

# Алгоритм Дейкстры (поиска кратчайших путей от одной из вершин графа до всех остальных)

Вайцуль А. Н.

## 1 Постановка задачи

Задача поиска кратчайшего пути в графе возникает, когда необходимо найти наименьшую сумму весов ребер для достижения одной вершины из другой. Обычно эта задача решается в контексте направленных или ненаправленных графов с весами на ребрах.

Формально, пусть у нас есть взвешенный граф  $G$ , состоящий из вершин  $V$  и ребер  $E$ , где каждому ребру присвоен неотрицательный вес. Задача заключается в поиске кратчайшего пути от начальной вершины  $s$  до всех остальных вершин в графе.

## 2 Описание алгоритма

Алгоритм Дейкстры – это алгоритм, который находит кратчайший путь от одной начальной вершины ко всем остальным вершинам в графе. Он подходит для графов без рёбер с отрицательными весами.

### Шаги алгоритма:

#### 1. Инициализация:

- Задаем начальную вершину  $s$ .
- Устанавливаем расстояние от  $s$  до всех остальных вершин как бесконечность, за исключением расстояния от  $s$  до  $s$ , которое устанавливаем равным 0.
- Создаем пустое множество  $S$ , которое будет содержать посещенные вершины.

#### 2. Выбор ближайшей вершины:

- Находим вершину  $v$  с наименьшим текущим расстоянием из  $s$ .
- Помечаем вершину  $v$  как посещенную, добавляем ее в множество  $S$ .

### 3. Обновление расстояний:

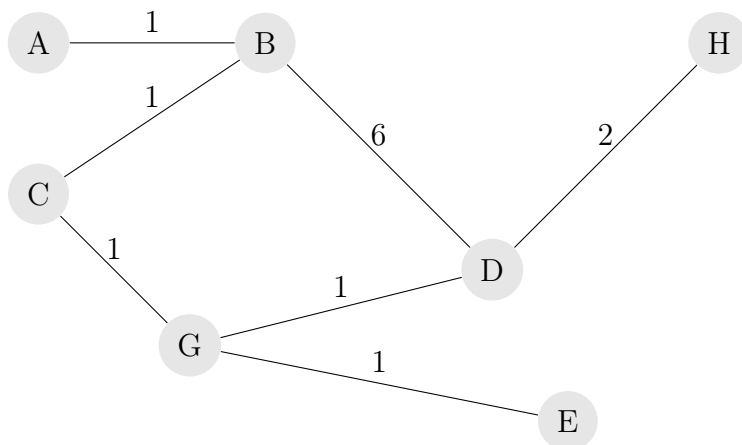
- Для каждой непосещенной вершины  $w$ , смежной с  $v$ :
- Если текущее расстояние от  $s$  до  $w$  больше, чем сумма расстояния от  $s$  до  $v$  и веса ребра между  $v$  и  $w$ , обновляем расстояние от  $s$  до  $w$ .

### 4. Повторение:

- Повторяем шаги 2 и 3, пока все вершины не будут посещены.

## 3 Результаты

Дан взвешенный граф:



На выход получим вершины и кратчайшие расстояния от вершины D до всех остальных: A – 4, B – 3, C – 2, D – 0, G – 1, E – 2, H – 2.