СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Свойства корня.

1. $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, n - нечетно$
2. $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x|, n - четно \\ x, n - нечетно \end{cases}$
3. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\quad a \geq 0; b \geq 0, n \in N$
4. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, $\quad a \geq 0; b > 0, n \in N$
5. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ $\quad a \geq 0; n \in N; k > 0; k \in Z$
6. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ $\quad a \geq 0; n \in N; k > 0; k \in Z$
7. $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ $\quad a \geq 0; n \in N; k \in Z$ (если $k \leq 0$, то $a \neq 0$)

Свойства степеней.

1. $a^0 = 1 \quad a \neq 0$
2. $0^{-x} - не имеет смысла$
3. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
4. $a^x : a^y = a^{x-y}$
5. $(a^x)^y = a^{xy}$
6. $(ab)^x = a^x \cdot b^x$
7. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$
8. $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x} \quad a \neq 0$

Формулы логарифмов.

1. $\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$ $\quad x > 0; a > 0; a \neq 1$
2. $a^{\log_a x} = x$
3. $\log_a 1 = 0$
4. $\log_a a = 1$
5. $\log_a x_1 \cdot x_2 = \log_a |x_1| + \log_a |x_2|$
6. $\log_a \dfrac{x_1}{x_2} = \log_a |x_1| - \log_a |x_2|$
7. $\log_a x^n = n \cdot \log_a |x|$
8. $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$
9. $\log_b x = \dfrac{1}{\log_x b}$
10. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$
11. $\log_a x_1 \cdot \log_b x_2 = \log_a x_2 \cdot \log_b x_1$
12. $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n} \cdot \log_{|a|} x$
13. $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$
14. $\dfrac{\log_a x_1}{\log_a x_2} = \dfrac{\log_b x_1}{\log_b x_2}$
15. $a^{\sqrt{\log_a b}} = b^{\sqrt{\log_b a}}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

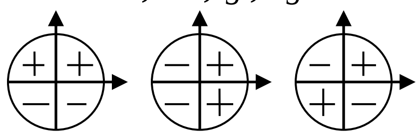
Основные тригонометрические тождества

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad tgx \cdot ctgx = 1$

$tgx = \dfrac{\sin x}{\cos x} \qquad ctg = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

$1 + tg^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x} \qquad 1 + ctg^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

Знаки $\sin$, $\cos$, tg, ctg



$\sin \qquad \cos \qquad tg, ctg$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

α, рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
α°	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360^0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не опр.	0	не опр.	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	не опр.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	не опр.	0	не опр.

Тригонометрические уравнения

Уравнение $\cos t = a$

1. $a=1$, то $t=2\pi n, n\in Z$
2. $a=-1$, то $t=\pi+2\pi n, n\in Z$
3. $a=0$, то $t=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$
4. $a>0$, то $t=\pm\arccos a+2\pi n, n\in Z$
5. $a<0$, то $t=\pm(\pi-\arccos a)+2\pi n, n\in Z$
6. $|a|>1$, то корней нет

Уравнение $\sin t = a$

1. $a=1$, то $t=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$
2. $a=-1$, то $t=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$
3. $a=0$, то $t=\pi n, n\in Z$
4. $a>0$, то $t=(-1)^n\arcsin a+\pi n, n\in Z$
5. $a<0$, то $t=(-1)^{n+1}\arcsin a+\pi n, n\in Z$
6. $|a|>1$, то корней нет

Уравнение $tg = a$

1. $a=0$, то $t=\pi n, n\in Z$
2. $t=arctg\,a+\pi n, n\in Z$

Уравнение $ctg = a$

1. $a=0$, то $t=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$
2. $t=arcctg\,a+\pi n, n\in Z$

ПРОИЗВОДНАЯ

Правила производной:

$(U+E)'=U'+E'$

$\left(\frac{U}{E}\right)'=\frac{U'\cdot E-U\cdot E'}{E^2}$

$(U\cdot E)'=U'\cdot E+U\cdot E'$

$(C\cdot U)'=C\cdot U'$

Формулы производной:

1. $(c)'=0$
2. $(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$
3. $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$
4. $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
5. $(k\cdot x+b)'=k$
6. $(e^x)'=e^x$
7. $(a^x)'=a^x\cdot\ln a$
8. $(\sin x)'=\cos x$
9. $(\cos x)'=-\sin x$
10. $(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
12. $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; x\in(-1;1)$
13. $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; x\in(-1;1)$
14. $(arctgx)'=\frac{1}{1+x^2}; x\in R$
15. $(arcctgx)'=-\frac{1}{1+x^2}; x\in R$
16. $(\ln x)'=\frac{1}{x}$
17. $(\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

Вероятность события А равна отношению числа **m** исходов испытаний, благоприятствующих наступлению события А, к общему числу **n** всех равновозможных несовместных исходов, т.е.

$$\mathbf{P(A)}=\frac{m}{n}$$

ВЕКТОРЫ

Если началом вектора является точка А(x_1, y_1,z_1), а концом точка В (x_2, y_2,z_2), то координаты этого вектора вычисляются по формуле:

