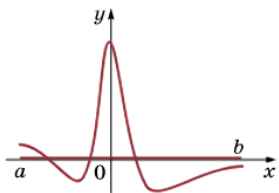
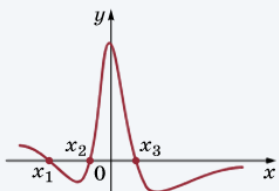
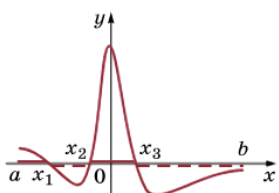
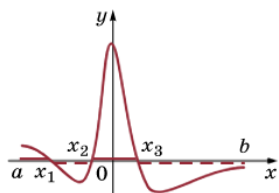
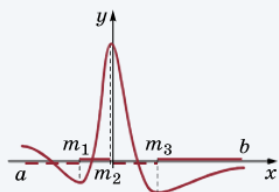
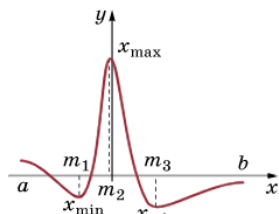
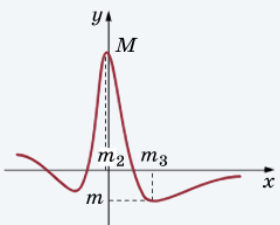
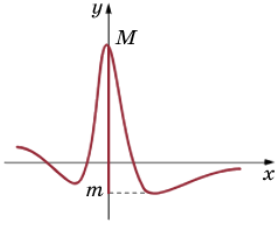


Практическое занятие №33.

Промежутки возрастания и убывания, точки экстремума

Повторим все основные определения, которые изучили на предыдущих занятиях.

Способ представления функции		
Символический	Словесный	Графический
$y = f(x)$ Область определения: $D = D(f)$ $D(f) = [a; b]$	Область определения функции — множество значений аргумента, при которых функция задана, определена. Геометрически — это проекция графика функции на ось x	
Нули функции: $f(x) = 0$ Множество нулей: $\{x_1, x_2, x_3\}$	Нули функции — точки, в которых функция обращается в нуль. Эти точки являются решениями уравнения $f(x) = 0$. Геометрически — это абсциссы точек пересечения графика функции с осью x	
Промежутки постоянного знака: $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$ $f(x) > 0: [a; x_1) \cup (x_2; x_3)$ $f(x) < 0: (x_1; x_2) \cup (x_3; b]$	Промежутки постоянного знака — множества решений неравенств $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$. Геометрически — это интервалы оси x , соответствующие точкам графика, лежащим выше (или ниже) этой оси	
Промежутки постоянного знака: $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$ $f(x) > 0: [a; x_1) \cup (x_2; x_3)$ $f(x) < 0: (x_1; x_2) \cup (x_3; b]$	Промежутки постоянного знака — множества решений неравенств $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$. Геометрически — это интервалы оси x , соответствующие точкам графика, лежащим выше (или ниже) этой оси	
Промежутки монотонности: $f(x) \uparrow$ или $f(x) \downarrow$ $f(x) \uparrow: [m_1; m_2] \cup [m_3; b]$ $f(x) \downarrow: [a; m_1] \cup [m_2; m_3]$	Промежутки монотонности — промежутки оси x , на которых функция возрастает (промежутки возрастания) или убывает (промежутки убывания). Геометрически — это интервалы оси x , где график функции идет вверх или вниз	
Точки экстремума: x_{\max} и x_{\min} $x_{\max}: m_2$ $x_{\min}: m_1, m_3$	Точки экстремума — точки, лежащие внутри области определения, в которых функция принимает самое большое (максимум) или самое малое (минимум) значения по сравнению со значениями в близких точках. Геометрически — около точек экстремума график функции выгибается выпуклостью вверх или вниз. Обычно точки экстремума разделяют промежутки монотонности	

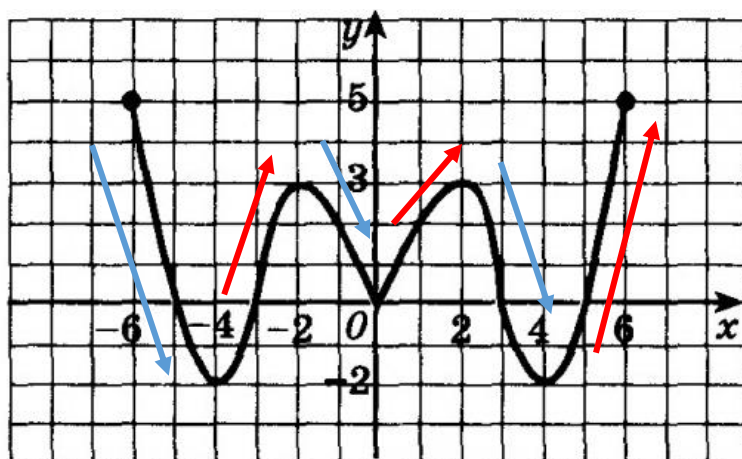
<p>Наибольшее и наименьшее значения:</p> <p>$y_{\text{наиб}}$ и $y_{\text{наим}}$</p> <p>$y_{\text{наиб}} = M$ при $x = m_2$</p> <p>$y_{\text{наим}} = m$ при $x = m_3$</p>	<p>Говорят, что в точке x_0 функция f принимает наибольшее (наименьшее) значение, если $f(x_0) \geq f(x)$ ($f(x_0) \leq f(x)$) для любого значения x. Само число $f(x_0)$ и называется наибольшим (наименьшим) значением функции. Геометрически — это ординаты самой высокой (самой низкой) точки графика</p>	
<p>Область значений:</p> <p>$E = E(f)$</p> <p>$E(f) = [m; M]$</p>	<p>Область значений функции — множество чисел, состоящее из всех значений функции. Геометрически — это проекция графика функции на ось y</p>	

