

Практическое занятие №36

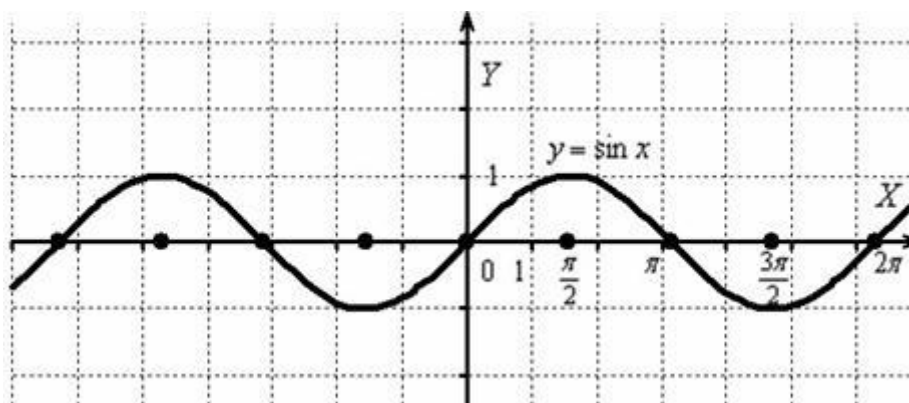
Построение графиков тригонометрических и обратных тригонометрических функций

Рассмотрим построение графиков тригонометрических функций

Пример 1

Построить график функции $y = \sin 2x$.

Сначала изобразим график синуса, его период равен $T = 2\pi$:

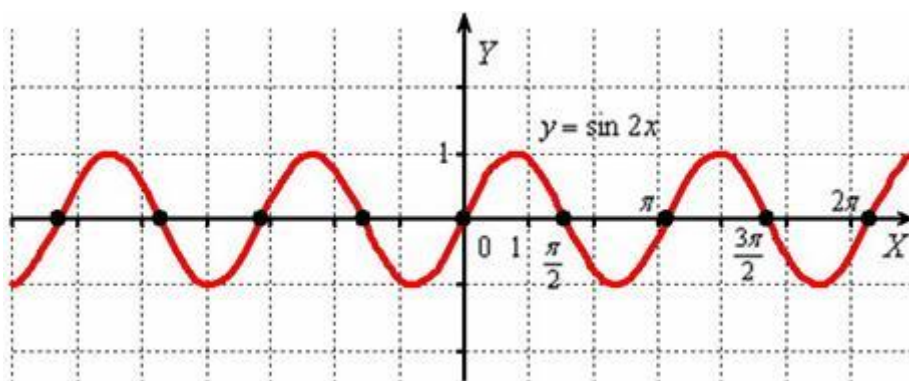


Обратите внимание на масштаб в данных чертежах.

К слову, чертить графики тригонометрических функций вручную – занятие

кропотливое, поскольку $\pi \approx 3,14$, $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$, $2\pi \approx 6,28$ и т.д., то есть на стандартной клетчатой бумаге аккуратным нужно быть вплоть до миллиметра. Поэтому можно сделать это проще, зная поведение синусоиды.

Мысленно возьмём синусоиду в руки и сожмём её к оси OY в 2 раза:



То есть, график функции $y = \sin 2x$ получается путём сжатия графика $y = \sin x$ к оси ординат в два раза. Логично, что период итоговой функции тоже сократился на половину: $T = \pi$

В целях самоконтроля можно взять 2-3 значения «икс» и устно либо на черновике выполнить подстановку:

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

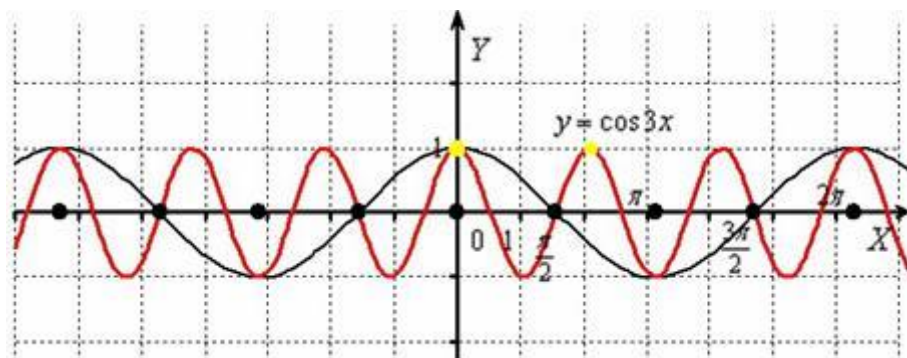
$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin \pi = 0$$

Смотрим на чертёж, и видим, что это действительно так.

