

Консультация по математике.

В 2019/2020 учебном году экзамен по математике проводится в форме теста. Работа состоит из двух частей. Ознакомьтесь с инструкцией.

Инструкция к тесту

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 22 задания.

1 часть содержит 18 заданий обязательного уровня с кратким ответом или выбором ответа, каждое из которых оценивается в 1 балл.

2 часть содержит 4 задания повышенного уровня, развернутое решение которых нужно записать, сфотографировать и в тесте прикрепить файл.

Задания второй части оцениваются:

19 – 3 балла, 20 – 5 баллов, 21 - 5 баллов, 22 - 4 балла.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания суммируются. Краткий ответ в заданиях 19-22 не учитывается.

На выполнение экзаменационной работы дается 2ч 30 мин (с учетом времени выполнения работы и отправки фотографий решений заданий второй части).

В 9.00 получаете ссылку на первую часть. На выполнение заданий первой части отводится 60 минут.

В 10.15 получаете ссылку на вторую часть. На выполнение заданий второй части отводится 60 минут (с учетом времени выполнения работы и отправки фотографий решений заданий второй части).

Критерии оценивания работы

Оценка	Число баллов для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	12-18
«4» (хорошо)	19-23 (не менее одного задания из второй части)
«5» (отлично)	24-35 (не менее двух заданий из второй части)

Экзамен. Дополнительная часть.

Добавьте изображение

Введите описание

Инструкция к тесту

2 часть содержит 4 задания повышенного уровня, развернутое решение которых нужно записать, сфотографировать и в тесте прикрепить файл.

На выполнение теста дается 60 мин+15 минут (для отправки задания).

Примеры заданий обязательной части:

При прохождении теста обратите внимание на форму записи ответа, например в задании, где необходимо составить уравнение прямой, ответ записывается в виде:

Составить уравнение прямой, проходящей через точки A(-2;0) и B(2;1).

$$y=0.25x+0.5$$

Если ответ в задании не является целым числом или конечной десятичной дробью, то необходимо произвести округление, согласно условия, например:

Решите уравнение $\log_3(4x + 1) = -2$. Ответ переведите в десятичную дробь и округлите до тысячных.

-0.222

Вычислить $\int_{-2}^3 (x^2 + 3x)dx$. Ответ переведите в десятичную дробь и округлите до тысячных.

19.167

В ряде заданий обязательной части необходимо произвести выбор из предложенных вариантов, например:

Найти $f'(x)$, если $f(x) = \frac{3x - 3}{2x + 1}$

☒ $\frac{9}{(2x + 1)^2}$

☐ $-\frac{9}{(2x + 1)^2}$

☐ $\frac{3}{(2x + 1)^2}$

☐ $-\frac{3}{(2x + 1)^2}$

☐ $\frac{6}{(2x + 1)^2}$

Обязательная часть экзамена проверяется автоматически после завершения теста. Обязательная часть – оценка «удовлетворительно».

Дополнительная часть проверяется преподавателем. Необходимо прикрепить файл (фотографию решения) в окне ответа.

Рассмотрим подробно решение экзаменационных заданий.

Решение демонстрационного варианта.

1. Составьте ур-е прямой, проходящей ч/з точки А(2;7) и В(1; -3)

Решение:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}; \quad \frac{y-7}{y_2-7} = \frac{x-2}{x_2-2} \quad \begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=1 \end{matrix}$$

$$\frac{y-7}{-3-7} = \frac{x-2}{1-2}; \quad \frac{y-7}{-10} = \frac{x-2}{-1};$$

$$-(y-7) = -10(x-2)$$

$$y-7=10x-20$$

$$y=10x-13$$

Ответ: $y=10x-13$

2. Решите уравнение: $5^{5x+1}=25^{2x}$

Решение:

$$5^{5x+1}=25^{2x}$$

$$5^{5x+1}=5^{4x}$$

$$5x+1=4x$$

$$\underline{x=-1}$$

Ответ: $x=-1$

3. Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и α -угол первой четверти.

