

Лекция. Осевые сечения цилиндра и конуса и сечения, параллельные основанию.

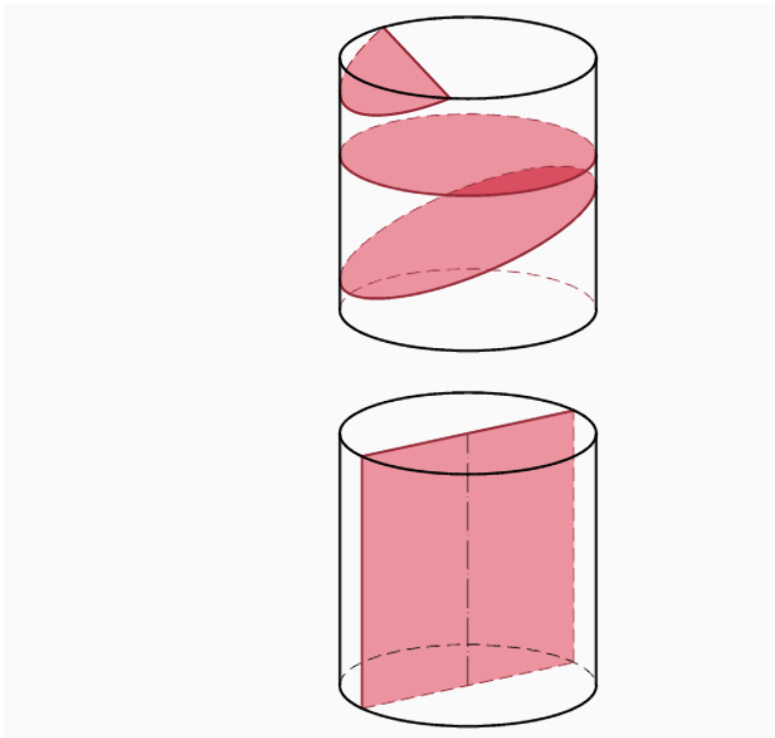
Цилиндр

Сечения цилиндра плоскостями, параллельными основаниям, — круги, равные основаниям.

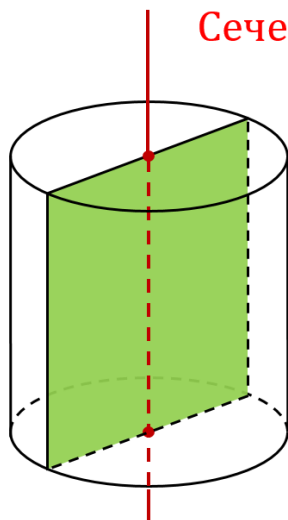
Другие сечения имеют форму эллипса или его частей, если плоскость сечения наклонена к основаниям.

Если плоскость сечения перпендикулярна основаниям, то в сечении получается прямоугольник.

Сечение, проходящее через ось цилиндра, называется **осевым сечением**.



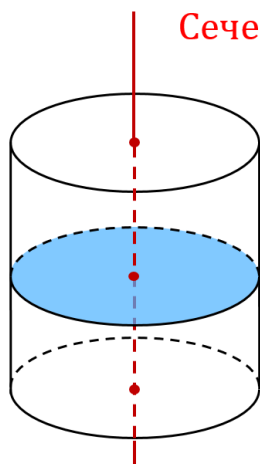
Осевое сечение



Сечение цилиндра

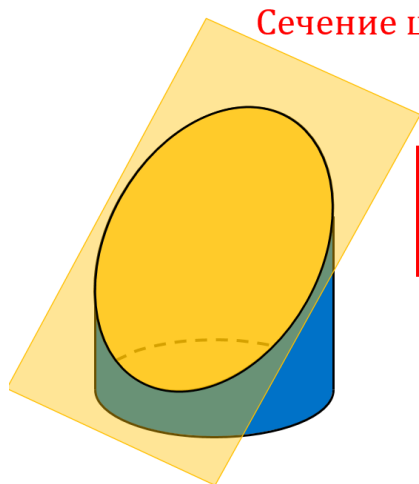
Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой **прямоугольник**

Сечение, параллельное основанию (или перпендикулярно оси цилиндра)



Сечение цилиндра

Если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра, то сечение — **круг**



Сечение цилиндра

Если секущая плоскость под углом к оси цилиндра, то сечение — **эллипс**

Задача

Дано: цилиндр

$ABCD$ — осевое сечение

AB, CD — образующие

BC, AD — диаметры

$r = 1,5$ м; $h = 4$ м

1) доказать, что $ABCD$ — прямоугольник

2) найти: AC

Решение:

