

Практическое занятие №43. Решение задач по теме «Цилиндр и конус»

Свойства

1. Основания цилиндра равны и параллельны.

$$OA = O_1A_1 = R$$

$$\text{пл. } AOB \parallel \text{пл. } A_1O_1B_1$$

O — центр нижнего основания,

O_1 — центр верхнего основания.

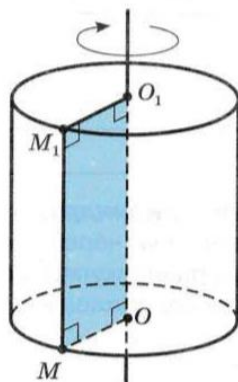
2. Образующие цилиндра параллельны и равны.

$$AA_1 \parallel BB_1$$

$$AA_1 = BB_1$$

3. Высота цилиндра (расстояние между плоскостями оснований) равна образующей.

$$H_{\text{цил}} = AA_1 = OO_1$$



4. При вращении прямоугольника вокруг его стороны как оси образуется цилиндр.

$$OMM_1O_1 \text{ — прямоугольник}$$

OO_1 — ось образованного цилиндра ($OO_1 \parallel MM_1$).

$$R_{\text{цил}} = OM = O_1M_1$$

$$H_{\text{цил}} = MM_1 = OO_1$$

5. $S_{\text{осн. цилиндр}} = \pi R^2$

$S_{\text{бок. цилиндр}} = 2\pi RH$

$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi R(H + R)$

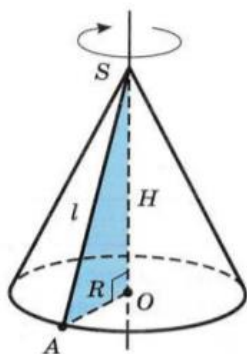
6. $V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot H = \pi R^2 H$

Свойства

1. Образующие конуса равны.

$$SA = SB = \dots$$

2. $H_{\text{кон}} = SO$ ($SO \perp \text{пл. } AOB$)



3. При вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси образуется конус.

$$\triangle AOS \text{ — прямоугольный, } \angle AOS = 90^\circ$$

Прямая SO — ось конуса

$$R_{\text{кон}} = AO$$

$$H_{\text{кон}} = SO$$

AS — образующая, $AS = l$

4. $S_{\text{осн. кон}} = \pi R^2$

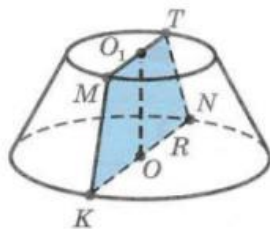
$S_{\text{бок. кон}} = \pi Rl$

$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = \pi R(l + R)$

5. $V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

Свойства

1. Осевое сечение усеченного конуса — равнобокая трапеция.

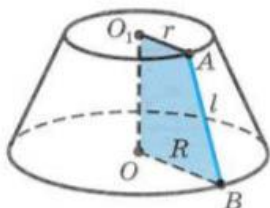


$MKNT$ — осевое сечение

$MT \parallel KN, MK = TN$
(образующие)

$$MT = 2r, KN = 2R$$

$$OO_1 \perp KN; OO_1 = H$$



2. При вращении прямоугольной трапеции ($OBAO_1$) вокруг оси, проходящей через боковую сторону, перпендикулярную основаниям, образуется усеченный конус.

3. $S_{\text{бок. усеч. кон}} = \pi (R + r) l$, где R и r — радиусы нижнего и верхнего оснований, $l = AB$ — образующая.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{1 осн}} + S_{\text{2 осн}} = \pi (R + r) l + \pi R^2 + \pi r^2$$

4. $V_{\text{усеч. конуса}} = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$

Задачи для самостоятельного решения.

- 522** Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.
- 523** Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.
- 525** Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2 , а площадь основания равна 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.
- 539** Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 г краски?

- 547 Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.
- 548 Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите площадь основания конуса, если:
а) $\alpha = 30^\circ$; б) $\alpha = 45^\circ$; в) $\alpha = 60^\circ$.
- 567 Найдите образующую усеченного конуса, если радиусы оснований равны 3 см и 6 см, а высота равна 4 см.
- 568 Радиусы оснований усеченного конуса равны 5 см и 11 см, а образующая равна 10 см. Найдите: а) высоту усеченного конуса; б) площадь осевого сечения.

Глава 8 «Многогранники и круглые тела», учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд.,стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе «Академия»

Список использованных интернет-ресурсов:

1. <https://urait.ru/>
2. <https://23.edu-reg.ru/>