "gradini" più bassi. \Rightarrow SAGM APD (Separate Absorption grading multiplication)

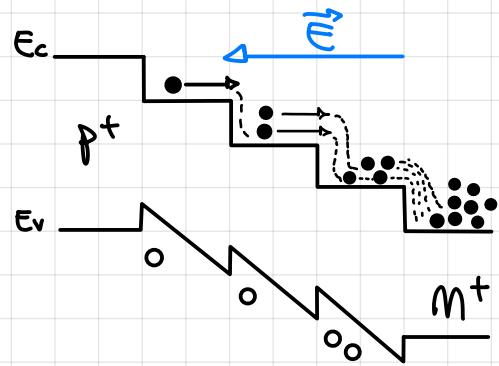
In questo dispositivo l'assorbimento avviene nella zona con InGaAs mentre la moltiplicazione avviene nell'InP e da qui il nome del dispositivo.

APD Super-reticolo

Un'ulteriore evoluzione di questi fotodiodi sono i fotodiodi a valanghe a super-reticolo; in questi dispositivi si riescono a modulare molto precisamente le caratteristiche dei semiconduttori e le concentrazioni dei dopanti, in modo da ottenere una struttura delle bande fatta "a gradini".



Applicando una tensione inversa esterna ai capi del dispositivo, le scariche risultano piegate.



c'elettrone, nel passaggio da un gradino all' altro, acquista una energia ΔE che con alta probabilità verrà ceduta ionizzando gli atomi del reticolato del materiale, dunque liberando nuovi elettroni. In questo modo si crea quindi un effetto a valanga.

Le lacune invece vengono bloccate dalla barriera di potenziale nella zona in cui vengono generate; questo tipo di diodo è detto **STAIRCASE SUPER-LATTICE APD** ed è un vero e proprio fotomoltiplicatore a stato solido.

Estrazione del segnale dal rumore

Nei diodi che abbiamo fin qui analizzato, un problema importante è quello del rumore nella rivelazione del segnale. Un parametro fondamentale per l'estrazione del segnale dal rumore è il rapporto Signal / Noise

RAPPORTO SEGNALE RUMORE (SNR - Signal To Noise Ratio oppure S/N)

In un esperimento di conteggi

$$C_S = \text{conteggi} \Rightarrow \text{incertezza} = \sqrt{C_S} = \text{RUMORE}$$

$$\text{incertezza relativa} = \frac{\sqrt{C_S}}{C_S} = \frac{1}{\sqrt{C_S}}$$

Un modo per avere una minor incertezza relativa è aumentare il numero di conteggi, il che implica tempi di esecuzione molto più lunghi per un esperimento e potrebbe creare problemi al controllo della stabilità del sistema sperimentale.

Se non abbiamo un esperimento di conteggi, ma un esperimento con misure analogiche (ad esempio misure di tensione, corrente, carica), il rapporto S/N dipende da vari fattori: resistenza e capacità della sorgente di rumore, shot-noise (rumore collegato all'incertezza dovuta alla natura corpuscolare degli elettroni costituenti il segnale in corrente), rumori introdotti dagli amplificatori, fluttuazioni di temperatura, ecc....

Possiamo identificare varie tipologie di rumore:

① Rumore Johnson (rumore associato ai carichi resistivi)

Immaginiamo di avere una RESISTENZA R_S ; il rumore in tensione o in intensità di corrente è dovuto al moto casuale degli elettroni all'interno del componente resistivo; il rumore dipenderà, in questo caso, dalla TEMPERATURA ASSOCIAA A cui si trova il componente e dall'intervallo di FREQUENZE Δf considerato, ma non da una particolare frequenza, solo alla banda \Rightarrow RUMORE BIANCO

$$V_J = \sqrt{4 K_B T R_S \Delta f}$$

$$i_J = \frac{V_J}{R}$$

V_J = caduta di tensione dovuta al rumore Johnson.

R_S = resistenza con rumore.

R = resistenza noiseless.

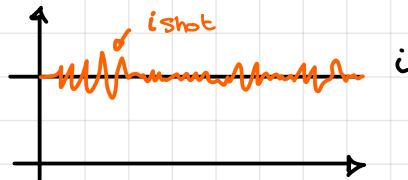
K_B = costante di Boltzmann.

Δf = banda in frequenza

② Shot-noise

Trae origine dalla natura corpuscolare dei portatori di carica; questo rumore è collegato ad una corrente

$$i_{\text{shot}} = \sqrt{2e i \Delta f}$$



i = corrente attorno alla quale si osserva le fluttuazioni

Δf = banda di frequenza \Rightarrow RUMORE BIANCO

③ Rumore di Flickering

È costituito dalle perturbazioni sul valore medio statistico registrato

$$\text{Flickering} \propto \frac{i}{f} \quad \text{per } f \approx 100 \text{ Hz}$$

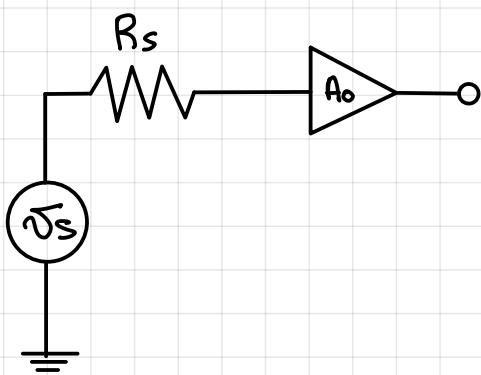
Viene detto RUMORE ROSA perché dipende dalla frequenza e tende ad aumentare per frequenze basse.

Oltre alle sorgenti di rumore INTERNE, ci sono sorgenti di rumore ESTERNE, ad esempio la perturbazione alla strumentazione indotta da rumori a radiofrequenza, fluttuazioni di temperatura esterne, ecc... Queste sorgenti di rumore non vengono considerate.

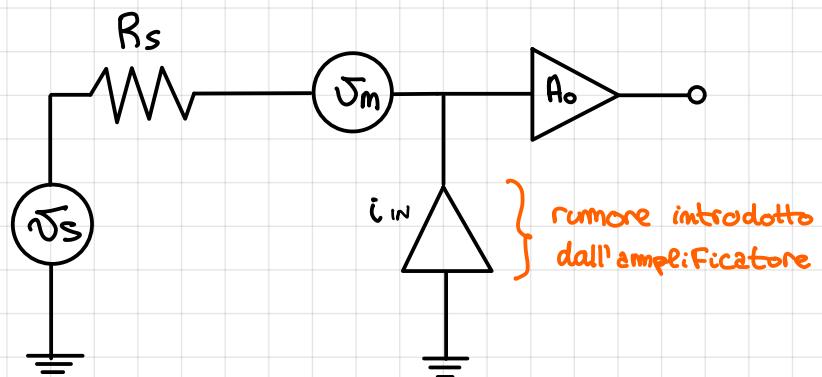
Ottimizzazione dell' SNR

Consideriamo un circuito avente una resistenza R_s ed un generatore di segnale v_s - N.B.: tutti i circuiti possono essere ricomposti ad un sistema di questo tipo usando il Teorema di Thevenin.

CIRCUITO IDEALE



CIRCUITO REALE CON RUMORE



$$\text{SNR} = \frac{v_s}{\sqrt{4K_B T R_s + J_N^2 + (i_m R_s)^2} \cdot \sqrt{\Delta f}}$$

Collegato al SNR c'è la **CIFRA DI RUMORE NF** (Noise Figure), espresso in decibel

$$NF(dB) = 10 \log_{10} \left[\frac{SNR \text{ senza amplific.}}{SNR \text{ uscita amplific.}} \right]$$

Questa cifra di rumore tiene conto della perturbazione introdotte dal amplificatore. Per un amplificatore ideale ci si aspetta che il NF sia 0, cioè che l'amplificatore non modifichi l'SNR, dunque l'argomento del logaritmo dovesse essere 1.

$$NF = 0 \text{ dB} \quad \text{per AMPLIFICATORE IDEALE}$$

Per un **AMPLIFICATORE REALE** ci si aspetta che l'SNR peggiori a causa dell'introduzione di rumore da parte dell'amplificatore.

$$NF > 0 \quad \text{per un AMPL. REALE}$$

Esempio

$$NF = 3 \text{ dB} \implies \frac{SNR \text{ senza ampl.}}{SNR \text{ uscita ampl.}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Tipicamente gli amplificatori con una buona prestazione hanno una cifra di rumore $NF \approx 0,05 \text{ dB}$.

