

## 离散数学作业 16—偏序格与代数格

### Problem 1

图 1 给出了 6 个偏序集的哈斯图。判断其中哪些是格。如果不是格，请说明理由。

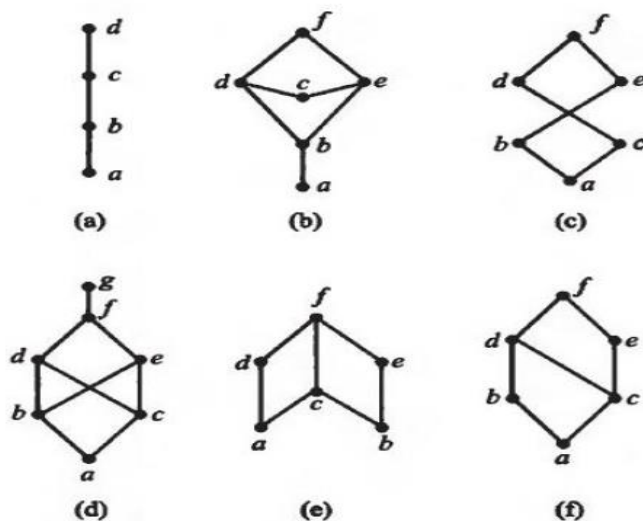


图 1: 图 1

### Problem 2

下列各集合对于整除关系都构成偏序集，判断哪些偏序集是格。

- (1)  $L = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

$$(2) L = \{1, 2, 3, 6, 12\};$$

$$(3) L = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\};$$

$$(4) L = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^n, \dots\}.$$

### Problem 3

设  $L$  是格，求以下公式的对偶式：

$$(1) a \wedge (a \vee b) \preceq a;$$

$$(2) a \vee (b \wedge c) \preceq (a \vee b) \wedge (a \vee c);$$

$$(3) b \vee (c \wedge a) \preceq (b \vee c) \wedge a.$$

### Problem 4

设  $L$  是格， $a, b, c \in L$ ，且  $a \preceq b \preceq c$ ，证明  $a \vee b = b \wedge c$ 。

### Problem 5

证明：设  $\langle L, \leq \rangle$  为一个有补分配格，则  $L$  中任何元素的补元都是唯一的。

### Problem 6

设  $\langle L, \preceq \rangle$  是格，任取  $a \in L$ ，令  $S = \{x | x \in L \wedge x \preceq a\}$ ，证明  $\langle S, \preceq \rangle$  是  $L$  的子格。

### Problem 7

针对 **Problem 1** 中的每个格，如果格中的元素存在补元，则求出这些补元。

## Problem 8

说明 **Problem 1** 中的每个格是否为分配格、有补格和布尔格，并说明理由。

## Problem 9

设  $\langle L, \wedge, \vee, 0, 1 \rangle$  是有界格，证明  $\forall a \in L$ ，有

$$a \wedge 0 = 0, a \vee 0 = a, a \wedge 1 = a, a \vee 1 = 1$$