

Цилиндр.

Свойства

1. Основания цилиндра равны и параллельны.

$$OA = O_1A_1 = R$$

$$\text{пл. } AOB \parallel \text{пл. } A_1O_1B_1$$

O — центр нижнего основания,

O_1 — центр верхнего основания.

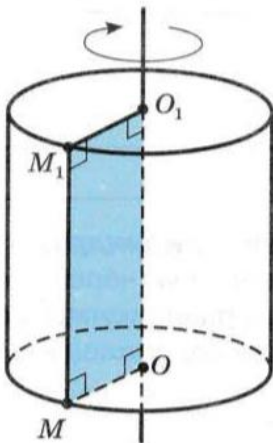
2. Образующие цилиндра параллельны и равны.

$$AA_1 \parallel BB_1$$

$$AA_1 = BB_1$$

3. Высота цилиндра (расстояние между плоскостями оснований) равна образующей.

$$H_{\text{цил}} = AA_1 = OO_1$$



4. При вращении прямоугольника вокруг его стороны как оси образуется цилиндр.

$$OMM_1O_1 \text{ — прямоугольник}$$

OO_1 — ось образованного цилиндра ($OO_1 \parallel MM_1$).

$$R_{\text{цил}} = OM = O_1M_1$$

$$H_{\text{цил}} = MM_1 = OO_1$$

5. $S_{\text{осн. цил}} = \pi R^2$

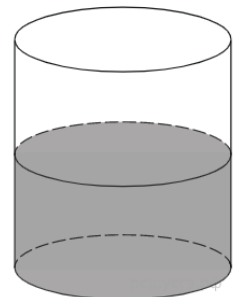
$S_{\text{бок. цил}} = 2\pi RH$

$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi R (H + R)$

6. $V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot H = \pi R^2 H$

Рассмотрим несколько задач на нахождение объема цилиндра и отношения объемов цилиндров. (сайт «Решу ЕГЭ»)

В цилиндрический сосуд налили 2000 см³ воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см³.



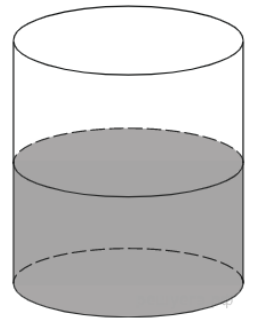
Решение.

Объем детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен 9/12 исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{9}{12} \cdot 2000 = \frac{3}{4} \cdot 2000 = 1500 \text{ см}^3.$$

Ответ: 1500.

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого? Ответ выразите в см.

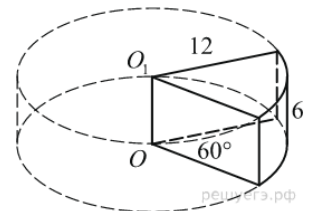


Решение.

Объем цилиндрического сосуда выражается через его диаметр и высоту как $V = H \frac{\pi d^2}{4}$. При увеличении диаметра сосуда в 2 раза высота равного объема жидкости $H = \frac{4V}{\pi d^2}$ уменьшится в 4 раза и станет равна 4.

Ответ: 4.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



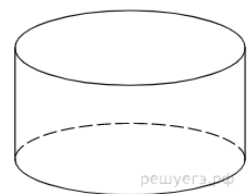
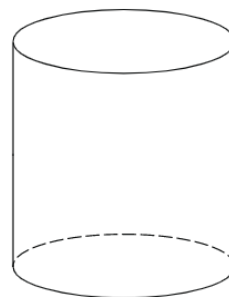
Решение.

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \pi R^2 H = \frac{1}{6} 12^2 \cdot 6\pi = 144\pi.$$

Ответ: 144.

Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объему первой.



Решение.

Обозначим площадь и высоту второй кружки за S_2 и V_2 . Тогда объем первой кружки

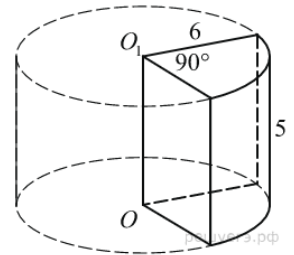
$$V_1 = S_1 H_1 = \pi R_1^2 H_1 = \pi \left(\frac{2}{3} R_2 \right)^2 2H_2 = \frac{8}{9} V_2.$$

Тогда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{9}{8} = 1,125.$$

Ответ: 1,125.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



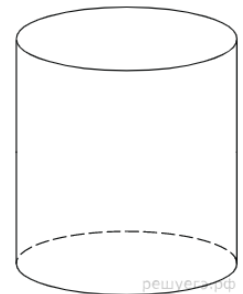
Решение.

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} V_{\text{цил}} = \frac{1}{4} V_{\text{цил}} = \frac{1}{4} \pi r^2 h = \frac{1}{4} \pi \cdot 6^2 \cdot 5 = 45\pi.$$

Ответ: 45.

Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.

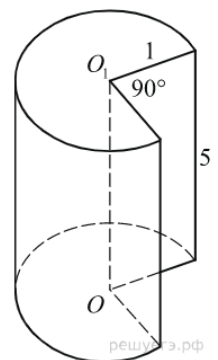


Решение.

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности, лежащей в основании, на высоту. Поэтому высота цилиндра равна 2.

Ответ: 2.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



Решение.

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{270^\circ}{360^\circ} \pi R^2 H = \frac{3}{4} 1 \cdot 5\pi = 3,75\pi.$$

Ответ: 3,75.

Пройти тест по теме «Цилиндр»

Глава 8 «Многогранники и круглые тела», учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд.,стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе «Академия»

Список использованных интернет-ресурсов:

1. <https://urait.ru/>
2. <https://23.edu-reg.ru/>
3. <https://math-ege.sdamgia.ru/>