

a)

$$\begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n$$

$$n \geq 0$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \\ n = 0 \\ n = 1 \\ n > 1 \end{cases}$$

$$1. \quad n = 0$$

$$\begin{bmatrix} f_2 & f_1 \\ f_1 & f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^0 = \mathbb{1}$$

$$2. \quad n = 1$$

$$\begin{bmatrix} f_2 & f_1 \\ f_1 & f_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^1$$

$$3. \quad n > 1$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} f_2 & f_1 \\ f_1 & f_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_n & f_{n-1} \\ f_{n-1} & f_{n-2} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^1 \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \end{aligned}$$

Aufgabe 3

b)

$$a(n) = \begin{cases} a^{n/2} & \text{gerade} \\ a^{(n-1)/2} & \text{ungerade} \end{cases}$$

$$T(n) = T(n/2) + \Theta(1) \Rightarrow T(n) = \Theta(\lg n)$$

c)

Aufgabe 3

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_0 \\ F_2 & F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_2 & F_1 \\ F_1 & F_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^n \Rightarrow f^n$$

$$f(n) = \begin{cases} a^{n/2} & \text{gerade} \\ a^{(n-1)/2} & \text{ungerade} \end{cases}$$

$$T(n) = T(n/2) + \Theta(1) \Rightarrow T(n) = \Theta(\lg n)$$

$$f(n) \in \Theta(\lg n)$$

$$f(n) \notin O(n^2) \quad ?$$

$$\updownarrow$$

$$\lg n \in O(n^2) \quad ?$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lg n}{n^2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{g} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'}{g'} \rightarrow 0 \Rightarrow \lg(n) \notin O(n^2)$$

n - unendlich

$\lg n$ - unendlich