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (\mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1, \mathrm{y}_2 - \mathrm{y}_1, \mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)}$$

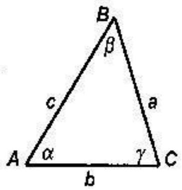
ИНТЕГРАЛЫ

1. $\int 0 \cdot \mathrm{dx} = C$
2. $\int 1 \cdot \mathrm{dx} = \mathrm{x} + \mathrm{C}$
3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
4. $\int \frac{1}{x} dx = ln|x| + C$
5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C$
6. $\int sinxdx = -cosx + C$
7. $\int cosxdx = sinx + C$
8. $\int tgxdx = -ln|cosx| + C$
9. $\int ctgxdx = ln|sinx| + C$
10. $\int \frac{1}{cos^2 x} dx = tgx + C$
11. $\int \frac{1}{sin^2} dx = -ctgx + C$

	1^n	2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n	10^n
1^n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
3^n	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
4^n	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000
5^n	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049	100000
6^n	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441	1000000
7^n	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969	10000000
8^n	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721	100000000
9^n	1	512	19683	262144	1953125	1177696	40353607	134217728	387420489	1000000000
10^n	1	1024	59049	1048576	9765625	60466176	282475249	1073741824	3486784401	10000000000

МАТЕМАТИКА
ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

ТРЕУГОЛЬНИК



Сумма внутренних углов:

$\alpha+\beta+\gamma=\pi=180^\circ$

Теорема косинусов:

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$,

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$,

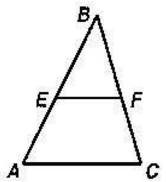
$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$.

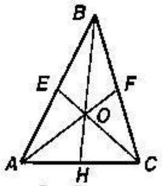
Величина внешнего угла:

$\alpha_1=\beta+\gamma$, $\beta_1=\alpha+\gamma$, $\gamma_1=\alpha+\beta$

Теорема синусов: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$

(R - радиус описанной окружности).





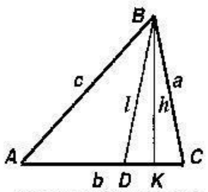
Свойства средней линии:

$[EF] \parallel [AC]$, $EF=\frac{1}{2}AC$

Свойства медиан:

$OF=\frac{1}{3}AF$, $OE=\frac{1}{3}CE$,

$OH=\frac{1}{3}BH$.



Свойства биссектрис:

$\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}.$

Свойства высот:

$h_a:h_b:h_c=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}.$

Длина медианы, высоты и биссектрисы: проведенных из вершины B:

$m_b=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$,

$h_b=\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{b}$, $l_b=\frac{2\sqrt{acp(p-b)}}{a+c}$

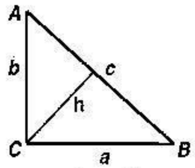
Площадь: $S=\frac{1}{2}ah_a$ $S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$.

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона),

Периметр: $2p=a+b+c$ (p – полупериметр)

$S=\frac{abc}{4R}$, $S=pr$, r - радиус вписанной окружности

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Теорема Пифагора:

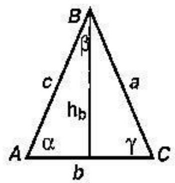
$a^2+b^2=c^2$

(a,b – длины катетов, c - длина гипотенузы).

$a=c\sin\alpha=c\cos\beta=b\,\mathrm{tg}\alpha=b\,\mathrm{ctg}\beta$

$m_c=\frac{c}{2}, R=\frac{c}{2}$, $r=\frac{a+b+c}{2}$, $S=\frac{ab}{2}=\frac{ch_c}{2}$.

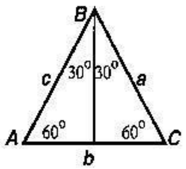
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



$m_b=h_b=l_b=\sqrt{a^2-b^2/4}$,

$\alpha=\frac{\pi-\beta}{2}$, $S=\frac{bh_b}{2}=\frac{a^2\sin\beta}{2}$.

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК



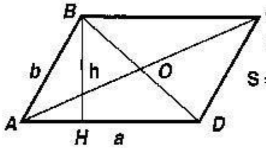
$M=H=L=a\sqrt{3}/2$,

$R=a\sqrt{3}/3$, $r=a\sqrt{3}/6$, R

$S=a^2\sqrt{3}/4$.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Свойства сторон и углов: $\angle BAD+\angle ADC=\pi$, $AB \parallel CD$, $AB=CD$, $AD \parallel BC$, $AD=BC$, $\angle BAD=\angle BCD$, $\angle ABC=\angle ADC$, *Свойства диагоналей:* $AO=OC$, $BO=OD$, $AC^2+BD^2=2(a^2+b^2)$.

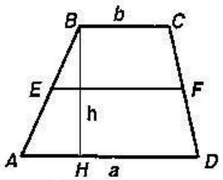


Площадь:

$S=ah$, $S=ab\sin\alpha$,

$S=\frac{1}{2}AC\cdot BD\sin\angle AOB$

ТРАПЕЦИЯ



Свойства сторон:

$AD \parallel BC$,

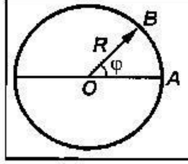
Средняя линия:

$EF \parallel AD$, $EF=(a+b)/2$.