Решение:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

4. Решите уравнение: $\log_2(x+1)=2$

Решение:

$$\log_2(x+1)=2$$

$$x+1=4$$

$$x=3$$

Ответ: $x=3$

5. Решите уравнение: $\cos 2x = -\frac{1}{2}$

Решение:

$$\cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

6. Решите уравнение: $x - 6 = \sqrt{8 - x}$

Решение:

$$x - 6 = \sqrt{8 - x}$$

$$(x - 6)^2 = (\sqrt{8 - x})^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = 8 - x$$

$$x^2 - 12x + x + 36 - 8 = 0$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 28 = 121 - 112 = 9(3) > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 3}{2} \quad x_1 = 7 \quad x_2 = 4 \text{ не подходит по ОДЗ}$$

Ответ: $x_1 = 7$

$$\text{ОДЗ} \quad x_1 = 7$$

$$7 - 6 = \sqrt{8 - 7}$$

$$1 = 1$$

$$x_2 = 4; 4 - 6 = \sqrt{8 - 4}$$

$-2 \neq 2$ не подходит

7. Найдите значение выражения: $15^{\sqrt{5}-3} \cdot 15^{5-\sqrt{5}}$

Решение:

$$15^{\sqrt{5}-3} \cdot 15^{5-\sqrt{5}} = 15^{\sqrt{5}-3+5-\sqrt{5}} = 15^2 = 225.$$

Ответ: 225.

8. Найдите значение выражения: $3 \cdot \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$

Решение:

$$3 \cdot \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} = 3 \cdot 7^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{6}} = 3 \cdot 7^{\frac{2}{3} + \frac{2}{6}} = 3 \cdot 7^{\frac{6}{6}} = 3 \cdot 7^1 = 21$$

Ответ: 21.

9. Найдите значение выражения $\log_2 80 - \log_2 2,5$

Решение:

$$\log_2 80 - \log_2 2,5 = \log_2 \frac{80}{2,5} = \log_2 32 = 5$$

Ответ: 5

10. Найдите $f'(-1)$, если $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$

Решение:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(-1) = 3(-1)^2 - 6(-1) = 3 + 6 = 9$$

Ответ: $f'(-1) = 9$

11. Найдите $f'(x)$, если $f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$

Решение:

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{2(3x-1) - 3(2x+1)}{(3x-1)^2} = \frac{6x-2-6x-3}{(3x-1)^2} = -\frac{5}{(3x-1)^2}$$

Ответ: $f'(x) = -\frac{5}{(3x-1)^2}$

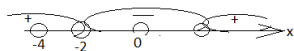
12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 12x + 2$ на $[-4; 0]$

Решение:

$$y = x^3 - 12x + 2$$

$$y' = 3x^2 - 12; y' = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$



$$3(x^2 - 4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

Указанному интервалу принадлежит $x = -2$

$$y(-4) = (-4)^3 - 12 * (-4) + 2 = -64 + 48 + 2 = -14$$

$$y(-2) = (-2)^3 - 12 * (-2) + 2 = -8 + 24 + 2 = 18$$

$$y(0) = 0^3 - 12 * 0 + 2 = 2$$

Ответ: Наименьшее значение функции на $[-4; 0] = -14$

13. На 1000 эл. лампочек в среднем приходится 7 бракованных. Какова вероятность, что взятая наугад лампочка окажется исправна?

Решение:

$$P(A) = \frac{993}{1000} = 0,993$$

Ответ: $P(A) = 0,993$

14. Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющую точки $A(-9; -5)$ и $B(0; 4)$

Решение:

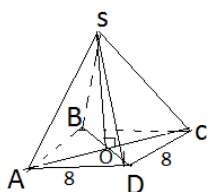
$$C\left(\frac{-9+0}{2}; \frac{-5+4}{2}\right) = C(-4,5; -0,5) \quad C\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right) - \text{середина отрезка}$$

Ответ: $x = -4,5$

15. В правильной 4-х угольной пирамиде сторона основания=8, а длина бокового ребра=9. Найдите высоту пирамиды.

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle ADC (\angle D = 90^\circ)$



Дано:

SABCD - прав. Пирамида

SC=9

AD=8

SO=?

Ответ: 7

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

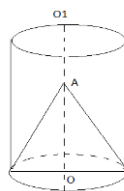
$$AC = \sqrt{64 + 64} = \sqrt{128}$$

$$OC = \frac{\sqrt{128}}{2}$$

2) Рассмотрим $\triangle SOC$

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{81 - \frac{128}{4}} = \sqrt{81 - 32} = \sqrt{49} = 7$$

16. Цилиндр и конус имеют общее основание, вершина конуса лежит на оси цилиндра, высота конуса относится к высоте цилиндра как 3:4. Найдите объем



цилиндра, если объем конуса равен 25.