Per ottimizzare l'SNR conviene progettare i circuiti in modo da minimizzare la NF.

$$NF_{min} \implies R_s \text{ ottimale } R_{SO} = \frac{J_N}{i_N}$$

Quindi:

$$NF_{min} = \frac{\cancel{J_S}}{\sqrt{4 K_B T R_{SO}}} \cdot \frac{\sqrt{4 K_B R_{SO} + 2 J_N^2} \cdot \sqrt{\Delta f}}{\cancel{J_S}}$$

$$NF_{min} = 10 \log_{10} \left[1 + \frac{2 J_N^2}{4 K_B T R_{SO}} \right]$$

Dunque a T fissata, ho bisogno che la resistenza assuma il valore ottimale R_{SO} . Per far sì che ciò accada si può inserire nel circuito un trasformatore con un rapporto di trasformazione di α

$$\alpha = \sqrt{\frac{R_{SO}}{R_S}}$$

$$N.B. \left[\alpha = \frac{N.\text{spire circuito 1}}{N.\text{spire circuito 2}} \right]$$

Un'altra grandezza utile per valutare la performance di un amplificatore è la **Temperatura equivalente in rumore**, definita come la temperatura alla quale deve trovarsi la resistenza R_s per produrre, all'uscita dell'amplificatore, il rumore osservato.

$$T_e = T \left(10^{\frac{NF}{10}} - 1 \right)$$

temperatura assoluta alla quale si trova realmente la resistenza R_s

Quando inseriamo un amplificatore in un circuito è necessario che questo abbia certe caratteristiche per non rischiare di amplificare, oltre al segnale, anche il rumore, e dunque non ottenere il miglioramento sperato per il segnale.

In ultima analisi, siccome i rumori di **Johnson** e di **shot** sono legati alla banda di frequenze Δf , ciò che conviene fare è **RIDURRE** quanto possibile Δf . Per questo si ricorre ai **Filtri in Frequenza** - Filtro passa basso, Filtro passa alto, filtro passa banda. Per questi ultimi si può definire un **FATTORE DI MERITO** Q

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

f_0 = Frequenza centrale

Δf = banda di frequenza che passa

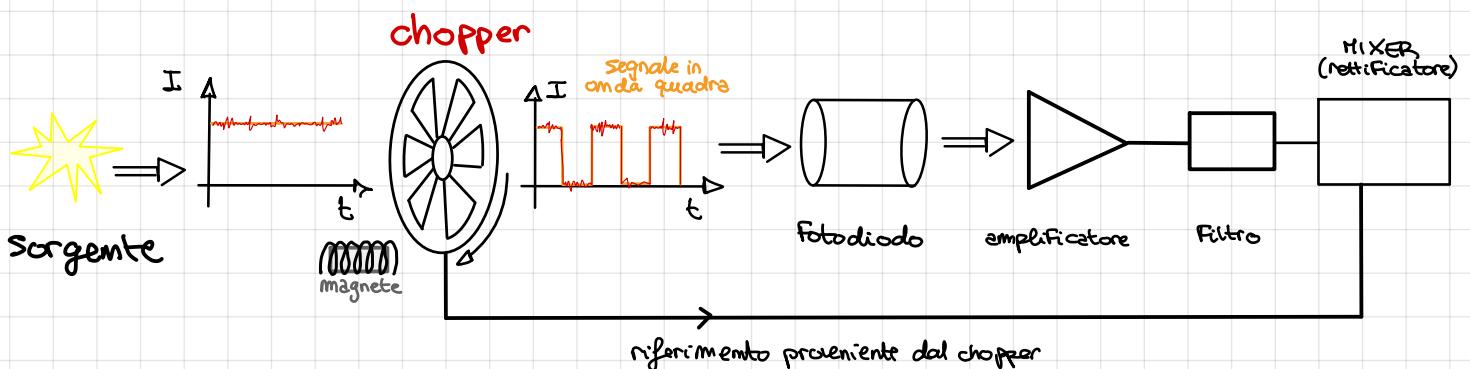
Siccome vogliano $\Delta f \rightarrow 0$, si usano filtri con un alto fattore di merito. Uno dei filtri più noti è il **FILTRO A BANDA PASSANTE**, il cui Fattore Q è dato dal rapporto tra la frequenza di risonanza e il Δf dato dalla larghezza alla tensione di picco (CONTROLLARE QUESTA COSTA)

TECNICA LOCK-IN

Una tecnica che permette di restringere ulteriormente Δf è rappresentata dalla **rivelazione sensibile in Fase (PSD)**, non soltanto all'amplezza del segnale. Questa mi porta un miglioramento nel SNR poiché il rumore che ha la stessa frequenza del segnale sarà, in generale, incosciente rispetto al segnale, dunque una selezione sulla fase può separare Signal e noise.

La tecnica che permette di discriminare segnale e rumore in base alla fase è detta **TECNICA LOCK-IN**; questa permette di agganciare il mio segnale ad un segnale di riferimento.

Supponiamo di avere una sorgente che invia un segnale ad un rivelatore, ad esempio un Fotodiodo. Quando quest'ultimo riceve il segnale, si sviluppa una intensità di photocorrente aerea delle fluttuazioni di rumore. Al fini della diminuzione del rumore si può intercettare il segnale luminoso prima che questo raggiunga il Fotodiodo con un **chopper**, che è un sistema costituito da una ruota con delle pale. Il chopper modifica il segnale in ingresso, come mostrato nella figura in basso.



Il mixer posto dopo il filtro combina il segnale arrivato dal Fotodiodo con un segnale di riferimento proveniente dal chopper. Inoltre nei pressi del chopper può essere posto un magnete che tiene conto del passaggio delle pale (una sorta di contagiri). L'onda di riferimento proveniente dal chopper e il segnale in ingresso oscillano alla stessa frequenza ed hanno un rapporto di fase costante.

Il circuito sopra rappresentato funziona come un **PSD** (Phase Sensitive detection): prendendo due segnali:

$$V_s(t) = V_{os} \sin(\omega_s \cdot t + \delta_s)$$

$$V_r(t) = V_{or} \sin(\omega_r \cdot t + \delta_r)$$

Il segnale in uscita dal mixer sarà

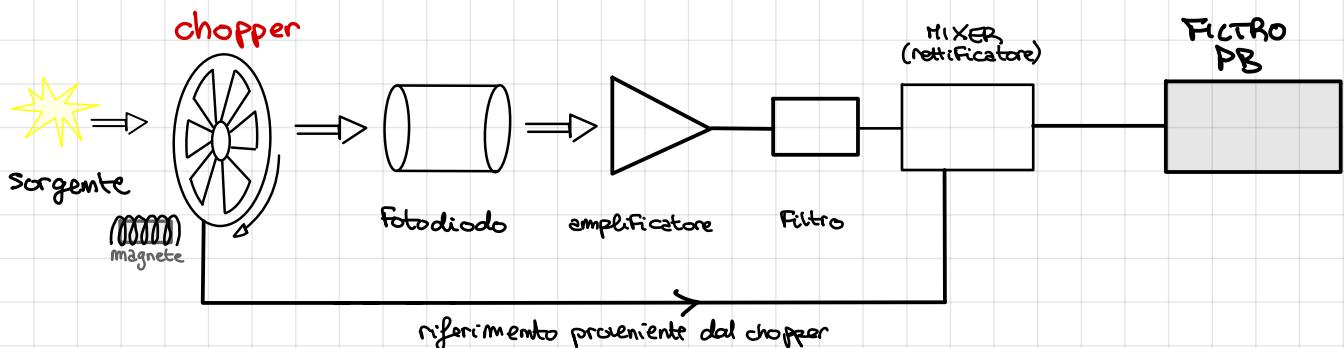
$$V_{out} = V_{os} \cdot V_{or} \sin(\omega_s \cdot t + \delta_s) \sin(\omega_r \cdot t + \delta_r) =$$

$$= V_{os} \cdot V_{or} \frac{1}{2} \left\{ \cos[(\omega_s - \omega_r)t + \delta_s - \delta_r] - \cos[(\omega_s + \omega_r)t + \delta_s + \delta_r] \right\}$$

Il segnale V_{out} in uscita dal mixer può essere inviato ad un filtro passa basso, che lascia passare segnali ad una frequenza inferiore ad una certa frequenza di taglio.