Пример 2

Построить график функции $y = \cos 3x$

$y = \cos x$ сжимается к оси OY в 3 раза:



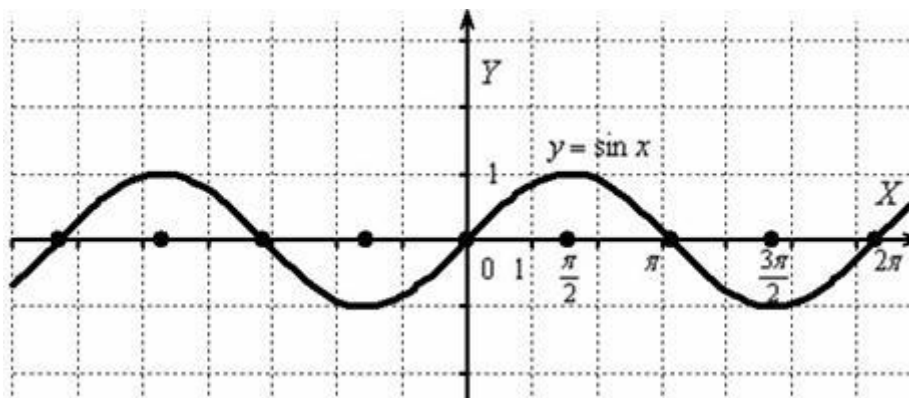
Итоговый график $y = \cos 3x$ проведён красным цветом.

Исходный период $T = 2\pi$ косинуса закономерно уменьшается в три

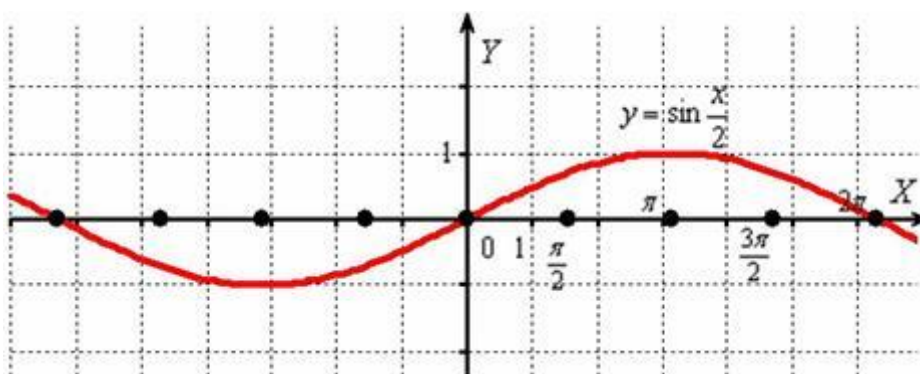
раза: $T = \frac{2\pi}{3}$ (отграничен жёлтыми точками).

Пример 3

Построить график функции $y = \sin \frac{x}{2}$



растягиваем синусоиду от оси OY в 2 раза:



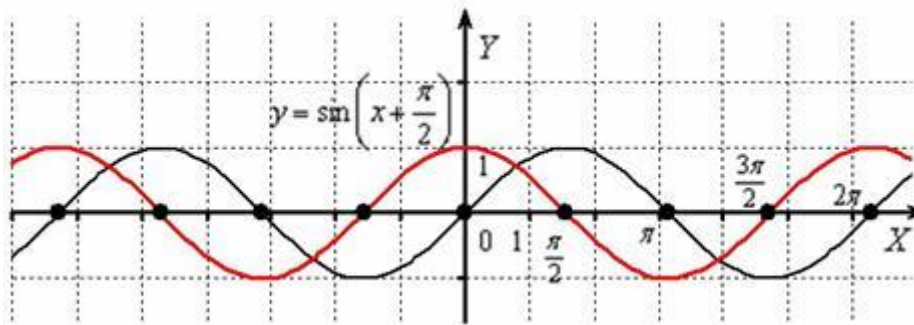
То есть, график функции $y = \sin \frac{x}{2}$ получается

путём **растяжения** графика $y = \sin x$ от оси ординат в два раза. Период итоговой функции увеличивается в 2 раза: $T = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$, он толком даже не влез на данный чертёж.

