

Problem 1

- a) 化简
- b) 析取三段式
- c) 假言三段论
- d) 附加
- e) 假言三段论

Problem 2

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \\ \underline{q \leftrightarrow r} \\ \therefore p \leftrightarrow r \end{array}$$

Problem 3

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \rightarrow r \\ \equiv \neg(\neg p \vee q) \vee r \\ \equiv (p \wedge \neg q) \vee r \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \\ \equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r \end{array}$$

因为

p	q	$p \wedge \neg q$	$\neg p \vee \neg q$
F	F	F	T
F	T	F	T
T	F	T	T
T	T	F	F

$$p \wedge \neg q \not\equiv \neg p \vee \neg q$$

所以

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r \not\equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Problem 4

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \\ \equiv & \neg(\neg p \vee q) \vee (\neg r \vee s) \\ \equiv & (p \wedge \neg q) \vee \neg r \vee s \\ \equiv & (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \vee s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s) \\ \equiv & \neg(\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee s) \\ \equiv & (p \wedge \neg r) \vee \neg q \vee s \\ \equiv & (p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee \neg q) \vee s \end{aligned}$$

因为

$$r \not\equiv q$$

所以

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \not\equiv (p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s)$$

Problem 5

a)

p	q	$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
F	F	T
F	T	F
T	F	F

p	q	$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
T	T	F

所以该式是可满足的.

b)

当 $p = F, q = F, r = F$ 时, 该式为 T , 说明该式是可满足的.

c)

该式包含了 p, q, s 三个命题所组成的所有八个析取式,

且这八个析取式不同时为T,

所以这八个析取式组成的合取范式不可能为T,

所以该式是不可满足的.

Problem 6

即判断 $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \vee q)) \rightarrow \neg r$ 是否为重言式.

p	q	r	$((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \vee q)) \rightarrow \neg r$
F	F	F	T
F	F	T	T
F	T	F	T
F	T	T	F
T	F	F	T
T	F	T	F
T	T	F	T
T	T	T	F

因为该式不是重言式, 所以原论证无效.

Problem 7

定义 p : 天下雨.

定义 q : 天起雾.

定义 r : 帆船比赛举行.

定义 s : 救生表演进行.

定义 t : 比赛颁发奖杯.

则原题转换为证明:

$$\begin{array}{l} \neg t \\ r \rightarrow t \\ \hline \neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s \\ \hline \therefore p \end{array}$$

证明:

- (1) $\neg t$ (前提)
- (2) $r \rightarrow t$ (前提)
- (3) $\neg r$ (拒取式, 由(1)(2))
- (4) $\neg p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$ (前提)
- (5) $\neg p \vee \neg q \rightarrow r$ (化简, 自(1))
- (6) $p \wedge q$ (拒取式, 由(3)(5))
- (7) p (化简, 由(6))