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC}$$

RC è costante di tempo del circuito che funge da filtro passa basso.



Se la frequenza di taglio f_t viene presa molto bassa, allora

$$\omega_s \neq \omega_r \implies V_{out} \approx 0$$

Se invece

$\omega_s = \omega_r \implies$ il termine con la somma delle ω viene tagliato dal filtro passa basso e sopravvive solo la prima parte del segnale V_{out}

$$V_{out}(t) = \frac{1}{2} V_0 r V_{os} \cos(\theta_s - \theta_r)$$

termine di sfasamento costante
(no dipendenza dal tempo)

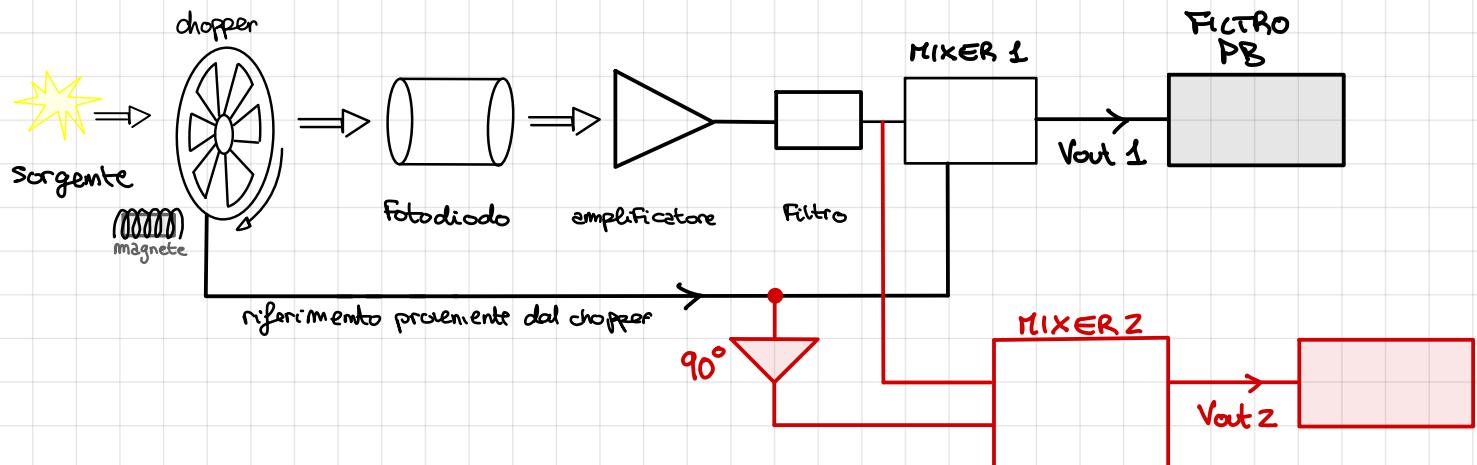
$$\implies V_{out} \propto V_{os}$$

Dunque con questa tecnica si riesce a stimare l'ampiezza del segnale dalla misura del segnale in uscita. Inoltre i segnali a frequenze diverse ($\omega_s \neq \omega_r$) vengono tagliati dal filtro PB e di conseguenza il rumore viene cancellato e la banda di frequenza si restringe. L'eventuale rumore avente stessa frequenza ω_s del segnale, sarà comunque NON COERENTE con il segnale e verrà tagliato dal filtro PASSA BASSO.

Più diminuisco la frequenza di taglio f_t , più questo sistema è sensibile ad eventuali variazioni nel tempo della fase. Questo significa che il sistema richiedera' più tempo per effettuare la misura ma si otterra' un'ottima reiezione del rumore, con delle larghezze di banda $\Delta f \simeq 10^{-2} \text{ Hz}$.

$$\Delta f \simeq 0,01 \text{ Hz} \implies Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1 \text{ KHz}}{0,01 \text{ Hz}} = 10^5$$

La configurazione fin qui descritta puo' essere ulteriormente implementata, nei lock-in digitali, aggiungendo alcuni componenti; in particolare il segnale in uscita dal primo filtro, prima di entrare nel primo mixer, viene inviato ad un secondo mixer dove viene moltiplicato per il segnale di riferimento e viene sfasato di 90° . Ciò significa che in uscita si avranno 2 segnali: V_{out1} e V_{out2}



$$V_{out2} = V_{os} V_{os} \sin(\omega_s t + \delta_s) \cos(\omega_r t + \delta_r)$$

$$= \frac{1}{2} V_{os} V_{os} \left\{ \sin[(\omega_s - \omega_r)t + \delta_s - \delta_r] + \sin[(\omega_s + \omega_r)t + \delta_s + \delta_r] \right\}$$

con il filtro passa basso, se scelgo opportunamente la frequenza di taglio, allora

$$\omega_s \neq \omega_r \Rightarrow V_{out2} = 0$$

$$\omega_s = \omega_r \Rightarrow V_{out2} \propto \frac{1}{2} \sin(\delta_s - \delta_r) V_{os}$$

Ricordando che V_{out1} è proporzionale al $\cos(\delta_s - \delta_r) V_{os}$, possiamo notare che elevando i due segnali in uscita V_{out1} e V_{out2} e sommando, dobbiamo ottenere

$$(V_{out1})^2 + (V_{out2})^2 \propto V_{os}^2 [\sin^2(\dots) + \cos^2(\dots)] = V_{os}^2$$

dunque

$$V_{os} = \sqrt{V_{out1}^2 + V_{out2}^2}$$

Inoltre, facendo il rapporto tra i due segnali in uscita, ottengo

$$\frac{V_{out2}}{V_{out1}} = \tan(\delta_s - \delta_r) \Rightarrow \delta_s - \delta_r = \arctan \left(\frac{V_{out2}}{V_{out1}} \right)$$

Dunque con questo sistema si è in grado di caratterizzare completamente il segnale emesso dalla sorgente, poiché ne conosce ampiezza e sfasamento rispetto ad un segnale di riferimento. Questo sistema è essenzialmente un **VOLTMETRO** capace di misurare modulo e fase del segnale ed è per questo detto **VOLTMETRO VETTORIALE**. Questo particolare sistema, dotato di un apparato PSD, è importante ed utile poiché permette di estrarre segnali molto deboli in forte rumore, con un'efficacia altissima.

ESEMPIO

Segnale 50 nV 50 kHz → vogliamo rivelare questo segnale molto debole

- ① Amplifichi il segnale con un low-noise amplifier: questo tipicamente introduce un livello di rumore di $5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$

$$\text{RUMORE : } \frac{5 \text{ nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

BAND-WIDTH 100 kHz

FATTORE DI AMPLIFICAZIONE
MOLTO SPINTO

1000

$$\text{USCITA IN TENSIONE ATTESA : } 50 \mu\text{V} = 50 \text{ nV} \cdot 1000$$

RUMORE BROAD-BAND

$$\frac{5 \text{ nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{100 \text{ kHz}} \cdot 1000 \approx 1,6 \text{ mV}$$

⇒ il rumore copre ampiamente il segnale amplificato!

- ② Metto un FILTRO A BANDA PASSANTE con un $Q = 100$ centrato sui 50 kHz che voglio rivelare

$$\omega_0 = 50 \text{ kHz} \quad (\text{freq. di risonanza del filtro})$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \Rightarrow \Delta\omega = 50 \text{ Hz}$$

↳ $\omega_2 - \omega_1$, le due frequenze per le quali l'ampiezza del segnale è pari al suo
VALORE EFFICACE

rumore nella banda $\Delta\omega \approx 50 \mu\text{V}$

Dunque anche con questo filtro a banda passante, il rumore sovrasta il segnale amplificato.

Vediamo come questa prestazione è decisamente migliore in un **PSD**.