Пример 4

Построить график функции $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$

График синуса $y = \sin x$ (чёрный цвет) сдвинем вдоль оси OX на $\frac{\pi}{2}$ влево:



Внимательно присмотримся к полученному красному графику $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Это в точности график косинуса $y = \cos x$. По сути, мы получили

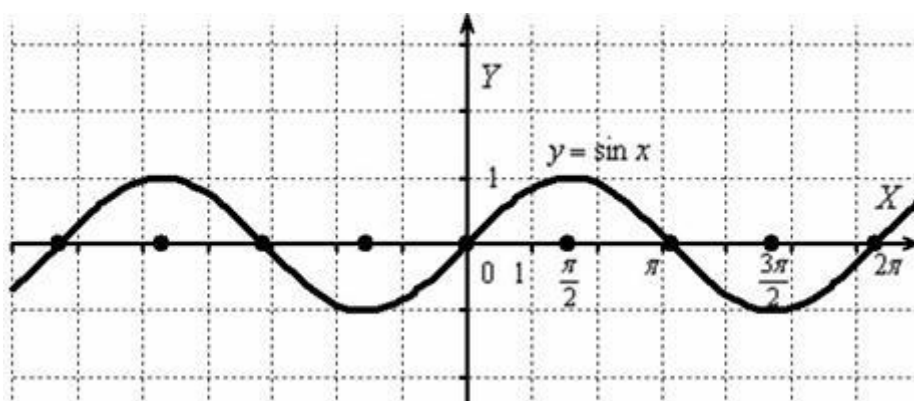
геометрическую иллюстрацию формулы приведения $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$, и

перед вами, пожалуй, самая «знаменитая» формула, связывающая данные тригонометрические функции. График функции $y = \cos x$ получается

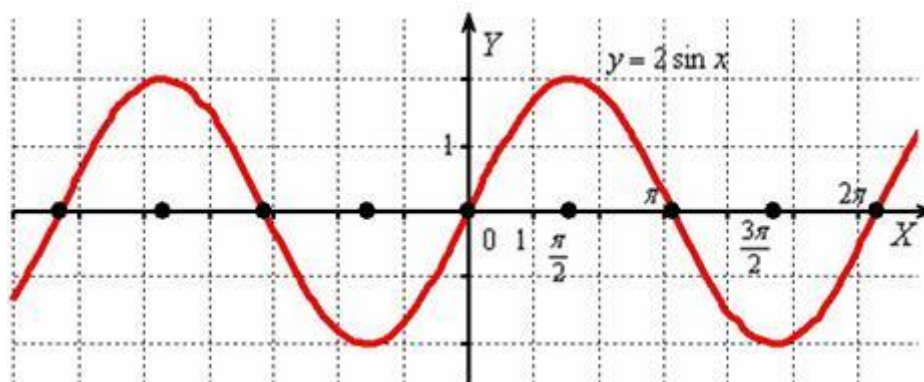
путём сдвига синусоиды $y = \sin x$ вдоль оси OX на $\frac{\pi}{2}$ единиц влево.

Пример 5

Построить графики функций $y = 2 \sin x$, $y = \frac{1}{2} \sin x$.

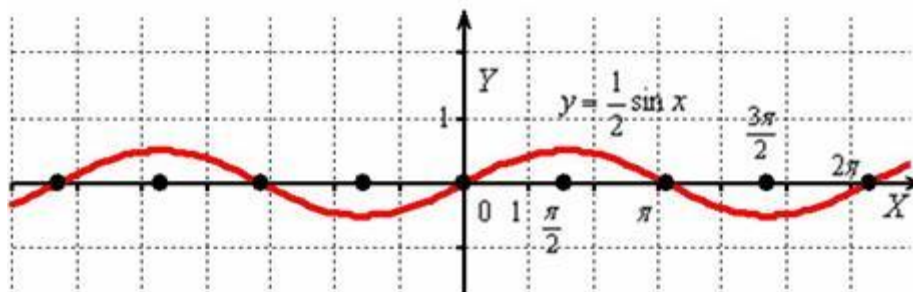


Вытягиваем синусоиду вдоль оси OY в 2 раза:



Период функции $y = 2 \sin x$ не изменился и составляет $T = 2\pi$, а вот значения (все, кроме нулевых) увеличились *по модулю* в два раза, что логично – ведь функция умножается на 2, и область её значений удваивается: $E(y) = [-2; 2]$.