Площадь:

$S=(a+b)h/2$, $S=EF\cdot h$.

ОКРУЖНОСТЬ, КРУГ



Длина окружности, $l=2\pi R$;

Площадь, $S=\pi R^2$,

Длина дуги $l_{AB}=2\pi R\cdot\varphi/360$,

Площадь, $S_{OAB}=\pi R^2\cdot\varphi/360$.

ПРИЗМА

Призма – многогранник, две грани которого параллельны, а остальные пересекаются по параллельным прямым. || грани – основания призмы, остальные грани – боковые. Боковые грани – параллелограммы.

Параллелепипед – призма, основаниями которой являются параллелограммы.

Площадь поверхности:

$S=2S_{\text{осн}}+S_{\text{бок}}$,

где $S_{\text{осн}}$ – площадь основания призмы;

$S_{\text{бок}}$ – площадь боковой поверхности призмы;

$S_{\text{бок}}=P\cdot l$;

P – периметр перпендикулярного сечения;

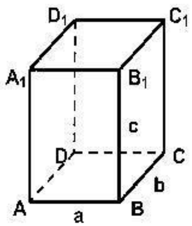
l – длина бокового ребра.

Объем: $V=QH$, $V=Q_1l$, где

Q – площадь основания; H – высота призмы,

Q – площадь перпендикулярного сечения

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



Свойства диагоналей:

$AC_1=BD_1=CA_1=DB_1=d$,

$d^2=a^2+b^2+c^2$.

Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

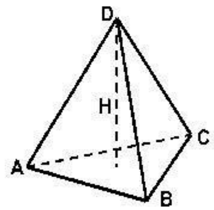
$S_{\text{бок}}=2(ab+bc+ac)$

Объем: $V=abc$

Для куба: $a=b=c$,

$d=a\sqrt{3}$, $S=6a^2$, $V=a^3$

ПИРАМИДА



Площадь поверхности:

$S_{\text{пир}}=S_{\text{бок}}+S_{\text{осн}}$, где

$S_{\text{бок}}$ – пл. бок. поверхн.;

$S_{\text{осн}}$ – пл. основания.

Объем: $V=\frac{1}{3}QH$, где

Q – пл. основания;

H – высота пирамиды.

Правильная пирамида $S_{\text{бок}}=\frac{1}{2}Ph_{\text{бок}}$, где

P – периметр основания; h – высота боковой грани

$Q=S_{\text{осн}}\cos\alpha$, где α – угол между боковой гранью и плоскостью основания.

Усеченная пирамида

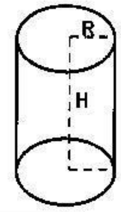
Объем: $V=\frac{h}{3}\left(Q_1+\sqrt{Q_1Q_2}+Q_2\right)$, где

h – высота; Q_1, Q_2 – площади оснований.

Для правильной усеченной пирамиды

$S_{\text{бок}}=\frac{1}{2}(p_1+p_2)h_{\text{бок}}$, где p_1, p_2 – периметры оснований; $h_{\text{бок}}$ – высота боковой грани.

ЦИЛИНДР



Площадь боковой поверхности:

$S_{\text{бок}}=2\pi RH$

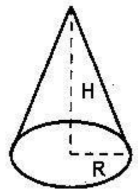
Площадь полной поверхности:

$S_{\text{цил}}=2\pi RH+2\pi R^2$;

Объем:

$V=\pi R^2H$;

КОНУС



Площадь боковой поверхности:

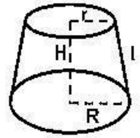
$S_{\text{бок}}=\pi Rl$

Площадь полной поверхности:

$S_{\text{кон}}=\pi RL+\pi R^2$

Объем: $V=\frac{1}{3}\pi R^2H$

Усеченный конус



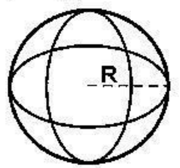
$S_{\text{бок}}=\pi(R+r)\,l$,

$S_{\text{кон}}=\pi R^2+\pi r^2+\pi(R+r)\,l$

$V=\frac{1}{3}\pi H(R^2+Rr+r^2)$.

ШАР

Шаровая поверхность или **сфера** – геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки – центра сферы.



Шар – тело, ограниченное сферой.

Площадь поверхности:

$S=4\pi R^2$

Объем: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

Площадь сферического сегмента:

$S=2\pi RH$, где H – высота сегмента.

Объем шарового сегмента: $V=\frac{1}{3}\pi H^2(3R-H)$

Объем шарового сектора: $V=\frac{2}{3}\pi R^2H$

Сечение сферы любой плоскостью – окружность.

Сечение шара любой плоскостью – круг.

Большой круг шара – круг проходящий через центр.

Малый круг шара – круг, образованный сечением шара плоскостью, не проходящей через центр.