In un sistema PSD tipicamente rivelata a 10 KHz con una banda stretta che puo' arrivare fino a 0,01 Hz (banda ottenuta giocando con le costanti di tempo dei filtri passa basso posti all'uscita del lock-in). Con un PSD di questo tipo si ha

livello di rumore $\frac{5 \text{ nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \sqrt{0,01 \text{ Hz} \cdot 1000} = 0,5 \mu\text{V}$

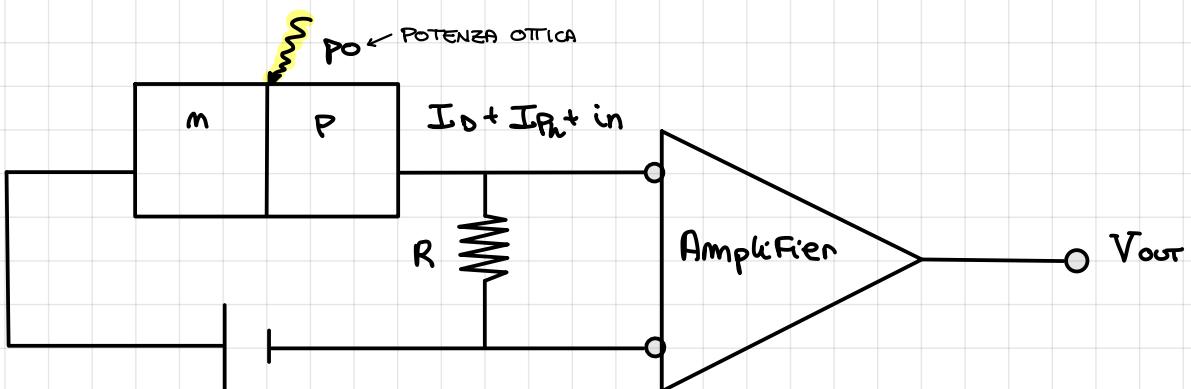
Confrontando questo livello di rumore con il segnale amplificato si vede che il rapporto SNR e' decisamente migliorato rispetto al sistema No PSD.

$$\text{SNR} = \frac{10 \mu\text{V}}{0,5 \mu\text{V}} = 20$$

La tecnica Lock-in e' una delle tecniche che si possono utilizzare vantaggiosamente - come abbiamo visto - per estrarre un segnale debole da un forte rumore; uno degli impieghi della Lock-in e' nell'analisi di linee di trasmissione in cui si vuole confrontare il segnale lanciato in ingresso nella linea rispetto a quello in uscita, e ha quindi bisogno di conoscere sia l'alternazione che l'eventuale ritardo del output rispetto all'input \Rightarrow serve ampiezza e sfasamento \Rightarrow uso **voltmetro vettoriale** (PSD), cioe' il lock-in.

PROBLEMA DEL RUMORE NEI FOTODIODI

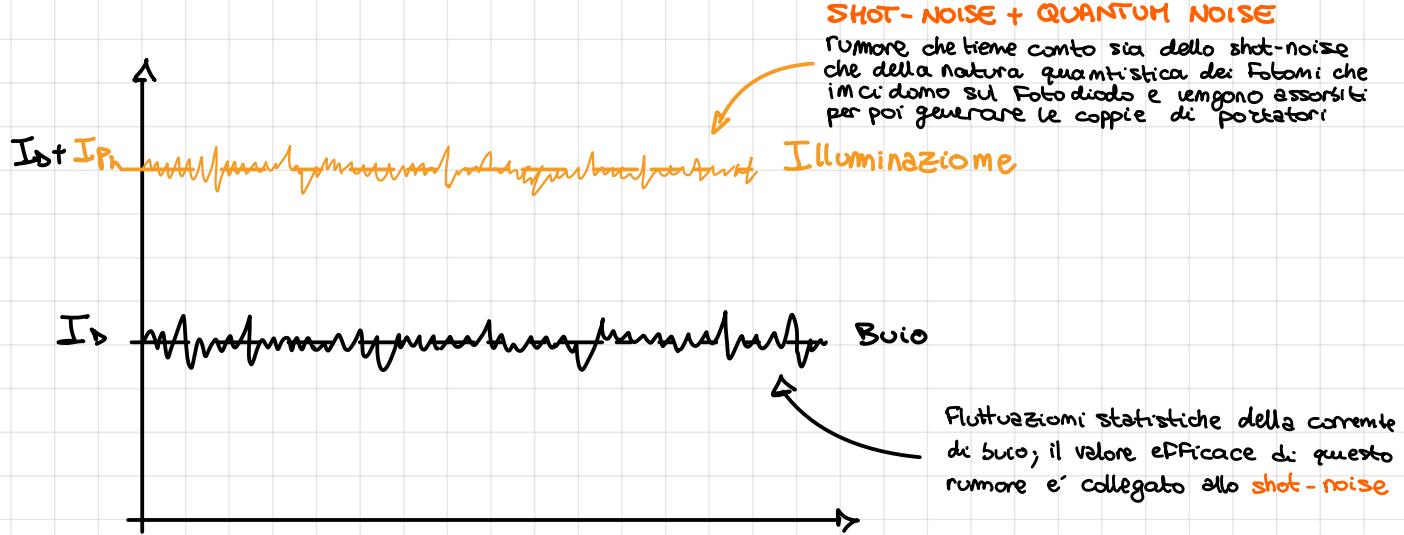
Nelle giunzioni m-p, tipicamente, in assenza di radiazione incidente sul fotodiodo, e' presente una corrente I_D detta corrente di buio (IDARK). Quando una certa potenza ottica incide sul dispositivo, a I_D si somma una certa fotocorrente I_P . Infine ci sara' un terzo contributo dovuto alle fluttuazioni statistiche della corrente, dovute alla natura stessa del rivelatore e del circuito (resistenza, amplificatore, ecc...).



I_D = corrente di buio

I_P = fotocorrente

in = corrente di rumore



$$i_{dark} = \sqrt{2eId\Delta f}$$

rumore sulla corrente di buio
(e' uno shot-noise)

$$i_{quantum} = \sqrt{2eI_{ph}\Delta f}$$

QUANTUM NOISE

Se consideriamo la i_n del Fotodiodo da solo, i due termini di rumore appena trovati, essendo incoerenti tra loro, si sommano in quadratura

$$i_n = \sqrt{i_{dark}^2 + i_{quantum}^2} = \sqrt{2eId\Delta f + 2eI_{ph}\Delta f}$$

$$i_n = \sqrt{2e(Id + I_{ph})\Delta f}$$

Usando una definizione dell' SNR leggermente diversa da quella data in precedenza, ovvero come rapporto tra la potenza del segnale e quella del rumore

$$SNR = \frac{P_{segna}}{P_{rumore}}$$

possiamo calcolare il SNR per il solo Fotodiodo

$$SNR_{pd} = \frac{I_{ph}^2}{i_n^2}$$

Associato all' SNR esiste anche il **NEP** (Noise Equivalent Power) ed è una caratteristica importante per un Fotodiodo; esso è definito come il segnale di potenza ottica richiesto per generare una Fotocorrente che sia uguale alle correnti di noise, fissata la lunghezza d'onda e per una larghezza di banda di 1 Hz.

NEP = Potenza ottica tale che $\text{SNR} = 1$ ad una data λ e per $\Delta f = 1 \text{ Hz}$.

A partire dal NEP si può definire la **detectivity** o detettività D

$$D = \frac{1}{\text{NEP}} \implies \downarrow \text{NEP} \implies \uparrow D \implies \text{con NEP piccoli i segnali vengono rivelati con più facilità}$$

Ricordiamo inoltre che per un Fotodiodo si è definita la **responsivity** R come

$$R = \frac{I_{ph}}{P_{ottica}}$$

dunque

$$I_{ph} = R \cdot P_0$$

$$i_n = \sqrt{2e(I_d + I_{ph})\Delta f} = R P_{0,1} = I_{ph,1}$$

\hookrightarrow Potenza ottica necessaria a generare una photocorrente pari ad i_n , dunque un $\text{SNR} = 1$

$$\frac{P_{0,1}}{\sqrt{\Delta f}} = \frac{1}{R} \sqrt{2e(I_d + I_{ph})} = \text{NEP}$$

Rumore negli APD (Fotodiodi a valanga)

Negli APD avevamo definito il Fattore di moltiplicazione M , che può essere anche dell'ordine di 100; in questo caso la componente di noise

$$i_{n-APD} = \sqrt{2e(I_d + I_{ph})M^2\Delta f}$$

dunque il processo di generazione a valanga di portatori causa un aumento di un fattore M sia dello shot-noise che le Fluttuazioni statistiche sulla Fotocorrente. Inoltre la possibile fluttuazione dello stesso Fattore M (il processo di generazione a valanga è un processo statistico e, come tale, affetto da fluttuazioni), aumenta di molto il rumore all'interno degli APD. Per questo motivo si preferisce lavorare con gli stair-cell photodiodes, dove il rumore è molto ridotto.

