

基于遍历二叉树的方法判断完全二叉树*

朱 涛

(陕西理工学院数学与计算机科学系, 陕西 汉中 723000)

摘 要: 从完全二叉树的定义及性质出发, 根据二叉树的层次遍历原则, 提出了一种遍历法判断完全二叉树的方法.

关键词: 树; 二叉树; 完全二叉树; 遍历

中图分类号: O158

文献标识码: A

文章编号: 1008-9128(2005)06-0047-02

引言

随着计算机软件技术的不断发展, 人们在进行软件设计的过程当中, 无一例外的都要首先考虑各种数据之间组织关系即数据结构, 因此数据结构的研究就成为计算机软件设计中倍受关注的重要问题之一, 二叉树是数据结构中极为重要的一种结构, 二叉树的遍历及特殊二叉树的判别是人们普遍关注的课题. 本文就完全二叉树的判别给出了一种利用二叉树的遍历来判断的方法.

1 树及二叉树

1.1 树

树是 $n(n \geq 0)$ 个结点的有限集 T , T 为空时称为空树, 否则它满足如下两个条件:

- (1) 有且仅有一个特定的称为根的结点;
- (2) 其余的结点可以分为 $m(m \geq 0)$ 互不相交的子集 T_1, T_2, \dots, T_m , 其中每个子集本身又是一棵树, 并称其为起其根的子树.

在树的树形图表示中, 结点通常是用圆圈表示的, 结点的名字一般是写在圆圈的旁边, 有时也可以写在圆圈内. 如图 1

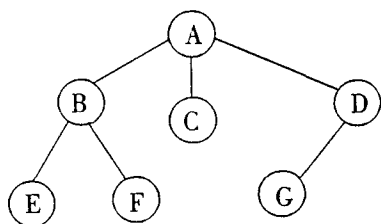


图 1

树中结点的度就是结点的子树的个数, 树的度是树中结点的最大值, 度为零的结点称为叶子或者终结点. 度不为零的结点称为非终端结点. 如图 1 中结点 E, F, C, G 度为零, 它们是叶子结点; A, B, D 为非叶子结点. 树中结点的最大层次称为树的深度, 图 1 所示的树的深度为 3.

1.2 二叉树

二叉树是 $n(n \geq 0)$ 个结点的有限集合. 它或为空树, 或为非空树; 对于非空树有:

- (1) 有一个特定的称之为根的结点.
- (2) 除根结点以外的其余结点分为两个互不相交的称之为左子树和右子树的二叉树构成. 由此定义可以看出, 二叉树中每个结点的度都不大于 2, 即度只能为 0、1 或 2, 另外每个结点的子结点又分为左结点和右结点, 且次序不能任意颠倒. 二叉树是一类特殊的树型结构, 在程序设计中很多实际问题抽象出来的数据结构往往是二叉树的形式, 因此研究二叉树就显得特别重要.

2 满二叉树和完全二叉树

满二叉树和完全二叉树是两种特殊的二叉树.

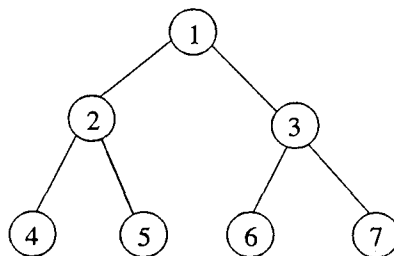


图 2

* 收稿日期: 2005-08-11

作者简介: 朱 涛(1974-), 男, 陕西咸阳人, 陕西理工学院数学与计算机科学系讲师, 主要研究方向为数据库与软件工程.

2.1 满二叉树

一棵深度为 k 且有 2^{k-1} 个结点的二叉树称为满二叉树. 如图 2 满二叉树的特点是每一层的结点数都达到最大值, 即对给定的高度, 它是具有最多结点数的二叉树. 满二叉树中不存在度数为 1 的结点, 所有的结点度数要么为 0, 要么为 2. 满二叉树的顺序表示既是从二叉树的根开始, 层间从上到下, 层内从左到右, 逐层进行编号 (1, 2, ..., n). 如图 2 的满二叉树的顺序表示为 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

2.2 完全二叉树

深度为 k , 结点数为 n 的二叉数, 如果其结点 1 ~ n 的位置序号分别与满二叉数的结点 1 ~ n 的位置序号一一对应, 则为完全二叉树. 完全二叉数中叶子结点只可能在层次最大的两层上出现, 另外对任一结点, 若其右分支下的子孙的最大层次为 l , 则其左分支下的子孙的最大层次必为 l 或 $l+1$.

完全二叉树有以下几个重要的性质:

若对具有 n 个结点的完全二叉树, 如果按照从上到下的顺序对二叉树中的所有结点从 1 开始顺序编号, 则对于任意序号为 i 的结点有

- (1) 当 $i = 1$ 时, 该结点为根, 它无双亲结点;
- (2) 当 $i > 1$ 时, 该结点的双亲结点编号为 $\lceil \frac{i}{2} \rceil$;
- (3) 若 $2i \leq n$, 则有编号为 $2i$ 的左孩子, 否则没有左孩子;
- (4) 若 $2i + 1 \leq n$, 则有编号为 $2i + 1$ 的右孩子, 否则没有右孩子.

以上这些性质很好地描述了完全二叉树中的结点与编号的对应关系, 另外, 由以上定义知, 满二叉树一定是完全二叉树, 完全二叉树未必是满二叉树.

