

离散数学作业 Problem Set 13

Problem 1

不定项选择题

设 H, K 是群 $\langle G, \circ \rangle$ 的子群, 下面哪些代数系统是 $\langle G, \circ \rangle$ 的子群?

- A. $\langle H \cup K, \circ \rangle$ B. $\langle H \cap K, \circ \rangle$ C. $\langle K - H, \circ \rangle$ D. $\langle H - K, \circ \rangle$

Problem 2

设 G 为群, a 是 G 中给定元素, a 的正规化子 $N(a)$ 表示 G 中与 a 可交换的元素构成的集合, 即 $N(a) = \{x | x \in G \wedge xa = ax\}$. 证明: $N(a)$ 是 G 的子群.

Problem 3

设 H 是群 G 的子群, $x \in G$, 令 $xHx^{-1} = \{xhx^{-1} | h \in H\}$, 证明 xHx^{-1} 是 G 的子群, 称为 H 的共轭子群.

Problem 4

设 H 和 K 分别为群 G 的 r, s 阶子群, 若 r 与 s 互素, 证明 $H \cap K = \{e\}$.

Problem 5

证明：若 G 中只有一个 2 阶元，则这个 2 阶元一定与 G 中所有元素可交换。

Problem 6

设 aH 和 bH 是子群 H 在群 G 中的两个左陪集，证明：要么 $aH \cap bH = \emptyset$ ，要么 $aH = bH$ 。

Problem 7

证明： H 的任意陪集的大小（基数）是相等的。

Problem 8

证明：设 $\langle H, * \rangle$ 是群 $\langle G, * \rangle$ 的子群，于是 $b \in aH$ ，当且仅当 $a^{-1} * b \in H$ 。