ESPERIENZA DI LABORATORIO SULLA TECNICA COCK-IN

(MAI FATTA, ERA UN'IDEA DEL PROF. NON REALIZZATASI QUEST'ANNO)

Lavorando con dei **Filtri ottici** (materiali essenzialmente vetrosi che hanno la prerogativa di assorbire una parte dello spettro visibile) aventi coefficiente di trasmissione ignoto, si può usare la tecnica Cock-in per determinare tale coefficiente.

C'è intensità luminosa trasmessa dai filtri dipende dall'intensità luminosa incidente, dalla spessore del filtro

$$I_t = I_i e^{-\alpha L}$$

Legge di Lambert-Beer

$$I_t = I_i 10^{-\alpha' L}$$

$$\downarrow I_t = I_i \cdot 10^{-\alpha \log_{10} e \cdot L}$$

$$\alpha' L = \alpha \log_{10} e \cdot L$$

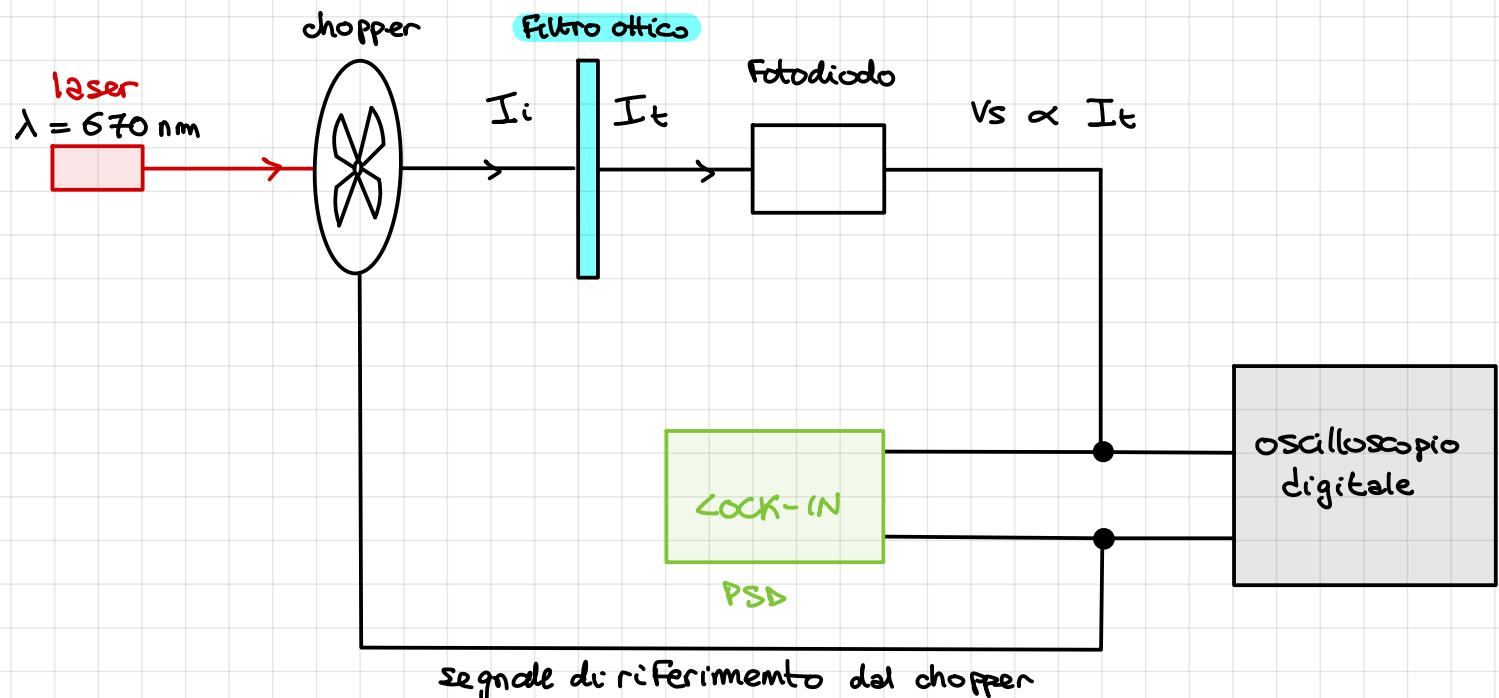
\Rightarrow densità ottica del filtro

$$T = \frac{I_t}{I_i} = 10^{-D}$$

T = trasmittanza del filtro ottico

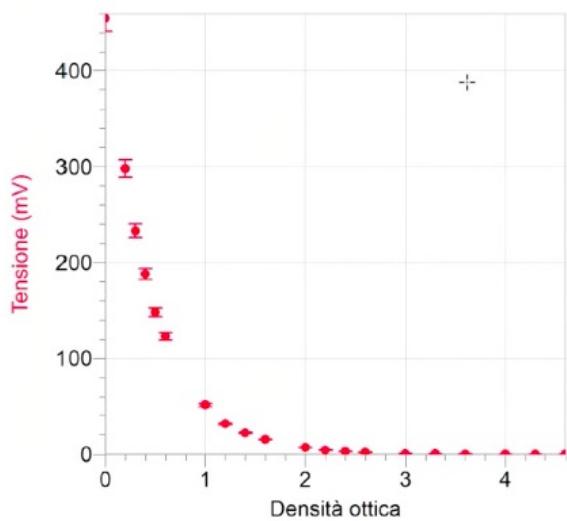
$$D = \log_{10} \left(\frac{1}{T} \right)$$

Nell'esperienza di laboratorio viene chiesto di trovare la densità ottica D dei filtri; per farlo si può usare un amplificatore Cock-in

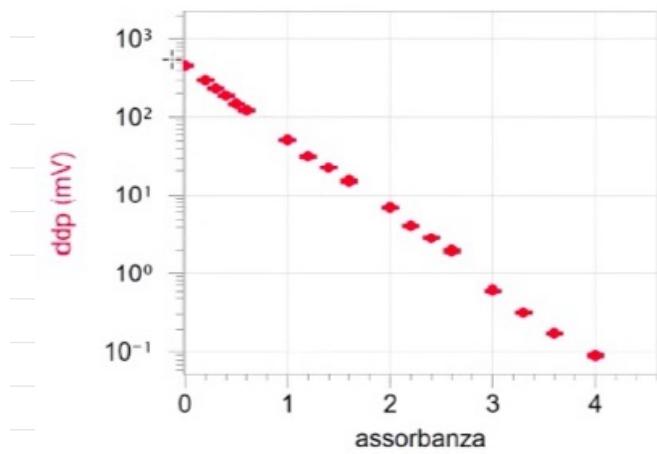


Oltre al lock-in si può montare anche un oscilloscopio digitale in modo da poter osservare che fino a che il segnale trasmesso dai filtri è abbastanza forte, la sua ampiezza può essere misurata con l'oscilloscopio; nel momento in cui la densità ottica del filtro sia molto elevata, l'ampiezza del segnale assume valori dell'ordine dei nanovolt, dunque è confrontabile con il rumore e l'oscilloscopio non riesce a distinguere. Il lock-in, invece, se opportunamente settato, permette di rilevare anche un segnale debole su un forte fondo di rumore. Prima di effettuare la misura della densità ottica ignota di un filtro, si pongono nel sistema dei filtri con Δ nota, in modo da calibrare opportunamente la risposta dell'apparato. Dopo l'operazione di calibrazione, posso porre il filtro con la Δ ignota, confrontare la risposta del sistema con le curve di risposta ottenuta in calibrazione ed ottenere, in questo modo, una stima della densità ottica.

