

### Aufgabe 3

Gegeben  $\delta$  Kostenfunktion, so dass für alle Editoperationen  $\alpha \rightarrow \beta$  die folgenden Eigenschaften gelten:

$$\begin{aligned}\delta(\alpha \rightarrow \beta) &= \delta(\beta \rightarrow \alpha) \\ \delta(\alpha \rightarrow \beta) &= 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta\end{aligned}$$

1.

Seien  $u, v \in A^*$  wobei  $\alpha_1\alpha_2...\alpha_h = u$  und  $\beta_1\beta_2...\beta_h = v$ .

Annahme:  $edist_\delta(u, v) \neq edist_\delta(v, u)$ .

Dann von der Definition,

$$\min\{\delta(A^*) | A^* \text{ Alignment von } u \text{ und } v\} \neq \min\{\delta(A^{*'}) | A^{*'} \text{ Alignment von } v \text{ und } u\}$$

$$\text{wobei } A^* = (\alpha_1 \rightarrow \beta_1, \dots, \alpha_h \rightarrow \beta_h) \text{ und } A^{*'} = (\beta_1 \rightarrow \alpha_1, \dots, \beta_h \rightarrow \alpha_h).$$

$$\text{Dann } \delta(A^*) = \sum_{i=1}^h \delta(\alpha_i \rightarrow \beta_i)$$

$$\text{und } \delta(A^{*'}) = \sum_{i=1}^h \delta(\beta_i \rightarrow \alpha_i)$$

$$= \sum_{i=1}^h \delta(\alpha_i \rightarrow \beta_i) \text{ von der Definition der Kostenfunktion}$$

$$= \delta(A^*)$$

$$\Rightarrow \min\{\delta(A^{*'})\} = \min\{\delta(A^*)\}$$

$$\Rightarrow \text{Widerspruch.}$$

$$\text{Deshalb } edist_\delta(u, v) = edist_\delta(v, u).$$

□

2.

Seien  $u, v \in A^*$

$$\Rightarrow$$

$$\text{Sei } edist_\delta(u, v) = 0.$$

$$\text{Annahme: } u \neq v$$

$$\Rightarrow \delta(u \rightarrow v) \neq 0, \delta(v \rightarrow u) \neq 0$$

$$\Rightarrow \delta(A*) = \sum_{i=1}^h \delta(\alpha_i \rightarrow \beta_i)$$

$$\Rightarrow \min\{\delta(A*) \mid A* \text{ Alignment von } u \text{ und } v\} > 0$$

$$\Rightarrow edist_{\delta}(u, v) \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{Widerspruch.}$$

Deshalb  $u = v$ .

$\Leftarrow$

Sei  $u = v$ .

Dann  $\delta(u \rightarrow v) = \delta(v \rightarrow u) = 0$  von der Definition der Kostenfunktion.

Dann die Definition von  $E_{\delta} \Rightarrow E_{\delta}(i, j) = 0, \forall i, j$

$$\Rightarrow E(u, v) = 0$$

$$\Rightarrow edist_{\delta}(u, v) = 0.$$

□