

# 离散数学作业 Problem Set 5

## Problem 1

请判断以下命题的真假，并简述理由：

- a) 对任何集合  $A, B, C$ , 若  $A \cap B = B \cap C$ , 则  $A = C$ .
- b) 对任何集合  $A, B, C$ , 若  $A \cup B = A \cup C$ , 则  $B = C$ .
- c) 对任何集合  $A, B$ ,  $2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$ . ( $2^A$  表示  $A$  的幂集)
- c) 对任何集合  $A, B$ ,  $2^{A \cap B} = 2^A \cap 2^B$ .

## Problem 2

假设  $A \times B = \emptyset$ , 其中  $A$  和  $B$  为集合, 你能得出什么结论? 请证明该结论。

## Problem 3

给出以下各个谓词的真值集合, 这里的论域是整数集合。

- a)  $P(x) : x^2 < 3$
- b)  $R(x) : 2x + 1 = 0$

## Problem 4

证明如果  $A$  和  $B$  为集合, 则

$$\text{a) } A - B = A \cap \overline{B}$$

$$\text{b) } (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$$

### Problem 5

如果集合  $A, B, C$  满足下述条件，你能判断  $A = B$  吗，请说明理由或者给出例子？

$$\text{a) } A \cup C = B \cup C$$

$$\text{c) } A \cup C = B \cup C \text{ 并且 } A \cap C = B \cap C$$

$$\text{b) } A \cap C = B \cap C$$

### Problem 6

令  $A$  和  $B$  为全集  $U$  的子集。证明  $A \subseteq B$  当且仅当  $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ 。

### Problem 7

证明如果  $A$  是全集  $U$  的子集，则

$$\text{a) } A \oplus A = \emptyset$$

$$\text{b) } A \oplus U = \overline{A}$$

### Problem 8

令  $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i\}, i = 1, 2, 3, \dots$ 。求

$$\text{a) } \bigcup_{i=1}^n A_i$$

$$\text{b) } \bigcap_{i=1}^n A_i$$

### Problem 9

证明  $(A - B) \oplus B = A \cup B$ 。

### Problem 10

给定集合  $A, B, C$ ，请用文氏图表示以下各集合。

a)  $A \cap (B - C)$

c)  $(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})$

b)  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$