Построение второго графика: **сожмём** синусоиду **вдоль оси OY** в 2 раза:

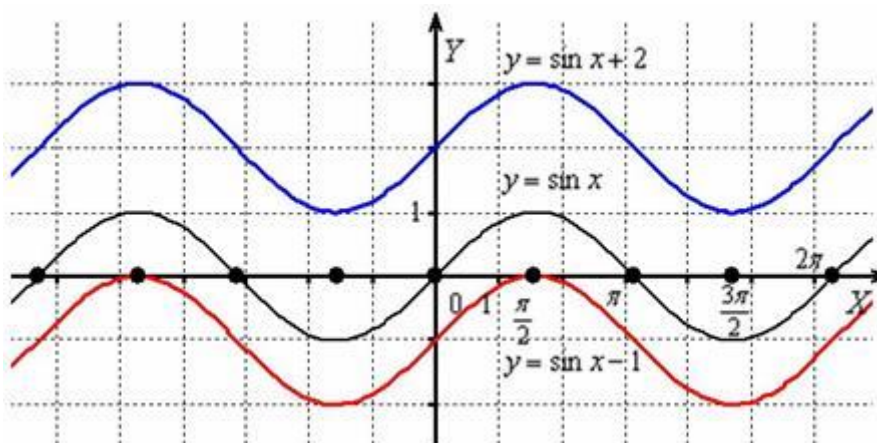


Аналогично, период $T = 2\pi$ не изменился, но область значений функции

«сплюсцилась» в два раза: $E(y) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Пример 6

Построить графики функций $y = \sin x + 2$, $y = \sin x - 1$.

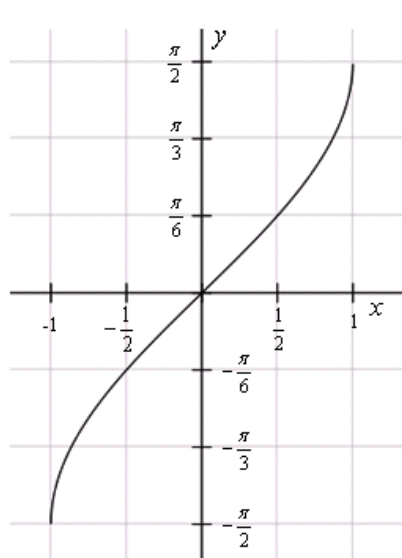


В первом случае переносим синусоиду на 2 единицы в вверх по оси OY ,

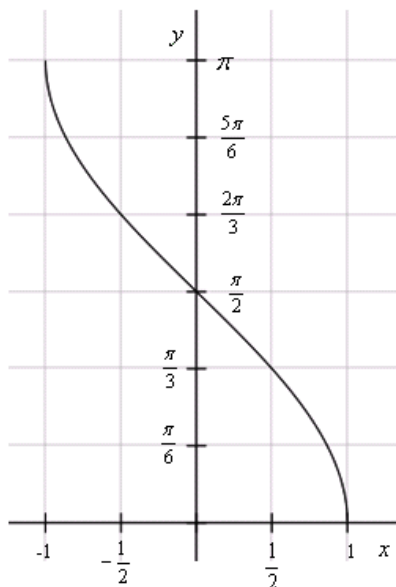
Во втором – вниз на 1 единицу по оси OY .

Обратные тригонометрические функции

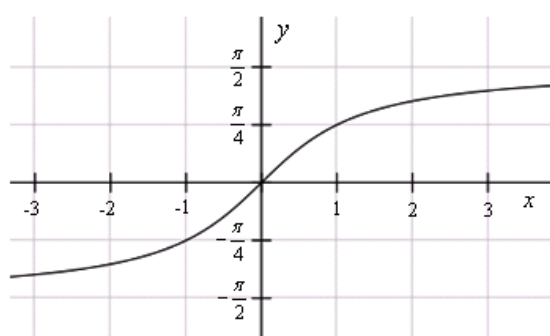
Графики обратных тригонометрических функций мы рассматривали на прошлом занятии.



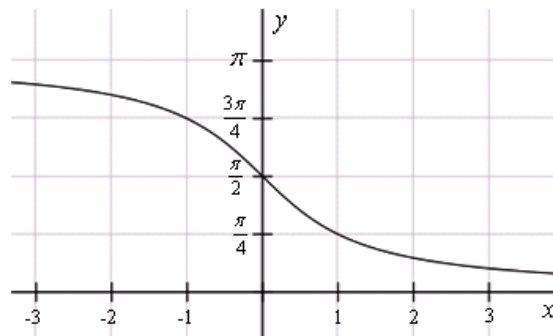
$$y = \arcsin x$$



$$y = \arccos x$$



$$y = \arctg x$$



$$y = \text{arcctg } x$$

Сегодня предлагаю посмотреть видеоурок.

<https://www.youtube.com/watch?v=lock8FPo6P4>

Глава 7 «Графики и функции», учебник Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред.проф. образования/ М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : ИЦ «Академия», 2017, - 256 с.

В случае отсутствия печатного издания, Вы можете обратиться к Электронно-библиотечной системе «Академия»

Список использованных интернет-ресурсов:

1. <https://urait.ru/>
2. <http://mathprofi.ru/>
3. <https://23.edu-reg.ru/>