Решение:

Дано:

$$V_{\text{ц}} - ?$$

$$\frac{OA}{OO_1} = \frac{3}{4}$$

$$V_K = 25$$

$$V_{\text{ц}} = \pi R^2 OO_1$$

$$V_K = \frac{1}{3} \pi R^2 OA$$

$$25 = \frac{1}{3} \pi R^2 OA$$

$$\pi R^2 OA = 75$$

$$\pi R^2 * 3X = 75$$

$$X = \frac{75}{3\pi R^2} = \frac{25}{\pi R^2}$$

X- коэф. пропорц.

$$OA = 3X$$

$$OO_1 = 4X$$

$$V_{\text{ц}} = \pi R^2 * 4 * \frac{25}{\pi R^2} = 100$$

Ответ: $V_{\text{ц}} = 100$

17. Вычислить $\int_{-1}^3 (x^3 + 4x) dx$

Решение:

$$\int_{-1}^3 (x^3 + 4x) dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{4x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^3 = \left(\frac{x^4}{4} + 2x^2 \right) \Big|_{-1}^3 = \frac{81}{4} + 2 * 9 - \left(\frac{1}{4} + 2 \right) = \frac{81}{4} + 18 - \frac{1}{4} - 2 = \frac{80}{4} + 16 = 20 + 16 = 36$$

Ответ: 36

18. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 + 1, y = 0, y = -1, x = 2.$$

Решение :

Дано :

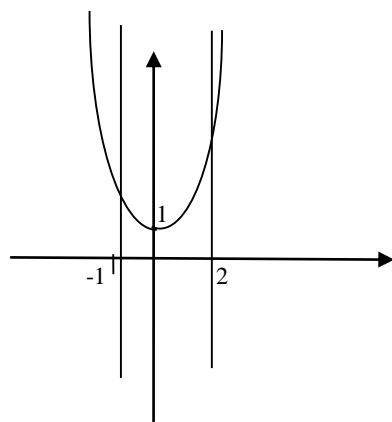
$$y = x^2 + 1$$

$$y = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$

S-?



$$S = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{8}{3} + 2 - \left(-\frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{8}{3} + 2 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{9}{3} + 3 = 6$$

Ответ : S = 6 кв.ед.

Дополнительная часть

19. Найдите промежутки убывания функции.

Решение:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$$

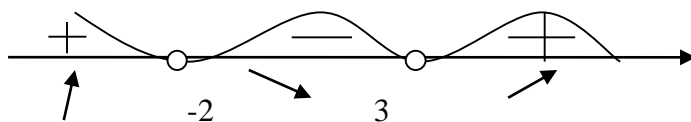
$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$$

$$6x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = 1 + 4 \times 6 = 25$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -2$$



Ф-ция возрастает $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

Ф-ция убывает $(-2; 3)$

20. Решите уравнение $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ и укажите корни принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Решение :

$$2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0$$

$$2 - 2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$-2 \cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4}; \quad t_1 = \frac{1}{2}, \quad t_2 = -1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = -1$$

$$x_1 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \text{не входит в отрезок}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{3}$$

21. Решите уравнение $\log_2^2(32x) - 11 \log_2 x = 37$

Решение:

$$(\log_2^2(32x) + \log_2 x)^2 - 11 \log_2 x - 37 = 0$$

$$(5 + \log_2 x)^2 - 11 \log_2 x - 37 = 0$$

$$t = \log_2 x$$

$$(5 + t)^2 - 11t - 37 = 0$$

$$25 + 10t + t^2 - 11t - 37 = 0$$

$$t^2 - t - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49 > 0$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{2} \quad t_1 = 4 \quad t_2 = -3$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = -3$$

$$\log_2 x = 4$$

$$\log_2 x = -3$$

$$x_1 = 16$$

$$x_2 = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Ответ : } x = 16; \frac{1}{8}$$

22. Сколько натуральных чисел являются решениями неравенства

$$\frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512$$

Решение:

$$\frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512$$

$$2^{-6} < 2^{3(-2x+3)} < 2^9$$

$$-6 < 3(-2x + 3) < 9$$

$$-6 < -6x + 9 < 9$$

$$\begin{cases} -6x + 9 < 9 \\ -6x + 9 > -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x < 0 \\ -6x > -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2,5 \end{cases}$$

$$0 < x < 2,5$$

Ответ : 2 числа : 1 и 2 .