CURVA DI RISPOSTA



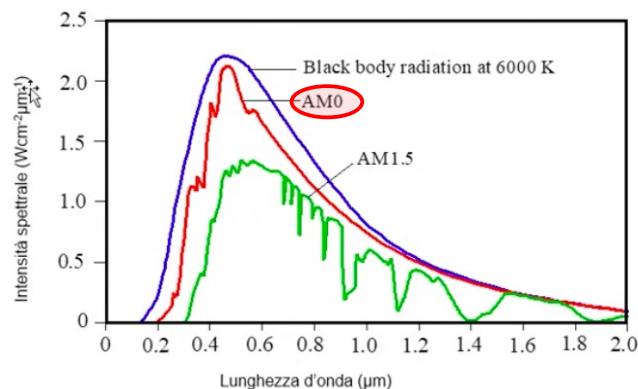
CURVA DI RISPOSTA
IN SCALA LOGARITMICA



FOTOVOLTAICO

Il sole si comporta come un corpo nero a 6000°K ed emette uno spettro di radiazione come quella mostrata nel grafico sotto (curva blu).

Irraggiamento solare

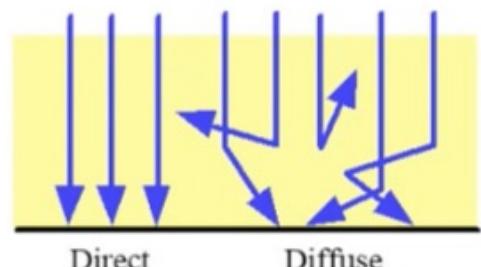
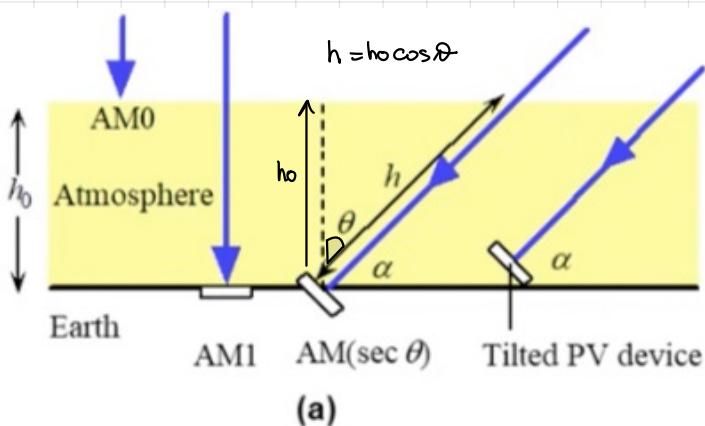


Assorbimento dell'atmosfera
(picchi dovuti a O_2 , H_2O , CO_2)

AM0 = spettro che incide sull'atmosfera quando il sole è esattamente a picco sulla zona dove si sta effettuando le misure.

AM1 = spettro misurato dopo che l'intensità ha attraversato uno strato di atmosfera.

Integrando su tutto lo spettro in lunghezza d'onda ottengo l'intensità luminosa incidente sul suolo terrestre; quando la radiazione di corpo nero emessa dal sole giunge sulla Terra, interagisce con l'atmosfera prima di giungere al suolo. Per questo lo spettro di emissione nell'atmosfera risulta modificato ed attenuato, con le presenze di alcuni picchi di assorbimento legati ad ossigeno, acqua ed anidride carbonica (curva rossa).

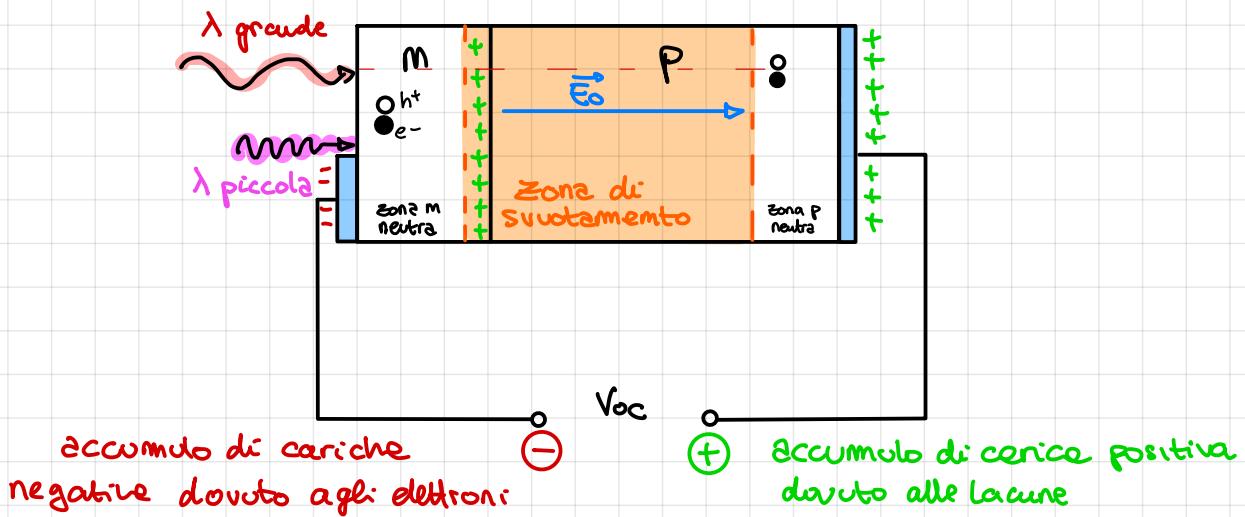


- (a) Illustrazione dell'effetto dell'angolo di incidenza θ sul cammino ottico dei raggi solari.
L'angolo α tra la direzione del raggio incidente e l'orizzonte è la latitudine solare
- (b) Lo scattering riduce l'intensità e dà origine a radiazione diffusa

La presenza di nuvole aumenta la diffusione dei raggi solari, per cui le luce che arriva sui dispositivi Fotovoltaici non è solo quella diretta ma anche quella diffusa.

Come e' Fatto un dispositivo Fotovoltaico?

Un dispositivo Fotovoltaico, analogamente ai Fotodiodi, e' costituito da una giunzione m-p, con la regione di tipo M fortemente drogata, in modo tale che la regione di svuotamento si estenda principalmente nella regione di tipo P.

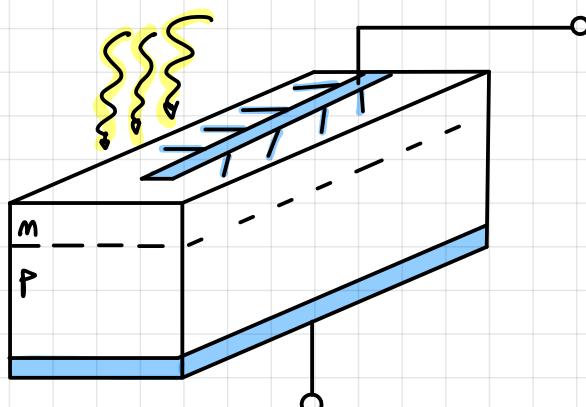


Se sul dispositivo incide un fotone di λ piccola (Fotone molto energetico), la coppia elettrone - lacuna si formerà probabilmente nella zona neutra M e non nella regione di svuotamento; affinché la lacuna raggiunga la zona di svuotamento, le sua lunghezza di diffusione all'interno del materiale deve essere sufficientemente grande; se la lacuna giunge nella regione di svuotamento, vien accelerata dal campo elettrico verso la zona P, dove viene raccolta dall'elettrodo \Rightarrow sull'elettrodo di destra ci sarà quindi un accumulo di carica positiva.

Al contrario, se ad incidere e' un fotone con una λ molto grande, il suo assorbimento può avvenire nella zona P neutra. In questo caso bisogna sperare che l'elettrone abbia una lunghezza di diffusione sufficiente a raggiungere la zona di svuotamento, dove il campo E_0 lo accelererà verso sinistra.

