Контрольная работа №3 (специальность «Архитектура», «Реклама»)

1 вариант

№1 Вычислите:

a)
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^3 - 8}$$

$$6) \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 4x}{3x^2}$$

№2 Вычислите производную функции в точке:

$$y(x) = 5\cos x - 4tgx + 15x^3 - 4x + \sqrt{3}$$
 в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$

№3 Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x₀:

$$g(x) = x^2 + x + 1, x_0 = 1$$

№4 Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int (4x - 2e^x - 3) dx$$

№5 Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-1}^{2} x^4 dx$$

Срок предоставления по окончании занятия отправить на э\почту преподавателя el-gridnev@yandex.ru

2 вариант

№1 Вычислите:

a)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

6)
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}.$$

№2 Вычислите производную функции в точке:

$$y(x) = 7\cos x - 6\cot gx + 5x^2 + 9x - 8\sqrt{2}$$
 в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

№3 Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой х₀:

$$g(x) = \sin(x), x_0 = \frac{\pi}{4}$$

№4 Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$$

№5 Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{1}^{e} \frac{\mathrm{dx}}{x}$$

Срок предоставления по окончании занятия отправить на э\почту преподавателя el-gridnev@yandex.ru

3 вариант

№1 Вычислите:

a)
$$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x-3}{x^2 - 5x + 6} \right)$$

$$6) \lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{x}$$

№2 Вычислите производную функции в точке:

$$y(x) = 3tgx + 4sinx - 7x^2 + 5\sqrt{5}$$
 в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

№3 Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсписсой х₀:

$$g(x)=\ln(x), x_0=1$$

№4 Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int (x^2 + \cos x) dx$$

№5 Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$

Срок предоставления по окончании занятия отправить на э\почту преподавателя el-gridnev@yandex.ru

Демонстрационный вариант

№1 Вычислите:

a)
$$\lim_{x\to 9} (7-x) = 7-9 = -2$$

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5 - x}{3x + 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{5}{x} - 1}{3 + \frac{1}{x}} = \frac{\lim_{x \to \infty} \left(\frac{5}{x} - 1\right)}{\lim_{x \to \infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\lim_{x \to \infty} \frac{5}{x} - \lim_{x \to \infty} 1}{\lim_{x \to \infty} 3 + \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}} = \frac{1}{3}$$

№2 Вычислите производную функции в точке:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$$
, в точке $x_0 = -1$

Решение:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$$
$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$
$$f'(-1) = 3(-1)^2 - 6(-1) = 3 + 6 = 9$$

Ответ: f'(-1) = 9

№3 Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой х₀:

$$f(x) = x^3 - 3x - 5$$
, $x_0 = 2$;

Решение

Если кривая определена уравнением y = f(x), то уравнение касательной к ней в точке $M(x_0, y_0)$ имеет вид:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$$

1. Вычислить значение в точке касания

$$f(x_0) = f(2) = 2^3 - 3 * 2 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3$$

2. Найти производную функции f'(x)

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

3. Вычислить значение производной в точке касания $f'(x_0)$

$$f'(2) = 3 * 2^2 - 3 = 12 - 3 = 9$$

4. Подставить все полученные значения в уравнение касательной

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$
$$y = -3 + 9(x - 2) = -3 + 9x - 18 = 9x - 21$$

Ответ: y = 9x - 21

№4 Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int (5x+8)dx$$

Решение

$$\int (5x+8)dx = 5\int xdx + 8\int dx = \frac{5}{2}x^2 + 8x + C$$

№5 Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-2}^{1} x^3 (4x - 5) dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{1} x^{3} (4x - 5) dx = \int_{-2}^{1} (4x^{4} - 5x^{3}) dx = \left(\frac{4}{5}x^{5} - \frac{5}{4}x^{4}\right)\Big|_{-2}^{1} = \frac{4}{5} \cdot 1^{5} - \frac{5}{4} \cdot 1^{5} - \left(-\frac{4}{5}(-2)^{5} - \frac{5}{4}(-2)^{4}\right) = 45,15$$