

离散数学作业 Problem Set 4

Problem 1

用推理规则证明：如果 $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ 和 $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ 为真，则 $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ 为真。

Problem 2

用推理规则证明：如果 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 和 $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$, $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ 和 $\exists x\neg P(x)$ 为真，则 $\exists x\neg R(x)$ 为真。

Problem 3

证明三角不等式：如果 x 和 y 都是实数，则 $|x| + |y| \geq |x + y|$ 。

Problem 4

用构造证明的方法证明以下方法的正确性：

- a) 不存在白色的乌鸦。北京鸭是白色的。因此北京鸭不是乌鸦。
- b) 任何喜欢步行的人都不喜欢乘坐汽车。每个人或者喜欢乘坐汽车或者喜欢骑自行车。有的人不喜欢骑自行车。因此，有的人不喜欢步行。

Problem 5

两个实数 x 和 y 的平方均值是 $\sqrt{(x^2 + y^2)/2}$ 。通过计算不同正实数对的算术均值和平方均值，构造一个关于这两种均值的相对大小的猜想并证明之。

Problem 6

证明：一个整数的四次方的最后一位必然为 $0, 1, 5, 6$ 中的一个。

Problem 7

证明任一个有理数和任一个无理数之间都有一个无理数。

Problem 8

证明不存在正整数 n ，使得 $n^2 + n^3 = 100$ 。

Problem 9

用归谬法证明：没有有理数 r 是的 $r^3 + r + 1 = 0$ 。

Problem 10

证明 $\sqrt[3]{2}$ 是无理数。