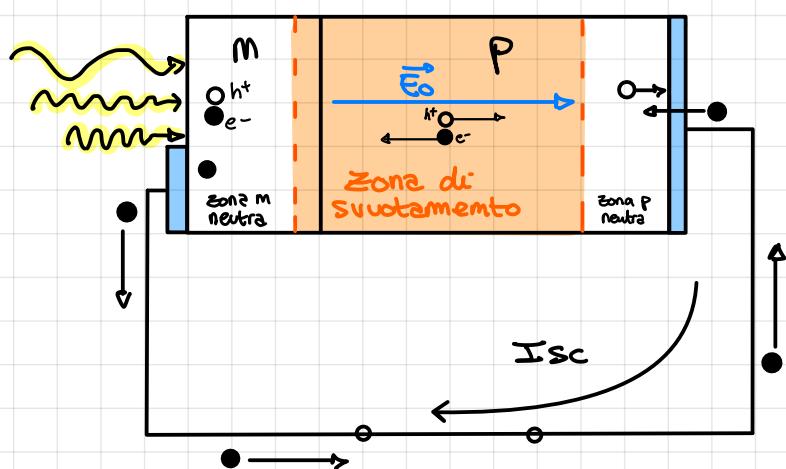
Per lunghezze d'onda intermedie non si hanno particolari problemi: la coppia e^-/h^+ si forma nella regione di svuotamento, dove verrà separata dalla presenza del campo elettrico E_0 .

A circuito aperto dunque compare una tensione tra i due elettrodi detta V_{oc} (open circuit tension).



Tipicamente l'intensità luminosa ha un'andamento esponenziale decrescente all'interno del dispositivo, poiché viene assorbita dal materiale.

Se il circuito viene cortocircuitato (collegiamo i due eletrodi), la necessità di mantenere neutralità di carica all'interno delle zone M e P della giunzione fa sì che si generi, nel circuito, una corrente di cortocircuito I_{SC} (short circuit)

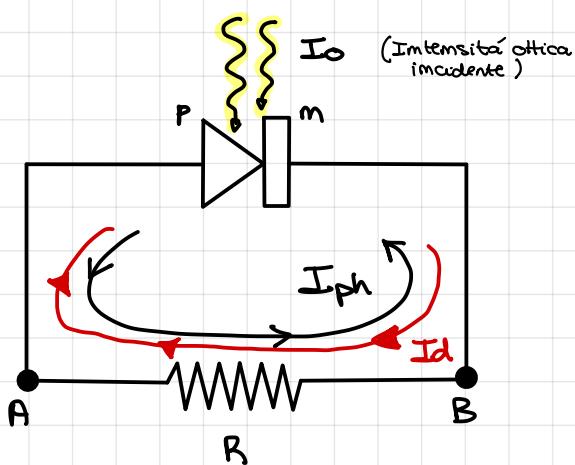


Per neutralizzare la lacuna che giunge all'elettrodo, deve essere immesso un elettrone, che viene "estratto" dal circuito.



Si sviluppa una **FOTOCORRENTE** che coincide con la **CORRENTE DI CORTOCIRCUITO**

Immaginiamo ora una situazione intermedia tra le due appena viste: il Fotodiodo si chiude su un carico resistivo R.



$V_A > V_B \Rightarrow$ l'anodo si trova ad una tensione maggiore del catodo dunque c'è una d.d.p. che tende a polarizzare in maniera **DIRETTA** il dispositivo.



Osserviamo sia una fotocorrente che una corrente propria del diodo che ha verso opposto a I_{ph} .



$$I_d = I_o \left[e^{\frac{eV}{nKT}} - 1 \right]$$

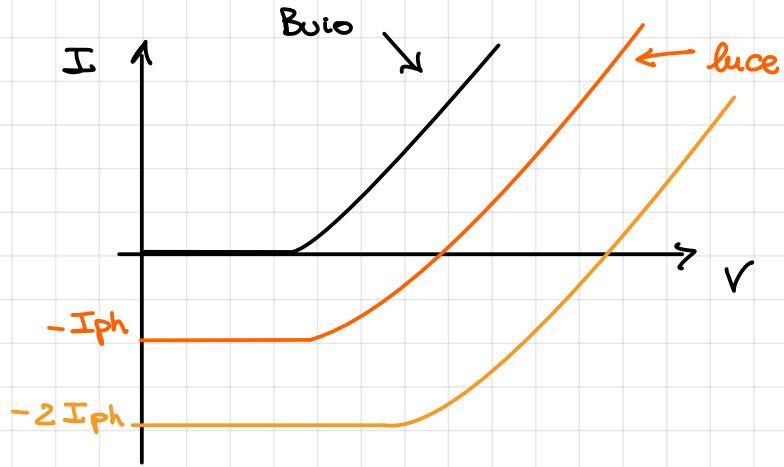
↓

(corr. inversa di saturazione)

$$I_{TOT} = I_o \left[e^{\frac{eV}{nKT}} - 1 \right] - I_{ph}$$

dove V = caduta di tensione ai capi del diodo

$$I_{TOT} = I_{ph} - I_d$$

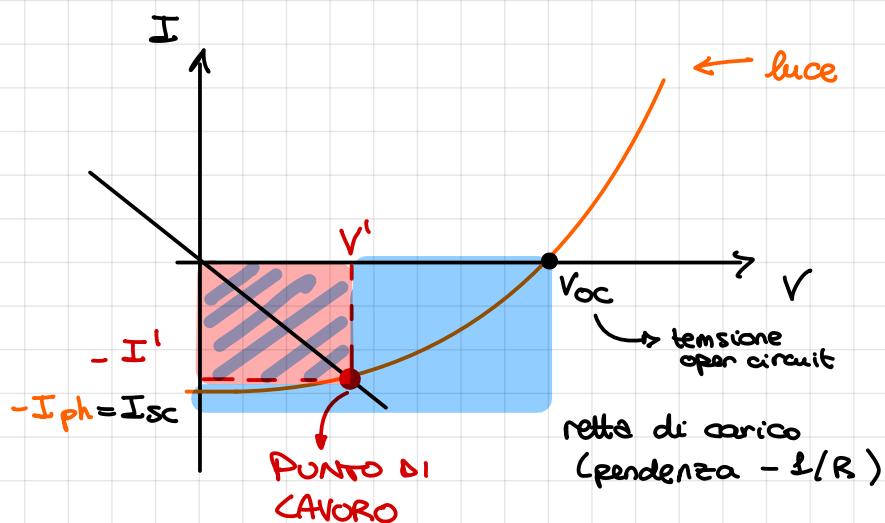


Supponendo che il dispositivo abbia una risposta di tipo lineare alle intensità luminose, allora al raddoppiare di quest'ultima ci si aspetta che raddoppi anche la photocorrente.

Questo dispositivo presenta la normale curva caratteristica di un diodo nel buio ma in presenza di luce, c'è una traslazione della curva di una quantità I_{ph} .

Scrivendo l'equazione della maglia rappresentata

$$\left. \begin{array}{l} V + IR = 0 \\ I = -\frac{1}{R}V \end{array} \right\} \Rightarrow \text{il punto di lavoro di questo dispositivo si può trovare con il metodo della retta di carico}$$



Al variare della resistenza il punto di lavoro cambia, dunque cambiano le sue coordinate V' ed I' a cui opera il dispositivo.

Il dispositivo che abbiamo descritto è in grado di produrre una corrente in conseguenza dell'esposizione alla luce; questo dispositivo converte energia luminosa incidente in energia elettrica ed una potenza