3 完全二叉树的判定

根据完全二叉树的定义和性质, 可以利用一维数组 (假设为 a 数组) 作为完全二叉树的存储结构, 下图是图 2 的顺序存储.

0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7

从图中可以发现, 结点的编号与数组中元素的下标是一一对应, 根据二叉树的性质, 在 a 数组中能很方便的从某结点 $a[i]$ 的下标 i 找到它们的双亲结点 $a[\frac{i}{2}]$ 或左右孩子结点 $a[2i]$ 、 $a[2i+1]$. 这样, 要判断一颗二叉树是否为完全二叉树, 则把该二叉树中的结点从上到下从左到右依次编号, 然后把这些编号依次存入一维数组中, 接着再与相应深度的满二叉树的编号进行对比则可以判断出该二叉树是否为完全二

叉树. 这种方法实现起来方便, 但对于某些二叉树来说, 占用的空间太大, 而且效率很低. 正是基于这样的原因, 我们从完全二叉树的定义及性质出发, 提出了利用层次遍历二叉树的方法来判断某棵二叉树是否为完全二叉树的方法. 所谓遍历二叉树是指按照一定的次序访问二叉树中的每一个结点, 使得二叉树的每一个节点被且被访问一次. 所谓访问结点是指对结点进行的各种操作的简称. 遍历法判断完全二叉树的具体作法是: 按照层次法遍历二叉树的过程中, 当且仅当一旦出现空结点, 则再没有非空结点尚未遍历, 该二叉树才为完全二叉树. 所以在遍历过程中, 一旦发现出现空结点, 而后面还有非空结点时, 即可结束遍历.

判别算法如下:

```
int deviation (bitreptr root);
```

//判别以 root 为根结点的二叉树是否为完全二叉树, "0" 表示不是完全二叉树, "1" 表示是完全二叉树, 设二叉树已以二叉链表形式存放

```
flag = 0; //判别标志
```

```
not_null = 0; //非空结点数
```

```
visited = 0; //队列初始化
```

```
if (root != null)
```

```
{ flag = 1;
```

```
enqueue(q, root); //root 入队列
```

```
not_null = 1;
```

```
while (! emptyqueue(q) && flag) //队列非空且无结
```

论

```
{ p = dlqueue(q); //出队列
```

```
visited ++;
```

```
if (p == null)
```

```
{ if (visited < not_null) flag = 0; }
```

```
else
```

```
{ enqueue(q, p->lchild); enqueue(q, p->rchild);
```

```
if (p->lchild != null)
```

```
not_null ++;
```

```
if (p->rchild != null)
```

```
not_null ++;
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

```
return(flag);
```

```
}
```

这种方法实现起来较前一种方法略显困难一些, 但效率明显提高.

(下转第 56 页)

5 结束语

本文提出一种改进的斜 Haar 变换算法,通过调整适当的 β 值,改变了传统斜 Haar 变换中 a_N, b_N 参数,从而在不改变传统斜 Haar 变化复杂度的基础上,大大改进了其正交变换后的能量集中特性,使得该方法在信号/图像的压缩和去噪等方面有着更好的效果。

参考文献:

- [1] Enomoto, H. Shibata, K. Orthogonal transform system for television signals. IEEE Trans. Electromagn. Compat. 1971, 13:11 - 17.

- [2] Agaian, S. Duvalyan, V. On slant transforms. Pattern Recognit Image Anal. 1991, 1 (3):317 - 326.
- [3] Mali, P. C. Chaudhuri, B. B. and Majumder, D. D. Some properties and fast algorithms of slant transform in image processing. Signal Process. 1985, 9: 233 - 244.
- [4] 张其善,张有光.桥函数理论及其应用[M].国防出版社,1992.
- [5] 施保昌,王能超.斜变换的演化生成与快速算法[J].计算数学 2000,22(4)437 - 448.
- [6] 施保昌,王能超.斜 Haar 类变换的演化生成与快速算法[J].计算数学 2003,25(1)1 - 12

[责任编辑 蔡 群]

Application of Slant - Haar Transform in Images Compression

JIA Hong - bo, WANG Kai - feng, QIN Qian - qing

(state key laboratory of Information Engineering in Surveying,

Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: An efficient algorithm for the slant - Haar transform is presented, which includes an existing version of the slant - Haar transform and its computational complexity is estimated. The improved slant - Haar transforms are compared to other orthogonal transform, it is shown to perform better than the commonly used slant - Haar for the first - order Markov model and also performs better than the discrete cosine transform for images .

Key words: orthogonal transform; slant - Haar transform; fast algorithm.

(上接第 48 页)

4 结束语

本文初步探讨了遍历法判断完全二叉树的方法,这种方法是从完全二叉树的定义和性质以及遍历的概念而来.这也启发我们在学习中一定要注重基本知识、基本概念的掌握,这样才能在我们今后的工作学习中得到意外的收获.

参考文献:

- [1] 严蔚敏,吴伟民.数据结构[M].北京:清华大学出版社.
- [2] 耿国华等.数据结构 - C 语言描述[M].西安:西安电子科技大学.

[责任编辑 蔡 群]

Judging Fully Binary Tree on the Basis of Traversing Binary Tree

ZHU Tao

(Mathematic and Computer Science Department, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723000, China)

Abstract: According to binary tree level traversal principle, this article embarks from fully binary tree's definition and the nature, and proposes a method to judge fully binary tree on the basis of traversing binary tree.

Key words: tree; binary tree; fully binary tree; traversing