Afg. 3.3:

Gegeben δ Kostenfunktion, so dass für alle Editoperationen $\alpha \to \beta$ die folgenden Eigenschaften gelten:

$\delta(\alpha \to \beta) = \delta(\beta \to \alpha)$
$\delta(\alpha \to \beta) = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta$

1.

Seien $u, v \in A*$ wobei $\alpha_1\alpha_2...\alpha_h = uund\beta_1\beta_2...\beta_h = v$.

Annahme: $edist_\delta(u,v) \neq edist_\delta(v,u)$.

Dann von der Definition,

$min\{\delta(A*)|A*$ Alignment von u und v $\} \neq min\{\delta(A*')|A*'$ Alignment von v und u $\}$

wobei $A* = (\alpha_1 \to \beta_1, ..., \alpha_h \to \beta_h)$ und $A*' = (\beta_1 \to \alpha_1, ..., \beta_h \to \alpha + h)$.

Dann $\delta(A*) = \sum_{i=1}^{h} \delta(\alpha_i \to \beta_i)$

und $\delta(A*') = \sum_{i=1}^{h} \delta(\beta_i \to \alpha_i)$

$= \sum_{i=1}^{h} \delta(\alpha_i \to \beta_i)$ von der Definition der Kostenfunktion

$= \delta(A*)$

$\Rightarrow min\{\delta(A*')\} = min\{\delta(A*)\}$

$\Rightarrow$ Widerspruch.

Deshalb $edist_\delta(u,v) = edist_\delta(v,u)$.

$\square$

2.

Seien $u, v \in A*$

$\Rightarrow$|

Sei $edist_\delta(u,v) = 0$.

Annahme: $u \neq v$

$\Rightarrow \delta(u \to v) \neq 0, \delta(v \to u) \neq 0$

$\Rightarrow \delta(A*) = \sum_{i=1}^{h} \delta(\alpha_i \rightarrow \beta_i)$

$\Rightarrow min\{\delta(A*)|A*$ Alignment von u und $v\} > 0$

$\Rightarrow edist_\delta(u, v) \neq 0$

$\Rightarrow$ Widerspruch.

Deshalb $u = v$.

$\underline{\Leftarrow |}$

Sei $u = v$.

Dann $\delta(u \rightarrow v) = \delta(v \rightarrow u) = 0$ von der Definition der Kostenfunktion.

Dann die Definition von $E_\delta \Rightarrow E_\delta(i, j) = 0, \forall i, j$

$\Rightarrow E(u, v) = 0$

$\Rightarrow edist_\delta(u, v) = 0$.

$\square$