1) $AB = CD, AB \parallel CD$

$AB \perp AD, CD \perp AD$

$AD = BC \Rightarrow ABCD$ — прямоугольник

2) $\triangle ABC$ — прямоугольный

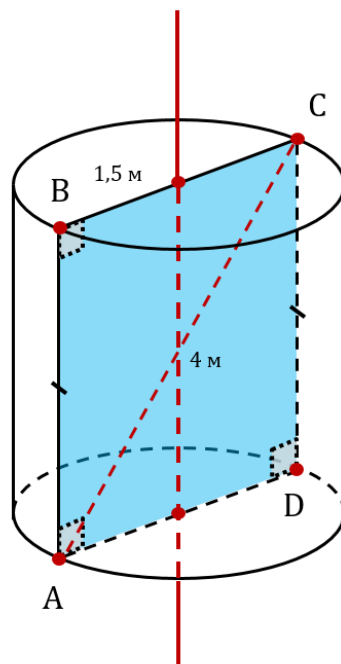
$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$AB = h = 4$ м

$BC = d = 2r = 2 \cdot 1,5 = 3$ (м)

$AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ (м)

Ответ: $AC = 5$ м



Конус

В сечениях конуса плоскостями, параллельными основанию, образуются круги.

Сечение конуса, проходящее через его ось, называется **осевым сечением**. Осевое сечение перпендикулярно основанию, так как проходит через ось, которая перпендикулярна основанию.

Другие сечения конусов представляют собой плоские фигуры, границы которых являются замечательными кривыми (или их частями).

Сечения конусов могут быть эллипсами, параболом, гиперболой.

1) Секущая плоскость проходит через ось конуса

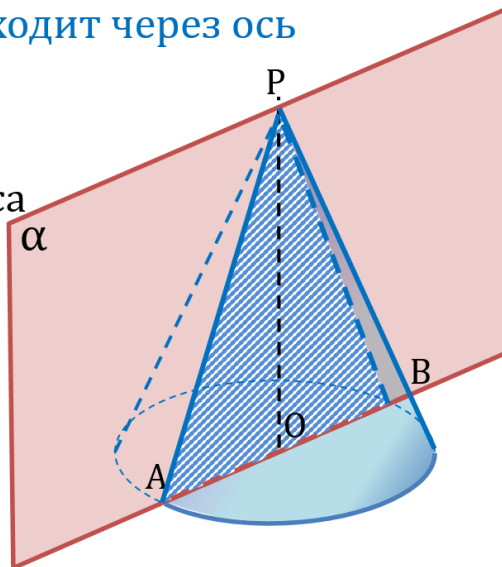
α — секущая плоскость

ABP — осевое сечение конуса

$\triangle ABP$ — равнобедренный

$$AB = 2r$$

AP — образующая конуса



2) Секущая плоскость перпендикулярна оси конуса

α — секущая плоскость, $\alpha \perp OP$

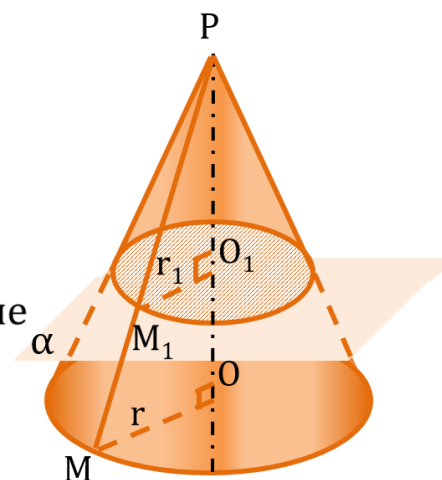
$$r_1 = \frac{PO_1}{PO} \cdot r$$

r_1 — радиус сечения

r — радиус основания конуса

$\triangle POM$, $\triangle PO_1M_1$ — прямоугольные треугольники, $\angle P$ — общий \Rightarrow

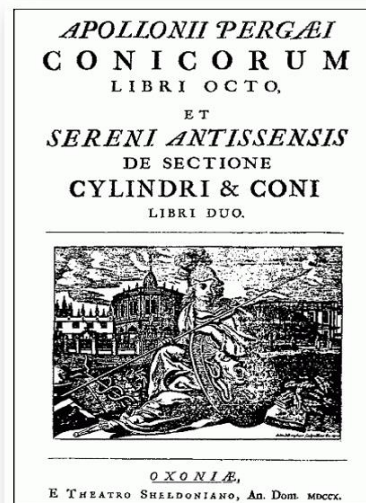
$$\frac{r_1}{r} = \frac{PO_1}{PO} \Rightarrow r_1 = \frac{PO_1}{PO} \cdot r$$



Коническое сечение —

пересечение плоскости с
круговым конусом.

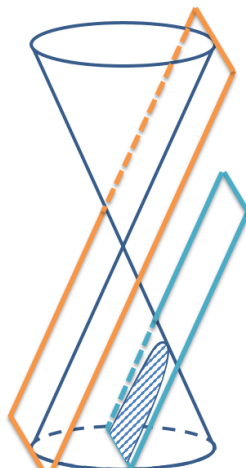
Впервые коническое сечение
рассмотрел Аполлоний
Пергский.



