Hausaufgaben

Algorithmen und Datenstrukturen

Gruppe 6, zum 20. November 9:00 Uhr

Stefan Dang (6589689), Stine Griep (5571999), Felix Braun (5881661)

Hamburg, 19. November 2013

Aufgabe 1: Hashing

a) $11 * \mathbb{N} + 10$
Begründung:
$h(k) = 10$
$(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b}) mod\ 11 = 10$ | $-b$
$(\mathrm{a} * \mathbb{N}) mod\ 11 = 10 - b$ | $\Leftrightarrow b = 10$
$(\mathrm{a} * \mathbb{N}) mod\ 11 = 0$ | $\Leftrightarrow a = 11$

b) $11 * \mathbb{N} + 5$
Begründung:
$h(k) = 10$
$2(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b}) mod\ 11 = 10$ | $-2b$
$2(\mathrm{a} * \mathbb{N}) mod\ 11 = 10 - 2b$ | $\Leftrightarrow b = 5$
$2(\mathrm{a} * \mathbb{N}) mod\ 11 = 0$ | $\Leftrightarrow a = 11$

c) $11 * \mathbb{N} + 0$
Begründung:
$h(k) = 10$
$(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b})^2 + 10\ mod\ 11 = 10$ | -10
$(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b})^2\ mod\ 11 = 0$ | $sei\ (\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b}) = x$
$x^2\ mod\ 11 = 0$ | $dann\ x^2 = x * x = y * 11$. Also muss x ein Vielfaches von 11 sein. $\Leftrightarrow \mathrm{a} = 11, \mathrm{b} = 0$

d) $\emptyset$
Begründung:
$h(k) = 10$
$3^{(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b})} - 1\ mod\ 11 = 10$ | $+1$
$3^{(\mathrm{a} * \mathbb{N} + \mathrm{b})}\ mod\ 11 = 0$ | $f$ür $kein\ x, y\ \in\ \mathbb{N}$ gilt: $3^x = \mathrm{y} * 11$

Aufgabe 2: Lower Bound

Für $\log n!$ gilt:

$\log n! \in O(\log n^n)$ und $\log n! \in \Omega\left(\log \frac{n}{2}^{n/2}\right)$,

da $n^n >$ n! und $\frac{n}{2}^{n/2} <$ n!, für alle $n \in \mathbb{N}$.

$(\log n^n) = n(\log n)$ und $\log \frac{n}{2}^{n/2} = \frac{n}{2} * \log \frac{n}{2}$.

$n(\log n) \in O(n\log n)$

$\frac{n}{2}\log \frac{n}{2} \in O\left(\frac{n}{2} * \log \frac{n}{2}\right) = O\left(\frac{1}{2}n * \log \frac{1}{2}n\right) = O(n\log n)$

Da $n(\log n)$ und $\frac{n}{2}\log \frac{n}{2}$ dieselbe Laufzeit haben und sich $\log n!$ innerhalb dieser Schranken befindet gilt: $\log n! \in \theta(n\log n)$