

Алгоритм Форда-Фалкерсона

Вайцуль А. Н.

1 Постановка задачи

Алгоритм Форда-Фалкерсона предназначен для решения задачи максимального потока в сети. Задача максимального потока заключается в нахождении максимального объема (потока) материала, который может пройти от источника к стоку в ориентированном графе, учитывая пропускные способности рёбер.

Пусть у нас есть ориентированный граф $G = (V, E)$, где V - множество вершин, E - множество ориентированных рёбер. Каждое ребро (i, j) имеет неотрицательную пропускную способность $c(i, j)$, которая представляет собой максимальный объем, который может протекать через данное ребро.

Также в графе выделены источник (source) и сток (sink). Источник — это вершина, из которой начинается поток, а сток — вершина, в которую поток направляется. Задача состоит в поиске максимального потока из источника в сток, соблюдая пропускные способности рёбер.

2 Описание алгоритма

1. Инициализация потока

Начинаем с исходного потока F , который равен нулю для каждого ребра в графе.

2. Поиск увеличивающего пути

Используем поиск в ширину или в глубину для нахождения увеличивающего пути от источника к стоку в графе, учитывая текущий поток F и пропускные способности c . Увеличивающий путь — это путь от источника к стоку, по которому можно увеличить поток.

3. Нахождение увеличивающего потока

Для увеличивающего пути определяем минимальную пропускную способность рёбер на этом пути. Это будет величина, на которую мы увеличим текущий поток.

4. Обновление потока

Увеличиваем поток F вдоль увеличивающего пути на величину найденного увеличивающего потока. Это приводит к увеличению потока от источника к стоку.

5. Повторение

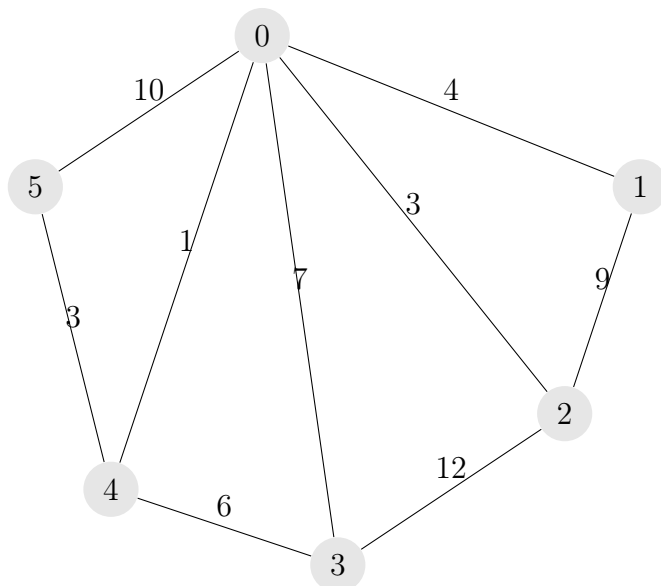
Повторяем шаги 2-4 до тех пор, пока увеличивающий путь существует. Как только увеличивающий путь становится недоступным, завершаем выполнение алгоритма.

6. Определение максимального потока

Максимальный поток равен сумме потоков, входящих в сток.

3 Результаты

Дан граф:



На выходе получим:

Введите вершину-источник: 0

Введите вершину-сток: 4

Максимальный поток: 10