$$P = RI'^2 = V'I'$$

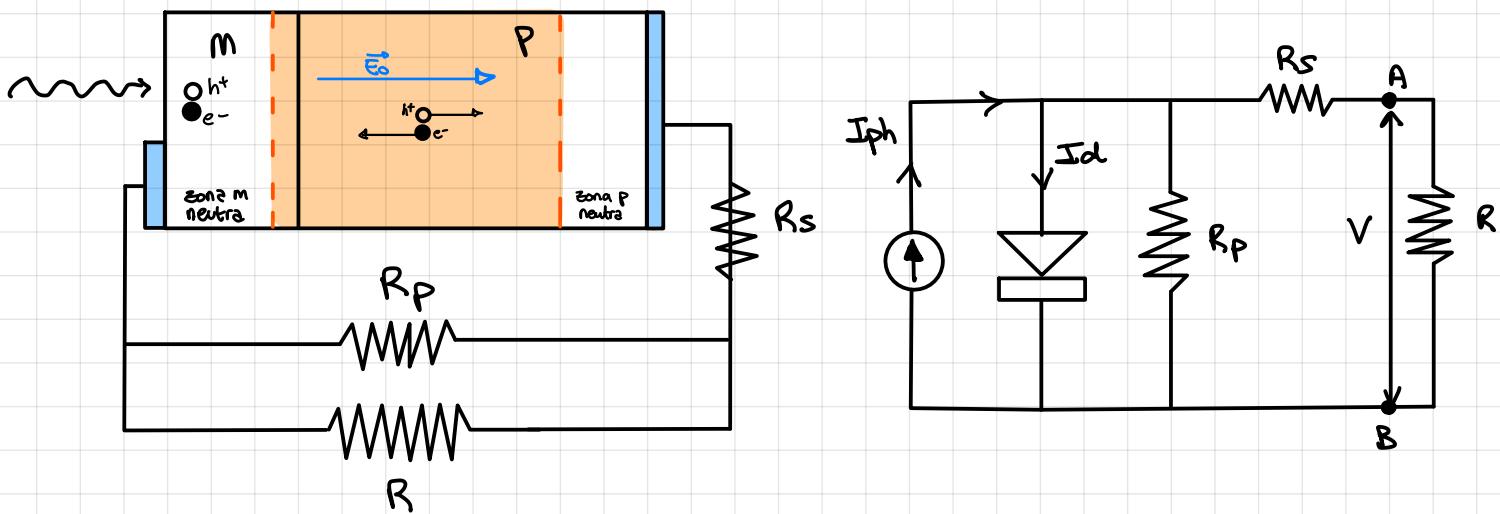
Notiamo che

$$\begin{aligned} V' &< V_{oc} \\ I' &< I_{ph} \end{aligned} \Rightarrow P_{max} = I_{ph} \cdot V_{oc}$$

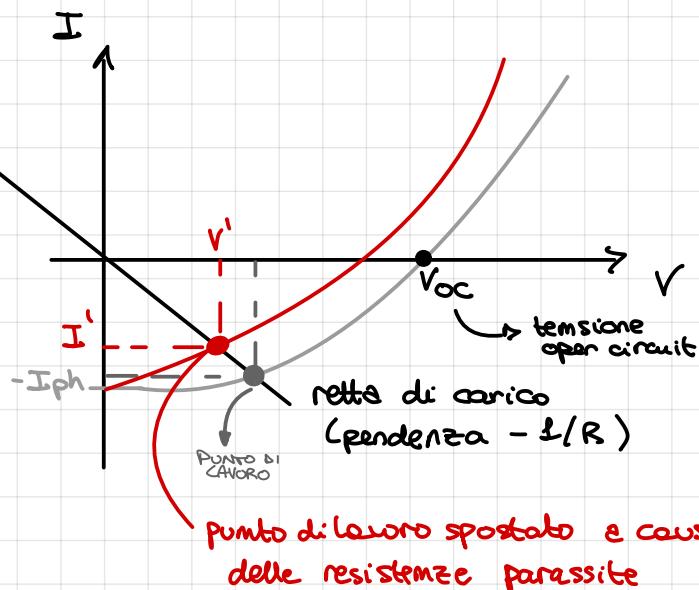
Il rapporto tra potenza in uscita e potenza massima è detto **Fill Factor** ed è correlato alla bonifica del dispositivo.

$$FF = \frac{P_{out}}{P_{Max}} = \frac{I'V'}{I_{ph}V_{oc}}$$

Nel circuito, oltre alla resistenza di carico, dobbiamo inserire una ulteriore resistenza che rappresenti la resistività finita offerta dal Semiconduttore al movimento dei portatori di Carica. In più alcune cariche potrebbero viaggiare sulla superficie del dispositivo piuttosto che al suo interno; questo può essere schematizzato da una resistenza in parallelo con il diodo, R_p . Dunque il circuito equivalente di questo dispositivo sarà:



In generale R_p è molto grande e le si può anche trascurare nel caso più semplice. La resistenza R_s non è invece trascurabile e porta ad una modifica della caratteristica del dispositivo.

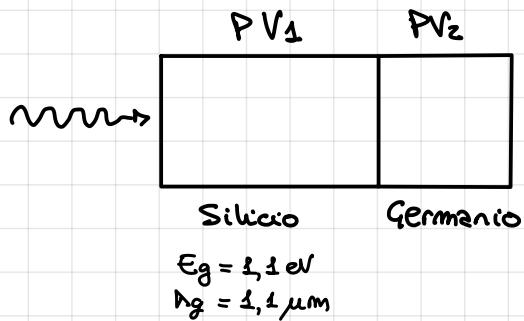


La presenza delle resistenze parassite sposta il punto di lavoro facendo diminuire la potenza in uscita. Per questo motivo le resistenze parassite devono essere sopprese quanto più possibile.

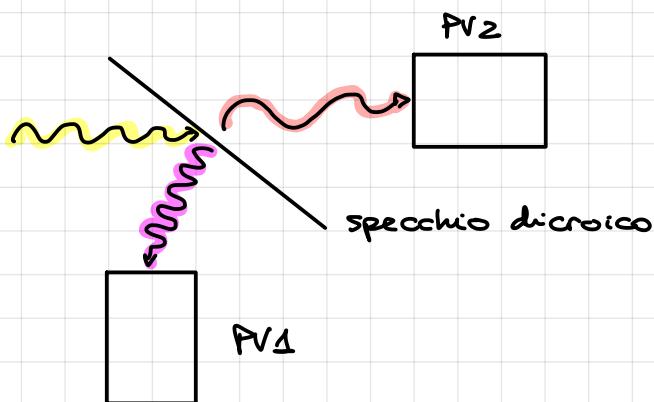
\Rightarrow Diminuisce il Fill Factor

CELLA TANDEM

Sir puó pensare di collegare due celle Fotovoltaiche in serie in modo che la parte del spettro non assorbita dalla prima cella possa essere assorbita dalla seconda, costituita da un materiale diverso e dunque "sensibile" ad altre lunghezze d'onda.

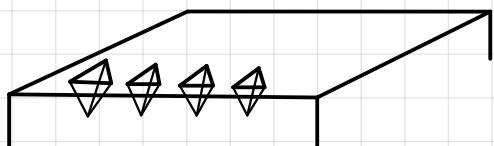


Un apparato avere funzione simile al TANDEM è lo **SPECCHIO DICROICO**, che è uno specchio che esibisce comportamenti diversi a seconda della lunghezza d'onda della radiazione incidente



Per quanto riguarda l'**EFFICIENZA** delle celle Fotovoltaiche, esistono alcuni accorgimenti utili a migliorarla:

- ① La parte esposta alla radiazione viene coperta da un COATING ANTRIFLESSO in modo da abbattere le luce riflessa.
- ② Sempre ai fini di minimizzare la luce riflessa, la superficie della cella può essere lavorata facendo dei "buchi piramidali" de fanno sì che una parte della luce riflessa incida nuovamente sulla superficie e abbia più probabilità di essere assorbita in una delle varie riflessioni.



Típicamente comunque $\sim 25\%$ della radiazione incidente viene persa per riflessione $\Rightarrow 75\% \text{ ASSORBITA}$. Vi sono poi delle ricombinazioni dei Fotoni molto energetici appena all'ingresso del dispositivo: le coppie h^+ / e^- formatesi in queste zone probabilmente NON arriveranno alla zona

di svuotamento e dunque costituiscono una perdita (i portatori vengono spesso imprigionati nelle imperfezioni della superficie del dispositivo)
⇒ si perde il 40 % del precedente 75 %.

Resta dunque il 45 % della radiazione incidente. Circa il 15 % viene perso nel processo di raccolta ⇒ resta l'85 % del 45 %, ovvero il 35 % della radiazione in ingresso. Infine, della potenza massima si riesce a raccogliere l'85 % (Fill Factor) ⇒ DUNQUE L'EFFICIENZA FINALE È DEL 25 % CIRCA.

Efficienze più alte (circa 30 %) possono essere raggiunte con il silicio cristallino, che però ha costi di produzione molto elevati; per questo motivo si preferisce lavorare con il silicio amorfico, che conserva l'ordine cristallino solo sui primi vicini ⇒ peggiora le perdite a causa delle imperfezioni ma ha un assorbimento più elevato rispetto al silicio cristallino, la qual cosa compensa in parte le perdite ⇒
⇒ EFFICIENZA \approx 15 %.

N.B. Un'alternativa al silicio amorfico è il silicio policristallino.