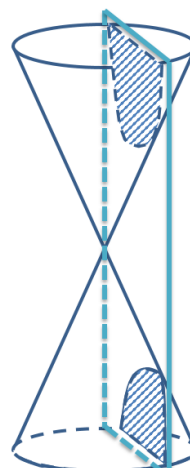
Конические сечения



а) эллипс

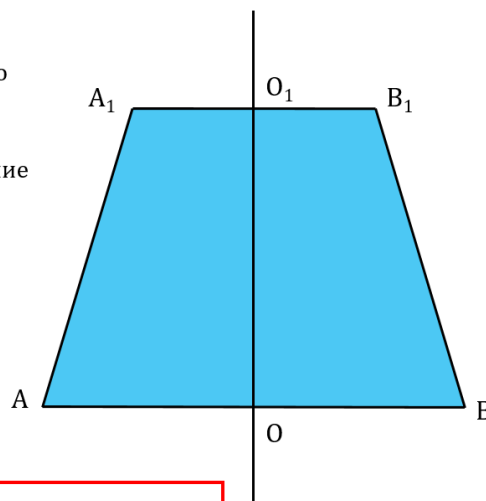
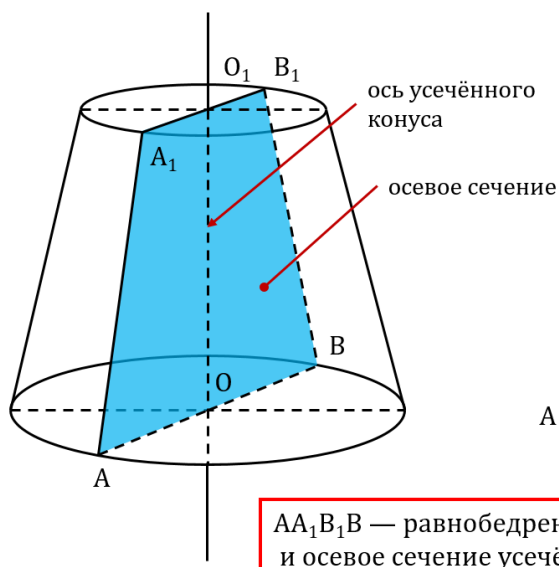


б) парабола



в) гипербола

Усеченный конус



Задача

Дано: усечённый конус

$$r = 5 \text{ см}, R = 11 \text{ см}$$

$$l = 10 \text{ см}$$

Найти: а) h , б) $S_{\text{сеч.}}$

Решение:

а) $A_1O_1 = 5 \text{ см}, AO = 11 \text{ см}$

$$A_1P = OO_1 = h \text{ — высота}$$

$$\triangle A_1PA \text{ — прямоугол., } \angle P = \angle 90^\circ$$

$$AP = AO - PO = AO - A_1O_1 = 11 - 5 = 6 \text{ (см)}$$

$$AP = 6 \text{ см}, A_1A = 10 \text{ см}$$

$$A_1P = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (см)}$$

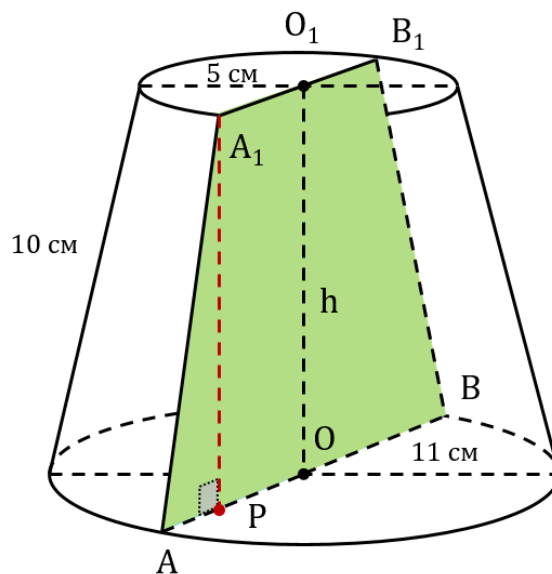
$$\text{б) } S_{\text{сеч.}} = \frac{AB + A_1B_1}{2} h$$

$$OO_1 = A_1B = 6 \text{ см}, A_1B_1 = 2 A_1O_1 = 10 \text{ (см)}$$

$$AB = 2 AO = 22 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{тр.}} = \frac{10 + 22}{2} \cdot 8 = 128 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $h = 8 \text{ см}, S_{\text{сеч.}} = 128 \text{ см}^2$



Домашнее задание

Внимание! Ответ записываем, не высчитывая значение π , например,

Ответ: 24π

1. В цилиндре радиуса осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна 16π кв.дм. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см. Чему равна площадь основания цилиндра?
3. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 12 и 8 см. Чему равна площадь боковой поверхности цилиндра ?
4. В цилиндре радиуса осевым сечением является квадрат, а площадь основания равна 9π кв.дм. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
5. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 10 и 16 см. Чему равна площадь основания цилиндра?

6. Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Чему равна площадь боковой поверхности цилиндра?

Глава 8 «Многогранники и круглые тела», учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд.,стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе «Академия»

Список использованных интернет-ресурсов:

1. <https://urait.ru/>
2. <https://23.edu-reg.ru/>
3. <https://infourok.ru/videouroki/>