Таким образом, при исследовании функции, необходимо пользоваться схемой исследования функции. Данная схема имеет рекомендательный характер, т.к. функции различны, но основные пункты здесь отражены.

Схема исследования функции:

1. Найти область определения функции $D(f)$
2. Найти область значений функции $E(f)$
3. Является ли функция четной (нечетной). Является ли функция периодической.
4. Найти нули функции
5. Найти промежутки знакопостоянства (график функции лежит над осью OX «+», график функции лежит под осью OX «-»). Внимание! В промежутках указываются открытые интервалы т.к. $f(x) > 0$ или $f(x) < 0$ строгое неравенство, если нет других ограничений!
6. Найти промежутки возрастания (убывания) функции. Внимание! Смотрите на интервалы т.к. $f(x) \geq 0$ или $f(x) \leq 0$ нестрогое неравенство, если нет других ограничений!
7. Найти точки экстремума (точки максимума и точки минимума)
8. Найти наибольшее (наименьшее) значения функции.

Рассмотрим пример исследования функции по данной схеме.



1. $D(f) [-6; 6]$

2. $E(f) [-2; 5]$

3. четная $f(-x) = f(x)$

4. $f(x)=0$ (нули функции) $x=-5$; $x=-3$; $x=0$; $x=3$; $x=5$

5. промежутки знакопостоянства

$$f(x) > 0 (+) \quad [-6; -5) \cup (-3; 0) \cup (0; 3) \cup (5; 6]$$

$$f(x) < 0 (-) \quad (-5; -3) \cup (3; 5)$$

6. промежутки возрастания, убывания

$$f(x) \uparrow \quad [-4; -2] \cup [0; 2] \cup [4; 6]$$

$$f(x) \downarrow \quad [-6; -4] \cup [-2; 0] \cup [2; 4]$$

7. точки экстремума

$$x_{\max} = -2, f(-2)=3; \quad x_{\max} = 2, f(2)=3$$

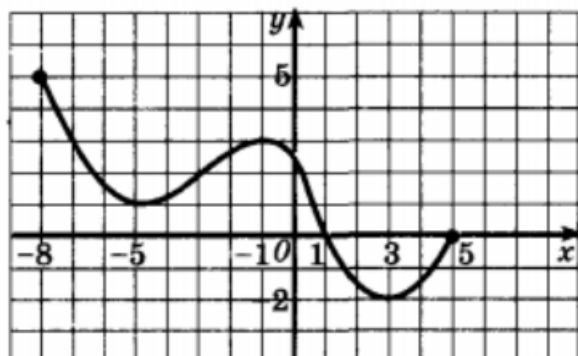
$$x_{\min} = -4, f(-4)=-2; \quad x_{\min} = 0, f(0)=0; \quad x_{\min} = 4, f(4)=-2$$

8. y наиб. = 5, $f(-6)=5$, $f(6)=5$

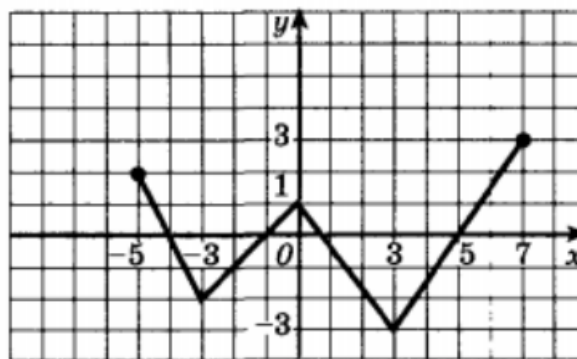
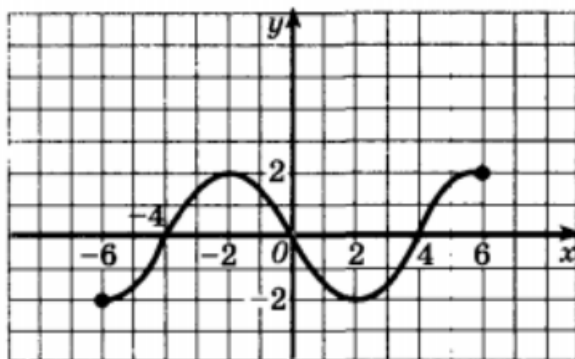
$$y_{\text{наим.}} = -2, f(-4)=-2, f(4)=-2$$

Задачи для самостоятельного решения.

Проведите по общей схеме исследование функции, заданной графиком.



а)



Глава 7 «Графики и функции», учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд.,стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе «Академия»

Список использованных интернет-ресурсов:

1. <https://urait.ru/>
2. <https://infourok.ru/videouroki>
3. <http://www.cleverstudents.ru/>