Problem Set 3

Problem 1

a) $!\exists x(C(x) \wedge D(x) \wedge F(x))$

b) $\forall x(C(x) \wedge D(x) \wedge F(x))$

c) $\exists x(C(x) \wedge F(x) \wedge \neg D(x))$

d) $\forall x(\neg C(x) \vee \neg D(x) \vee \neg F(x))$

e) $(\exists x C(x)) \wedge (\exists y D(y)) \wedge (\exists z F(z))$

Problem 2

a)

当$x=-1$的时候$(-1)^3=-1$成立,所以$\exists x(x^3)=-1$真值为T.

b)

当$x=\frac{1}{2}$的时候$(\frac{1}{2})^4<(\frac{1}{2})^2$成立,

所以$\exists x(x^4<x^2)$真值为T.

c)

由于 $(-x)^2=x^2$ 对所有实数x均为T, 所以$\forall x((-x)^2=x^2)$ 为T.

d)

当$x=0$的时候, $2 \times 0>0$ 不成立, 即存在反例,

所以$\forall x(2x>x)$真值为F.

Problem 3

a)

$P(x)$: x遵守驾驶速度限制.

x论域是所有的司机.

所有的司机都遵守驾驶速度限制.

$\forall x P(x)$

b)

有些瑞典电影并不严肃.

$P(x)$: x是严肃的.

x论域是所有的瑞典电影.

$\exists x(\neg P(x))$

c)

有人能保守秘密.

$P(x)$: x能保守秘密.

x论域是所有人.

$\exists x P(x)$

d)

班上所有人都有良好的心态.

$P(x)$: x有良好的心态.

x论域是班上所有人.

$\exists x P(x)$

Problem 4

a)

$P(x)$: x可以访问电子邮箱.

x论域是所有用户.

$\forall x P(x)$

b)

$P(x)$: x可以访问系统邮箱.

x论域为组里的所有人.

q : 文件系统被锁定.

$q \to \forall x P(x)$

c)

p : 防火墙处于诊断状态.

q : 代理服务器处于诊断状态.

$p \leftrightarrow q$

d)

$P(x)$: x工作正常.

x论域为所有的路由器.

q : 吞吐量在100~500kbps.

r : 代理服务器不处于诊断模式.

$q \wedge r \to \exists x P(x)$

Problem 5

a) 学生 Randy Goldberg 注册了课程 CS 252.

b) 有学生注册了课程 Math 695.

c) 学生 Carol Sitca 注册了学校中的一些课程.

d) 有学生同时注册了课程 Math 222 和 CS252.

e) 有学生注册了另一个学生注册的所有课程.

f) 有两个学生注册的课程一模一样.

Problem 6

$P(x)$: x是三年级学生.

$Q(x)$: x是计算机科学专业的.

$R(x)$: x是数学专业的.

$S(x)$: x是二年级学生.

a)

$\exists x P(x)$

真值为 T

b)

$\forall x Q(x)$

真值为 F

c)

$\exists x(\neg R(x) \wedge \neg P(x))$

真值为 T

d)

$\forall x(S(x) \lor Q(x))$

Problem 7

论域为所有实数.

$\forall a \forall b \forall c \exists x_1 \exists x_2 \forall x(a \neq 0 \land ax^2 + bx + c = 0 \land x_1 \neq x_2 \to x = x_1 \lor x = x_2)$

Problem 8

a) 正确, 假言推理

b) 错误, 肯定结论的谬误

c) 错误, 否定假设的谬误

Problem 9

1. $\exists x(P(x) \land \neg R(x))$ (前提引入)
2. $P(c) \land \neg R(c)$ (存在实例, 由1.)
3. $\forall x(P(x) \to Q(x))$ (前提引入)
4. $P(c) \to Q(c)$ (全称实例, 由3.)
5. $P(c)$ (化简, 由1)
6. $Q(c)$ (假言推理, 由4.5.)
7. $\neg R(c)$ (化简, 由2)
8. $Q(c) \land \neg R(c)$ (合取, 由6.7.)
9. $\exists x(Q(x) \land \neg R(x))$ (存在引入, 由8.)

所以用了存在实例, 存在引入, 全称实例, 化简, 合取, 假言推理这六条推理规则.

Problem 10

$3. \to 4.$ 和 $5. \to 6.$错误, 没有证明对任意c均成立, 无法使用全称引入推理规则.

Problem 11

1. $\exists x \neg P(x)$ (前提引入)

2. $\neg P(c)$ (存在实例, 由1.)
3. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ (前提引入)
4. $P(c) \vee Q(c)$ (全称实例, 由3.)
5. $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$ (前提引入)
6. $\neg Q(c) \vee S(c)$ (全称实例, 由5.)
7. $P(c) \vee S(c)$ (消解律, 由4.6.)
8. $S(c)$ (取拒式, 由2.7.)
9. $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ (前提引入)
10. $R(c) \rightarrow \neg S(c)$ (全称实例, 由9.)
11. $\neg R(c)$ (取拒式, 由8.10.)
12. $\exists x \neg R(x)$ (存在引入, 由11.)